

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

На правах рукописи

Афанасьев Антон Андреевич

**Алгоритмы обработки многоточечных измерений в
распределенных космических системах**

РЕЗЮМЕ ДИССЕРТАЦИИ

на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Научный руководитель:
Ph. D., доцент
Иванов Антон Борисович

Москва, 2023

Общая характеристика работы

Актуальность исследования

В диссертации исследуется актуальность и важность распределенных космических систем, которые используют группировки из нескольких космических аппаратов для замены крупных архитектур с одним спутником. Эти системы направлены на повышение надежности миссии, улучшения достижимых результатов и экономической эффективности. В то время как миссии с одним спутником дают преимущества с точки зрения точности и функциональности, распределенные архитектуры обеспечивают повышенную гибкость и адаптивность для учета структурных и функциональных изменений.

Распределенные измерения играют решающую роль в этих системах, предлагая множество преимуществ. Во-первых, они позволяют повысить точность данных за счет сбора измерений из нескольких точек в пространстве, уменьшая индивидуальные ошибки измерений и обеспечивая более надежные наблюдения. Во-вторых, распределенные измерения расширяют пространственный охват, позволяя проводить всесторонний анализ явлений, происходящих в более обширных областях, представляющих интерес. Эта более широкая пространственная перспектива приводит к лучшему пониманию пространственных вариаций и закономерностей.

Кроме того, распределенные измерения обеспечивают более высокое временное разрешение, облегчая изучение динамических процессов, быстрых изменений и явлений, зависящих от времени. Благодаря непрерывному мониторингу и сбору данных с нескольких космических аппаратов одновременно исследователи могут фиксировать сложные детали, которые были бы затруднены только при одноточечных измерениях.

Также, распределенные системы обеспечивают избыточность и отказоустойчивость. В случае отказа или неисправности одного космического аппарата в составе группировки остальные спутники могут продолжать работать и предо-

ставлять ценные данные. Такое резервирование повышает надежность измерений, гарантируя, что критическая информация не будет потеряна из-за однократных сбоев.

Области применения распределенных измерений универсальны и имеют далеко идущие последствия. Они играют важную роль в дистанционном зондировании, мониторинге климата, анализе космической погоды, атмосферных исследованиях, наблюдении Земли и исследовании планет. Использование распределенных измерений открывает новые возможности для научных исследований и продвижения в нашем понимании Вселенной. Одним из основных вопросов, рассматриваемых в диссертации, является коллективная обработка и использование данных в рое спутников CubeSat, с особым акцентом на подсистему определения ориентации космического аппарата и управления ею. Исследование иллюстрирует, как рой CubeSat'ов может эффективно извлекать фактическое магнитное поле в регионах присутствия спутников роя путем обработки данных измерений, которыми обмениваются по межспутниковым каналам связи.

В диссертации подчеркивается важность обработки многоточечных измерений кластером спутников CubeSat для различных космических применений. Эти приложения включают радары с синтезированной апертурой, оптическую интерферометрию, проверку на орбите и обслуживание других космических аппаратов, а также измерение пространственных градиентов в данных об окружающей среде.

Таким образом, распределенные измерения в пространстве обеспечивают повышенную точность данных, расширенный пространственный охват, более высокое временное разрешение и отказоустойчивость. Они позволяют проводить всесторонние наблюдения, дают ценную информацию о сложных явлениях и вносят вклад в научные знания, технологическое развитие и процессы принятия решений в области исследования космоса и окружающей среды Земли.

Цель исследования

Целью исследования является разработка набора алгоритмов для улучшения измерений явлений окружающей среды и улучшения их оценок с использованием распределенной группы спутников, используя преимущества многоточечной обработки измерений и ее вывода в различных космических приложениях.

Задачи исследования

Для достижения этой цели необходимо было выполнить следующие задачи:

1. Исследовать возможность улучшения измерений геомагнитного поля с помощью интерполяции Кригинг в роле из 4 спутников CubeSat.
2. Исследовать, как можно улучшить систему ориентации и стабилизации каждого из 4 спутника CubeSat, в качестве сенсоров имеющихся магнитометры и солнечные датчики, путем обмена измерениями и изменения структуры формации.
3. Исследовать наиболее эффективные формации спутников для проведения космических оптических наблюдений с целью определения орбиты по короткой дуге объектов малого размера (от 1 до 10 см), на сильно загрязненных космическим мусором солнечно-синхронных орбитах.

Научная новизна

1. Впервые предлагается использовать интерполяцию Кригинг в качестве метода обработки многоточечных измерений в космосе, повышающего точность оценок измеряемых и зависимых параметров.

Приведенная в действие экспоненциальная модельная функция была предложена как наиболее подходящая для эмпирической вариограммы геомагнитного поля.

Предлагается использовать историю измерений для повышения точности интерполяции.

2. Исследован закон движения для формирования тетраэдрических спутников на околокруглых орбитах, и была найдена наилучшая возможная структура для проведения многоточечных измерений с интерполяцией Кригинг.
3. Была обнаружена наилучшая конфигурация спутников для определения орбиты космического мусора по короткой дуге с помощью оптических датчиков и до 4 космических аппаратов.

Положения выносимые на защиту:

1. Предложена интерполяционная модель Кригинга для повышения точности оценки геомагнитного поля, которая выгодно отличается от других интерполяторов, таких как IDW и сплайны, поскольку учитывает вариационные свойства рассматриваемого региона.

Найдено наилучшее соответствие функции экспоненциальной модели для эмпирической вариограммы геомагнитного поля.

Доказано, что решение Кригинга для интерполяции геомагнитного поля устойчиво к присутствию сильного модельного шума, что позволяет использовать теоретически найденные вариограммы в реальных миссиях.

Сравниваются среднеквадратичные ошибки измерений и оценки интерполяции Кригинга, и установлено, что последняя является более эффективной, особенно для спутниковых формаций с низким характеристическим размером.

История измерений была использована для увеличения количества точек интерполяции, что повысило точность оценки геомагнитного поля.

2. Среднеквадратичные ошибки определения ориентации с помощью расширенного фильтра Калмана и контроллера на основе функции Ляпунова на магнитометрах сравнивались для сценариев с одиночным спутником

CubeSat и с роём из 4 CubeSat, выполняя обмен измерениями и интерполяцию Кригинг. Последнее оказалось более эффективным.

Модель твердого тела с экстраполяцией измерений и относительным движением по почти круговым орбитам были использованы для моделирования работы системы ориентации и стабилизации для роя из 4 спутников CubeSat.

Тетраэдрическая формация с относительным движением по околополярной круговой орбите была реализована для имитации ионосферной миссии. Относительное движение было основано на уравнениях Хилла-Клохесси-Уилтшира, позволяющих поддерживать наилучшее качество тетраэдра и сохранять расстояния между спутниками как можно дольше. Были выведены законы движения для такой формации.

3. Космические оптические наблюдения за мелким космическим мусором для определения их орбиты проводились на формациях спутников типа “поезд”, “общая круговая орбита” и “тетраэдр” с различным количеством спутников и различными базами триангуляции на солнечно-синхронных орбитах.

Расширенный информационный фильтр использовался для получения оценок радиус-вектора и линейной скорости обломков на основе измерений углов места и азимута. Информационный фильтр был выбран вместо фильтра Калмана из-за меньшего времени обработки определения короткодуговой орбиты.

Все конфигурации были сравнены с точки зрения среднеквадратичных ошибок оценки вектора состояния в пространстве состояний, и была рекомендована наилучшая из них для использования в реальных миссиях.

Практическая значимость

Результаты работы могут быть использованы в реальных космических мис-

сиях для повышения точности любых видов измерений, таких как ионосферные миссии, миссии с распределёнными синтетическими апертурами, определение орбит космического мусора по малой дуге. Кроме того, формация из 4 спутников может быть использована в качестве генератора точных измерений геомагнитного поля и транслировать данные на соседние космические аппараты с шумными магнитометрами.

Практическая значимость подтверждается участием в гранте РФФИ 19-38-90278 “Алгоритмы децентрализованного координированного управления движением малых космических аппаратов и роевое поведение группировки спутников”.

Апробация результатов

Основные результаты работы были доложены на следующих конференциях: 5th IAA Conference on University Satellite Missions and CubeSat Workshop (2020), 71st International Astronautical Congress, The CyberSpace Edition (2020).

Публикации

Основные результаты по теме диссертации представлены в 4 печатных работах в рецензируемых журналах, входящих в международные системы цитирования Web of Science и Scopus.

1. Anton Afanasev, Shamil Biktimirov. CubeSats formation architecture for small space debris surveillance and orbit determination // *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy [Information and Control Systems]*, 2021, no. 4, P. 37–46, DOI: 10.31799/1684-8853-2021-4-37-46.
2. Anton Afanasev, Mikhail Shavin, Anton Ivanov, Dmitry Pritykin. Tetrahedral satellite formation: Geomagnetic measurements exchange and interpolation// *Advances in Space Research*, 2021, Vol. 67, no. 10, P. 3294–3307, DOI: 10.1016/j.asr.2021.02.012 (Scopus Q2).
3. Anton Afanasev, Anton Ivanov. Attitude control algorithms aided by multipoint

statistics and distributed measurements processing in a swarm of cubeSats // Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC-20. 2020.

