

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет  
«Высшая школа экономики»

Факультет математики

*На правах рукописи*

Латышев Александр Михайлович  
**Теоретическое описание транспорта в связанных  
низкоразмерных сверхпроводниках**

Резюме диссертации  
на соискание ученой степени  
кандидата математических наук

Научный руководитель  
кандидат физико-математических наук  
доцент Семенов Андрей Георгиевич

Москва - 2022

# Введение

## 0.1 Квантовые проскальзывания фазы

Квантовые флуктуации оказывают значительное влияние на физику сверхпроводящих нанопроводов при достаточно низких температурах, делая их поведение существенно отличным от поведения объемных сверхпроводящих образцов [ZG19, SZ13, AGZ08, SZ22]. Большое количество интересных свойств таких нанопроволок связано с эффектами квантового проскальзывания фазы (QPS), которые представляют собой пространственно-временные конфигурации, в которых в окрестности некоторых точек  $x = x_0$  порядка длины когерентности  $\xi$  сверхпроводящего провода в пространстве-времени абсолютное значение параметра порядка  $\Delta = \Delta_0(x, t)e^{i\varphi(x, t)}$  обращается в ноль, при этом происходит скачок фазы на  $\pm 2\pi$  Рис 1 [ZG19, LMB<sup>+</sup>01, Hav10]. Как хорошо известно из теории Голубева-Заикина [ZG19, vOGZB99], основной динамической переменной сверхпроводящей проволоки в низко энергетическом пределе оказывается фаза параметра порядка, эффективное действие для которой является следующим функционалом

$$S_{eff}[\varphi] = \frac{Cv}{8e^2} \int dt \int dx \left( \frac{1}{v} (\partial_t \varphi(x, t))^2 + v (\partial_x \varphi(x, t))^2 \right),$$

где  $C$ -геометрическая емкость единицы длины провода,  $v \propto \sqrt{s}$  - скорость плазменных возбуждений в системе. Согласно соотношению Джозефсона  $V = \dot{\varphi}/2e$ , первое слагаемое в эффективном действии связано с емкостной энергией провода, тогда как второе слагаемое соответствует магнитной энергии сверхпроводящего конденсата. Интенсивность фазовых флуктуаций управляется безразмерным параметром  $\lambda = \pi Cv/4e^2$ .

Эффективное действие на (QPS) конфигурации велико, и амплитуда проскальзываний фазы на единицу длины провода  $\gamma_{QPS}$  экспоненциально подавлена

$$\gamma_{QPS} \sim \frac{g_\xi \Delta_0}{\xi} e^{-ag_\xi},$$

где  $g_\xi = R_q/R_\xi$ -безразмерный кондактанс участка проволоки размера длины когерентности  $\xi$ ,  $R_q = 2\pi/e^2$ -квантовое сопротивление и  $R_\xi$ -сопротивление нормального участка проволоки,  $a \approx 1$ -численный префактор.

Каждый процесс (QPS) генерирует плазменные возбуждения со звуковым спектром  $\omega = kv$ , которые распространяются вдоль провода со скоростью  $v$  и взаимодействуют с другими (QPS).

