

ОЛИМПИАДА

9 класс

9 класс

Демонстрационный вариант.

1. Вася и Петя бегают на коньках по кругу с постоянными скоростями. Когда они бегут в одном направлении, Вася догоняет Петю каждые 12 минут, а когда они бегут навстречу друг другу, то встречаются каждые 4 минуты. За сколько минут Вася пробегает круг?

2. Чему равна сумма кубов корней уравнения $x^2 - 4x + 1 = 0$?

3. Сколько различных вещественных корней у многочлена

$$\frac{27}{4}x^4 - 15x^3 - 3x^2 + 24x - \frac{4}{9}?$$

(Выберите ответ из списка: 0, 1, 2, 3, 4, 5.)

4. Сколько натуральных делителей у числа 1568 (включая единицу и само число)?

5. Найдите наименьшее натуральное число, одновременно дающее остаток 2 при делении на 5, остаток 5 при делении на 6 и остаток 6 при делении на 7.

6. Бригада из 6 землекопов в течение 8 часов копала канаву. При этом в каждый момент времени работало ровно двое, а остальные играли в карты. В конце рабочего дня оказалось, что первый землекоп играл в карты 3 часа, второй — 4 часа, третий — 5 часов, четвертый — 6 часов и пятый — 7 часов. Сколько часов играл в карты шестой землекоп?

7. Пусть x, y, z — решение в натуральных числах уравнения

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{5}{3}.$$

Вычислите произведение $x y z$.

8. На какую наибольшую степень двойки делится число $101 \cdot 102 \cdot 103 \cdot \dots \cdot 199 \cdot 200$?

9. Робинзон Крузо гуляет по необитаемому острову, имеющему форму треугольника ABC со сторонами $AB = 9, BC = 11, AC = 13$. В каждый момент прогулки он идет параллельно какой-нибудь стороне треугольника; дойдя до берега, Робинзон поворачивает и продолжает идти прямо вглубь острова параллельно другой стороне; дойдя еще раз до берега — опять поворачивает, и т.д. Прогулка начинается на стороне AC из точки M , для которой $AM = 5$. Первоначально Робинзон движется параллельно стороне BC ; прогулка заканчивается, когда он вернется в точку M . Найти разность между длиной пути, пройденного Робинзоном Крузо параллельно стороне AC и длиной пути, пройденного им параллельно стороне AB .

10. На прямой выбрана 101 точка. Любые две из выбранных точек соединим отрезком и отметим на нем точку, делящую этот отрезок пополам. Какое минимальное число новых точек может при этом получиться?

Межрегиональная многопрофильная олимпиада ГУ-ВШЭ.
МАТЕМАТИКА, 9 класс.

Ответы.

Задача 1. Ответ: 6.

Задача 2. Ответ: 52.

Задача 3. Ответ: 2.

Задача 4. Ответ: 18.

Задача 5. Ответ: 167.

Задача 6. Ответ: 7.

Задача 7. Ответ: 2.

Задача 8. Ответ: 100.

Задача 9. Ответ: 4.

Задача 10. Ответ: 100.