4. Anton Afanasev, Anton Ivanov, Ahmed Mahfouz, Dmitry Pritykin. Attitude control algorithms in a swarm of cubesats: Kriging interpolation and coordinated data exchange // Advances in the Astronautical Sciences, 2020, Vol. 173.

Личный вклад автора

Основной вывод диссертации был получен либо заявителем лично, либо в сотрудничестве с соавторами, где роль заявителя была доминирующей. Численная реализация всех алгоритмов и других компьютерных программ была выполнена заявителем лично.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследования, проведенного в рамках данной диссертации, формулируются цели и задачи диссертационного исследования. Изложены основные положения, представленные к защите, обоснованы их научная новизна и практическая значимость. Приведены данные об апробации работы и личном вкладе заявителя. Обсуждаются современные методы решения поставленных задач. Обсуждается теоретический минимум знаний по системам отсчета, орбитальной механике, временным шкалам, моделям геомагнитного поля, механике твердого тела, контроллеру на основе функции Ляпунова и расширенным фильтрам Калмана, даются все необходимые уравнения и выводы.

В **Главе 1** обсуждается интерполяция Кригинг между формацией из 4 спутников CubeSat в фиксированной конфигурации на околокруговой орбите для улучшения системы определения ориентации и контроля, которая включает в себя магнитометры и катушки с током.

Как обрабатывающий данные механизм, расширенный фильтр Калмана

использует компоненты угловой скорости и кватерниона в качестве вектора пространства состояний и улучшает их с помощью измерений геомагнитного поля. Измерения сравниваются с известной моделью IGRF, и расхождение между текущим и требуемым положением спутника уменьшается при управляющих воздействиях катушки. Среднеквадратичные ошибки определения ориентации при следующих параметрах шума приведены на рисунке 1: статичный момент $\mathbf{T}_{\text{stat}} = 0$; стандартное отклонение шума момента $\sigma_{\text{torque}} = 5 \text{ nN} \cdot \text{m}$; смещение магнитометра $\mathbf{V}_{\text{bias}} = 0$; стандартное отклонение измеряемого шума $\sigma_{\text{meas}} = 1 \text{ nT}$; стандартное отклонение уровня шума окружающей среды $\sigma_{\text{env}} = 1 \text{ nT}$. Предполагается, что CubeSat находится на круговой орбите (высота $h_{\text{orb}} = 750 \text{ km}$; inclination $i = 60^\circ$). Мощность катушек ограничена $m_{\text{max}} = 0.1 \text{ A} \cdot \text{m}^2$. Цикла управления следующий: $t_{\text{ctrl}} = 5 \text{ s}$ и $t_{\text{meas}} = 1 \text{ s}$.

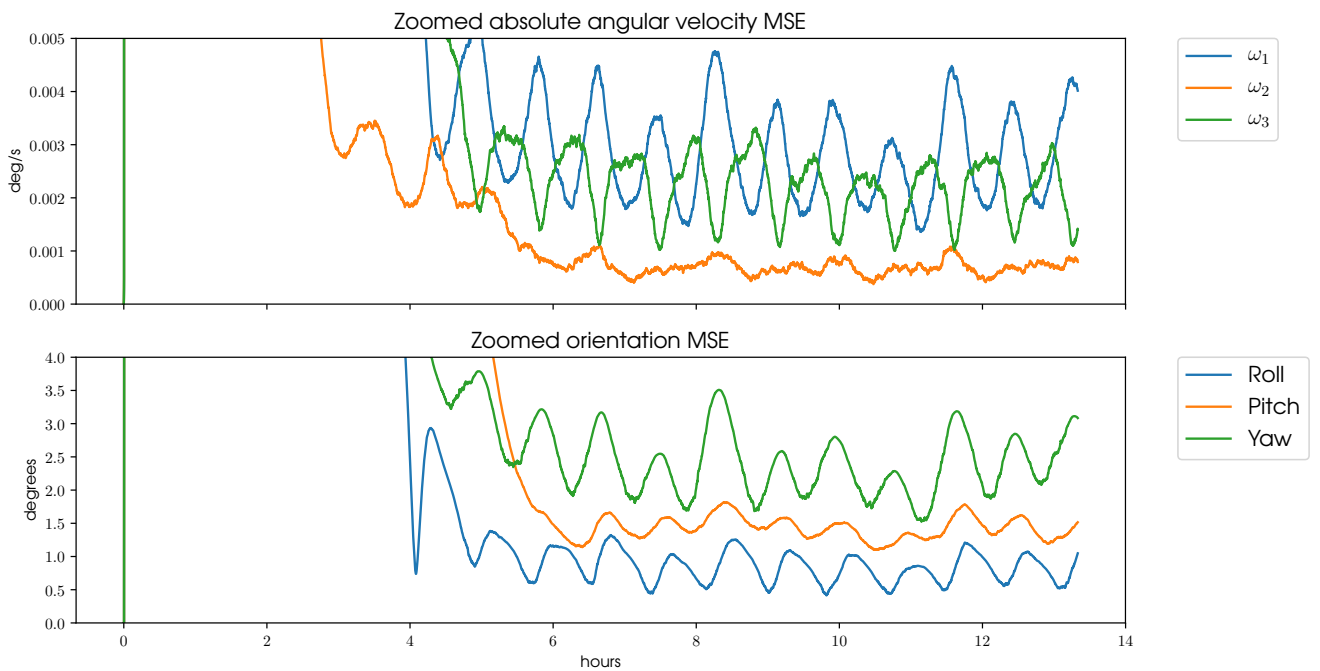


Рис. 1: СКО абсолютной угловой скорости и углов Эйлера.

Проблема в том, что магнитометр является довольно шумным датчиком и неэффективен при возникновении магнитных бурь. Чтобы сделать управление ориентацией более надежным и воспользоваться преимуществами роя космических аппаратов, мы интерполируем измерения магнитного поля с помощью

метода Кригинг. Алгоритмы Кригинга - это семейство методов линейной регрессии для оценки значений точек в любом местоположении в пределах заданного региона^{[1],[2]}.

В отличие от обратного взвешивания расстояний (IDW) и сплайнов, которые используют заранее определенные аналитические формулы, определяющие плавность результирующей кривой и зависящие только от измерений значений точек вблизи интерполируемого местоположения, Кригинг основан на статистических моделях. Последние включают автокорреляционный анализ (отношения между измеряемыми точками). В результате Кригинг не только создает поверхность прогнозируемых значений, но и обеспечивает представление о надежности или точности таких значений.

Кригинг учитывает пространственную корреляцию между точками данных, которая определяется векторными расстояниями между ними. Точка в регионе обозначается символом \mathbf{R} , и значение параметра, измеренного в этой точке, обозначается $\tilde{\mathbf{V}}(\mathbf{R})$ (поскольку мы измеряем магнитное поле)^[3].

Оценкой в Кригинге является, как и при IDW, взвешенная сумма измерений вблизи интерполируемой точки:

$$\hat{\mathbf{V}}(\mathbf{R}_0) = \sum_{j=1}^n \kappa_j \tilde{\mathbf{V}}(\mathbf{R}_j), \quad (1)$$

где \mathbf{R}_0 – точка интерполяции, $\hat{\mathbf{V}}$ – оценка измеряемого параметра, \mathbf{R}_j – доступные точки вблизи интерполированной, κ_j – веса, отражающие пространственную корреляцию между \mathbf{R}_j и \mathbf{R}_0 , n – количество доступных точек.

^[1] H. Wackernagel, “Multivariate Geostatistics”, Berlin, Heidelberg.: Springer, 1995.

^[2] T.C. Bailey, A.C. Gatrell, “Interactive Spatial Data Analysis”, 1st. Informa PLC, 5 Howick Place, London: Routledge, 1995.

^[3] K. Campbell, “Comparing Accuracies of Spatial Interpolation Methods on 1-Minute Ground Magnetometer Readings”, MA thesis. North Dakota: North Dakota State University, 2017.

Система уравнений на веса κ_j и множитель Лагранжа \varkappa :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \kappa_j \gamma(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j) + \varkappa = \gamma(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_0), \\ \sum_{j=1}^n \kappa_j = 1. \end{cases} \quad (2)$$

где $\gamma(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)$ – полудисперсия:

$$\gamma(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j) = \frac{1}{2} \mathbf{D} \left[\tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{R}_i) - \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{R}_j) \right]. \quad (3)$$

Для сбора информации о полудисперсии измеряемого параметра в данной области строится эмпирическая вариограмма (ESV). ESV – это непараметрическая функция, которая принимает в качестве аргумента расстояние между измеряемыми точками h и выдает на выходе приближительную вариацию значений между точками, которые расположены на расстоянии h друг от друга:

$$\begin{aligned} \forall \mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j : \quad |\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j| = h \\ \gamma(h) = \frac{1}{2n_h} \sum_{(i,j)=1}^{n_h} \left(\tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{R}_i) - \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{R}_j) \right)^2, \end{aligned} \quad (4)$$

где n_h - общее количество пар выборочных точек.

