Задания A1–A20

При выполнении заданий A1–A20 в бланке ответов найдите номер выполняемого задания и отметьте ячейку, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа, в соответствии с образцом на бланке.

1. Сколько решений имеет система $\begin{cases} y^2 - x^2 = 0, \\ y = 2x. \end{cases}$

$\boxed{1}$ одно $\boxed{2}$ два $\boxed{3}$ три $\boxed{4}$ четыре или больше $\boxed{5}$ ни одного

2. Если Первый банк увеличит свой уставной капитал на 20%, а Второй — на 50%, то их уставные капиталы сравняются. На сколько процентов первоначально уставной капитал Второго был меньше уставного капитала Первого?

$\boxed{1}$ 15% $\boxed{2}$ 20% $\boxed{3}$ 25% $\boxed{4}$ 30% $\boxed{5}$ 16,666...%

3. Прямые $y = a^3x + 2a$ и $y = (a^2 - 2)x + a - 1$ совпадают при a равном

$\boxed{1}$ -2 $\boxed{2}$ 1 $\boxed{3}$ -1 $\boxed{4}$ 2 $\boxed{5}$ таких значений не существует

4. Значение выражения $\left(\log_{\sqrt{6}} 6\right) \cdot \left[\log_5\left(25^3\right) - \log_{25}\left(5^3\right)\right]$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

5. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin^2 x = \sin x$.

$\boxed{1}$ $\frac{2\pi}{3}$ $\boxed{2}$ $\frac{\pi}{6}$ $\boxed{3}$ $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{4}$ $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{5}$ $\frac{\pi}{3}$

6. Если $\lg\left(2^2 \cdot 7\right) = a,\ \ \lg\left(2 \cdot 7^2\right) = b,\ \ \lg 8 = p$, то

$\boxed{1}$ $p = 2b - a$ $\boxed{2}$ $p = b - 2a$ $\boxed{3}$ $p = 2b - 2a$ $\boxed{4}$ $p = 2a - b$ $\boxed{5}$ $p = a - 2b$

7. Укажите сумму всех различных корней уравнения $\dfrac{(x+3)(x-7)}{x-5} = \dfrac{(x+3)(x-5)}{x-7}$.

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 5

8. Больший (или единственный) корень уравнения $2^{x-8} = 4^{x-10}$ равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

9. Наименьшее значение функции $y = x^2 + 2010x - 6\sqrt{x^2 + 2010x} + 2010$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

10. Произведение всех различных корней уравнения $(x^2 - 5x + 1)(x^2 - 5x + 7) = -9$ равно

$\boxed{1}$ -4 $\boxed{2}$ 9 $\boxed{3}$ -16 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 16

11. Производная функции $f(x) = 15x + \dfrac{2x + \sin 3x}{5 - x}$ при $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

12. Решите уравнение $\log_2(x^2 - 6x + 2) = \log_2(2x - 10)$. Если корней несколько, укажите в ответе их сумму.

$\boxed{1}$ 2 $\boxed{2}$ 6 $\boxed{3}$ 8 $\boxed{4}$ 12 $\boxed{5}$ 15

13. Если число X равно наименьшему положительному корню уравнения $\cos(16x)\cos(7x)+\cos(48x)\cos(39x)=\cos(9x)$, то значение выражения π/X равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

14. Площадь треугольника, ограниченного отрезком оси абсцисс и отрезками двух касательных, проведенных к параболе $y=\dfrac{x^2-4}{2}$ в точках, совпадающих с ее корнями, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

15. Функция $f(x)=\sqrt{2}\cos x+\dfrac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt{\cos x}}$ достигает своего наименьшего значения на промежутке $x\in(0;\frac{\pi}{2})$ при x равном

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{\pi}{8}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{\pi}{4}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{5\pi}{12}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{\pi}{3}$

16. В начале 2006 года Билл завел счет в банке и положил на него 200 у.е. В конце каждого года после начисления процентов он снимает со своего счета сумму равную 30 у.е. В конце 2007 года после после всех операций на его счету было 245 у.е. Какова годовая процентная ставка?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 20 $\boxed{\mathbf{2}}$ 25 $\boxed{\mathbf{3}}$ 30 $\boxed{\mathbf{4}}$ 15 $\boxed{\mathbf{5}}$ 50

