

# Теоретико-игровой анализ затрат на предвыборную политическую борьбу

## Захаров Алексей Владимирович

### Аннотация

Автор анализирует пространственную модель политической конкуренции, в которой кандидаты имеют возможность влиять на восприятие избирателями своего политического веса (то есть таких характеристик, как компетентность или репутация). Показано, что при избирателях, испытывающих отвращение к риску, кандидаты выдвинут разные политические платформы. Затраты на приобретение политического веса и дистанция между платформами кандидатов при этом зависят от распределения предпочтения избирателей относительно проводимой политики.

## 1 Введение

Под «политическим весом» кандидата я буду иметь ввиду такие его характеристики, как репутация, узнаваемость, популярность и компетентность. Возникновение данного термина (*valence* в англоязычной литературе) связывают с работами Доnalльда Стокса (см., к примеру, Stokes, 1963). Данный термин применим как к политическим партиям, так и к отдельным кандидатам.

Основной источник превосходства в политическом весе для отдельного кандидата — опыт работы на оспариваемой должности. Тем не менее, политический вес можно увеличить путем затрат на рекламу собственных положительных характеристик (таких, как компетентность или честность) или путем отрицательной рекламы, направленной на соперника.

Главное предположение, лежащее в основе данной работы, состоит в стратегическом поведении кандидатов при выборе политических платформ. Кандидат принимает во внимание не только количество голосов избирателей, которое он получит, но и затраты на увеличение политического веса, которые он будет вынужден понести.

В модели Хотеллинга—Даунса с избирателями, испытывающими отвращение к риску, эффективность увеличения политического веса зависит от расстояния между политическими платформами кандидатов. Если это расстояние велико, то эффект увеличения политического веса одним из кандидатов будет сравнительно небольшим. Если же позиции кандидатов одинаковы, то превосходство в политическом весе может решить исход выборов. Так как в равновесии предельные издержки на увеличение политического веса должны равняться предельному выигрышу, то следует ожидать, что затраты на приобретение политического веса будут отрицательно зависеть от расстояния между политическими платформами кандидатов.

Данное рассуждение требует дополнительного предположения о том, что решение о величине затрат на приобретение политического веса принимается после выбора кандидатами политических платформ. Это предположение вполне обосновано, так как в большинстве избирательных кампаний кандидаты не меняют позиций по основными вопросам, в то время как интенсивность кампании достигает максимума к дню выборов.

Кандидат, таким образом, стоит перед дилеммой. С одной стороны, сближение с политической платформой соперника должно принести кандидату дополнительные голоса и увеличить его шансы быть избранным. С другой стороны, это должно увеличить его затраты на приобретение политического веса. Таким образом, кандидаты могут отказаться выдвигать одинаковые политические платформы.

## 2 Обзор литературы

Возникновение современных пространственных моделей политической борьбы связывают с известной работой Даунса (1957). Известный результат состоит в том, что при двух кандидатах, одномерном политическом пространстве и избирателях с однопиковыми предпочтениями оба кандидата выберут политическую платформу, соответствующую позиции медианного избирателя.

Данный результат логичен, но не всегда выполняется на практике. Одно из возможных объяснений состоит в том, что кандидаты могут быть мотивированы реализуемой после выборов политикой, а не только фактом избрания (Calvert, 1985, и Wittman, 1983). Политическая платформа кандидата, таким образом, представляет компромисс между его собственной политической позицией и позицией медианного избирателя. Кандидат, однако, должен иметь возможность убедить избирателей в том, что после избрания проводимая им политика будет соответствовать его предвыборной платформе (Alesina, 1988).

Несколько работ рассмотрели модель Даунса, в которой один из кандидатов обладает экзогенным преимуществом в политическом весе. Если кандидаты мотивированы только победой на выборах, то равновесие невозможно (Anscombe and Snyder, 2000). Возможные пути решения проблемы — предположить, что кандидаты мотивированы как избранием, так и политикой (Groseclose, 2001), или проанализировать равновесие в смешанных стратегиях (Aragones and Palfrey, 2000).

