

Вариант 1

1. Найдите точки экстремума функции $y = f(x^3 - 9x^2 + 24x + 10)$ и укажите их тип, если $f(x)$ – дифференцируемая монотонно убывающая функция, определенная на всей числовой прямой, и не имеющая критических точек.
2. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = y(x)$, заданной параметрически $y = 2t^2 - 3t + 1$, $x = -t^2 + 2t + 4$ в точке, соответствующей $t_0 = 2$.
3. Напишите разложение многочлена четвертой степени $P(x)$ по степеням $x - 10$, используя формулу Тейлора. Найдите $P''(10)$, если $P(10) = 4$, $P'(10) = 1$, $P'''(10) = 18$, $P^{(4)}(10) = 48$ и $P(11) = 11$.

4. Найдите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 5}{n^2 + 7} \right)^{f\left(\frac{1}{n}\right)}$, если $f(x) \sim \frac{5}{x^2}$ при $x \rightarrow 0$.

5. Проведя необходимое исследование функции $y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$, постройте эскиз ее графика (при исследовании производной ограничиться первой производной).

6. Найдите определенный интеграл $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$.

7. Найдите неопределенный интеграл $\int x \sin(3x) dx$.

Вариант 2

1. Найдите точки экстремума функции $f(5 + 45x - 3x^2 - x^3)$, и укажите их тип, если $f(x)$ – дифференцируемая монотонно убывающая функция, определенная на всей числовой прямой, и не имеющая критических точек.
2. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = y(x)$, заданной параметрически $y = 2t^2 + 4t - 10$, $x = 4t^2 - 12t + 7$ в точке, соответствующей $t_0 = 2$.
3. Напишите разложение многочлена четвертой степени $P(x)$ по степеням $x - 11$, используя формулу Тейлора. Найдите $P'''(11)$, если $P(11) = 5$, $P'(11) = 4$, $P''(11) = 6$, $P^{(4)}(11) = 72$ и $P(10) = 5$.

4. Найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4 + 2x^2}{4 - x^2} \right)^{f\left(\frac{1}{x}\right)}$, если $f(x) \sim 4x^2$ при $x \rightarrow \infty$.

5. Проведя необходимое исследование функции $y = \frac{x^4}{(x+1)^3}$, постройте эскиз ее графика (при исследовании производной ограничиться первой производной).

6. Найдите определенный интеграл $\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x + 1}}$.

7. Найдите неопределенный интеграл $\int (x + 1)e^{-x} dx$.

Вариант 1

1. $x=2$ минимум, $x=4$ максимум
2. $y = -2.5x + 13$ $(x_0, y_0) = (4, 3)$
3. $P'''(10) = 2$
4. e^{-10}
6. 2
7. $-\frac{1}{3}x \cos(3x) + \frac{1}{9} \sin(3x)$

Вариант 2

1. $x=-5$ максимум, $x=3$ минимум
2. $y = 3x + 9$ $(x_0, y_0) = (-1, 6)$
3. $P'''(11) = 12$
4. e^3
6. 2
7. $-(x + 2)e^{-x}$