

**Программа по высшей математике для поступающих в магистратуру на
Факультет компьютерных наук
(направление подготовки магистра «Прикладная математика и информатика» 01.04.02,
магистерская программа «Науки о данных»)**

1. Линейная алгебра.

- 1.1 Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.
- 1.2 Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.
- 1.3 Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матриц.
- 1.4 Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.
- 1.5 Собственные числа и собственные векторы матрицы.
- 1.6. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

2. Математический анализ.

- 2.1 Множества. Операции над множествами. Числовые множества. Грани множеств. Множества в \mathbb{R}^n . Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества.
- 2.2 Числовые последовательности и пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы.
- 2.2 Функции одной переменной. Производные. Исследование и построение графика функции.
- 2.3 Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных.
- 2.4 Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа и ее стационарные точки. Окаймленный Гессиан. Условия второго порядка. Метод множителей Лагранжа.
- 2.5 Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их исчисление.
- 2.6 Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

3. Дифференциальные уравнения.

- 3.1 Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Понятие решения. Поле направлений. Изоклины. Интегральные кривые. Задачи Коши.
- 3.2 Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Интегрирующий множитель. Уравнения Бернулли и Риккати.
- 3.3 Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянной. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.
- 3.4 Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения по Ляпунову.
- 3.5. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена.
- 3.6. Системы линейных дифференциальных уравнений. Фазовое пространство и фазовый портрет. Понятие устойчивости решений динамической системы. Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.

4. Теория вероятностей.

- 4.1 Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.
- 4.2 Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания и дисперсии. Условное

математическое ожидание. Распределение дискретных случайных величин (биномиальное, геометрическое, распределение Пуассона).

4.3 Нормальное распределение и связанные с ним χ^2 -распределение, основные свойства.

5. Математическая статистика.

5.1. Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции).

Корреляционная связь.

5.2. Статистическое оценивание. Точечные оценки. Линейность, несмещенность, эффективность и состоятельность оценок. Интервальные оценки, доверительный интервал. Метод моментов и метод наибольшего правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.

5.3. Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень доверия и проверка значимости.

6. Множества, функции, отношения.

6.1 Диаграммы Венна. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Векторы, их проекции. Прямое произведение множеств.

6.2 Соответствия и их свойства. Взаимно однозначные соответствия. Понятие функции. Обратные функции. Суперпозиции и формулы. Способы задания функций.

6.3 Общее понятие отношения. Бинарные отношения и их свойства (рефлексивность, симметричность, транзитивность). Отношение эквивалентности. Отношение частичного порядка. Линейный порядок. Строгий порядок.

7. Математическая логика

7.1 Основные понятия логики: высказывания и рассуждения. Основные логические связи. Алгебра высказываний. Логические функции и способы их задания - таблицы и формулы.

7.2 Алгебраический подход к логике. Функциональная полнота. Булева алгебра и ее законы. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Алгебра Жегалкина. Линейные и монотонные функции. Функциональная полнота.

7.3 Логика предикатов первого порядка. Правильно построенная формула. Аксиомы и правила вывода. Выводимость. Интерпретация. Выполнимость. Общезначимость. Теорема дедукции. Теорема о полноте. Логические теории.

8. Теория графов

8.1 Неориентированные и ориентированные графы, мультиграфы. Смежность и инцидентность. Способы представления графов. Матрица смежности. Графы и бинарные отношения. Изоморфизм графов. Полные графы и клики.

8.2 Пути, циклы, цепи, простые цепи. Связность и расстояния. Центр, радиус, диаметр графа. Обходы графов. Ациклические графы и топологическая сортировка. Матрицы графов и операции над ними.

8.3 Двудольные графы. Паросочетания. Деревья и их свойства.

Литература

В.А. Ильин, Э. Г. Позняк	Линейная алгебра	М. Наука. Физматлит, 1999 - 296 с. - Учеб. для вузов 4-е изд.
Ильин В.А., Позняк Э.Г.	Основы математического анализа	Учеб. для вузов, 7-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 648 с. — (Курс высшей математики и математической физики)
Кудрявцев Л.Д.	Математический анализ, т. 1,2	Учеб. пособие для вузов: в 2-х т. - М.: Высш. шк., 1970.
Фихтенгольц Г.М.	Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт. 1-3.	8-е издание. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 680 с., 864 с., 728 с.
Под редакцией Б.П. Демидовича	Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов	Издание шестое, стереотипное. - М.: Наука, 1968. - 472 с. - илл.
Понтрягин Л.С.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	М.: Наука, 1974. - 331 с. Изд. 4-е.
Филипов А.Ф	Сборник задач по	М.: Интеграл-Пресс, 1998 г. - 208 стр.

	дифференциальным уравнениям	
Гнеденко Б. В.	Курс теории вероятностей	8-е изд., испр. и доп. Учебник. М.: "Едиториал УРСС", 2005. - 448 с. (серия "Классический университетский учебник").
Крамер Г.	Математические методы статистики	М.: Мир, 1975. - 648 с.
Шведов А.С.	Теория вероятностей и математическая статистика	2-е изд., перераб. и доп.. - Москва : ГУ ВШЭ, 2005. - 252, [1] с. - (Учебники высшей школы экономики).
Кузнецов О.П.	Дискретная математика для инженера	Учебное пособие. 6-е изд., стер. — СПб.: Издательство «Лань», 2009. — 400 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).
Новиков Ф. А.	Дискретная математика для программистов	Учебник для вузов. 3-е изд. — СПб.: Питер, 2009. — 384 с.: ил. — (Серия «Учебник для вузов»),
Оре О.	Теория графов	М. : Наука, 1980.— 336 с., ил.