После того, как мы собрали достаточно данных в ESV, мы можем аппроксимировать их с помощью некоторой модельной функции, которая обеспечивает достоверность. Это необходимо из-за дискретности (4). Существует множество таких моделей, но степенная экспоненциальная модель является самой распространенной и наиболее подходящей:

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left(1 - \exp \left\{ \left[- \left(\frac{h}{a} \right)^\nu \right] \right\} \right), & h > 0, \\ 0, & h = 0, \end{cases} \quad (5)$$

На рисунке 2 ESV строится с использованием степенной экспоненциальной модельной функции. Вариограмма прямого дипольного магнитного поля на круговой орбите с высотой $h_{\text{orb}} = 750 \text{ km}$ и наклоном $i = 60^\circ$. $n = 2000$ точки

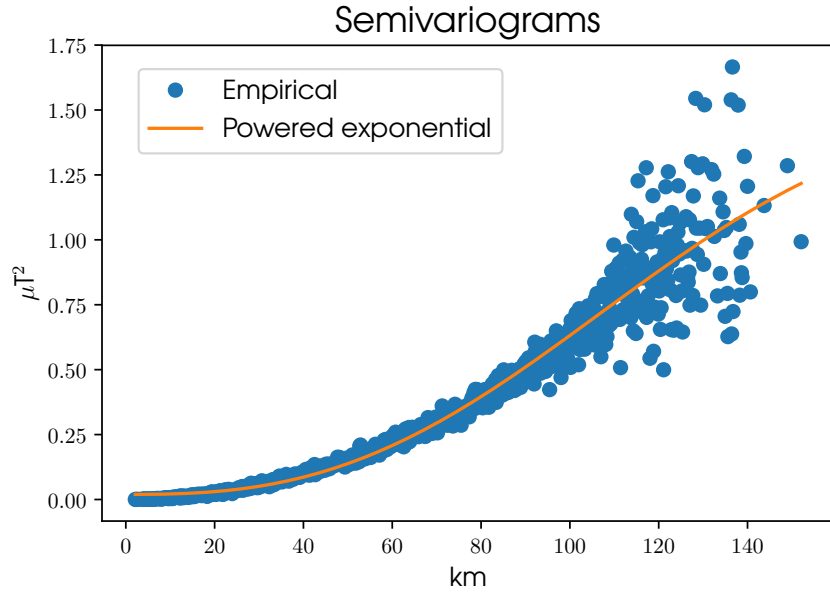


Рис. 2: Вариограмма модели прямого диполя.

берутся вблизи точки на орбите с аргументом широты $u = 60^\circ$ ($n_h = 19900$ усреднены до 1000). Окрестность определяется как куб с центром в точке орбиты и сторонами, равными 50 km.

В результате получается вариограмма с параметрами из (5):

- $c_0 = 0.02 \mu\text{T}^2$,
- $c = 1.5 \mu\text{T}^2$,
- $a = 127 \text{ km}$,
- $\nu = \frac{8}{3}$,

будет использоваться для фильтрации в сценариев с роем спутников.

Результаты моделирования фильтрации с Кригингом представлены на рисунке 3. Графики приведены только для 1 спутника из 4, поскольку результаты схожи. Параметры орбиты, спутников, контроллеров и шумов такие же, как и в сценарии с одним спутником. По сравнению с результатом на рисунке 1 точность ориентации на текущем графике на один градус выше, что является лучшим случаем при моделировании. Это показывает, что обычная интерполяция по Кригингу действительно обеспечивает улучшение контроля ориентации.

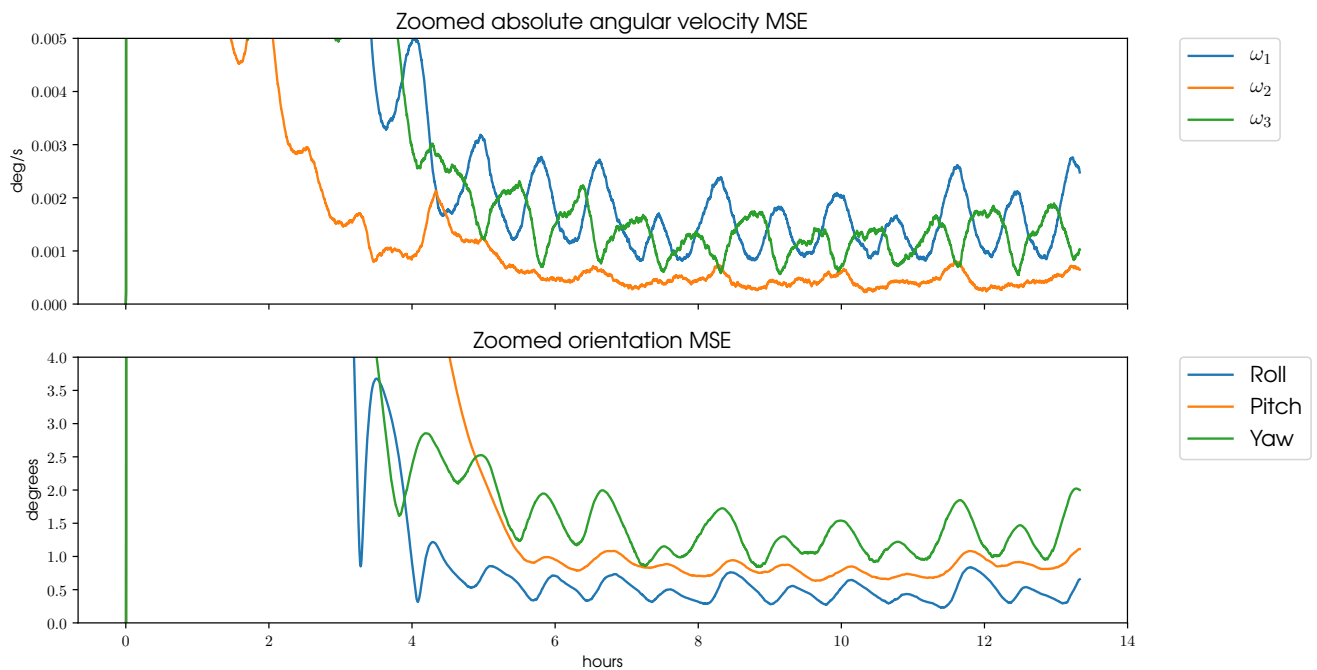


Рис. 3: СКО абсолютной угловой скорости и углов Эйлера в сценарии с роем спутников.

В предыдущей главе обсуждалась интерполяция для роя с фиксированными расстояниями. В действительности такое движение группы спутников возможно при определенных импульсах тяги, которые обычно обходятся очень дорого. Вот почему в **Главе 2** мы предлагаем формацию, которая не только используется для сбора данных измерений, но также может предоставлять услуги в режиме реального времени более крупной миссии, спутники которой могут быть распределены по внутренней части обслуживающей формации. В качестве примера такого сервиса рассматривается интерполяция геомагнитного поля во внутренних точках четырехспутниковой тетраэдрической формации, которая будет осуществима для ионосферных миссий. Мы рассматриваем пример ионосферной миссии (например, для изучения неоднородностей полярной плазмы в ионосфере), поэтому формирование будет развернуто на околополярной круговой орбите высотой 500 км и наклоном 87° . Мы предположим, что определенная точка отсчета движется по этой орбите, тогда как четыре спутника занимают специально построенные почти круговые относительные орбиты

таким образом, что четыре положения космических аппаратов находятся в вершинах невырожденного тетраэдра.

Относительное движение двух близко расположенных спутников в центральном гравитационном поле по почти круговым орбитам описывается уравнениями Хилла-Клохесси-Уилтшира, которые широко используются в исследованиях полетов в формациях^{[4],[5]}. Это подразумевает рассмотрение относительной динамики космического аппарата относительно орбитальной привязки, начало координат которой движется по круговой орбите радиуса r_0 и среднего движения ω_0 .

Линеаризованные уравнения, описывающие относительное движение космического аппарата по околосферным орбитам, задаются формулой

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\omega_0\dot{z} = u_x, \\ \ddot{y} + \omega_0^2 y = u_y, \\ \ddot{z} - 2\omega_0\dot{x} - 3\omega_0^2 z = u_z, \end{cases} \quad (6)$$

где $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_x & u_y & u_z \end{pmatrix}^\top = \frac{\Delta \mathbf{f}}{m}$, m это масса космического аппарата, а $\Delta \mathbf{f}$ представляет собой линеаризованную результирующую силу, действующую на космический аппарат, которая может включать в себя управляющую силу или любые возмущающие силы. В случае свободного движения, т.е. если $\Delta \mathbf{f} = \mathbf{0}_{3 \times 1}$, уравнения (6) допускают ограниченные периодические решения, заданные

$$\begin{cases} x(t) = c_1 \cos(\omega_0 t + \alpha_0) + c_3, \\ y(t) = c_2 \sin(\omega_0 t + \beta_0), \\ z(t) = \frac{c_1}{2} \sin(\omega_0 t + \alpha_0), \end{cases} \quad (7)$$

где константы $c_1, c_2, c_3, \alpha_0, \beta_0$ определяются начальными условиями.

