

**ПРОГРАММА СПЕЦИАЛЬНОГО КУРСА
МНОГОМЕРНЫЙ
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ**

ВСЕВОЛОД ШЕВЧИШИН

Аннотация. Цель курса: Введение в теорию функций многих комплексных переменных и комплексную геометрию.

1. ОБЩИЙ ОБЗОР КУРСА

Многомерный комплексный анализ занимается изучением аналитических функций многих комплексных переменных, комплексных многообразий и пространств, а также связанных с ними структур.

За время своего развития многомерный комплексный анализ претерпел серьёзные изменения, в частности за счёт вовлечения новых идей и методов. Современные комплексный анализ и геометрию отличают взаимное проникновение в широкий круг различных областей математики, включая взаимное использование результатов.

Цель настоящего курса — введение в многомерный комплексный анализ, а также знакомство с базисными понятиями и основными методами.

Особое внимание будет уделено вопросам которые находят применение в алгебраической и дифференциальной геометрии.

2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ.

Базисные понятия из курсов анализа, линейной алгебры, дифференциальной геометрии и топологии из 1-го и 2-го курсов. Я надеюсь, что данный спецкурс будет доступен студентам начиная со 2-го курса, готовых подучить (или принять на веру) необходимые недостающие темы и сведения.

Полезны будут базисные сведения из алгебраической и дифференциальной геометрии, а также алгебраической топологии.

3. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

1. Базисные понятия и конструкции.

0. Комплексные числа, пространство \mathbb{C}^n , эрмитовы структуры, \mathbb{R} - и \mathbb{C} -линейные отображения.

1. Комплексная и анти-комплексная производные. Голоморфные функции, интегральная формула Коши, аналитичность голоморфных функций. Элементарные свойства голоморфных функций.

2. Алгебры голоморфных функций. Равномерная сходимости. Теорема Хартогса и феномен продолжения.

2. Локальный и глобальный комплексный анализ.

3. Ростки и локальное кольцо голоморфных функций в точке. Теоремы Вейерштрасса и свойства локального кольца \mathcal{O}_z . Мероморфные функции. Когерентные пучки.
4. Аналитические множества, комплексные многообразия и пространства, голоморфные отображения. Голоморфные векторные расслоения, линейные расслоения и дивизоры.
5. Дифференциальные формы на комплексных многообразиях, операторы d , ∂ и $\bar{\partial}$, когомологии Дольбо.

3. L^2 -теория Хёрмандера.

6. Эрмитовы метрики и интегрирование на комплексных многообразиях. Пространства L^2 -функций.
7. Элементы функционального анализа: Банаховы и гильбертовы пространства, ограниченные и замкнутые операторы, сопряжённые операторы.
8. Гармоничные формы и разложение Ходжа.
9. Эрмитова метрика и кривизна голоморфных линейных расслоений. Плурисубгармонические функции и положительные голоморфные линейные расслоения. Условие Кэлера и формула Акидзуки-Накано.
10. Теоремы о занулении когомологий Дольбо. Теорема Кодаиры о вложении.

4. Продолжение голоморфных объектов и оболочки голоморфности.

11. Проблема Леви. Оболочки голоморфности.
12. Многообразия Штейна.

4. ЛИТЕРАТУРА.

Базисным пособием будут следующие книги:

- [1] Ганнинг Р., Росси Х.: *Аналитические функции многих комплексных переменных*. 397 стр., Перев. с англ., М.: Мир, 1969.
- [2] Hörmander, L.: *An introduction to complex analysis in several variables*. 3rd edition. North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1990. xii+254 pp. ISBN: 0-444-88446-7
- [2a] Хермандер, Л.: *Введение в теорию функций нескольких комплексных переменных*. 279 стр., Перев. 1го изд. [2], М.: Мир, 1968.
- [3] Demailly, J.-P.: *Complex Analytic and Differential Geometry*, интернет-книга, можно скачать по адресу:
www-fourier.ujf-grenoble.fr/~demailly/manuscripts/agbook.pdf

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ», 117312, г. МОСКВА, УЛ. ВАВИЛОВА, Д. 7, ТЕЛ. (СЕКР.): +7 (495) 772-95-90 *4144, *4147
E-mail address: shevchishin@gmail.com