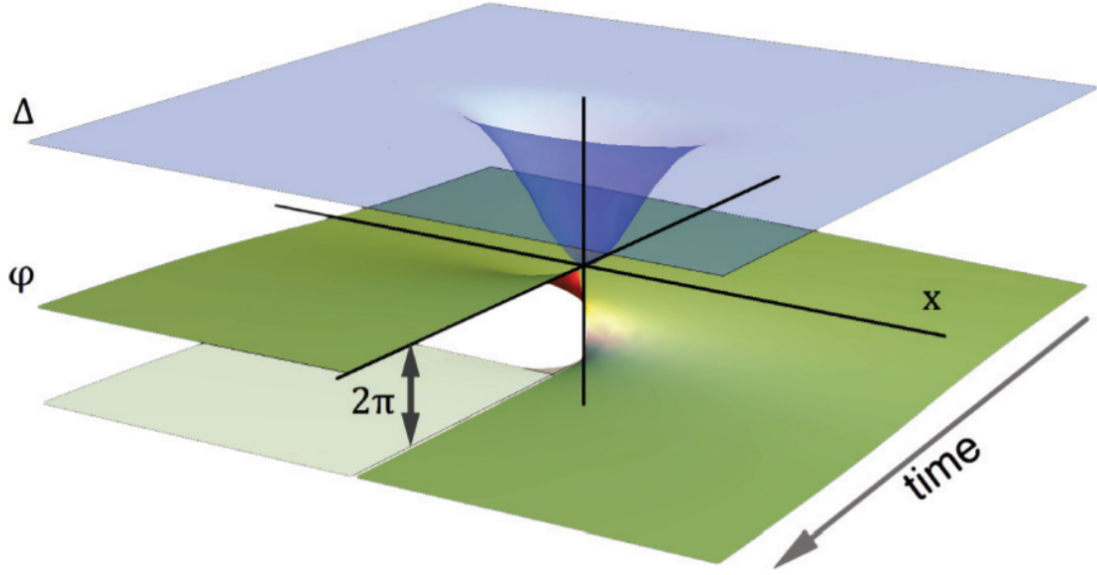


Рис. 1: QPS конфигурация.

Такие возбуждения носят название плазменных мод Муи-Шона [MS85]. Наличие данных плазменных возбуждений является важной особенностью длинных сверхпроводящих нанопроволок, приводящих к ряду интересных эффектов. В частности, теоретически предсказанное [RSZ17, RSZ19] и экспериментально обнаруженное [ALR<sup>+</sup>17, ALR<sup>+</sup>21] размывание корневой сингулярности в плотности состояний (DOS) вблизи сверхпроводящей щели, сопровождаемой неисчезающим хвостом в плотности состояний при подщелевых энергиях.

Обмен плазмонами Муи-Шона дает логарифмическое взаимодействие, которое на больших расстояниях  $R$  пропорционально  $\sim \lambda \log(R/\xi)$ , в пространстве-времени между различными квантовыми проскальзываниями фазы. Как видно из формы взаимодействия, его величина контролируется параметром  $\lambda$ , а следовательно диаметром провода (площадью поперечного сечения). Для достаточно толстых проволок сила данного взаимодействия достаточно велика, поэтому проскальзывания фазы существуют только в связанных парах. В данной фазе  $\gamma_{QPS}$  является малым параметром и поэтому влияние (QPS) можно исследовать пертурбативно. Эффект взаимодействия различных QPS может существенно влиять на транспортные свойства тонкого сверхпроводящего провода, в частности приводит к появлению конечного сопротивления сверхпроводящей проволоки  $R(T) \propto \gamma_{QPS}^2 T^{2\lambda-3}$ , которое стремится к нулю в пределе  $T \rightarrow 0$ , демонстрируя сверхпроводящее поведение, что согласуется с результатами экспериментальных работ [LMB<sup>+</sup>01, BLT00, ZRTA08, BCA<sup>+</sup>16]. Исследование резистивного состояния сверхпроводящего провода, обусловленного QPS явлениями проводилось методом мнимой части свободной энергии во мнимом времени в работе [AGZ08], а также в технике Келдыша в работах [ZGvOZ97, SZ16]. Кроме того, была продемонстрирована полная эквивалентность двух данных подходов [SZ17].

Интересно также отметить, что согласно флуктуационной диссипационной теореме FDT проскальзывания фазы также генерируют шум напряжения в сверхпроводящих проводах. Особый

интерес представляет изучение неравновесного шума напряжения, который в низкочастотном пределе описывается Пуассоновой статистикой. Спектральная мощность  $S(\omega)$  такого шума имеет степенную зависимость от протекающего внешнего тока  $I$ . Данный шум может быть обусловлен как проскальзываниями фазы, обусловленными термическими явлениями (TAPS), так и квантовым туннелированием (QPS). На нулевой частоте шум напряжения обусловленный TAPS и QPS процессами, имеет Пуассонову статистику. Интересным наблюдением является то, что на конечных частотах (на малых временах) шум напряжения индуцированный процессами QPS уже не удовлетворяет Пуассоновой статистике и демонстрирует довольно нетривиальное поведение [SZ16].

С другой стороны, взаимодействие между (QPS) в ультратонких (порядка 10 нм и тоньше) проводах слабое, таким образом проскальзывания фазы распарены и следовательно фаза сверхпроводящего параметра порядка сильно флуктуирует вдоль проволоки. Параметр  $\gamma_{QPS}$  становится большим, так что эффект взаимодействия (QPS) перестает быть пертурбативным. В данном случае провод теряет длинно-масштабные сверхпроводящие свойства, его полное сопротивление остается конечным и более того растет с понижением температуры. Таким образом, в данном пределе сверхпроводящий провод обнаруживает изоляторное поведение при  $T \rightarrow 0$ . При нулевой температуре переход между этими двумя режимами происходит как квантовый фазовый переход (QPT) регулируемый диаметром провода. Здесь и далее данный тип квантового фазового перехода мы будем называть переход сверхпроводник-изолятор (SIT).