^[4] G. Hill, "Researches in the lunar theory", American journal of Mathematics 1.1, pp. 5–26, 1878.

^[5] R.S. Wiltshire, W.H. Clohessy, "Terminal guidance system for satellite rendezvous", Journal of the Aerospace Sciences 27.9, pp. 653–658, 1960.

| Начальные условия формирования тетраэдра | | | | | |
|--|-----------|----------------|-------------------|------------------------|---------------------------|
| Спутник | c_1 | c_2 | c_3 | α_0 | β_0 |
| Спутник 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Спутник 2 | $2\rho/5$ | 0 | $2\rho\sqrt{5/3}$ | 0 | 0 |
| Спутник 3 | 2ρ | $\rho\sqrt{5}$ | $\rho\sqrt{5/3}$ | $-\arctan(1/\sqrt{2})$ | $\arctan(\sqrt{2}) - \pi$ |
| Спутник 4 | 2ρ | $\rho\sqrt{5}$ | $\rho\sqrt{5/3}$ | $\arctan(1/\sqrt{2})$ | $-\arctan(\sqrt{2})$ |

Таблица 1: Начальные условия для опорных траекторий вершин тетраэдра.

Начальные условия, определяющие исходные траектории заданы в Таблице 1. Значение параметра ρ , который определяет характерные расстояния между спутниками в строю, выбрано равным $\rho = 1430$ м для всех последующих симуляций. Относительные траектории и различные расстояния между спутниками в формации показаны на Рис. 4 и Рис. 5а.

Показатель качества полученного тетраэдра вводится в виде:

$$\mathcal{Q} = 12 \frac{(3V)^{2/3}}{L}, \quad (8)$$

где V – объем тетраэдра, а L – сумма квадратов длин всех ребер тетраэдра^{[6],[7]}. \mathcal{Q} изменяется между 0 для вырожденной конфигурации и 1 для правильных тетраэдров. Максимизируя минимальное качество вдоль орбиты в центральном гравитационном поле, можно получить $\mathcal{Q} = 1/\sqrt[3]{5}$ ^[8]. Отметим здесь, что константы в Таблице 1 соответствуют начальным условиям, полученным для случая максимального качества.

Мы можем создать ESV с данными, полученными из модели IGRF-13. Важно выяснить, насколько сильно на точность интерполяции влияет вариограмма, построенная на основе модели IGRF, если фактическое поле отличается. Дру-

^[6] W. Daly, “The Tetrahedron Quality Factors of CSDS”, Max Planck Inst. für Aeronomie Tech. Rep., 1994.

^[7] G. Paschmann, W. Daly, “Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data”, ISSI Scientific Reports Series 1, 1998.

^[8] S. Shestakov, M. Ovchinnikov, Ya. Mashtakov, “Analytical Approach to Construction of Tetrahedral Satellite Formation”, Journal of Guidance, Control, and Dynamics 42.12, pp. 2600–2614, 2019.

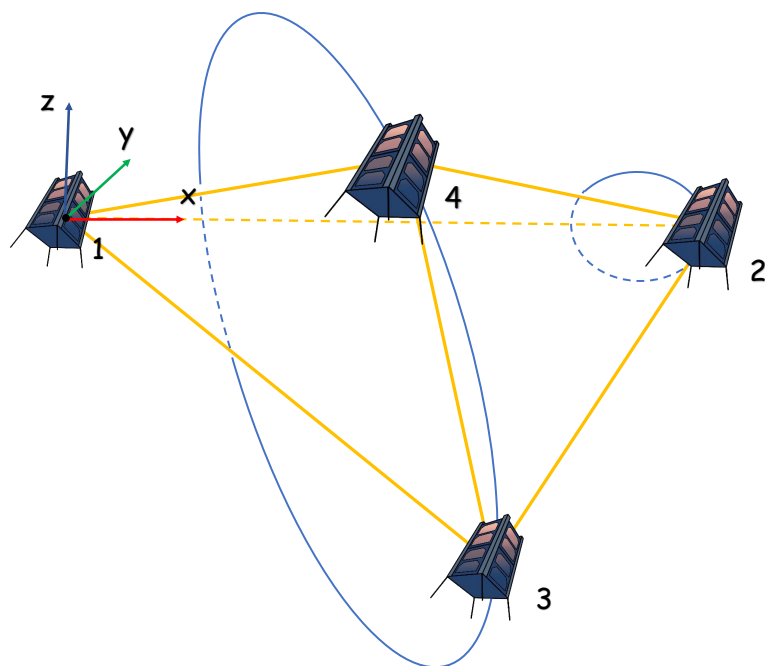


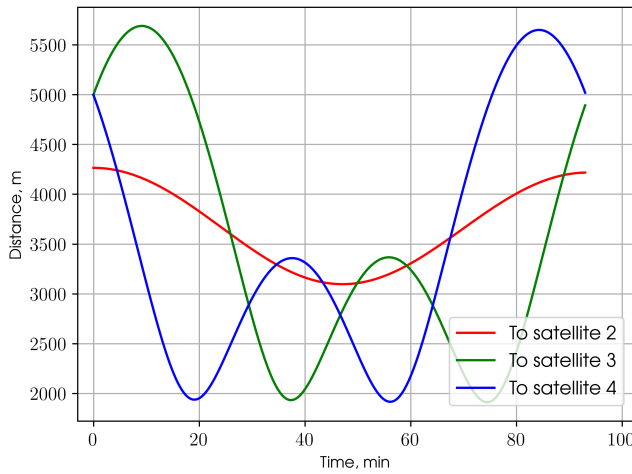
Рис. 4: Относительные траектории спутников формации в орбитальной системе отсчёта.

гими словами, вопрос заключается в том, как ошибки IGRF влияют на результирующую эмпирическую вариограмму. Чтобы количественно оценить эффект, мы проанализировали несколько эмпирических вариограмм и сравнили их влияние на веса Кригинга. Полученное сравнение представлено на Рис. 6.

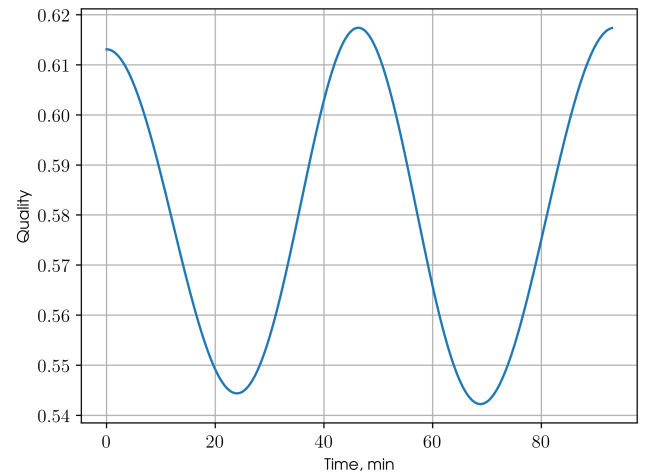
Базовая вариограмма на этом рисунке представляет собой синюю IGRF-13 без каких-либо возмущений. Сравнение других моделей с базовой линией позволяет нам сделать вывод, что в зависимости от уровня шума для разных моделей IGRF изменяется только величина смещения вдоль оси ординат. Тенденция примерно такая же.

Принимая во внимание тот факт, что вариограммы используются в качестве весов линейной системы уравнений. (2), смещение вдоль оси ординат становится незначительным для решения. Это означает, что даже если данные о геомагнитном поле будут содержать большую шумовую составляющую, результаты все равно будут весьма актуальны для подхода Кригинга.

Используя функцию экспоненциальной модели с питанием от (5), мы ап-



(a) Межспутниковые расстояния



(b) Качество тетраэдра

Рис. 5: Расстояния между спутниками формации и качество формации.

проксимируем ESV из рис. 6. Рисунки 7 (a), (b) и (c) представьте результаты подгонки экспоненциальной модели к эмпирическим вариограммам, которые основаны на модели IGRF-13 без какого-либо шума, с шумом 200 нТл и с шумом 400 нТл соответственно. Параметры из уравнения (5) представлены в таблице 2.

| Стандартное отклонение модели, [нТ] | c_0 , [μT^2] | c , [μT^2] | a , [km] | ν |
|-------------------------------------|-----------------------------|---------------------------|------------|-------|
| 0 | 0.04 | 2.48 | 364 | 2.77 |
| 200 | 0.15 | 2.86 | 390 | 2.52 |
| 400 | 0.5 | 2.13 | 335 | 2.73 |

Таблица 2: Параметры функции для различных моделей магнитного поля.

Как видно из таблицы 2, все параметры, кроме c_0 , почти одинаковы, что подтверждает предположение о смещениях ординат для этих вариограмм. Предположение о надежности решения при наличии шумовой составляющей в эмпирической вариограмме подтверждается многочисленными численными экспериментами.

