

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

На правах рукописи

Семион Александр Александрович

**Управление летательными аппаратами в условиях действия
ограниченных возмущений и неполной информации о состоянии**

РЕЗЮМЕ ДИССЕРТАЦИИ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Валерий Николаевич Афанасьев

Москва – 2022

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

В современном мире активно разрабатываются и используются различные беспилотные аппараты. Популярность снискали вертолеты с несколькими винтомоторными группами – коптеры. Их применяют для разведки, фотограмметрии, перевозки грузов. Ведутся разработки различных алгоритмов управления подобными дронами [1].

Mracek C., Cloutier J. [2] и Pearson J.D. [3] в своих работах одними из первых предложили представлять нелинейные динамические системы в псевдолинейной форме с элементами матриц, зависящими от состояния системы (по англ. State Dependent Coefficients (SDC)).

Достаточно часто после представления системы в предложенной авторами форме для синтеза управления применяют квадратичный функционал качества. Эта, довольно распространённая практика, однако, ведет к использованию в алгоритме управления решения уравнения Риккати с параметрами, зависящими от состояния (по англ. State Dependent Riccati Equation (SDRE)) [4].

Нахождение решений уравнения Риккати является само по себе трудной задачей с учетом ограничений на вычислительную мощность бортовых микроконтроллеров.

В данной работе предлагается алгоритм управления, использующий метод SDRE и способный исполняться на относительно низкопроизводительных микроконтроллерах в решении задачи стабилизации квадрокоптера.

В полете характеристики квадрокоптера могут измениться, так, например, он может сбросить груз или быть поврежден. Эти изменения могут негативно сказаться на эффективности работы системы

стабилизации. В данном диссертационном исследовании предлагается алгоритм, оценивающий изменение характеристик дрона и пытающийся парировать их.

Кроме вышеописанных проблем, при полете дрона могут возникать эффекты, связанные с задержкой управляющего воздействия или получения данных о состоянии, которые сильно сказываются на качестве полета [5]. Отказ от учета эффектов запаздывания при синтезе регулятора, может привести к недостаточной эффективности работы алгоритма управления [6].

Кроме вышеописанных задач, представляет интерес задача коллективного взаимодействия квадрокоптеров [7]. В диссертационном исследовании рассмотрена задача коллективного перехвата аппарата противника. Даны предположения о синтезе стабилизирующих регуляторов в условиях действия в системе эффектов задержки и последствия.

Предмет исследования - система управления квадрокоптером, функционирующая в условиях неполной информации о текущем положении, характеристиках дрона и его взаимодействии со средой.

Целью исследования является разработка методов построения стабилизирующих нелинейных регуляторов и наблюдателей, действующих в условиях различных интервальных неопределенностей параметров системы в задаче управления дроном, отличающихся от известных.

Задачи исследования:

1. Разработать удобные для реализации на микроконтроллерах методы и алгоритмы синтеза нелинейных регуляторов, основанные на уравнении Риккати с параметрами, зависящими от состояния;

2. Разработать фильтр состояния объекта, действующий эффективно в условиях интервальных неопределенностей различной природы;

3. Исследовать влияние эффектов задержки и последствия на систему и разработать алгоритм робастной стабилизации, позволяющий справляться с данными эффектами;

4. Сравнить полученный алгоритм фильтрации с известными алгоритмами;

5. Сравнить известные нелинейные регуляторы с полученными алгоритмами

6. Исследовать проблему управления несколькими агентами в задаче преследования.

Научная новизна и значимость

1) Разработаны алгоритмы конструирования и реализации нелинейных стабилизирующих регуляторов для нелинейных динамических систем, описывающих динамику квадрокоптера;

2) Разработан алгоритм синтеза адаптивного фильтра, позволяющего провести идентификацию параметров нелинейной динамической системы;

3) Получен алгоритм синтеза робастного регулятора, позволяющего стабилизировать систему под влиянием эффектов последствия и задержки по управлению;

4) Рассмотрена задача управления несколькими дронами, как проблема оптимального управления, т.е. дифференциальной игры с нулевой суммой.

Практическая ценность работы

Результаты могут использоваться при решении задач стабилизации и фильтрации на бортовых системах управления квадрокоптером.

Достоверность результатов подтверждается строгими математическими выводами и численным математическим моделированием.

Личный вклад автора заключается в разработке методов и алгоритмов конструирования законов управления, методов и алгоритмов оценки состояния наблюдаемой нелинейной системы, а также проведении численных экспериментов.

Методы исследования включают доказанные методы исследования динамических систем и синтеза регуляторов. В частности, используются: методы теорий устойчивости, управления, а также методы аналитического конструирования оптимальных систем. Проверка полученных дифференциальных уравнений проводилась в программном пакете Maple. Компьютерное моделирование проводилось в пакете MATLAB Simulink.

Апробация работы

Результаты диссертационного исследования докладывались на следующих конференциях:

1. Семион А.А Nonlinear Adaptive Filter and Control of Quadcopter // Московский семинар по электронным и сетевым технологиям (MWENT-22), Москва, 9 – 11 июня 2022;
2. Семион А.А., Преснова А.П. Optimal Control of Car Active Suspension Control under Delays // XVI Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого), Москва, 1 – 3 июня 2022;
3. Семион А.А. Адаптивное координатное управление нелинейным неопределенным объектом // XIII всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019, Москва, 17 – 20 июня 2019;
4. Semion A. A. A method for realization of nonlinear state-dependent coefficients regulators based on microcontroller memory //

Московский семинар по электронным и сетевым технологиям совместно с Сибирской конференцией по управлению и связи, Москва, 14 – 16 марта 2018;

5. Семион А.А. Управление перевернутым маятником регулятором, с коэффициентами, зависящими от состояния // Межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов им. Е.В. Арменского, Москва, 19 февраля – 01 марта 2018;
6. Семион А. А. Оценка использования памяти при реализации нелинейных регуляторов, с коэффициентами, зависящими от состояния, в квазилинейных системах управления // Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2017», Москва, 10 – 14 апреля, 2017

Результаты диссертационного исследования докладывались на аспирантском семинаре факультета компьютерных наук ВШЭ

Краткое содержание работы

Во введении проведен анализ актуальности и новизны работы, изложено её краткое содержание.