Удивительным образом оказывается, что в литературе практически не исследовались эффекты влияния QPS процессов на транспортные свойства связанных сверхпроводящих систем. При этом в данной области имеется большое количество интересных вопросов, как с чисто теоретической, так и прикладной точек зрения. В частности в работе [Ari07], при исследовании транспортных свойств системы связанных Латтинжеровых жидкостей, было показано, что эффект Кулоновского увлечения в такой системе имеет место, только при наличии нелинейности (кривизны) в спектре.

Настоящая диссертация посвящена исследованию влияния QPS процессов на транспортный свойства систем электростатически связанных сверхпроводящих нанопроволок. В связи с этим были поставлены следующие задачи:

- Исследовать динамику плазменных мод Муи-Шона в связанной системе проволок
- Исследовать нелокальные флуктуации напряжения в такой системе, в частности вычислить первый и второй кумулянты напряжения, описывающие соответственно среднее напряжение и спектральную мощность шума.
- Провести ренормгрупповой анализ данной системы и найти точку фазового перехода БКТ.
- Исследовать индуцированный влиянием QPS эффект увлечения в системе связанных проволок

## 0.2 Основные результаты

В **первой** главе проведен анализ влияния квантовых флуктуаций на критические и транспортные свойства систем тонких связанных сверхпроводящих проводов.

- Исследована квазиклассическая динамика плазменных возбуждений в такой системе. Показано, что за счет электромагнитной связи в каждом проводе происходит расщепление плазменных мод на пары, распространяющихся со скоростями  $v_+$  и  $v_-$

$$v_{\pm} = \frac{1}{2k} \left[ \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2k} \pm \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 4C_m^2v_1^2v_2^2}}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2k}} \right],$$

в противоположные стороны, формируя эффективное диссипативное окружение взаимодействующее с электронами внутри проводов. Наглядная картинка описывающая временную эволюцию мод Муи-Шона и соответственно импульсов напряжения в первом и втором проводе изображена на Рис 2.

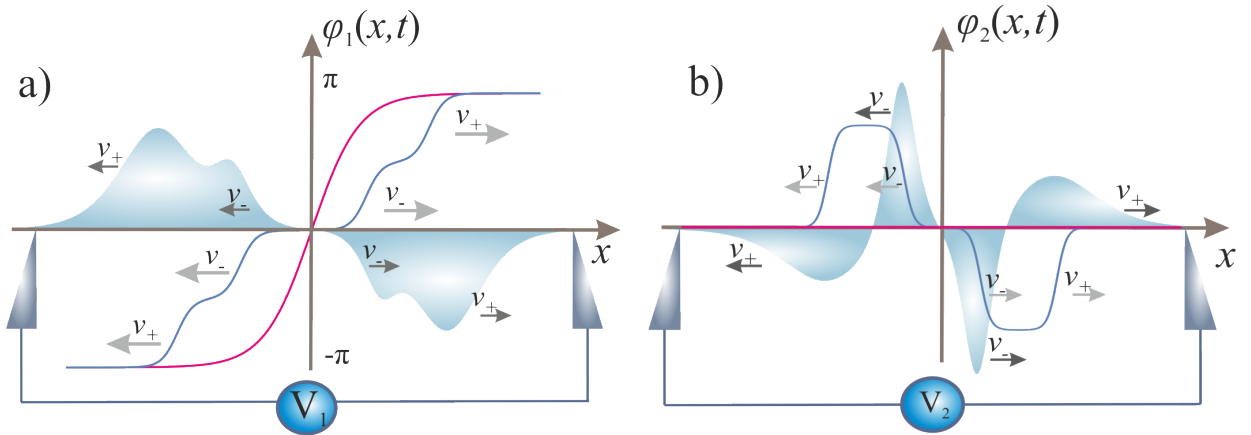


Рис. 2: Эволюция сверхпроводящей фазы в первом (а) и втором (б) проводах при начальных конфигурациях (QPS в первом проводе, и нулевом условии во втором), а также соответствующие им импульсы напряжения распространяющихся вдоль проводов. Каждый из этих импульсов напряжения расщепляется на два, со скоростями  $v_{\pm}$ .