Графики на рис. 8 представляют сравнение интерполированных измерений геомагнитного поля с данными одиночных спутниковых измерений. Интер-

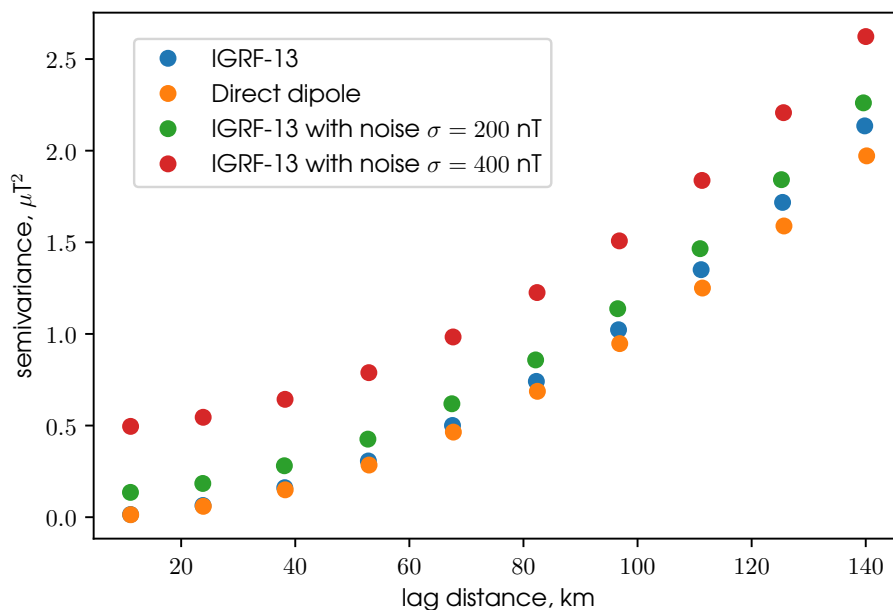
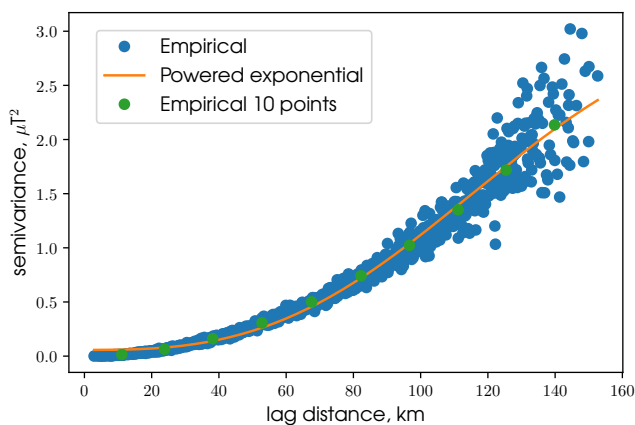


Рис. 6: Сравнение трендов ESV для различных моделей магнитного поля.

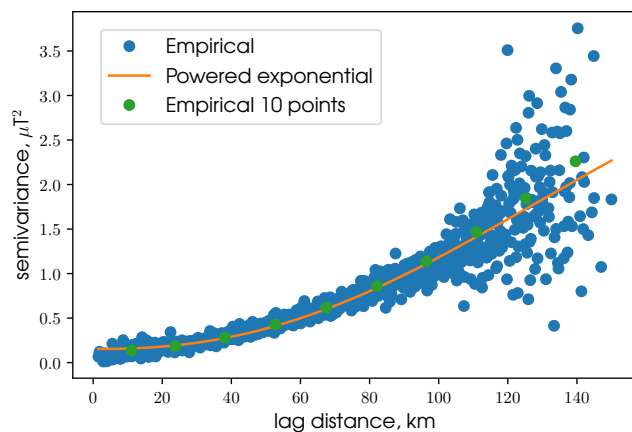
поляция производится для определения местоположения спутника 1 вдоль его орбиты. На графике показаны ошибки прямого измерения геомагнитного поля (черные точки) и ошибки результатов интерполяции (цветные точки). Графики составлены всего для одного запуска (одной орбиты) и для определения местоположения только одного спутника, однако ошибки качественно соответствуют тому, что мы получили в многочисленных числовых экспериментах.

На рис. 9 показано, как среднее значение СКО (для интерполированного абсолютного значения геомагнитного поля в местоположениях всех четырех спутников вдоль их орбит) зависит от характеристического размера этого образования. Среднее значение вычисляется на основе 100 запусков за один орбитальный период и различных начальных значений шума. Пунктирная горизонтальная линия на рисунке представляет собой СКО δ для измерений, выполняемых каждым спутником в одноэлементном режиме без интерполяции.

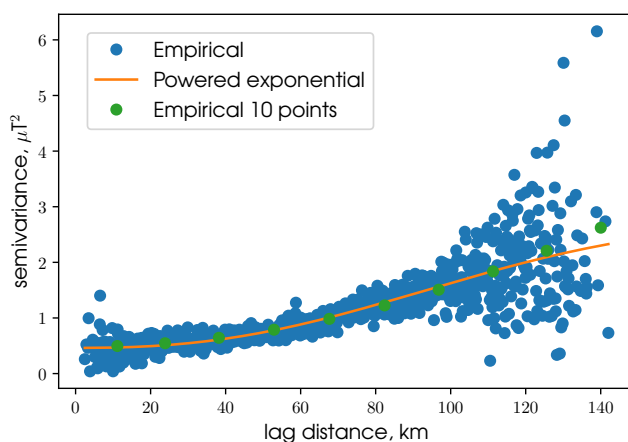
Чтобы увеличить количество точек в окрестности интерполяции, мы использовали историю измерений. Использование истории измерений подразумевает добавление предыдущих измерений, выполненных космическим аппаратом формации, для текущей интерполяции. Предыдущие измерения были проведе-



(a) Без шума



(b) Шум с $\sigma = 200$ nT

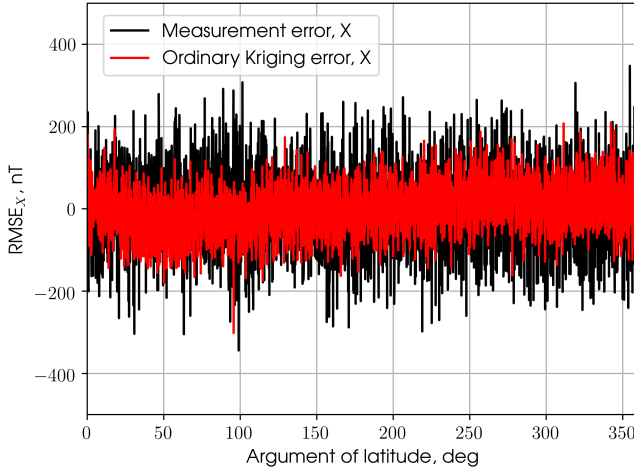


(c) Шум с $\sigma = 400$ nT

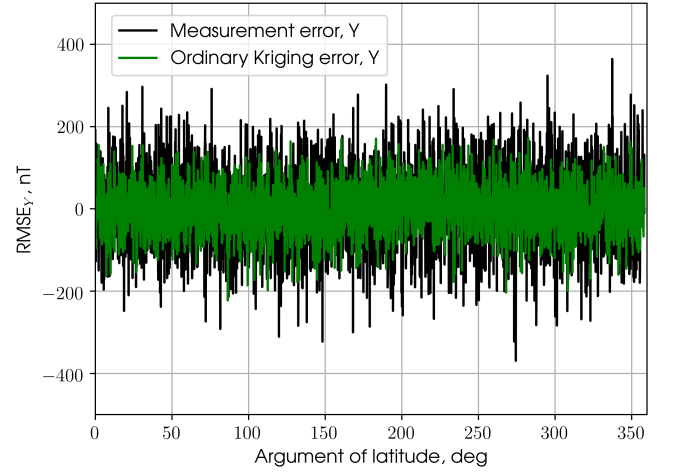
Рис. 7: Подгонка степенной экспоненциальной функции в ESV на основе моделей IGRF-13 с различным уровнем шума.

ны в предыдущих местоположениях космических аппаратов на их соответствующих орбитах, и мы должны предположить, что измеренное поле не изменилось за время, прошедшее с момента проведения измерений. Это ограничивает историю измерений теми, которые были сделаны не ранее, чем за 0,2 секунды до текущего времени, что соответствует расстоянию примерно в 1,5 км назад по орбите. В таблице 3 представлено количественное сравнение результатов исторического эксперимента.

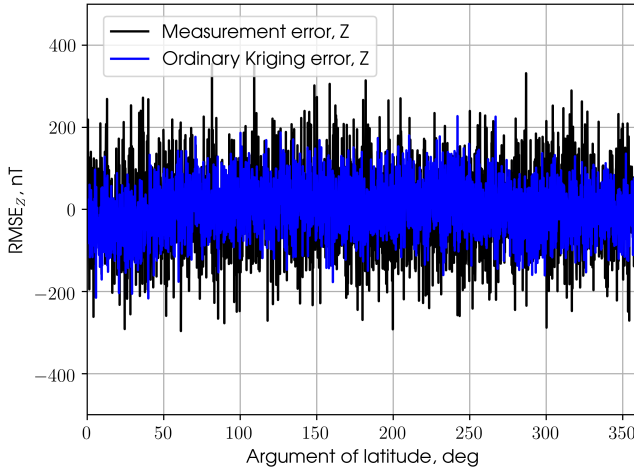
Давайте посмотрим, как интерполяция измерений магнитного поля влияет на определение ориентации и управление ею с помощью алгоритма TRIAD.