В первой главе сформулирована задача стабилизации квадрокоптера.

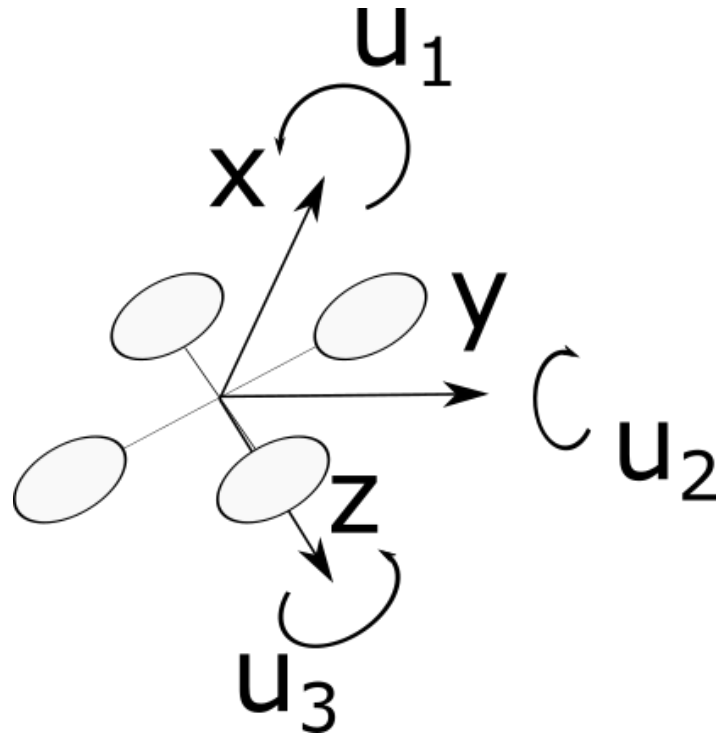


Рисунок 1. Система координат, связанная с квадрокоптером

Дана нелинейная динамическая система, описывающая поворот квадрокоптера в пространстве в алгебре кватернионов.

Динамику квадрокоптера возможно описать следующей нелинейной системой:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} p(t) = \frac{1}{I_x} [u_1(t) - (I_z - I_y)q(t)r(t)] \\ \frac{d}{dt} q(t) = \frac{1}{I_y} [u_2(t) - (I_x - I_z)p(t)r(t)] \\ \frac{d}{dt} r(t) = \frac{1}{I_z} [u_3(t) - (I_x - I_y)p(t)q(t)] \\ \frac{d}{dt} \lambda_0(t) = \frac{1}{2} [-p(t)\lambda_1(t) - q(t)\lambda_2(t) - r(t)\lambda_3(t)] \\ \frac{d}{dt} \lambda_1(t) = \frac{1}{2} [p(t)\lambda_0(t) + r(t)\lambda_2(t) - q(t)\lambda_3(t)] \\ \frac{d}{dt} \lambda_2(t) = \frac{1}{2} [q(t)\lambda_0(t) - r(t)\lambda_1(t) + p(t)\lambda_3(t)] \\ \frac{d}{dt} \lambda_3(t) = \frac{1}{2} [r(t)\lambda_0(t) + q(t)\lambda_1(t) - p(t)\lambda_2(t)] \end{array} \right. \quad (1)$$

где $p(t), q(t), r(t)$ - угловые скорости в системе координат, связанной с аппаратом, $\lambda_0(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t)$ - компоненты кватерниона, описывающего поворот квадрокоптера в пространстве. $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ – моменты, создаваемые разностью вращения моторов вдоль осей x, y, z соответственно.

Во второй главе описан алгоритм синтеза стабилизирующего регулятора с параметрами, зависящими от состояния.

Рассматривается нелинейная, управляемая и наблюдаемая система

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= f(x(t)) + D(x(t))w(t) + B(x(t))u(t) \quad , \\ x(t_0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t), \\ u(t) &\in U, w(t) \in W, t \in [t_0, t_f], \end{aligned} \tag{2}$$

где $x(\cdot) \in C^1([t_0, t_f], R^n), u(\cdot) \in C^1([t_0, t_f], R^r), w(\cdot) \in C^1([t_0, t_f], R^k)$.

Здесь $x(t)$ - состояние системы $x \in \Omega_x; x_0 \in \Omega_x$ - начальное состояние системы; $y \in R^m, m \leq n$ - выход системы; $u(t)$ - управление; $w(t)$ - возмущение.

Возмущение $w(t)$ будем рассматривать, как действие некоего игрока-противника, препятствующему успешному выполнению задачи управления. В качестве возмущения могут выступать, например, различные воздушные потоки.

Для дифференциальной игры введем функционал качества

$$\begin{aligned} J(x, u, w) &= \frac{1}{2} \lim_{t_f \rightarrow \infty} \int_{t_0}^{t_f} \{y^T(t)Qy(t) + u^T(t)Ru(t) \\ &\quad - w^T(t)P(t)w(t)\}dt \end{aligned} \tag{3}$$

Пусть функции и матрицы $f(x(t))$ и $\partial f(x(t))/\partial x_i$, $D(x(t))$, $B(x(t))$ и $\partial D(x(t))/\partial x_i$, $\partial B(x(t))/\partial x_i$, $i = 1, \dots, n$ непрерывны по $x \in \Omega_x$ и $f(0) = 0$, более того $D(x(t)) \neq 0$, $B(x(t)) \neq 0$, $x(t) \in \Omega_x$.