Данная работа имеет несколько важных отличий от предшественников. Во-первых, предполагается, что кандидаты мотивированы только победой на выборах. Это снимает необходимость делать дополнительные предположения о существовании механизма, заставляющего кандидата в случае победы реализовывать обещанную им политику.

Во-вторых, предполагается, что кандидаты симметричны — то есть ни один кандидат не имеет экзогенного преимущества, как, например, в работе Groseclose (2001). В-третьих, работа не предполагает существование никаких агентов кроме кандидатов и избирателей. Наконец, в-четвертых, все результаты в ранней работе получены для общего вида функций полезности и издержек.

## 3 Формулировка модели

### 3.1 Кандидаты

Два кандидата выбирают предвыборные платформы  $y_1, y_2$  из одномерного множества допустимых политических платформ  $X \subset \mathbb{R}$  ( $X$  — отрезок) и уровни политического веса  $\epsilon_1, \epsilon_2$ . Стоимость приобретения политического веса  $\epsilon$  есть  $c(\epsilon)$ , где  $c(\cdot)$  — трижды дифференцируемая функция, причем  $c(0) = 0, c'(0) = 0, c' > 0$  и  $c'' > 0$ .

Кандидаты мотивированы только победой на выборах. Ценность победы на выборах составляет единицу. Выигрыш кандидата  $i \in \{1, 2\}$  есть

$$1 - c(\epsilon_i) \tag{1}$$

в случае победы и

$$-c(\epsilon_i) \tag{2}$$

в случае поражения.

Выборный процесс происходит следующим образом. Кандидаты одновременно выбирают политические платформы  $y_1, y_2$ . После этого они одновременно выбирают уровни политического веса  $\epsilon_1, \epsilon_2$ . Затем, происходит голосование.

## 3.2 Избиратели

Существует единственный избиратель с наиболее предпочтаемой политикой  $v \in \mathfrak{X}$ . Значение  $v$  не известно кандидатам, которые считают его случайной величиной, распределенной согласно  $F(\cdot)$  с функцией плотности  $f(\cdot)$ . Выигрыш избирателя зависит как от политики, так и от политического веса победившего кандидата. Выигрыш избирателя в случае победы кандидата  $i \in \{1, 2\}$  есть

$$\epsilon_i - \phi(|v - y_i|). \quad (3)$$

Функция  $\phi(\cdot)$  отражает ущерб, наносимый избирателю при реализации политики, отличной от идеальной. Я предполагаю, что  $\phi(\cdot)$  — трижды дифференцируемая функция, причем  $\phi(0) = 0$ ,  $\phi'(0) = 0$ ,  $\phi'(x) > 0$ , и  $\phi''(x) > 0$ .

Избиратель «честный». Он голосует за Кандидата 1 если

$$\epsilon_1 - \phi(|v - y_1|) \geq \epsilon_2 - \phi(|v - y_2|) \quad (4)$$

и за Кандидата 2 в обратном случае.

Так как кандидаты мотивированы только победой на выборах, предположим, что  $y_1 \leq y_2$ . Следовательно, вероятность победы Кандидата 1 есть  $F(v)$ , где  $v$  — решение уравнения

$$\epsilon_1 - \phi(|v - y_1|) = \epsilon_2 - \phi(|v - y_2|). \quad (5)$$

Избиратель с предпочтением  $v$  называется безразличным избирателем.

Ожидаемый выигрыш кандидатов таким образом есть

$$F(v) - c(\epsilon_1) \quad (6)$$

для Кандидата 1 и

$$1 - F(v) - c(\epsilon_2) \quad (7)$$

для Кандидата 2.

## 4 Результаты

### 4.1 Результаты для мажоритарной системы

Рассмотрим равновесие в задаче с произвольными формами функций  $f(\cdot)$ ,  $\phi(\cdot)$  и  $c(\cdot)$ . Большинство результатов касается локального равновесия Нэша.

Будем различать *внутренние* и *границные* равновесия. Пара стратегий является внутренним равновесием если ни  $y_1$ , ни  $y_2$  не лежат на границе множества  $X$ . В обратном случае равновесия является граничным.