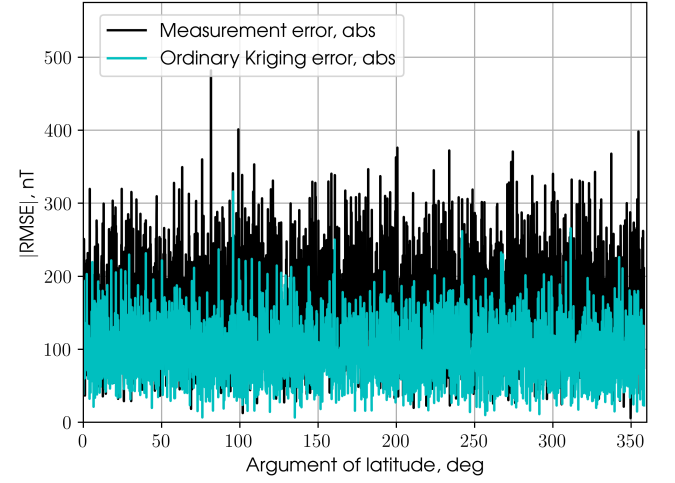
(a) X-компонента



(b) Y-компонента



(c) Z-компонента



(d) Абсолютное значение

Рис. 8: СК интерполяции магнитного поля с помощью Кригинга в сравнении с измерениями СКО Спутника #1.

| Тип интерполяции | $\mu_{\text{abs}}, [\text{nT}]$ | $\sigma_{\text{abs}}, [\text{nT}]$ | $\sigma_X, [\text{nT}]$ | $\sigma_Y, [\text{nT}]$ | $\sigma_Z, [\text{nT}]$ |
|------------------|---------------------------------|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| с историей | 84.4 | 91.6 | 53.2 | 51.2 | 54.1 |
| без истории | 95.9 | 104.3 | 60.9 | 57.7 | 62.1 |

Таблица 3: Сравнение средних значений и расчетных стандартных отклонений.

Поскольку он использует пару векторов, мы добавляем направление на Солнце, которое можно определить с помощью солнечных датчиков. Ошибка модели принимается за $\sigma_{\text{model}} = 500 \text{ нТл}$ и $\sigma_{\text{sun model}} = 10^{-9}$, ошибки измерения $\sigma_{\text{mm}} =$

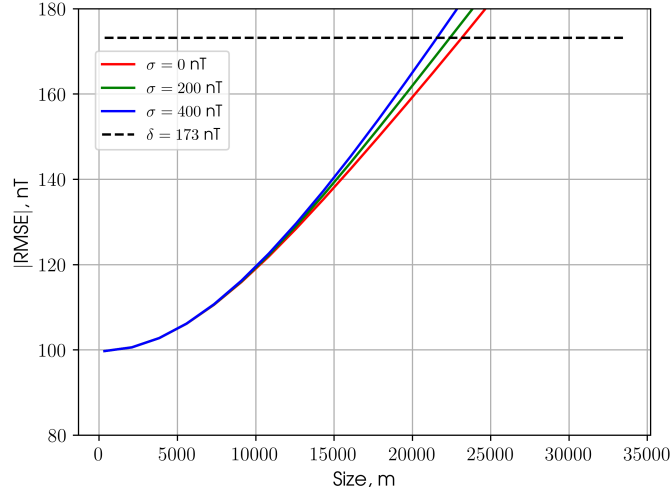
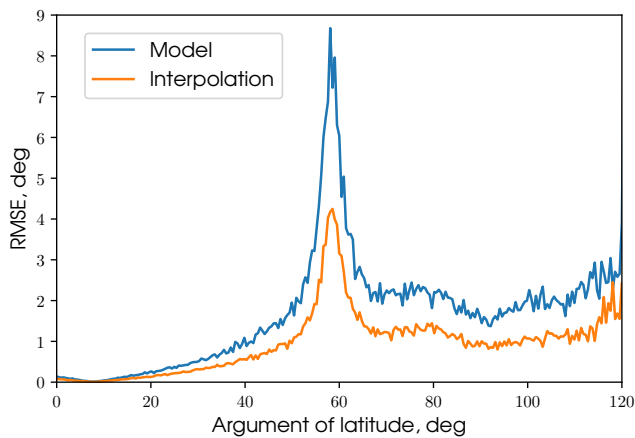


Рис. 9: MSE of the magnetic field interpolation versus characteristic size of the formation.

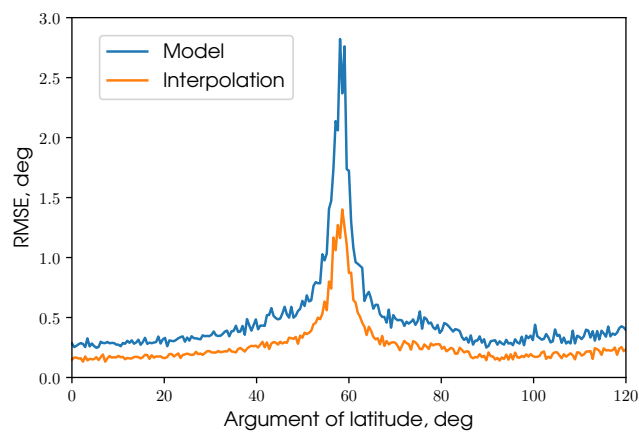
10 нТл и $\sigma_{\text{sun sensor}} = 10^{-4}$.

Расчет СКО показан на рис. 10. Подфигуры (a)-(d) показывают значения углов Эйлера, восстановленные с помощью алгоритмов TRIAD, на основе модельных значений (синие) и интерполированных значений (оранжевые) магнитного поля Земли. Рисунки (e)-(f) показывают пример изменения углов Эйлера на орбите для спутника #1 и как они восстанавливаются с помощью TRIAD на основе интерполированных значений магнитного поля. Результаты показывают, что интерполяция геомагнитного поля повышает точность определения положения спутника даже при использовании простого TRIAD вплоть до 3° в случае сильного расхождения бортовой модели с фактическим магнитным полем.

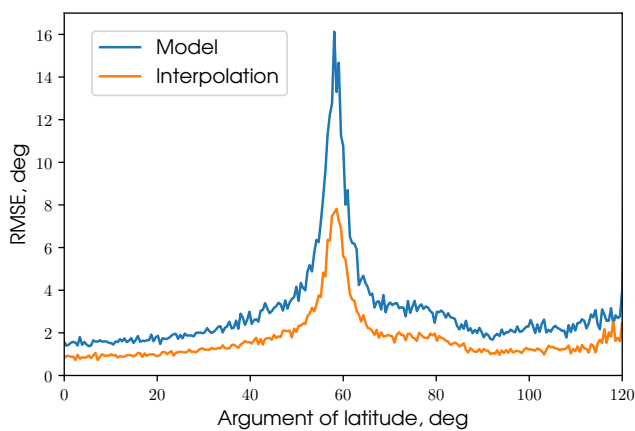
В **Главе 3** мы рассматриваем ряд архитектур формаций спутников CubeSat для выполнения космических оптических наблюдений для определения орбиты малых (размером от 1 до 10 см) объектов космического мусора на солнечно-синхронной орбите. Мы предполагаем, что формации выведены на круговую солнечно-синхронную орбиту на высоте 700 км, и каждый космический аппарат несет оптическую полезную нагрузку для отслеживания обломков объектов. Мы обсуждаем условия наблюдения и выбираем орбиту, близкую к плоскости терминатора. Затем мы анализируем конструкцию расширенного информаци-