При выполнении данных предположений и использовании SDC линеаризации, исходная нелинейная система (2) может быть представлена в виде модели:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= A(x(t))x(t) + D(x(t))w(t) + B(x(t))u(t), \\ x(t) &= x_0, y(t) = Cx(t), \end{aligned} \quad (4)$$

где законы управления $u(t)$ и $w(t)$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} u(t) &= -R^{-1}B^T(x(t))S(x(t))x(t), \\ w(t) &= P^{-1}D^T(x(t))S(x(t))x(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Положительно определенная матрица $S(x(t))$ является решением матричного уравнения типа Риккати с параметрами, зависящими от состояния

$$\begin{aligned} S(x(t))A(x(t)) + A^T(x(t))S(x(t)) \\ - S(x(t))[B(x(t))R^{-1}B^T(x(t)) \\ - D(x(t))P^{-1}D^T(x(t))]S(x(t)) + C^TQC = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Данный алгоритм управления предполагает, что бортовой вычислитель квадрокоптера способен находить решение уравнения (6) с достаточной скоростью и онлайн. На момент написания работы алгоритмы поиска решения уравнения Риккати могут быть недостаточно эффективны в силу ограниченности вычислительных ресурсов бортовой электроники квадрокоптера. Предлагается предварительно вычислить с заданной точностью все необходимые решения уравнения (6), разбив пространство состояний на сетку и вычислив коэффициенты усиления в узлах этой сетки.

Схематичное представление для элементов пространства состояний, отвечающих за векторную часть кватерниона, дано на рисунке 2.

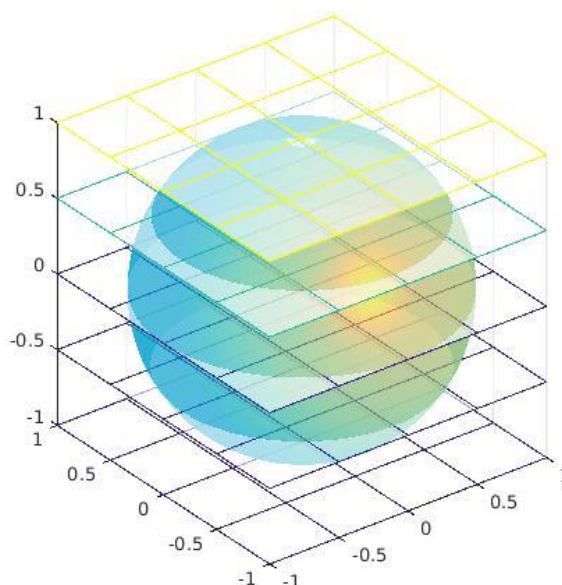


Рисунок 2. Сетка в сфере

В диссертационном исследовании выдвинуто предложение по организации хранения коэффициентов в памяти управляющего устройства в виде массива структур, в которые входит значение коэффициента усиления ($R^{-1}B^T(x(t))S(x(t))$). Дополнительно предлагается записывать в память ссылки на элементы памяти с коэффициентами усиления для координат, находящихся рядом в пространстве состояний.

Приведены расчеты необходимого количества памяти для реализации алгоритма для различных точностей представления поворота летательного аппарата.

В третьей главе рассмотрен алгоритм построения адаптивного наблюдателя и управления, использующего результат адаптации. В процессе полета параметры коптера могут измениться вследствие, например сброса груза или повреждения.

Пусть параметры матрицы $A(x(t))$ в (4) точно не известны, а известны лишь интервалы, в которых они находятся. Предположим, что возможно разделить $A(x(t)) = A_H(x(t)) + A_\alpha(t)$, где $A_H(x(t))$ – доподлинно известная часть матрицы $A(x(t))$, а $A_\alpha(t)$ – неизвестная точно часть матрицы $A(x(t))$. Тогда система (4) представляется в виде:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x(t) = [A_H(x(t)) + A_\alpha(t)]x(t) + D\omega(t) + Bu(t), \\ y = Cx(t) + \eta(t), \\ x(t_0) = x_0. \end{cases} \quad (7)$$

Требуется построить оценку полезного процесса $\hat{x}(t)$ на фоне шумов, по наблюдениям $y(t)$, наилучшую с позиций функционала:

$$J_1(\varepsilon) = M[\Psi(\varepsilon(t))] = M\left[\frac{1}{2}\varepsilon^T(t_f)F\varepsilon(t_f) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}\{\varepsilon^T(t)Q\varepsilon(t)\}dt\right]. \quad (8)$$

Структуру фильтра представим в виде:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\hat{x}(t) = [A_H(\hat{x}(t)) + A_H(t)]\hat{x}(t) + Bu(t) + L(t)[y(t) - C\hat{x}(t)] \\ \hat{x}(t_0) = \bar{x}_0, \\ A_H(t_0) = A_H^0 = A_\alpha(t_0) \end{cases} \quad (9)$$

Здесь $A_H(t)$ – настраиваемая алгоритмом оптимизации добавка, $L(t) = P(t)CN^{-1}(t)$, где матрица $P(t) = M[\varepsilon(t)\varepsilon^T(t)]$ является решением дифференциального уравнения Риккати

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}P(t) &= [A_H(\hat{x}(t)) + A_H(t)]P(t) + P(t)[A_H(\hat{x}(t)) + A_H(t)]^T - \\ &P(t)C^TN^{-1}(t)CP(t) + BW(t)B^T, \end{aligned} \quad (10)$$

$$P(t_0) = 0.$$

Решение данного уравнения предлагается осуществлять онлайн со скоростью, сравнимой с динамикой объекта.