**Предложение 1** *Пусть  $y_1$  и  $y_2$  — политические платформы кандидатов в равновесии. Тогда*

$$\epsilon_1^* = \epsilon_2^* = c'^{-1} \left( \frac{f(\tilde{y})F(\tilde{y})}{2\phi'(d)} \right), \quad (8)$$

где  $\tilde{y} = \frac{y_1+y_2}{2}$  и  $d = \frac{y_2-y_1}{2}$ .

Данный результат следует из того, что предельный выигрыш кандидатов должен равняться их предельным издержкам. При одинаковой ценности победы на выборах и одинаковой (и выпуклой) функции затрат, количество приобретаемого кандидатами политического веса должно быть одинаковым.

**Предложение 2** Пусть вектор стратегий  $((y_1^*, \epsilon_1^*(y_1, y_2)), (y_2^*, \epsilon_2^*(y_1, y_2)))$  есть локальное равновесие Нэша. Тогда выполняются следующие условия:

$$f'(\tilde{y}) = 0, \quad (9)$$

$$f''(\tilde{y}) > 0, \quad (10)$$

$$\frac{\phi'(d)^3}{\phi''(d)} - c'^{-1'} \left( \frac{f(\tilde{y})}{2\phi'(d)} \right) f(\tilde{y}) = 0, \quad (11)$$

где  $\tilde{y} = \frac{y_1^* + y_2^*}{2}$  и  $d = \frac{y_2^* - y_1^*}{2}$ .

Безразличный избиратель должен находиться в локальном минимуме функции плотности распределения избирателей. Согласно данному результату, в любом локальном внутреннем равновесии положение безразличного избирателя не зависит от формы функции издержек  $c(\cdot)$  и функции ущерба  $\phi(\cdot)$ . Положение безразличного избирателя зависит только от распределения предпочтений избирателей  $F(\cdot)$  (см. Рис. 1).

Данный результат имеет следующую интерпретацию. Если предпочтения избирателей сгруппированы вокруг нескольких позиций, то все члены одной группы будут голосовать за одного кандидата.

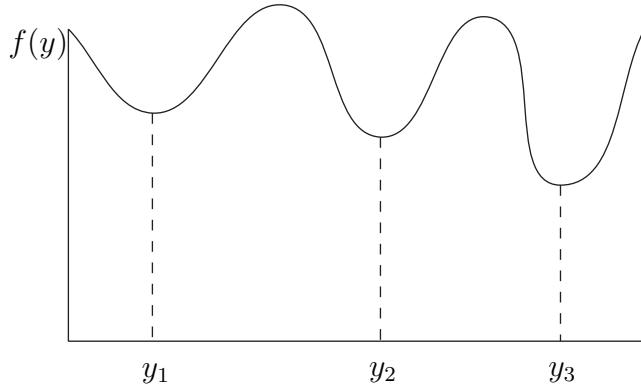


Рис. 1:  $y_1, y_2, y_3$  — внутренние локальные равновесия.

Данный результат имеет следующую интерпретацию. Пусть оба кандидата выбирают некоторые платформы. Рассмотрим, как небольшое изменение позиции одного из кандидатов (в сторону соперника) повлияет на его благосостояние. Можно выделить 3 эффекта:

1. Благосостояние улучшится, так как увеличится количество голосов, отданное за кандидата.
2. Благосостояние ухудшится, так как расстояние между платформами кандидатов сократится, и оба кандидата станут тратить больше средств на приобретение политического веса.
3. Благосостояние изменится, так как изменится плотность избирателей в окрестности безразличного избирателя (так как от нее зависят затраты на приобретение политического веса).

Допустим, что каждый из кандидатов рассматривает возможность приблизить свою позицию к сопернику на небольшую и одинаковую величину. Первые два эффекта для обоих кандидатов будут равны, третий эффект будет одинаков по модулю, но противоположен по знаку. Так как в равновесии сумма всех трех эффектов для обоих кандидатов

должна быть равна нулю, равновесие возможно только если плотность избирателей в окрестности безразличного избирателя постоянна.

Для существования внутреннего равновесия необходимо, чтобы у функции плотности распределения предпочтений был по крайней мере один локальный минимум. В обратном случае либо локальное равновесие не существует, либо в равновесии один из кандидатов выбирает политику, находящуюся на границе множества допустимых политик.

