Задание 1 по курсу "Алгебра 2"1 модуль

1. Сколько имеется отображений $\mathbb{Q}(\sqrt{2}$ в $\mathbb{R}$

2. Докажите что линейный оператор в векторном пространстве размерности n удовлетворяет алгебраическому уравнению степени не больше n^2. **Не создавайте себе сложностей ссылкой на теорему Гамильтона-Кэли – заставят ее доказывать.**

3. Рассмотрим кольцо состоящее из выражений $a+bi$, a, b - остатки по модулю 3, умножение определяется правилом $i^2=-1$. Является ли оно полем?

4. Рассмотрим кольцо состоящее из выражений $a+bi$, a, b - остатки по модулю 2, умножение определяется правилом $i^2=-1$. Является ли оно полем?

5. Является ли число $\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}$ примитивным элементом поля $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{2})$?

6. Докажите что число из предыдущей задачи является корнем многочлена с рациональными коэффициентами степени не выше 9.

7. Могут ли у многочлена Артина-Шраера x^p-x-a над полем вычетов по модулю p быть кратные корни?

8. Докажите что $\sqrt[3]{\sqrt[5]{7}-\sqrt[7]{5}}$ удовлетворяет уравнению не выше чем сто пятой степени.