Данный результат может иметь важное значение для описания низкотемпературных транспортных свойств систем связанных сверхпроводящих нанопроволок. К примеру, поведение флуктуаций электронной плотности (DOS) в каждом проводе разное для взаимодействующего и невзаимодействующего случаев [RSZ17, RSZ19, ALR<sup>+</sup>17].

- Проведено исследование влияния емкостной связи между проводами на критические свойства систем тонких связанных проволок. В лидирующем порядке получена система связанных ренормгрупповых уравнений ВКТ типа

$$\frac{dy_i}{d \log \Lambda} = (2 - \lambda_{ii})y_i, \quad i = 1, 2,$$

где  $\lambda_{ii}$ -диагональные компоненты матрицы

$$\tilde{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{v_1^2} + \frac{1}{v_2^2} + \frac{2\sqrt{1-\frac{C_m^2}{C_1C_2}}}{v_1v_2}}} \begin{bmatrix} \lambda_1 \left( \frac{1}{v_1} + \frac{\sqrt{1-\frac{C_m^2}{C_1C_2}}}{v_2} \right) & R_q C_m / 8 \\ R_q C_m / 8 & \lambda_2 \left( \frac{1}{v_2} + \frac{\sqrt{1-\frac{C_m^2}{C_1C_2}}}{v_1} \right) \end{bmatrix}.$$

Таким образом, продемонстрировано, что взаимодействие между квантовыми проскальзываниями фазы в одном проводе модифицируется за счет эффекта распространения плазменных мод Муи-Шона в другом проводе. Поскольку диагональные компоненты  $\lambda_{ii}$  существенно зависят от параметра взаимодействия  $C_m$  между проводами, изменяя расстояние между ними можно существенно влиять на их критические свойства.

Так к примеру, согласно фазовым диаграммам, изображенным на Рис. 3. сверхпроводящие

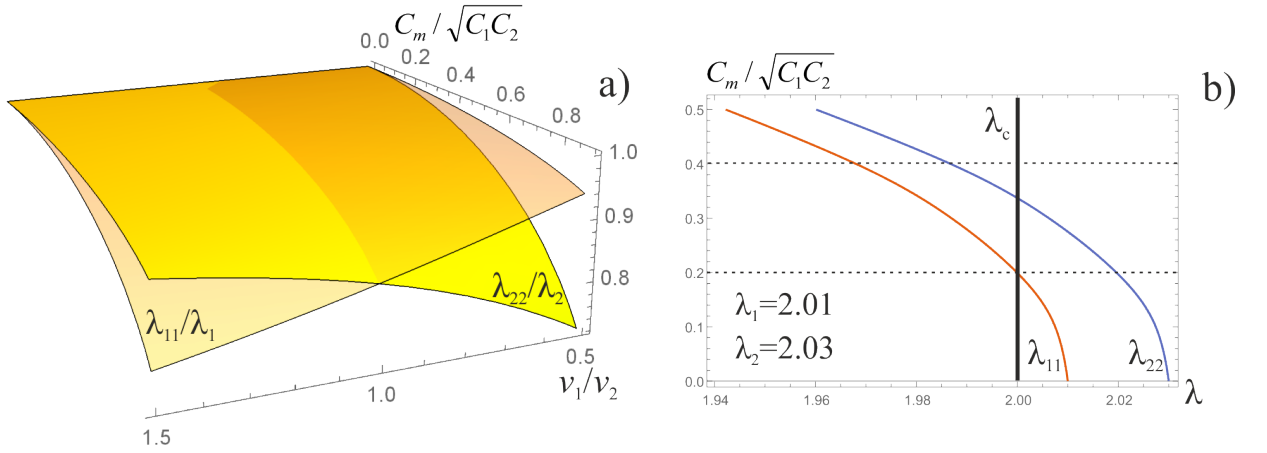


Рис. 3: а) Критические поверхности соответствующие SIT при  $\lambda_{11} = 2$  и  $\lambda_{22}=2$ . б) Фазовая диаграмма для сверхпроводящих проволок, связанных емкостной связью с  $\lambda_1 = 2.01$  и  $\lambda_2 = 2.03$ . Обе кривые  $\lambda_{11}(C_m)$  и  $\lambda_{22}(C_m)$  уменьшаются и пересекают критическую линию  $\lambda_c = 2$  с увеличением взаимной емкости  $C_m$ .