Существует следующий результат:

**Предложение 3** Пусть  $X = [\underline{y}, \bar{y}]$  и  $f'(y) > 0$  для всех  $y \in S$ . Тогда, в любом равновесии верно следующее:

1.  $y_1^* = \underline{y}$ .
2. Кандидат 2 получает большинство голосов.

Данный результат означает, что если плотность избирателей монотонно возрастает, то кандидат, находящийся в стороне с меньшим количеством избирателей, выберет наиболее крайнюю политику из возможных (см. Рис. 2).

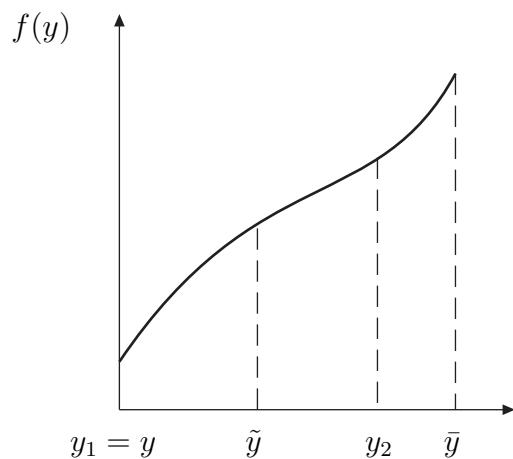


Рис. 2: Равновесие при возрастающей плотности избирателей.

Для объяснения этого результата рассмотрим выигрыш каждого кандидата от приближения своей позиции к сопернику на небольшую величину. Для кандидата, находящегося со стороны большинства, третий эффект будет положительным, а для другого кандидата — отрицательным. Таким образом, кандидату большинства всегда будет выгоднее приблизить свою позицию к позиции соперника.

## 4.2 Обобщение результатов для произвольной электо́ральной си́стемы

Далее я рассматриваю, как степень пропорциональности электо́ральной системы влияет на равновесие в модели.

Пусть  $g(\cdot)$  — непрерывная функция, которая отражает вероятность кандидата быть избранным в зависимости от доли голосов, которую он получил. Пусть  $g(\cdot)$  удовлетворяет следующим условиям:  $g'(\cdot) > 0$ ,  $g(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$  и  $g(x) = 1 - g(1 - x)$ . Это означает, что электо́ральная система удовлетворяет условиям монотонности и симметричности (см. Рис. 3).

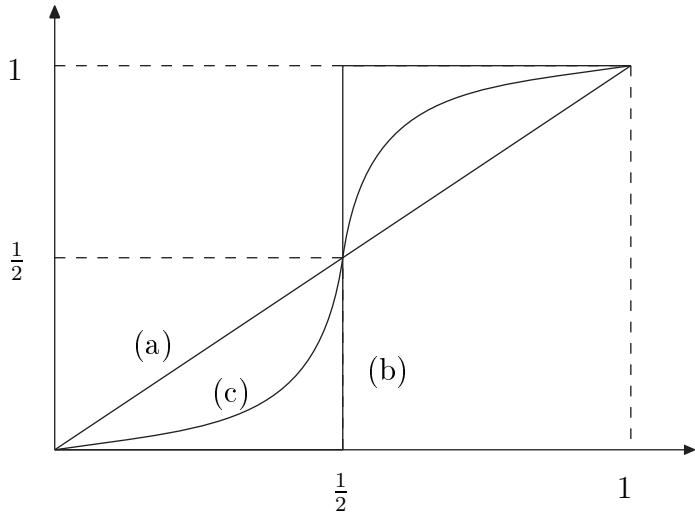


Рис. 3: Различные электоральные функции: (а) — пропорциональное представительство, (б) — правило большинства, (с) — промежуточный случай.

Я предполагаю, что функция  $g(\cdot)$  непрерывна. Следовательно, мы можем считать, что существует континuum избирателей, чьи предпочтения распределены согласно функции  $F(\cdot)$  с плотностью  $f(\cdot)$ .

Выигрыши кандидатов теперь будут

$$g(F(v)) - c(\epsilon_1) \quad (12)$$

для Кандидата 1 и

$$1 - g(F(v)) - c(\epsilon_2) \quad (13)$$

для Кандидата 2.