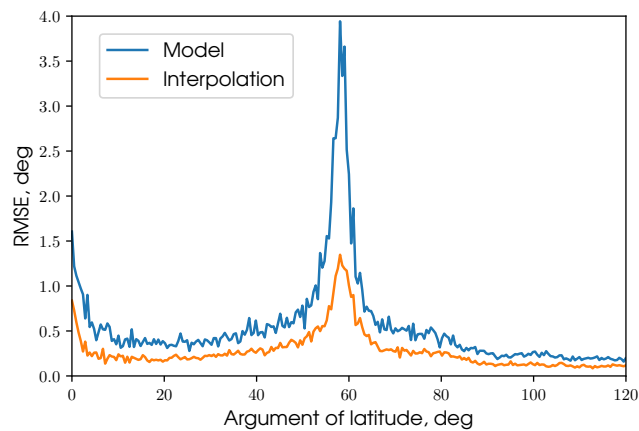
(a) СКО угла крена



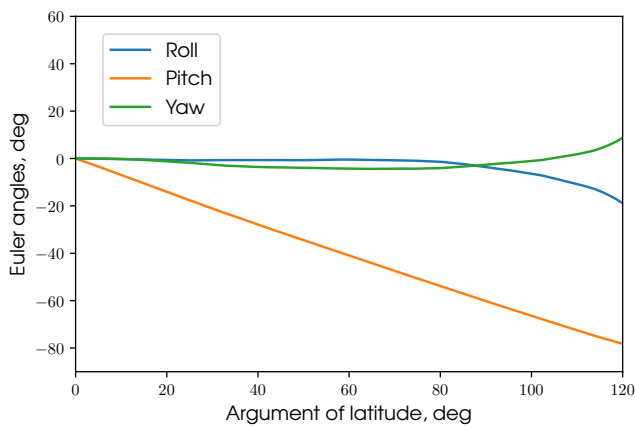
(b) СКО угла тангажа



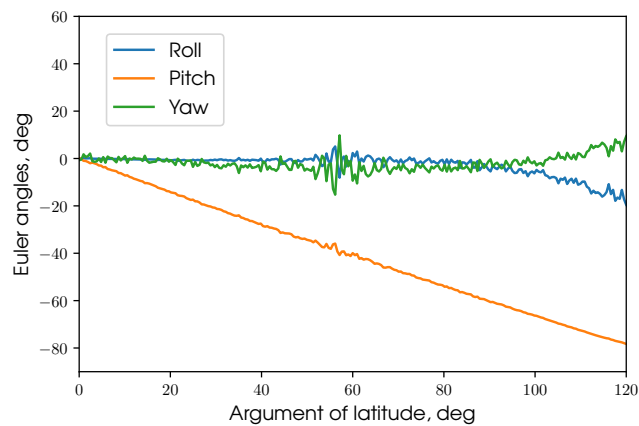
(c) СКО угла рыскания



(d) СКО конечного угла поворота



(e) Истинные углы Эйлера



(f) TRIAD-оценки углов Эйлера

Рис. 10: Ошибка определения углов Эйлера и кватернионного угла спутника #1 с использованием алгоритма TRIAD.

онного фильтра для обработки многоточечных измерений, полученных космическим аппаратом формации, и анализируем его точность с учетом ограниченной полезной нагрузки и в зависимости от таких параметров системы, как тип формации, количество космических аппаратов в формации и межспутниковые расстояния.

Мы рассмотрим 3 распространенных типа конфигурации формации спутников, таких как “train”, GCO и “tetrahedron formation”. Для анализа мы также протестируем каждую конфигурацию орбиты с различными базами триангуляции. Чтобы спроектировать орбитальные конфигурации формаций, мы используем уравнения Хилла-Клохесси-Уилтшира из (6) и их ограниченные решения (7) с константами начальных условий $c_1, c_2, c_3, \alpha_0, \beta_0$.

Орбитальные конфигурации, использованные в исследовании, определены в таблице 4, часть 3 которой совпадает с частью таблицы 1. Параметр ρ определяет базу триангуляции. В численном моделировании мы используем три различных значения для $\rho = 1, 5, 10$ км. Рисунки 11-13 изображают результирующие орбитальные конфигурации.

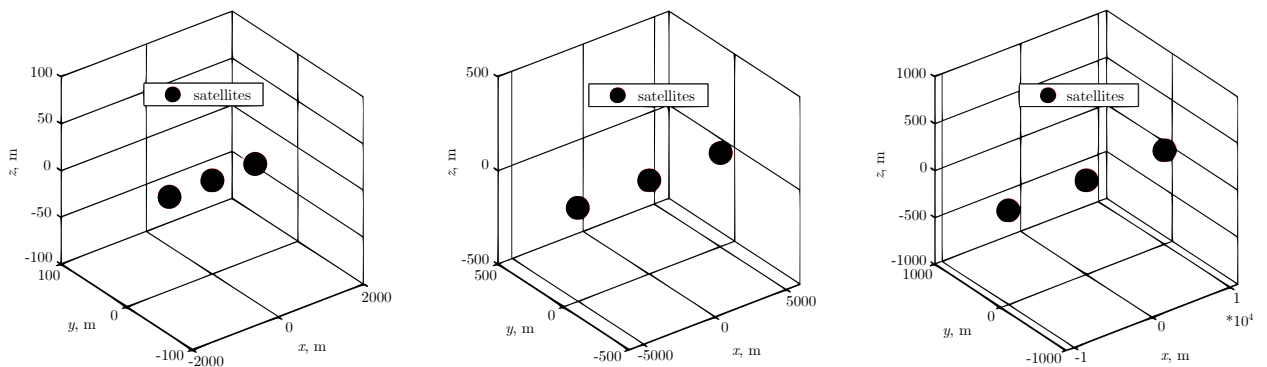


Рис. 11: Train формация с базой 1, 5 и 10 км.

Теперь мы рассмотрим моделирование для всех конфигураций спутников с оптическими датчиками со следующими параметрами: период измерения $T = 1$ s, угол конуса $\text{FWHM} = 10^\circ$, погрешность измерения $\sigma_{\text{meas}} = 5''$, максимальная обнаруживаемая величина $\mathcal{M}_{\text{max}} = 18$.

| Satellite # | c_1 | c_2 | c_3 | α_0 | β_0 |
|-------------------------|-----------|------------------|-------------------|------------------------|---------------------------|
| Train формация | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | ρ | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | $-\rho$ | 0 | 0 |
| GCO формация | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | ρ | $\sqrt{3}\rho/2$ | 0 | 0 | 0 |
| 3 | ρ | $\sqrt{3}\rho/2$ | 0 | π | π |
| Тетраэдральная формация | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | $2\rho/5$ | 0 | $2\rho\sqrt{5/3}$ | 0 | 0 |
| 3 | 2ρ | $\rho\sqrt{5}$ | $\rho\sqrt{5/3}$ | $-\arctan(1/\sqrt{2})$ | $\arctan(\sqrt{2}) - \pi$ |
| 4 | 2ρ | $\rho\sqrt{5}$ | $\rho\sqrt{5/3}$ | $\arctan(1/\sqrt{2})$ | $-\arctan(\sqrt{2})$ |

Таблица 4: Начальные условия для относительных орбит формаций.

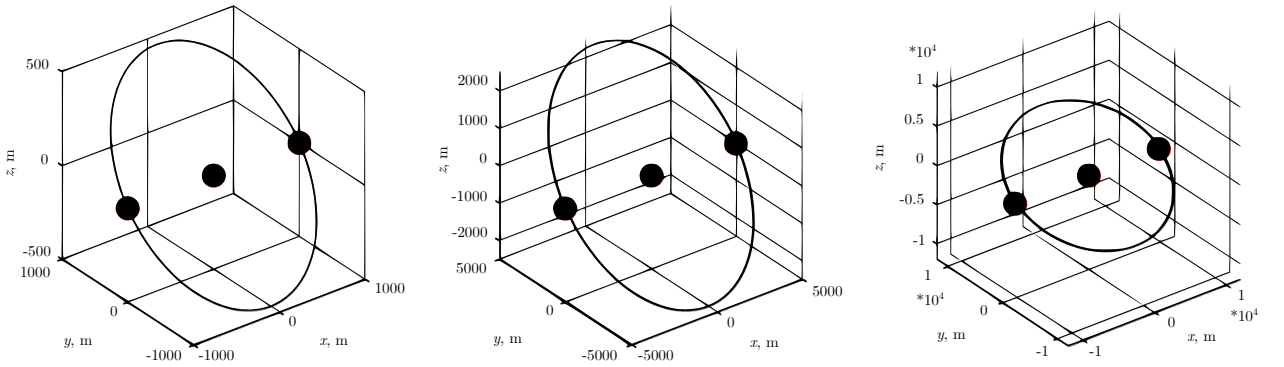


Рис. 12: GCO формация с базой 1, 5 и 10 км.

Среднему обнаруживаемому обломку цели задаются следующие параметры: альbedo $\xi = 0,3$, поперечное сечение $A = 0.01 \text{ m}^2$, ошибка ускорения $\sigma_{\mathbf{a}} = 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Орбита выбрана как обычная, загрязненная мусором НОО с параметрами: БП $a_{\text{targ}} = 7177 \text{ km}$, эксцентриситет $e_{\text{targ}} = 10^{-6}$, наклонение $i_{\text{targ}} =$

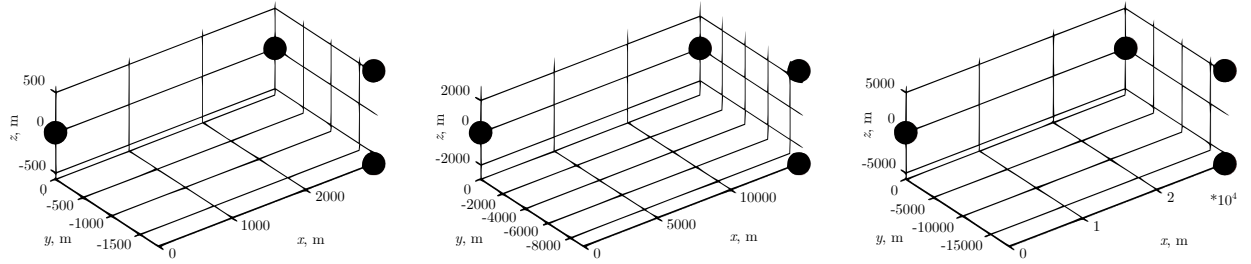


Рис. 13: Тетраэдральная формация с базой 1, 5 и 10 км.