Конструкция алгоритма оптимизации представляется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\alpha_H(t) &= M\left[\left\{\frac{\partial C\hat{x}(t)}{\partial \alpha_H}\right\}^T \{y(t_1) - C\hat{x}(t_1)\}\right], \\ \alpha_H(t_0) &= \alpha_0, \\ t_1 &= t - \gamma, \gamma \neq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\alpha_n(t)$ - элементы матрицы $A_n(t)$.

В качестве управления предлагается использовать регулятор с дискретно изменяющимися параметрами, предложенный во второй главе.

Временной интервал функционирования объекта можно разбить на равные по длине промежутки и в начале каждого промежутка зафиксировать соответствующие значения $\hat{x}(t)$ и $A_n(\hat{x}) + A_n(t)$.

Внутри каждого из промежутков параметры регулятора не меняются и представляется в виде

$$u_{i+1}(t) = K_i \hat{x}(t) = -R^{-1} B^T S_i \hat{x}(t),$$

где S_i - решение уравнения Риккати вида

$$S_i [A_n(\hat{x}_i) + A_n(t_i)] + [A(\hat{x}_i) + A_n(t_i)]^T S_i - S_i B R^{-1} B^T S_i + Q = 0, \quad (12)$$

здесь \hat{x}_i - значение $\hat{x}(t)$ в момент $t = t_i$, $A_n(t_i)$ - значение $A_n(t)$ в момент $t = t_i$.

Длина временного промежутка выбирается таким образом, чтобы бортовой вычислитель успевал находить решение уравнения Риккати (12).

Таким образом, структура системы фильтрации и управления организуется в виде, представленном на рисунке 3.

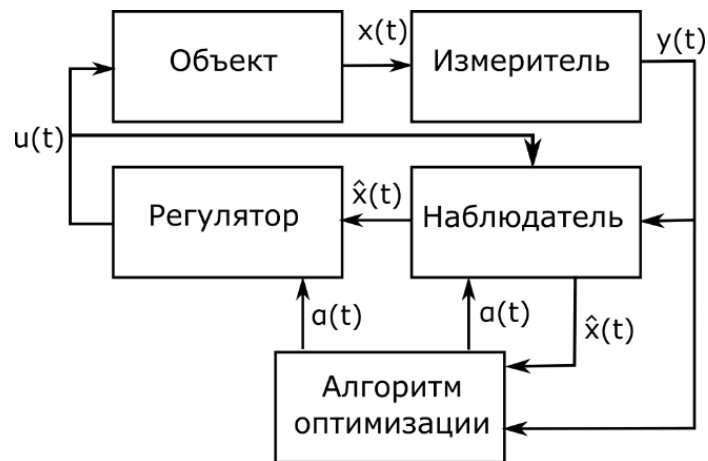


Рисунок 3 Блок-схема структуры системы управления

В четвертой главе рассматривается система, функционирующая в условии действия эффектов задержки и последействия. Подобные эффекты

могут проявляться, например, из-за задержек в контурах управления моторами коптера.

Рассматривается система вида:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= f(x(t), \tau) + B(x)u(t, \gamma), \\ x(t_0) &\in X_0, \end{aligned} \tag{13}$$

где, $\tau \in T \subset R^+$ - величина последействия, $\gamma \in \Gamma \subset R^+$ - величина запаздывания управления.

Предположим, что $f_i(x(t), \tau)$, $b_{ij}(x(t))$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, r$ - элементы матриц $f(x, \tau)$ и $B(x)$ соответственно, а так же их производные $\frac{\partial f_i(x(t))}{\partial x_k(t)}$, $\frac{\partial f_i(x(t))}{\partial t}$, $\frac{\partial b_{ij}(x(t))}{\partial x_k(t)}$, $\frac{\partial b_{ij}(x(t))}{\partial t}$ непрерывны относительно $x(t)$ и t для $i, k = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, r$. Управление представим в виде линейной функции от состояния объекта (13), т.е. $u(t, \gamma) = Kx(t - \gamma)$.

Пусть величинах запаздывания и последействия достаточно малы. Тогда, пользуясь определением производной в окрестности нулевого состояния систему (13) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= [I + A_\tau \tau + B_\gamma K]^{-1} [[A_1 + A_\tau + \alpha_1(x(t), \tau)]x(t) \\ &\quad + [B_1 + \beta_1(x(t), \gamma)]u(t) \\ &\quad + \mathfrak{F}_1(x(t), \alpha_1(x), \beta_1(x), \gamma)] \end{aligned} \tag{14}$$

Запишем уравнение первого приближения для системы (14).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}z(t) &= [A + \alpha(x(t), \tau)]z(t) + [B + \beta(x(t), \gamma)]u_z(t), \\ z(t_0) &= x_0^* \in X_0. \end{aligned} \tag{15}$$

Здесь $[A + \alpha(x(t), \tau)] = [I + A_\tau \tau + B_\gamma K]^{-1} [A_1 + A_\tau + \alpha_1(x(t), \tau)]$,
 $[B + \beta(x(t), \gamma)] = [I + A_\tau \tau + B_\gamma K]^{-1} [B_1 + \beta_1(x(t), \gamma)]$.

Пусть Ω - множество возможных траекторий $\alpha(x(t), \tau)$ и $\beta(x(t), \gamma)$. Наихудшими параметрами $\alpha^*, \beta^* \in \partial\Omega$ будем называть параметры, при которых устойчивая система дольше приходит к точке равновесия, а неустойчивая система получает большую скорость.

