Миникурс

Введение в модулярные формы от одной, двух, трёх,…, десяти и 26 переменных

В. А. Гриценко (Лилль)

Миникурс будет проходит по четвергам в 17.00, в аудитории 1001. Первое занятие 18.04.

Модулярные формы различных типов встречаются в теории чисел, в алгебраической геометрии, в математической физике и теории алгебр Ли. В предлагаемом курсе мы планируем представить модулярные формы в их обще математическом аспекте.

Начнём с классических примеров модулярных форм одной комплексной переменной: тэта-ряда унимодулярной решётки $E8$, ряда Эйзенштейна веса 4, функций Дедекинда и Рамануджана. Эти классические функции являются коэффициентами Тейлора модулярных форм Якоби от двух переменных. В качестве примеров форм от двух переменных мы рассмотрим тэта-функцию Якоби и функцию Вейерштрасса. На пространствах модулярных форм от одной и двух переменных действуют различные операторы. Нам потребуются квазимодулярные дифференциальные операторы и операторы Гекке.

Формы Якоби являются, в свою очередь, коэффициентами Фурье модулярных форм Зигеля от трёх переменных. Мы рассмотрим эффективную конструкцию подъёма форм Якоби, которая даёт очень много примеров модулярных форм Зигеля, имеющих многочисленные приложения в геометрии, в теории алгебр Ли и в струнной физике.

Все перечисленные выше формы являются аналитическими функциями на трубе будущего, т. е., на классической однородной области вещественной ортогональной группы сигнатуры $(2, n)$ для любого натурального n. Мы рассмотрим классические модулярные формы, формы Якоби и модулярные формы Зигеля рода 2 с этой точки зрения. Затем дадим их естественные обобщения в случае 10 и 26 переменных. В той части курса мы сделаем первые шаги по направлению к теории Борчердса (медаль Филдса 1998).

Этот вводный курс рассчитан на начинающих, но он может быть интересен и “продвинутым” слушателям.