85.4° , ПВВУ $\Omega_{\text{targ}} = 136.6^\circ$, АП $\omega_{\text{targ}} = 0$, ИА $\nu_{\text{targ}} = 300^\circ$

Моделирование проводится для временных шагов $N = 18000$ с ковариационной матрицей начального состояния для информационного фильтра $\mathbf{P}_0 = \text{diag}(\sigma_{r_0}^2, \sigma_{r_0}^2, \sigma_{r_0}^2, \sigma_{v_0}^2, \sigma_{v_0}^2, \sigma_{v_0}^2)$, где $\sigma_{r_0} = 10 \text{ km}$ и $\sigma_{v_0} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Начальное состояние вектора пространства состояний \mathbf{X}_0 совпадает с истинным значением этого вектора (вот почему начальная ошибка на графиках будет равна 0). Моделирование повторяется $M = 200$ раз, чтобы вычислить СКО предполагаемого положения целевого обломка.

Результат всех симуляций можно увидеть в таблицах 5-7. Значения СКО берутся для каждой проекции радиус-вектора цели. Понятно, что самая большая ошибка находится в Z -координате целевого положения во всех случаях. Таким образом, мы помещаем его в таблицы как наиболее подходящий, чтобы показать эффективность фильтра.

Пример моделирования СКО приведен на рисунках 14-16. Все рисунки представляют конфигурации ГСО для $\rho = 1 \text{ km}$. Рисунки относятся к структуре с двумя датчиками, в качестве примера для краткого описания.

Количество спутников также уменьшает погрешность оценки местоположения. Таким образом, для 2 спутников с небольшим временем измерения СКО на самом деле наихудшие. Ситуация выравнивается по мере увеличения времени наблюдения - при временах 300 s ошибки для всех различных спутников в основном одинаковы, около 180 m.

| Конфигурация | Количество | СКО [м] | | | |
|--------------|------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | $t = 50 \text{ s}$ | $t = 100 \text{ s}$ | $t = 200 \text{ s}$ | $t = 300 \text{ s}$ |
| Train | 2 | 1200 | 1050 | 280 | 200 |
| | 3 | 1070 | 730 | 220 | 190 |
| GCO | 2 | 1150 | 1000 | 380 | 200 |
| | 3 | 1100 | 700 | 220 | 160 |
| Тетраэдр | 4 | 820 | 660 | 210 | 200 |

Таблица 5: СКО положения целевого объекта для конфигураций сенсоров с $\rho = 1 \text{ km}$.

| Конфигурация | Количество | СКО [м] | | | |
|--------------|------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | $t = 50 \text{ s}$ | $t = 100 \text{ s}$ | $t = 200 \text{ s}$ | $t = 300 \text{ s}$ |
| Train | 2 | 1300 | 970 | 300 | 180 |
| | 3 | 1080 | 900 | 300 | 170 |
| GCO | 2 | 1200 | 920 | 230 | 210 |
| | 3 | 900 | 550 | 220 | 170 |
| Тетраэдр | 4 | 800 | 790 | 230 | 170 |

Таблица 6: СКО положения целевого объекта для конфигураций сенсоров с $\rho = 5 \text{ km}$.

Конфигурация типа, по-видимому, оказывает довольно слабое влияние на СКО определения местоположения цели, но результаты моделирования подразумевают, что тип формации GCO дает лучшие результаты, чем тип train. Тетраэдральная формация сенсоров на самом деле несравним с формациями GCO и train из-за разного количества спутников в этих группах, но поскольку эта конфигурация является прямым продолжением GCO в 4-точечной системе измерений, мы можем утверждать, что тетраэдральная формация лучше всего подходит для наших целей. Таким образом, мы рекомендуем использовать тет-

| Конфигурация | Количество | СКО [М] | | | |
|--------------|------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | $t = 50 \text{ s}$ | $t = 100 \text{ s}$ | $t = 200 \text{ s}$ | $t = 300 \text{ s}$ |
| Train | 2 | 1250 | 1050 | 360 | 200 |
| | 3 | 1110 | 820 | 300 | 190 |
| GCO | 2 | 1310 | 1100 | 260 | 180 |
| | 3 | 980 | 680 | 260 | 170 |
| Тетраэдр | 4 | 990 | 720 | 340 | 220 |

Таблица 7: СКО положения целевого объекта для конфигураций сенсоров с $\rho = 10 \text{ km}$.

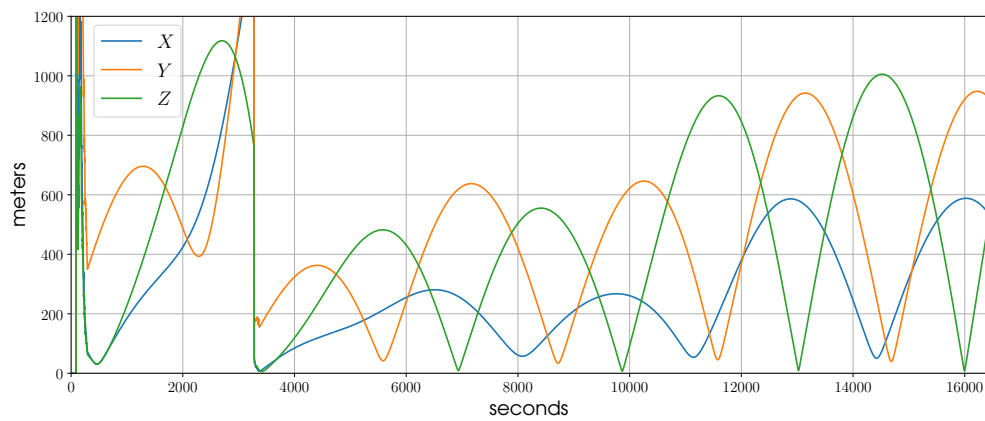


Рис. 14: СКО положения целевого объекта для 2 сенсоров в GCO конфигурации с $\rho = 1 \text{ km}$ и временем измерения $t = 100 \text{ s}$.

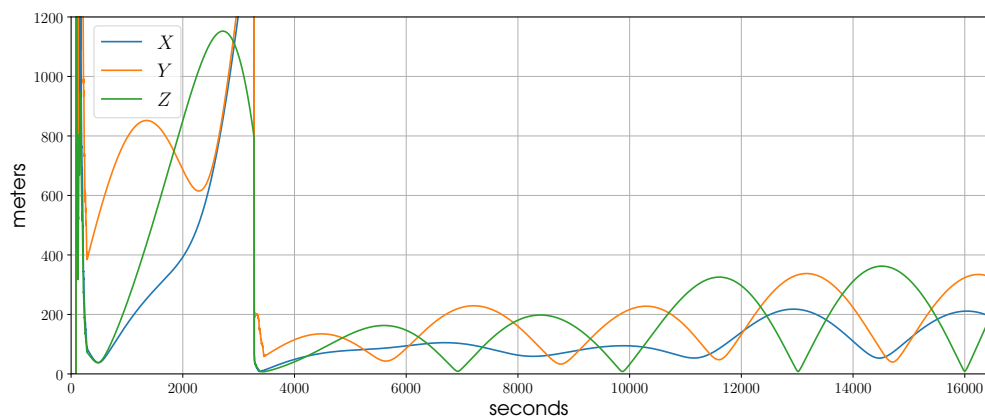


Рис. 15: СКО положения целевого объекта для 2 сенсоров в GCO конфигурации с $\rho = 1 \text{ km}$ и временем измерения $t = 200 \text{ s}$.

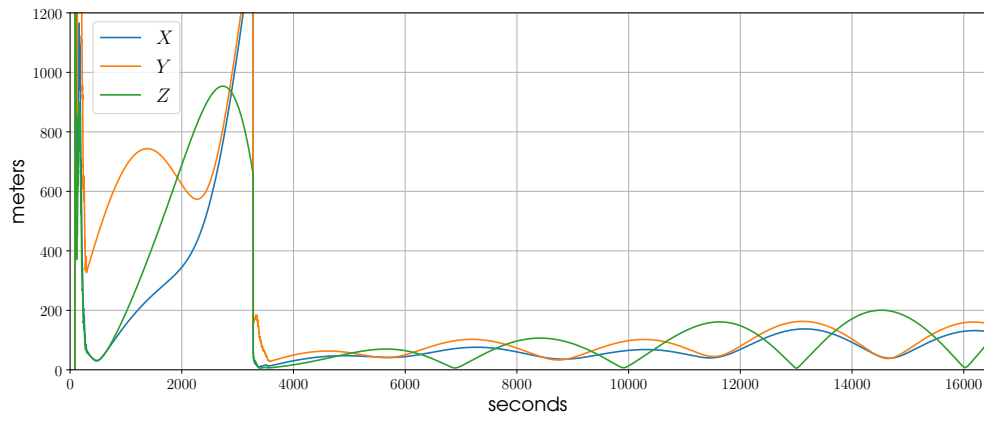


Рис. 16: СКО положения целевого объекта для 2 сенсоров в GCO конфигурации с $\rho = 1 \text{ km}$ и временем измерения $t = 300 \text{ s}$.

раздральную конфигурацию в задаче отслеживания обломков цели по короткой дуге.