Примеры для одномерных систем, обладающих устойчивостью (слева) и не обладающих ею, представлены на Рисунк 4. Траектории, отмеченные пунктирными линиями, соответствуют траекториям систем с искомыми параметрами.

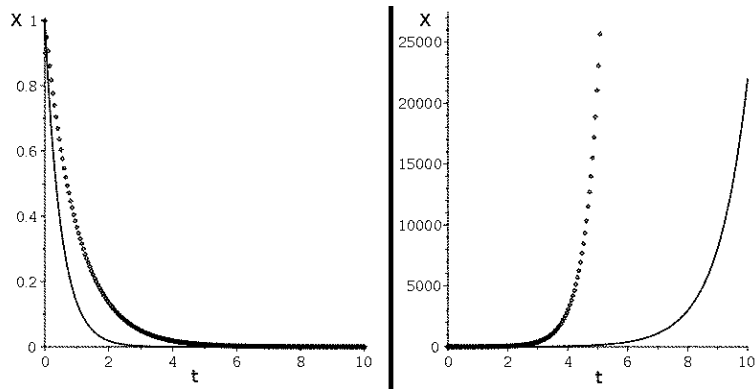


Рисунок 4. Примеры траекторий одномерных устойчивых и неустойчивых систем

Синтез регулятора, т.е. поиск матрицы K , будем осуществлять по модели первого приближения (15) объекта (14), которая имеет вид

$$\frac{d}{dt}z_M(t) = [A + \alpha^*]z_M(t) + [B + \beta^*]u_M(t) \quad , \quad (16)$$

$$z_M(t_0) = x_0.$$

Введем функционал:

$$J(z_M(t), u_M(t)) = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \left[\int_0^{t_f} \{z_M^T(t)Qz_M(t) + u_M^T(t)Ru_M(t)\} dt \right] \quad (17)$$

Оптимальное управление для модели (16) с функционалом (17) будет иметь следующий вид [8]:

$$u^*(t) = Kz_M(t) = -R^{-1}[B + \beta^*]^T S z_M(t) \quad (18)$$

здесь положительно определенная матрица S является решением уравнения Риккати

$$S[A + \alpha^*] + [A + \alpha^*]^T S - S[B + \beta^*]R^{-1}[B + \beta^*]^T S + Q = 0 \quad (19)$$

Утверждение: для нахождения $\alpha^*, \beta^* \in \Omega$ можно рассмотреть корни $\lambda_i(\tau)$ характеристического уравнения $\det(A_z - \lambda I) = 0$. Необходимо выбрать параметр таким образом, чтобы $Re(\lambda_i(\tau^*)) \geq Re(\lambda_i(\tau)), \forall i, \forall \tau \neq \tau^*, \tau \in T, \tau^* \in T$.

В качестве альтернативного способа поиска α^*, β^* , предлагается рассмотреть норму $M = \|z(t, \tau)\|^2 = \frac{1}{2} z^T(t, \tau) z(t, \tau)$. Искомые траектории системы приводят к наибольшей производной по времени нормы M : $\dot{M}(\tau^*) > \dot{M}(\tau), \forall \tau \neq \tau^*, \tau \in T, \tau^* \in T$.

Для нахождения α^* к системе (16), рассмотренной без управления, применяется один из предложенных методов. После нахождения α^* исходная система рассматривается, как система (16) с управлением (18), построенным при $\beta^* = 0$:

$$u(t) = -R^{-1} B^T S_\alpha z(t), \quad (20)$$

где S_α – решение уравнения Риккати при $\beta^* = 0$.

На данном этапе в синтезе управления (20) не участвовала задержка по управлению γ .

Рассмотрим систему вида

$$\frac{d}{dt} z_M(t) = [A + \alpha(x(t), \tau^*)] z_M(t) + [B_1 + \beta(x, \gamma)] K z_M(t, \gamma), \quad (21)$$

где $K = -R^{-1}B^T S_\alpha$. Здесь матрица S_α - решение уравнения Риккати (19) с параметром $\tau = \tau^*$, найденным на прошлом этапе и $\beta^* = 0$.

Найдем наихудшее значение задержки $\gamma^* \in \Gamma$ применяя один из предложенных методов из прошлого этапа к системе (21).

Полученные величины последствия τ^* и задержки γ^* применяются для вычисления решения уравнения Риккати $S_{\alpha\beta}$ (19).

Управление, учитывающее наихудшие значения задержки и последствия, представляется в виде:

$$u(t) = -R^{-1}[B_1 + \beta(x, \gamma)]^T S_{\alpha\beta} z(t), \quad (22)$$

где S – решение уравнения Риккати:

$$S_{\alpha\beta}[A + \alpha^*] + [A + \alpha^*]^T S_{\alpha\beta} - S_{\alpha\beta}[B + \beta^*]R^{-1}[B + \beta^*]^T S_{\alpha\beta} + Q = 0.$$

В пятой главе рассмотрена дифференциальная игра с нулевой суммой с большим количеством игроков, в которой всего $n + 1$ игроков: n преследователей и один злоумышленник. Преследователи пытаются поймать скрывающегося от них злоумышленника. При этом сделаны предположения, что наблюдение между любой парой преследователь-злоумышленник взаимное, а наблюдение между двумя преследователями не обязательно взаимное и существует, по крайней мере одна пара преследователь-злоумышленник, такая что каждый член этой пары наблюдает другого, и каждый преследователь наблюдает по крайней мере одного другого партнера по преследованию. Примером такой игры является перехват дрона разведчика, стремящегося подлететь к секретному объекту.

Рассмотрим задачу преследования злоумышленника на m -мерном Евклидовом пространстве с конечным временем игры: $t \in [t_0, t_f]$.