провода могут стать изоляторами при определенных значениях  $C_m$ . В главе также рассмотрено обобщение полученных результатов на сверхпроводящий провод более сложной геометрии в форме меандра.

Во **второй** главе проведено исследование нелокальных флуктуаций напряжения в системе изображенной на Рис. 4. Основной интерес представляло изучения флуктуаций напряжения во втором проводе, генерируемых QPS процессами в первом.

- Вычислено среднее напряжения обоих проволок в такой системе. Соответствующее выражение имеет вид

$$\left\langle \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \right\rangle = \begin{bmatrix} \Phi_0 (\Gamma_{QPS}(I\Phi_0) - \Gamma_{QPS}(-I\Phi_0)) \\ 0 \end{bmatrix},$$

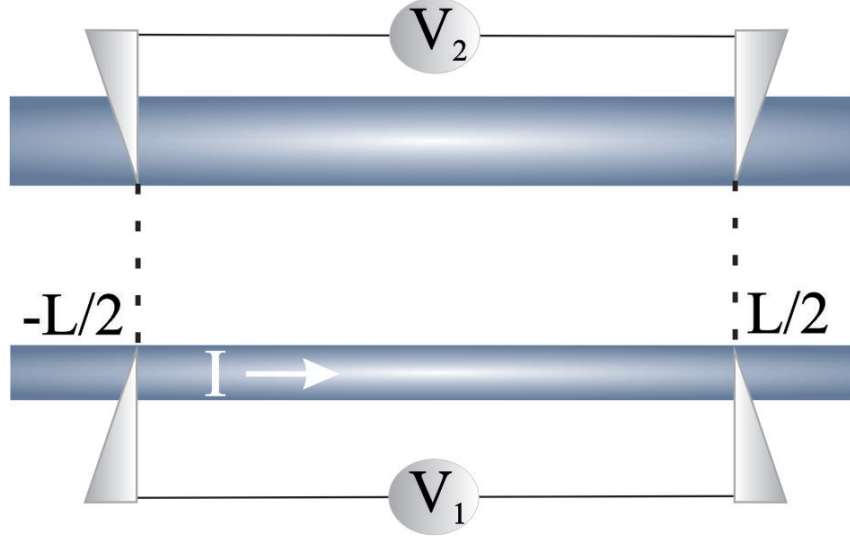


Рис. 4: Сверхпроводящие провода связанных емкостной связью  $C_m$ . Первый провод полагается достаточно тонким, так что в нем возможны QPS процессы, тогда как во втором они подавлены по толщине. Также полагается что через первый провод течет внешний ток  $I$

где

$$\Gamma_{QPS}(\omega) = \gamma_{QPS}^2 (2\pi T \tau_0)^{2\lambda_{11}} e^{\frac{\omega}{2T}} \frac{|\Gamma(\lambda_{11} + \frac{i\omega}{2\pi T})|}{16\pi T \Gamma(2\lambda_{11})}$$

определяет скорость распада токовых состояний в первом проводе за счет QPS процессов. Было также показано, что добавление линейного диссипативного элемента в систему дает аналогичный результат, в частности оставляет нулевым среднее напряжения во втором проводе.

- Получено выражение для спектральной мощности шума  $S_2(\omega)$  для второго провода на конечной частоте

$$\begin{aligned} S_2(\omega) = & iG_{V_2V_2}^K(\omega) + \left( \frac{1}{2} G_{V_2\chi_1}^R(x_{qps}, \omega) G_{V_2\chi_1}^R(x_{qps}, -\omega) \right. \\ & \times \sum_{\pm} [\Gamma_{QPS}(\omega \pm I\Phi_0)] + G_{V_2\chi_1}^R(x_{qps}, \omega) G_{V_2\chi_1}^K(x_{qps}, \omega) \\ & \left. \times \sum_{\pm} [\Gamma_{QPS}^R(\omega \pm I\Phi_0) - \Gamma_{QPS}^R(\pm I\Phi_0)] + (\omega \rightarrow -\omega) \right), \end{aligned}$$

которое содержит вклады как от равновесного шума Джонсона-Найквиста, так и неравновесный вклад индуцированный QPS процессами в первом проводе. В пределе, когда время за которое импульсы напряжения достигают контактов напряжения мало, вклад индуциро-

