



УДК 517.91

## О новых резонансах и нормальной форме автономных систем с одним нулевым корнем

В. С. Самовол

В статье рассматриваются автономные системы обыкновенных дифференциальных уравнений в окрестности невырожденной особой точки, у которых матрица линейной части имеет одно нулевое значение, а остальные собственные значения лежат вне мнимой оси. Исследуется приводимость таких систем к полиномиальной нормальной форме.

Библиография: 8 названий.

**Введение.** Данная работа является продолжением исследований, начатых в [1], где анализировались системы обыкновенных дифференциальных уравнений, матрица линейной части которых имеет одно нулевое собственное число, в то время как другие собственные числа лежат вне мнимой оси. Для краткости в дальнейшем будем такие системы называть системами с одним нулевым корнем. В работе изучается вид нормальной формы и приводимость к ней указанной вещественной автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений в окрестности особой точки. Нормальная форма систем обыкновенных дифференциальных уравнений достаточно хорошо изучена. В частности, подробно исследована задача аналитической приводимости к нормальной форме (см., например, [2]). В большинстве работ, посвященных данной тематике, исследуются системы с невырожденной особой точкой (или инвариантным многообразием), в то время как даже слабо вырожденные системы весьма мало исследованы. По поводу частично вырожденных систем см. [3]. В работах [4], [5] исследована задача о бесконечно гладкой эквивалентности формально эквивалентных систем с одним нулевым корнем или двумя чисто мнимыми корнями матрицы линейной части. Большое число работ посвящено задаче конечно-гладкой эквивалентности систем с невырожденной линейной частью; эта проблематика в значительной мере отражена в книге [6]. В данной работе мы рассмотрим класс преобразований с особенностями и покажем, что с помощью таких преобразований можно получить весьма полезную информацию о нормальной форме.

Рассмотрим вещественную автономную систему

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} = Q(\xi), \quad (1)$$

Проводя индуктивное рассуждение, получаем во всех рассматриваемых случаях существование формального преобразования, приводящего систему к виду, где

$$a_s^i(u) = \sum_{r=0}^q a_{sr}^i u^r + a_{s\tilde{N}}^i u^{\tilde{N}}, \quad \tilde{N} = \tilde{N}(s, i),$$

т.е. правая часть системы будет представлять собой сумму неустранимых мономов. Теорема 3 доказана.

Следствием данной теоремы являются теоремы 4 и 5 (см. введение).

Автор выражает глубокую благодарность А. Д. Брюно за полезные обсуждения, способствующие существенному улучшению изложения результатов работы.

### СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] В. С. Самовол, “Нормальная форма автономной системы с одним нулевым корнем”, *Матем. заметки*, **75**:5 (2004), 711–720.
- [2] А. Д. Брюно, *Локальный метод нелинейного анализа дифференциальных уравнений*, Наука, М., 1979.
- [3] В. С. Самовол, “Эквивалентность систем дифференциальных уравнений в окрестности особой точки”, *Тр. ММО*, **44**, Изд-во Моск. ун-та, М., 1982, 213–234.
- [4] А. Н. Кузнецов, “Дифференцируемые решения вырождающихся систем обыкновенных уравнений”, *Функц. анализ и его прил.*, **6**:2 (1972), 41–51.
- [5] Г. Р. Белицкий, “Гладкая эквивалентность ростков векторных полей с одним нулевым или парой чисто мнимых собственных значений”, *Функц. анализ и его прил.*, **20**:4 (1986), 1–8.
- [6] Ф. Хартман, *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, Мир, М., 1970.
- [7] Ю. Н. Бибилов, “О приводимости системы двух дифференциальных уравнений к нормальной форме”, *Дифференц. уравнения*, **7**:10 (1971), 1899–1902.
- [8] В. Вазов, *Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений*, Мир, М., 1968.

**В. С. Самовол**

Государственный университет – Высшая школа экономики

E-mail: [555svs@mail.ru](mailto:555svs@mail.ru)

Поступило

17.11.2008