Математические заметки

Том 88 выпуск 2 август 2010

УДК 517.91

Конечно-гладкая локальная эквивалентность автономных систем с одним нулевым корнем

В. С. Самовол

В статье рассматриваются автономные системы обыкновенных дифференциальных уравнений в окрестности невырожденной особой точки, у которых матрица линейной части имеет одно нулевое собственное значение, а остальные собственные значения лежат вне мнимой оси. Доказывается, что для таких систем задача о конечно-гладкой эквивалентности решается по конечным отрезкам рядов Тейлора их правых частей.

Библиография: 7 названий.

Введение. Данная работа является продолжением исследований, начатых в [1], [2], где анализировались системы обыкновенных дифференциальных уравнений, матрица линейной части которых имеет одно нулевое собственное число, в то время как другие собственные числа лежат вне мнимой оси. Для краткости такие системы мы называем *системами с одним нулевым корнем*. Мы изучим задачу локальной конечно-гладкой эквивалентности систем уравнений указанного вида, ряды Тейлора правых частей которых отличаются членами высокой степени (так называемая задача о конечно-определенных ростках векторных полей). В большинстве работ, посвященных данной тематике, исследуются системы с невырожденной особой точкой (эта проблематика в значительной мере отражена в книге [3]). По поводу частично вырожденных систем см. [4]. В работах [5], [6] исследована задача о бесконечно гладкой эквивалентности формально эквивалентных систем с одним нулевым корнем или двумя чисто мнимыми корнями матрицы линейной части. Наш подход к решению задачи конечно-гладкой эквивалентности базируется на приведении таких систем к некоторой специальной нормальной форме (см. [2]). Хотя при этом используются преобразования с особенностями, тем не менее, предлагаемый метод позволяет установить критерий конечно-гладкой эквивалентности рассматриваемых систем.

Рассмотрим вещественную автономную систему

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} = Q(\xi), \tag{1}$$

где $\xi, Q(\xi) \in \mathbb{R}^{n+1}$, $n > 0$, $Q(\xi)$ – функция класса C^∞ в некоторой окрестности начала координат, $Q(0) = 0$, матрица $\widetilde{A} = Q'(0)$ имеет n собственных чисел, лежащих вне мнимой оси и одно нулевое собственное число.

в результате которого функции $a_s^2(u)$, $b_s^2(u)$ станут равными нулю. При этом $|d_i(v)| = o(|v|^{N_1-p})$, $0 \leqslant i \leqslant n$.

После данных преобразований появляются новые мономы $w^{\widetilde{s}}$, где $|\widetilde{s}| > |s|$, коэффициенты при которых будут функциями, зависящими от переменной v, причем ряды Тейлора этих функций будут начинаться с членов степени выше $N_1 - p$. С помощью конечного числа преобразований вида (25) все эти мономы при $|\widetilde{s}| \leqslant \widetilde{N}$ также последовательно устраняются по мере их возрастания. Очевидно, что итоговое преобразование будет отличаться от тождественного на функцию, принадлежащую Ω. Таким образом, наша система может быть приведена к требуемому виду. Теорема 2 доказана.

Автор выражает глубокую благодарность А. Д. Брюно за полезные обсуждения, способствующие существенному улучшению изложения результатов работы.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

[1] В. С. Самовол, “Нормальная форма автономной системы с одним нулевым корнем”, *Матем. заметки*, **75**:5 (2004), 711–720.

[2] В. С. Самовол, “О новых резонансах и нормальной форме автономной системы с одним нулевым корнем”, *Матем. заметки*, **88**:1, 63–77.

[3] Ф. Хартман, *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, Мир, М., 1970.

[4] В. С. Самовол, “Эквивалентность систем дифференциальных уравнений в окрестности особой точки”, Тр. ММО, **44**, Изд-во МГУ, М., 1982, 213–234.

[5] А. Н. Кузнецов, “Дифференцируемые решения вырождающихся систем обыкновенных уравнений”, *Функц. анализ и его прил.*, **6**:2 (1972), 41–51.

[6] Г. Р. Белицкий, “Гладкая эквивалентность ростков векторных полей с одним нулевым или парой чисто мнимых собственных значений”, *Функц. анализ и его прил.*, **20**:4 (1986), 1–8.

[7] В. Вазов, *Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений*, Мир, М., 1968.

В. С. Самовол
Государственный университет – Высшая школа экономики
E-mail: 555svs@mail.ru

Поступило
17.11.2008
Исправленный вариант
26.11.2009