ванный QPS процессами принимает простой вид

$$S_2^{QPS}(\omega) = \tau_{21}^2 \Phi_0^2 \omega^2 \sum_{\pm} \left[ \left( 2n_B + \frac{3}{2} \right) \Gamma_{QPS}(-\omega \pm I\Phi_0) - \left( 2n_B + \frac{1}{2} \right) \Gamma_{QPS}(\omega \pm I\Phi_0) \right],$$

график которого изображен на Рис. 5. Таким образом показано, что флуктуации напря-

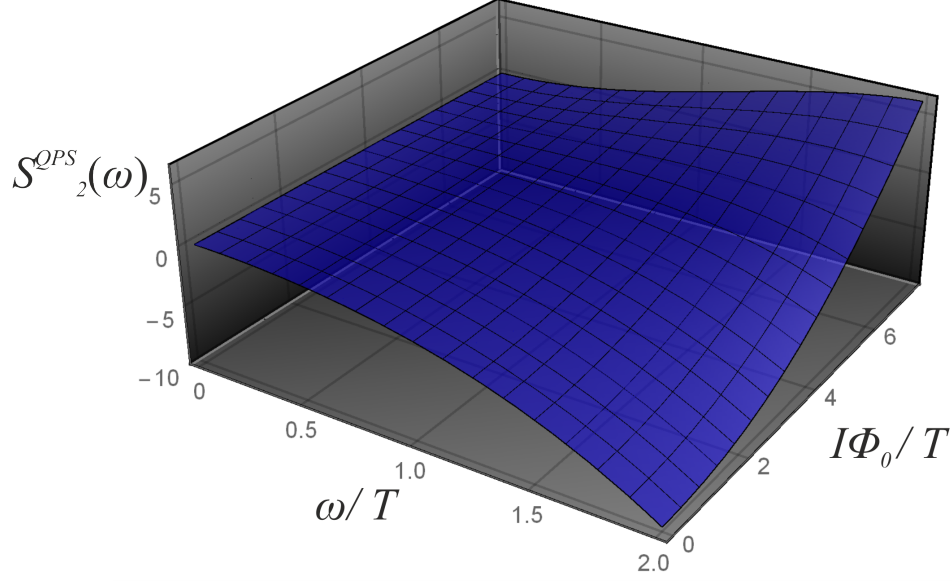


Рис. 5: Спектральная мощность шума во второй проволоке индуцированного проскальзываниями фазы в первой проволоке (в условных единицах)

жения во втором проводе существенно зависят от протекающего в первой проволоке тока. Однако данные флуктуации имеют место и в пределе  $I \rightarrow 0$ , т.е. остаются и в равновесном случае. Интересно отметить, что при некоторых значениях внешнего тока,  $S_2^{QPS}(\omega)$  может принимать отрицательные значения, что видно из Рис. 5. При этом, было также показано, что равновесный вклад  $G_{V_2 V_2}^K$  параметрически больше чем  $S_2^{QPS}(\omega)$ , так что спектральная мощность шума  $S_2(\omega)$  остается положительной, что согласовано с общими принципами.

**Третья** глава посвящена исследованию эффекта Кулоновского увлечения в системе тонких сверхпроводящих проволок связанных емкостной связью. Основным интерес представляет получение ненулевого среднего напряжения во втором проводе, при условии протекания внешнего тока в первом.

- На основе анализа динамики плазменных возбуждений в рассматриваемой системе, было продемонстрировано, что для получения ненулевого среднего напряжения во втором проводе, необходимо наличие нелинейного элемента в системе. Что согласуется с результатами работ, посвященным эффектам Кулоновского увлечения в различных системах [BSS19], [Ari07]. Таким нелинейным элементом в рассматриваемой системе могут служить соответствующие QPS во втором проводе. Тогда импульсы напряжения во втором проводе, генерируемые QPS процессами в первом будут нелинейным образом взаимодействовать с QPS



во втором проводе, что приведет к асимметрии вкладов на контактах напряжения и соответственно к ненулевому среднему напряжению.