Пусть $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)]^T$, т.е. $y(t) \in R^m$ – положение злоумышленника, а $x_j(t) = [x_{j1}(t), x_{j2}(t), \dots, x_{jm}(t)]^T$, т.е. $x_j(t) \in R^m$, положение j -ого преследователя.

Введем вектор расстояния («радиус чувствительности») между злоумышленником и j -тым преследователем: $z_j(t) \in R^m$ $z_j(t) = x_j(t) - y(t)$, $j = 1, 2, \dots, n$.

В более компактном виде, если $x^T = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T]$ и $z^T = [z_1^T, z_2^T, \dots, z_n^T]$, то

$$z(t) = x(t) - \mathbf{1}_n \otimes y(t). \quad (23)$$

Здесь и далее символ \otimes обозначает произведение Кронекера, а $\mathbf{1}_n$ - вектор столбец с единичными элементами размера $n \times 1$.

Для оценки действий преследователей и злоумышленника, уклоняющегося от встречи с преследователями, в задаче с нулевой суммой водится общий функционал качества, который преследователи стремятся минимизировать, а уклоняющийся злоумышленник – максимизировать.

$$\begin{aligned} J_\Sigma(z(\cdot), u_p(\cdot), u_e(\cdot)) &= J_p(z(\cdot), u_p(\cdot)) - J_e(z(\cdot), u_e(\cdot)) \\ &= \frac{1}{2} z^T(t_f) F z(t_f) \\ &+ \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left\{ z^T(t) Q z(t) + u_p^T(t) R u_p(t) \right. \\ &\left. - (\mathbf{1}_n \otimes u_e(t))^T P (\mathbf{1}_n \otimes u_e(t)) \right\} dt \end{aligned} \quad (24)$$

Для классической дифференциальной игры с несколькими преследователями и линейной обратной связью результат представляется следующей теоремой, доказательство которой приведено в тексте диссертации.

Теорема: дана дифференциальная игра с n -преследователями и одним уклоняющимся от преследования злоумышленником с динамикой (23) и функционалом (24). Игра имеет решение при условии $r_p < nr_e$, если стратегии игроков определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} u_p^0(t) &= -\frac{1}{r_p} K(t)z(t), \\ u_e^0(t) &= -\frac{1}{nr_e} (\mathbf{1}_n^T \otimes I_m) K(t)z(t), \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} K(t) &= -K(t) \left[-\frac{1}{r_p} I_n + \frac{1}{nr_e} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{1}_n^T \otimes I_m) \right] K(t) - [q_p + q_e] I_n, \\ K(t_f) &= [k_{pf} + k_{ef}] I_n. \end{aligned} \quad (26)$$

Теорема: дифференциальная игра (23), (24) имеет решение, если матрицы штрафа функционала (24) R и P связаны соотношением $R < P$. Доказательство теоремы приведено в тексте диссертации.

В дифференциальной игре с распределенной информацией каждый игрок принимает решение на основе лишь той информации, которая доступна ему в данный момент времени.

Запишем в общем виде формулу для вектора, обозначающего расстояние между j -ым преследователем, злоумышленником и остальными преследователями

$$\tilde{z}_{pj}(t) = x_j(t) - \sum_{i=1}^n d_{ij}(t)x_i(t) - f_j(t)y(t). \quad (27)$$

Если убегающий злоумышленник наблюдает действия нескольких преследователей, то ему может быть доступна следующая информация

$$\tilde{z}_e(t) = \sum_{i=1}^n e_i(t)x_i(t) - y(t). \quad (28)$$

Стратегии для преследователей будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned}
u_{pj}^0(t) &= -\frac{k_p(t)}{r_p} \tilde{z}_{pj}(t) \\
&= -\frac{k_p(t)}{r_p} \left[x_j(t) - \sum_{i=1}^n d_{ij}(t)x_i(t) - f_j(t)y(t) \right]
\end{aligned} \tag{29}$$

для $j=1, 2, \dots, n$.

При рассмотрении стратегии для убегающего злоумышленника отметим, что в случае, когда убегающий наблюдает действия нескольких преследователей, то он формирует управление, пытаясь уклониться от «центра масс» всех обнаруженных преследователей, используя доступную информацию (28)

$$u_e^0(t) = -\frac{k_e(t)}{r_e} \tilde{z}_e(t) = -\frac{k_e(t)}{r_e} [\sum_{i=1}^n e_i(t)x_i(t) - y(t)]. \tag{30}$$

Параметры $k_p(t)$ и $k_e(t)$ в (29) и (30) находятся из решений уравнений

$$\frac{d}{dt} k_p(t) - \left[\frac{r_e - r_p}{r_e r_p} \right] k_p^2(t) - \frac{2}{r_p} k_p(t) k_e(t) + q_p = 0 \quad , \tag{31}$$

$$k_p(t_f) = k_{pf},$$

$$\frac{d}{dt} k_e(t) - \left[\frac{r_e - r_p}{r_e r_p} \right] k_e^2(t) - \frac{2}{r_e} k_p(t) k_e(t) + q_e = 0 \quad , \tag{32}$$

$$k_e(t_f) = k_{ef}.$$

При рассмотрении стратегии для убегающего злоумышленника (30), отметим, что в случае, если убегающий будет наблюдать нескольких преследователей в своем радиусе чувствительности, то убегающий сформирует такое управление, что попытаться «улететь» от центра масс всех обнаруженных преследователей.

В случае, когда злоумышленник создает искусственные помехи с целью помешать преследователю и получить преимущество в игре, преследователи будут получать информацию о положении уклоняющегося злоумышленника с шумами.

