Вариант 1
Задания 1-10

1. Найдите значение параметра p, при котором сумма квадратов всех различных корней уравнения $x^3 - (p+2)x^2 + 4px - 2xp^2 = 0$ принимает наименьшее возможное значение.

2. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции
$f(x) = 3\cos^4 x - 14\cos^3 x - 21\sin^2 x - 12\cos x$.

3. Решите неравенство $\log_{0,1x^2-1,1x+2,8} \dfrac{x^3 - 14x^2 + 40x}{15} \leqslant 1$.

4. Для защиты ценного оборудования от непогоды требуется изготовить палатку в форме пирамиды, в основании которой должен лежать прямоугольник, а одно из боковых ребер должно быть перпендикулярно основанию. Найдите наибольший возможный объем палатки при условии, что ни одно из ребер пирамиды не должно быть длиннее 2 метров.

5. В начале года предприниматель взял на год кредит в банке $\mathcal{A}$ на 80% требуемой ему суммы под n% годовых, остальные деньги занял на год в банке $\mathcal{B}$ под $3n$% годовых. Однако из—за кризиса в конце года расплатиться не смог и ему пришлось продлить договор в каждом банке еще на год, причем банк $\mathcal{A}$ установил ему на второй год $2n$% годовых, а банк $\mathcal{B}$ установил $4n$% годовых. В результате он вернул через два года всего 1440 у.е., в то время как планировал вернуть через год 960 у.е. Найдите величину вклада и банковский процент в каждом банке.

6. Найдите все значения параметров p и q, при которых система
$\begin{cases} y = px^2 - q, \\ 2y + \big||6x| - 3|y|\big| = 12 \end{cases}$ имеет ровно три решения.

7. На стороне AB треугольника ABC взята точка D. В треугольнике ADC проведены биссектрисы AP и CQ. На стороне AC треугольника ADC взята точка R так, что $PR \perp CQ$. Известно, что биссектриса угла D треугольника BCD перпендикулярна отрезку PB, $AB = 18$, $AP = 12$. Найдите AR.

8. Найдите все точки минимума и точки максимума функции
$f(x) = (x^2 - 3x - 9) \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 9}$.

9. Найдите все значения переменных $x > 0$, $y > 0$ такие, что хотя бы при одном значении z верны одновременно равенства $\dfrac{(x^2+1)^2}{x^2} + \dfrac{(y^2+1)^2}{y^2} = \dfrac{50z}{4+z^2}$ и $x + y = 1$.

10. Все ребра правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равны b. Высота правильной четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна высоте указанной пирамиды, основание $ABCD$ у них общее. **(1)** Через точки A и C_1 проведена плоскость α параллельно прямой BD. Найдите величину площади многоугольника, образовавшегося при пересечении плоскости α и пирамиды $SABCD$. **(2)** Через точки B и D_1 проведена плоскость β. Найдите минимально возможную величину площади многоугольника, образовавшегося при пересечении плоскости β и пирамиды $SABCD$.