- Поскольку Гамильтониан взаимодействия, описывающий QPS процессы, представим в виде суммы вершинных операторов  $\hat{L}_i^\sigma(x, \tau) = e^{i\sigma\hat{\chi}_i(x, \tau)}$  туннелирования кванта потока  $\Phi_0$

$$H_{int}(t) = -\frac{\gamma_1}{2} \sum_{\sigma=\pm} \int_{-L/2}^{L/2} dx_1 \hat{L}_1^\sigma(x_1, t) e^{i\sigma I \Phi_0 t} - \frac{\gamma_2}{2} \sum_{\sigma=\pm} \int_{-L/2}^{L/2} dx_1 \hat{L}_2^\sigma(x_1, t),$$

то для вычисления индуцированного напряжения во втором проводе удобнее всего оказалось использовать операторную теорию возмущений, где среднее по ансамблю вычисляется как

$$\langle \hat{V}_2(t) \rangle = \sum_{k=1}^N (-i)^k \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \cdots \int_{-\infty}^{t_{k-1}} dt_k \times \langle [[\hat{V}_2^0(t), \hat{H}_{QPS}(t_1)], \hat{H}_{QPS}(t_2)], \cdots, \hat{H}_{QPS}(t_k)] \rangle.$$

Таким образом пертурбативное вычисление среднего напряжения во втором проводе свелось к анализу многократных коммутаторов от  $\hat{L}_i^\sigma$  операторов.

- Получено выражение для индуцированного напряжения во втором проводе пертурбативно по QPS амплитудам  $\gamma_1, \gamma_2$  первого и второго проводов соответственно. Показано, что лидирующий порядок такого разложения пропорционален  $\gamma_1^2 \gamma_2^2$ . Было также продемонстрировано, что индуцированное напряжение может быть представлено в виде суммы трех вкладов, каждый из которых пропорционален оператору вида

$$\langle \hat{L}_{2ijk}^{\sigma_1 \dots \sigma_4}(t_1, x_1; \dots t_4, x_4) \rangle = \langle e^{i\sigma_1 \hat{\chi}_2(x_1, t_1) + i\sigma_2 \hat{\chi}_i(x_2, t_2) + i\sigma_3 \hat{\chi}_j(x_3, t_3) + i\sigma_4 \hat{\chi}_k(x_4, t_4)} \rangle, \quad i, j, k = 1, 2.$$

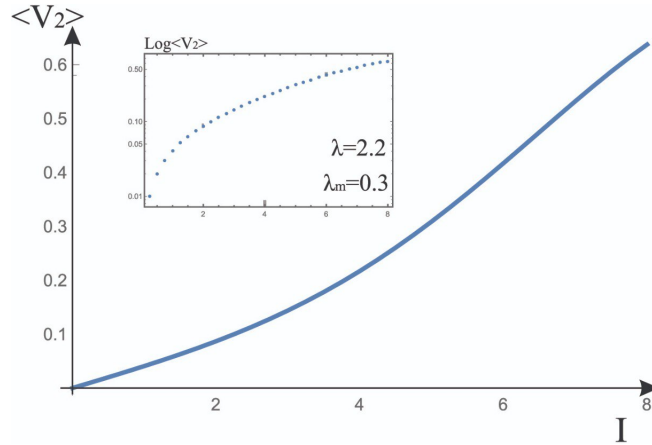


Рис. 6: Вольт-амперная характеристика для индуцированного напряжения  $\langle V_2(t) \rangle$  в пределе  $I\Phi_0 \gg T$ .

- Построена соответствующая вольт-амперная зависимость для индуцированного напряжения во втором проводе в пределе  $I\Phi_0 \gg T$ , представленная на Рис. 6.
- Продемонстрировано, что в низкотемпературном пределе кросс-сопротивление второго провода как функция внешнего тока в первом ведет себя как  $R_{21} \sim \gamma_1^2 \gamma_2^2 I^{4\lambda-7}$ . В противоположном случае  $I\Phi_0 \ll T$ , кросс-сопротивление является степенной функцией температуры, демонстрируя универсальное поведение  $R_{21} \sim \gamma_1^2 \gamma_2^2 T^{4\lambda-7}$ .

### Диссертация основана на трёх публикациях.

1. Латышев А., Семенов А. Г., Заикин А. Д. *Флуктуации напряжения в системе сверхпроводящих нанопроволок, связанных емкостной связью* //Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. – 2020. – Т. 33. – №. 8. – С. 2329-2334.
2. Латышев А., Семенов А. Г., Заикин А. Д. *Фазовый переход сверхпроводник-изолятор в системе связанных сверхпроводящих нанопроволок* //Beilstein journal of nanotechnology. – 2020. – Т. 11. – №. 1. – С. 1402-1408.
3. Латышев А., Семенов А. Г., Заикин А. Д. *Плазменные моды в сверхпроводящих нанопроволках, связанных емкостной связью* //Beilstein Journal of Nanotechnology. – 2022. – Т. 13. – №. 1. – С. 292-297.