Можно заметить, что в случае пропорционального представительства  $g(x) = x$ , модель совпадает с рассмотренной в предыдущем разделе. Результаты схожи и для более общей электоральной функции.

**Предложение 4** Вектор стратегий  $(y_1^*, y_2^*, \epsilon_1^*(y_1, y_2), \epsilon_2^*(y_1, y_2))$  есть локальное внутреннее равновесие если и только если

$$f'(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y})) + f(\tilde{y})^2g_{FF}(F(\tilde{y})) = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\phi'(d)^3}{\phi''(d)} - c'^{-1'} \left( \frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\phi'(d)} \right) f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y})) = 0, \quad (15)$$

$$f''(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y})) + 3f(\tilde{y})f'(\tilde{y})g_{FF}(F(\tilde{y})) + f(\tilde{y})^2f'(\tilde{y})g_{FFF}(F(\tilde{y})) > 0. \quad (16)$$

Данный результат означает, что если  $g(\cdot)$  линейна в окрестности долей, получаемых кандидатами  $F(\tilde{y})$ , то расположение безразличного избирателя зависит только от распределения предпочтений избирателей  $F(\cdot)$ . Как и раньше, безразличный избиратель находится в точке локального минимума функции плотности.

## 5 Сравнительная статика

Далее я рассматриваю, как плотность распределения избирателей в окрестности безразличного избирателя и производная функции электоральной системы  $g(\cdot)$  влияют на рас-

стояние между политическими платформами и на уровень затрат на приобретение политического веса.

Направление влияния зависит от знака третьей производной функций  $\phi(\cdot)$  и  $c(\cdot)$ . Пусть  $v$  — идеальная политика избирателя и функция ущерба  $\phi(\cdot)$  имеет отрицательную третью производную. Тогда разница в благосостоянии потребителя между реализацией политики  $y$  и лотереей, в которой политики  $y+\delta$  и  $y-\delta$  реализуются с вероятностью  $\frac{1}{2}$ , будет убывать с  $|y - v|$ .

Если функция издержек  $c(\cdot)$  имеет положительную третью производную, то предельные издержки приобретения политического веса будут возрастать быстрее, чем политический вес (см. Рис. 4).

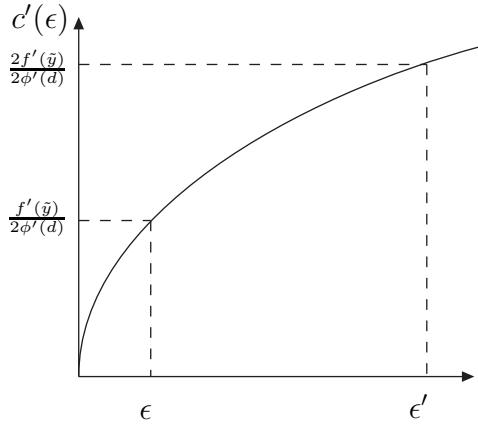


Рис. 4: Увеличение равновесного уровня затрат  $\epsilon$  если  $d$  фиксирован и  $f(\tilde{y})$  увеличивается в два раза.

Существует следующий результат:

**Следствие 1** Пусть система находится во внутреннем равновесии и плотность избирателей в окрестности безразличного избирателя  $\tilde{y}$  возрастает. Тогда верно следующее:

1. Расстояние  $d$  между политическими платформами кандидатов возрастает если  $c'''(\cdot) < 0$  и  $\phi'''(\cdot) < 0$ .
2. Политический вес кандидатов  $\epsilon$  возрастает если  $c'''(\cdot)(5\phi''(\cdot) + \phi'(\cdot)\phi'''(\cdot)) > 0$ , и сократится, если  $c'''(\cdot)(5\phi''(\cdot) + \phi'(\cdot)\phi'''(\cdot)) < 0$ .

Увеличение плотности избирателей воздействует на расстояние между политическими платформами двумя способами. Во-первых, оно может сократиться, так как при этом увеличится выигрыш каждого из кандидатов от сокращения расстояния между собой и соперником. Во-вторых расстояние может увеличиться, так как при увеличении плотности избирателей возрастут затраты на приобретение политического веса. Приведенный выше результат показывает, при каких условиях второй эффект доминирует. Плотность избирателей аналогичным образом влияет и на затраты кандидатов на приобретение политического веса.