В шестой главе представлены результаты математического моделирования работы предложенных в предыдущих главах алгоритмов. Регулятор с дискретно изменяющимися параметрами рассчитан для аппарата с

тензором инерции $I = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.15 \end{bmatrix}$ при точности сетки $\varepsilon = 0.1$.

В качестве начальных условий был выбран вектор $(p \ q \ r \ \lambda_0 \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3)^T = (0 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.95 \ 0.26 \ -0.03 \ -0.14)^T$.

Управление способно привести квадрокоптер в горизонтальное положение и удерживать его.

Для демонстрации работы наблюдателя введен зашумленный измеритель, точное значение одного из компонентов тензора инерции не известно. Система управления аппаратом, состоящая из наблюдателя, алгоритма адаптации и регулятора, приводит аппарат к горизонтальному положению.

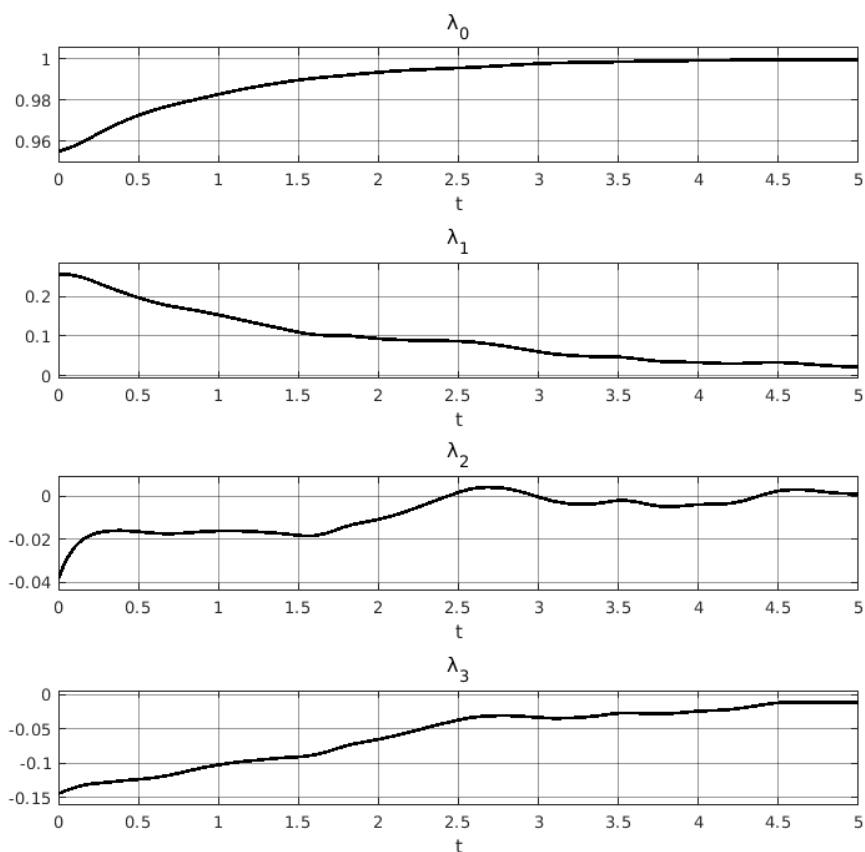


Рисунок 5. Траектория изменений компонент кватерниона

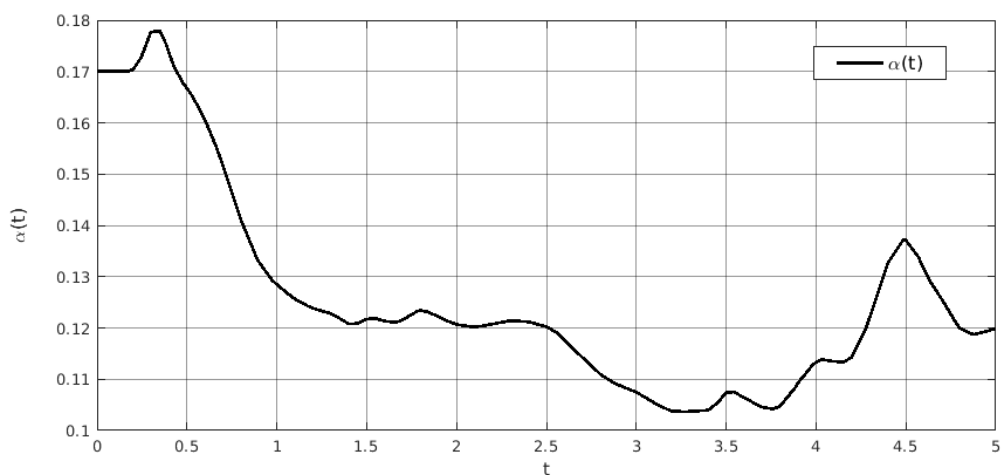


Рисунок 6. Оптимизация параметра α

Проведем сравнение эффективности фильтра Калмана-Бьюси без адаптации и с адаптацией. Для этого вычтем значения значения функционала фильтра Калмана-Бьюси без адаптации из функционала фильтра Калмана-Бьюси с адаптацией. На рисунке Рисунок 7 представлен график данной разности. Отсутствие адаптации приводит к большему

значению функционала, так как фильтр не оптимизирует свою работу в условиях неопределенности параметрического шума.