### Литература

- [AGZ08] K Yu Arutyunov, Dmitri S Golubev, and Andrej Dmitievič Zaikin. Superconductivity in one dimension. *Physics Reports*, 464(1-2):1–70, 2008.
- [ALR<sup>+</sup>17] K Yu Arutyunov, Janne S Lehtinen, AA Radkevich, AG Semenov, and AD Zaikin. Density of states of narrow superconducting channels in the regime of quantum fluctuations of the order parameter. *Physics of the Solid State*, 59(11):2110–2113, 2017.
- [ALR<sup>+</sup>21] Konstantin Yu Arutyunov, Janne S Lehtinen, Alexey Radkevich, Andrew G Semenov, and Andrei D Zaikin. Superconducting insulators and localization of cooper pairs. *Communications Physics*, 4(1):1–7, 2021.
- [Ari07] DN Aristov. Luttinger liquids with curvature: Density correlations and coulomb drag effect. *Physical Review B*, 76(8):085327, 2007.
- [BCA<sup>+</sup>16] Xavier DA Baumans, Dorin Cerbu, Obaïd-Allah Adami, Vyacheslav S Zharinov, Niels Verellen, Gianpaolo Papari, Jeroen E Scheerder, Gufei Zhang, Victor V Moshchalkov, Alejandro V Silhanek, et al. Thermal and quantum depletion of superconductivity in narrow junctions created by controlled electromigration. *Nature communications*, 7(1):1–8, 2016.

- [BLT00] A Bezryadin, CN Lau, and M Tinkham. Nature 404 971 crossref pubmed google scholar lau, cn, et al 2001. *Phys. Rev. Lett*, 87:217003, 2000.
- [BSS19] Artem Borin, Ines Safi, and Eugene Sukhorukov. Coulomb drag effect induced by the third cumulant of current. *Physical Review B*, 99(16):165404, 2019.
- [Hav10] David Haviland. Quantum phase slips. *Nature Physics*, 6(8):565–566, 2010.
- [LMB<sup>+</sup>01] Chun Ning Lau, N Markovic, M Bockrath, A Bezryadin, and M Tinkham. Quantum phase slips in superconducting nanowires. *Physical review letters*, 87(21):217003, 2001.
- [MS85] JE Mooij and Gerd Schön. Propagating plasma mode in thin superconducting filaments. *Physical review letters*, 55(1):114, 1985.
- [RSZ17] Alexey Radkevich, Andrew G Semenov, and Andrei D Zaikin. Quantum phase fluctuations and density of states in superconducting nanowires. *Physical Review B*, 96(8):085435, 2017.
- [RSZ19] Alexey A Radkevich, Andrew G Semenov, and Andrei D Zaikin. Quantum fluctuations and density of states in low-dimensional superconductors. *The European Physical Journal Special Topics*, 227(15):2289–2295, 2019.
- [SZ13] Andrew G Semenov and Andrei D Zaikin. Persistent currents in quantum phase slip rings. *Physical Review B*, 88(5):054505, 2013.
- [SZ16] Andrew G Semenov and Andrei D Zaikin. Quantum phase slip noise. *Physical Review B*, 94(1):014512, 2016.
- [SZ17] Andrew G Semenov and Andrei D Zaikin. Quantum fluctuations of voltage in superconducting nanowires. *Low Temperature Physics*, 43(7):805–815, 2017.
- [SZ22] Andrew G Semenov and Andrei D Zaikin. Superconducting quantum fluctuations in one dimension. *arXiv preprint arXiv:2204.07477*, 2022.
- [vOGZB99] Anne van Otterlo, Dmitrii S Golubev, Andrei D Zaikin, and Gianni Blatter. Dynamics and effective actions of bcs superconductors. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 10(1):131–143, 1999.
- [ZG19] Andrei D Zaikin and Dmitry S Golubev. *Dissipative Quantum Mechanics of Nanostructures: Electron Transport, Fluctuations, and Interactions*. Jenny Stanford Publishing, 2019.
- [ZGvOZ97] Andrei D Zaikin, Dmitrii S Golubev, Anne van Otterlo, and Gergely T Zimányi. Quantum phase slips and transport in ultrathin superconducting wires. *Physical review letters*, 78(8):1552, 1997.

- [ZRTA08] M Zgirski, K-P Riikonen, V Touboltsev, and K Yu Arutyunov. Quantum fluctuations in ultranarrow superconducting aluminum nanowires. *Physical Review B*, 77(5):054508, 2008.