Выигрыш кандидатов падает со степенью однородности эlectorата. При высоком  $\tilde{y}$ , увеличение политического веса значительно увеличит количество голосов, получаемое кандидатом. Следовательно, равновесные затраты на его приобретение будут высоки. При достаточно однородном эlectorате следует ожидать что отсутствия глобального равновесия.

Далее я рассматриваю влияние эlectorальной системы на равновесие. Имеется следующий результат:

**Следствие 2** Пусть электоральная система зависит от некоторого параметра  $t$ . Для внутреннего равновесия верно следующее:

1. Пусть  $g_F(F(\tilde{y}))$  возрастает с  $t$  в окрестности равновесия при прежнем равновесном  $g(F(\tilde{y}))$ . Тогда  $d$  возрастает с  $t$ .
2. Пусть  $\phi'''(\cdot) < 0$  и  $c'''(\cdot) < 0$ . Тогда  $\epsilon$  возрастает с  $t$ .

Эффект изменения выигрыша, который кандидат получает от дополнительного голоса, аналогичен эффекту от изменения плотности избирателей.

Влияние электоральной системы на разницу в политических платформах и затраты на политический вес зависит от доли голосов, получаемых партиями или кандидатами. Если система мажоритарная и у одного из кандидатов явное большинство голосов, то небольшое увеличение политического веса не должно сильно повлиять на исход выборов. Если же доли голосов примерно равны, то небольшое преимущество в политическом весе может решить исход выборов. Затраты на политический вес будут небольшими в первом случае и большими — во втором.

При пропорциональной системе, доля голосов, получаемая кандидатом, не влияет на его выигрыш при увеличении политического веса. Таким образом, если у одного из кандидатов явное большинство голосов, то при пропорциональной системе затраты на политический вес выше чем при мажоритарной системе. Если голоса избирателей распределены поровну, то затраты на политический вес будут больше при мажоритарной системе.

## 6 Заключение

Основная идея данной работы состоит в том, что роль политического веса в предвыборной кампании в первую очередь зависит от распределения предпочтений избирателей и от электоральной системы. При однородном электорате вопросы, связанные с политическим весом кандидатов, становятся более важными, так как велик размер "колеблющегося электората", наиболее восприимчивого к политическому весу кандидатов.

Размер колеблющегося электората и важность политического веса зависит от наличия идеологических разделений в обществе. К примеру, в Соединенных Штатах основные идеологические разделения касаются легальности абортов, клонирования, и права носить оружие. В Великобритании, недавно введенный запрет на охоту на лис расколол значительную часть электората — при числе избирателей, непосредственно затронутых этим запретом, было невелико. Наличие таких идеологических расколов уменьшает размер колеблющегося электората и снижает роль средств приобретения политического веса.

## Литература

Alesina, Alberto. 1988. "Credibility and Policy Convergence in a Two-Party System With Rational Voters." *American Economic Review* 78:796–805.

Aragones, Enriqueta, and Thomas R. Palfrey. 2002. "Mixed Equilibrium in a Downsian Model With a Favored Candidate" *Journal of Economic Theory* 103:131–161.

d'Aspermont, Claude, Jaskkold J. Gabszewicz, and Jacques-Francois Thisse. 1979. "On Hotelling's «Stability in Competitions»". *Econometrica* 47:1145–1150.

- Calvert, Randy. 1985. "Robustness of Multidimensional Voting Model: Candidate Motivations, Uncertainty and Convergence." *American Journal of Political Science* 29:69–95.
- Downs, Antony. 1957. *An Economic Theory of Democracy*. New York: Harper & Row.
- Groseclose, Tim. 2001. "A Model of Candidate Location When One Candidate Has a Valence Advantage." *American Journal of Political Science* 45:862–886.
- Stokes, Donald E. 1963. "Spatial Models of Party Competition." *American Political Science Review* 57: 368–377.
- Wittman, Donald. 1983. "Candidate Motivation: A Synthesis of Alternative Theories." *American Political Science Review* 77:142–157.