17. Сумма всех различных значений параметра p, при которых уравнение $(p-8)x^2-2x-p+6=0$ имеет единственный корень, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

18. Найдите все значения параметра p, при которых все числа $x\in[-2;\,6]$ являются решениями неравенства $x^2-(p-3)x+6p-2p^2-4\leqslant 0$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(-\infty;\,-5]\bigcup[5;\,+\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $(-\infty;\,1]\bigcup[3;\,+\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(-\infty;\,3]\bigcup[5;\,+\infty)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $(-\infty;\,-5]\bigcup[3;\,+\infty)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $(-\infty;\,1]\bigcup[5;\,+\infty)$

19. Больший корень уравнения

$$\log_{x-3}\Big((x-3)(x-9)\Big)\cdot\log_2\Big((x-3)(x-9)\Big)-6\log_2\Big((x-3)(x-9)\Big)+$$
$$+11\log_2(x-3)-6\log_2(x-3)\cdot\log_{\big((x-3)(x-9)\big)}(x-3)=0$$

равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

20. В прямоугольном треугольнике ABC длина гипотенузы $AB=196$, $\angle A=2\,\mathrm{arctg}\,1/7$. Найдите радиус окружности, касающейся прямых AB, AC и описаной около треугольника ABC окружности. Если решений несколько, найдите наименьшее значение. В ответе укажите остаток от деления этого (или ближайшего) натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

Задания B1–B5

Ответом на задания B1–B5 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус для отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке Единицы измерений, а также символ процента писать не нужно.

1. Найдите наибольшее значение параметра p, при котором уравнение $4x^{10} - 1600x^4 - 4px^5 + p^2 = 0$ имеет нечетное число различных корней.

2. Группе альпинистов требуется перенести груз весом 1000 кг из одного базового лагеря (БЛ) в другой на расстояние 480 км. На пути можно разместить еще несколько БЛ. Стоимость обустройства каждого БЛ равна 54 000 у.е. Шерпы берут $\frac{1}{1000}ML^3$ у.е. за перемещение груза весом M кг из одного БЛ в другой на расстояние L км. Сколько БЛ (включая БЛ в начале и конце) следует разместить для того чтобы общая стоимость была наименьшей?

3. Изделие $\mathcal{A}$ нужно кипятить 3 часа, коптить 2 часа, морозить 2 часа, затем его можно продать за 4 у.е. Изделие $\mathcal{B}$ нужно кипятить 2 часа, коптить 2 часа, морозить 3 часа, затем его можно продать за 5 у.е. Ресурс кипятильника равен 50 часов, коптильни 38 часов, морозильника 50 часов. Найдите наибольшую возможную выручку от продажи, если одновременно обрабатывается не более одного изделия.

4. Найдите сумму всех различных корней уравнения $x^2 - 41x + 330 = \left(41 - \log_3 x - 2x\right) \cdot \log_3 x$.

5. Найдите наибольшее значение параметра $r > 0$, при котором найдутся такие значения параметров p, q, что система $\begin{cases} qx + 6y = 72p, \\ 6qx + (q - p^2)y = qr, \end{cases}$ $p > 0,\ q > 0,$ имеет бесконечно много решений.

Задания A1–A20

1. $\boxed{1}$ **2.** $\boxed{2}$ **3.** $\boxed{3}$ **4.** $\boxed{4}$ **5.** $\boxed{3}$ **6.** $\boxed{4}$ **7.** $\boxed{3}$ **8.** $\boxed{2}$ **9.** $\boxed{1}$
10. $\boxed{4}$ **11.** $\boxed{1}$ **12.** $\boxed{2}$ **13.** $\boxed{5}$ **14.** $\boxed{3}$ **15.** $\boxed{2}$ **16.** $\boxed{2}$ **17.** $\boxed{5}$ **18.** $\boxed{1}$
19. $\boxed{5}$ **20.** $\boxed{4}$

Задания B1–B5

1. ♦ 96. **2.** ♦ 17. **3.** ♦ 88. **4.** ♦ 36 **5.** ♦ 36.