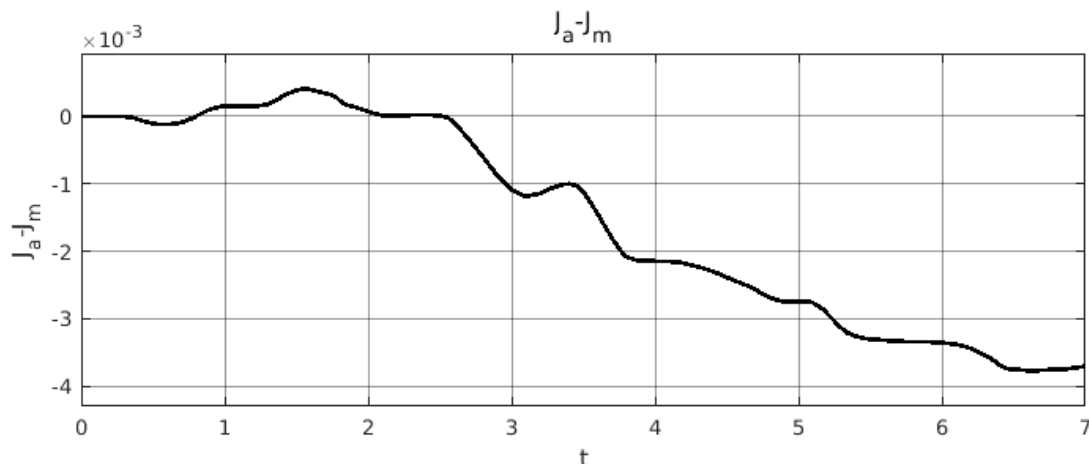


Рисунок 7. Разница функционалов фильтра Калмана-Бьюси с адаптацией и без

В шестой главе диссертации также продемонстрирована работа алгоритма стабилизации простой системы с эффектом задержки и последствия.

Смоделирована дифференциальная игра для 3х преследователей и одного злоумышленника. В работе приведены графики переходных процессы при классической игре, игре с распределённой информацией при отсутствии и при наличии помех.

Основные результаты работы

1. Предложен алгоритмы реализации SDRE управления в условиях ограниченности машинных ресурсов, стабилизирующие квадрокоптер в горизонтальном положении;
2. Предложен адаптивный фильтр Калмана-Бьюси, позволяющий провести идентификацию характеристик квадрокоптера и способный противодействовать шумам;
3. Синтезировано SDRE управление, использующее результаты идентификации, полученные фильтром и стабилизирующее дрон;

4. Синтезировано управление, способное стабилизировать систему под влиянием эффектов задержки и последствия;

5. Синтезировано управление множеством преследователей и уклоняющегося в задаче дифференциальной игры с нулевой суммой;

6. Выполнено численное моделирование работы полученных алгоритмов в задаче стабилизации квадрокоптера и приложениях.

Публикации по теме диссертации

Список опубликованных статей, отражающих основные результаты диссертации:

Работы, опубликованные автором в рецензируемых научных изданиях, входящих в международную систему цитирования Scopus:

1. Semion A.A. A method for realization of nonlinear state-dependent coefficients regulators based on microcontroller memory (Способ реализации нелинейного регулятора с коэффициентами, зависящими от состояния, с использованием памяти микроконтроллера) // Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies, MWENT 2018 - Proceedings, 14-16 March 2018, Moscow;
2. Semion A., Presnova A. Optimal Control of Car Active Suspension Control under Delays (Оптимальное управление активной подвеской автомобиля под воздействием задержки) // 16th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference) (STAB). IEEE, 2022. Ch. 60. pp. 1-4.

Работы, опубликованные автором в научных журналах входящих в подготовленный в НИУ ВШЭ список журналов высокого уровня:

3. Афанасьев В. Н., Семион А. А. Дифференциальные игры с несколькими преследователями и одним уклоняющимся // Проблемы управления. 2021. №1, С. 24-35
4. Семион А. А. Метод использования памяти микроконтроллера при реализации нелинейных регуляторов, с коэффициентами, зависящими от состояния // Информационные технологии и вычислительные системы. 2017. № 4. С. 64-70;
5. Афанасьев В. Н., Семион А. А. Регулятор с дискретно изменяемыми параметрами // Проблемы управления. 2014. № 5. С. 14-19.

Публикации соискателя в других изданиях:

6. Афанасьев В. Н., Семион А. А. Управление объектом в условиях запаздывания и последействия с интервальной длительностью // Автоматизация. Современные технологии, 2020. Т. 74. № 4. С. 170-175;

Список дополнительной литературы

1. Suleiman A., Zhang Z., Carlone L., Karaman S., Sze V. Navion: A 2mW Fully Integrated Real-Time Visual-Inertial Odometry Accelerator for Autonomous Navigation of Nano Drones // IEEE Journal of Solid State Circuits, Vol. 54, No. 4, Апрель 2019.
2. Mracek C., Cloutier J. Full envelope missile longitudinal autopilot design using the state-dependent Riccati equation method. // In Proc. of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. New Orleans, LA. 1997. pp. 1697-1705.
3. Pearson J.D. Approximation methods in optimal control // Journal of

Electronics and Control, 1962.

4. Tayfun Ç. On the Existence of Solutions Characterized by Riccati Equations to Infinite-Time Horizon Nonlinear Optimal Control Problems // Proc. 18th World Conf. IFAC, 28.08. — 2.09. Milano (Italy). 2011. pp. 9618-9626.
5. SHEN L., HUANG D., Wu G. Time delay compensation in lateral-directional flight control systems at high angles of attack // Chinese Journal of Aeronautics, Vol. 34, No. 4, 2021. pp. 1-18.
6. Ghiggi I., Bender A., Gomes da Silva Jr. J.M. Dynamic Non-rational Anti-windup for Time-delay Systems with Saturating Inputs // Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control. Seoul. 2008. pp. 277-282.
7. Cimino M.G.C.A., Lazzeri A., Vaglini G. Combining stigmergic and flocking behaviors to coordinate swarms of drones performing target search // 6th Conference on Information, Intelligence, Systems and Applications (IISA). Corfù. 2015.