

РАЗМЕЩЕНИЕ ОТДЕЛЕНИЙ БАНКА. ОБЗОР ПРОБЛЕМЫ

С.Г. Кисельгоф,

преподаватель кафедры высшей математики факультета экономики ГУ-ВШЭ,
sriselgov@gvmail.com

Ф.Т. Алескеров,

научный руководитель, доктор технических наук, ГУ-ВШЭ

Построена классификация существующих подходов к решению задачи размещения отделений банков, проанализированы их достоинства и недостатки. Описаны и проанализированы типичные подходы к построению математических моделей в задачах размещения отделений банков.

1. Введение

Задачи размещения отделений банка можно разделить на три основных класса:

1. Размещение новых отделений. Эти задачи возникают при выходе банка на новый для себя территориальный рынок.

2. Оптимизация существующей сети. В задачах этого класса решается проблема реорганизации существующей сети отделений. Эти задачи актуальны в случае слияния нескольких независимых банков или при необходимости снизить издержки и повысить эффективность существующей сети отделений банка.

3. Комплексные задачи. Комплексная реорганизация сети, включающая открытие новых отделений и закрытие либо изменение профиля деятельности старых отделений.

Несмотря на разное практическое значение, для решения задач всех трех классов используются очень близкие подходы и математические модели.

2. Общее описание и классификация моделей

2.1. Характеристики и поведение потребителей

Для того, чтобы отделение было успешным, должны выполняться два основных условия: во-первых, отделение должно привлечь клиентов и, во-вторых, эти клиенты должны быть интересны

банку, то есть достаточно платежеспособны и заинтересованы в тех банковских продуктах, которые приносят банку большую прибыль.

Исследования [13] показывают, что клиенты, как правило, посещают отделение банка в непосредственной близости от места работы или места жительства. Именно поэтому для успешности отделения большое значение играет место размещения. Город или другая крупная территория, на которой решено размещать отделения, является, как правило, неоднородной по спросу на банковские услуги. Именно поэтому некоторые места для размещения отделений оказываются привлекательнее прочих.

Для построения модели задаётся математическое описание характеристик спроса на рассматриваемой территории. Как правило, для описания выделяются небольшие подобласти (кварталы, микрорайоны), относительно однородные по спросу. Для каждой такой подобласти задаются различные характеристики спроса: уровень доходов жителей, число сотрудников офисов, доля пенсионеров и другие. Перечень используемых характеристик зависит от конкретной модели, условий применения и от того, какие достоверные данные могут быть получены по выбранному для размещения району.

При создании сети в совершенно новой для банка области используются данные государственной статистики и данные социологических исследований. В тех случаях, когда проводится реорганизация уже существующей сети, большую ценность представляет статистика отделений по их текущей

деятельности и информация об уже имеющихся клиентах банка.

Для характеристики спроса в области в некоторых моделях используются данные не только о характеристиках жителей и работников в районе, но и данные о потоках людей, перемещающихся в районе. Например, в торговых зонах или центральных зонах городов число постоянных жителей и работающих не очень велико, однако спрос на банковские услуги может быть велик, так как большое количество людей проходит через зону в течение дня.

После того, как описаны характеристики имеющихся в интересующем районе потребителей, возникает необходимость математически смоделировать поведение и предпочтения этих потребителей. Существует несколько подходов к описанию поведения клиента банка или другого розничного предприятия: модель аналогий, модель покрытия, гравитационная модель и модель потоков.

Разработано несколько модификаций модели аналогий, основная идея которой состоит в том, что новое отделение будет работать так же, как существующие отделения, похожие на него. Одна из модификаций модели аналогий применена в [2], рассмотрим её несколько подробнее.

Среди действующих отделений банка отбираются несколько отделений, работающие в условиях, похожих на предполагаемые условия работы новых отделений. Для этих отделений строится регрессионная модель зависимости уровня депозитов от параметров окружающей местности, влияющих на успешность отделения. В [2] использовались такие параметры, как уровень образования жителей, средний размер домохозяйств, количество фирм, расстояние до торгового центра, возраст отделения и другие. Полученная таким образом на основе исторических данных модель используется для прогноза объема привлеченных депозитов в потенциальных отделениях. То есть предполагается, что потребители вокруг точки размещения нового потенциального отделения будут вести себя примерно так же, как и клиенты уже существующих отделений банка. Основным преимуществом аналоговой модели является простота применения, но у модели есть и существенные недостатки:

- ◆ аналоговая модель не рассматривает возможные места размещения филиалов как единую сеть. Предполагается, что все они изолированы и не влияют друг на друга. На практике расположенные рядом отделения одного банка могут «переманивать» клиентов друг у друга;
- ◆ данная модель не учитывает влияние расстояния на выбор потенциальных клиентов;

- ◆ модель в общем случае не учитывает конкуренцию. Для устранения этого недостатка модели часто в регрессионную модель вводят объясняющую переменную, характеризующую уровень конкуренции, но такая оценка является неточной и подчас субъективной;
- ◆ аналоговая модель предполагает относительную однородность размещаемых отделений.

В [12] все отделения банка группируются – в одну группу попадают отделения со схожими параметрами окружающей среды. Например, выделены группы: богатый жилой район с маленькими дорожками магазинами, торговые зоны около транспортных узлов, туристическая зона вдоль главных улиц города. Банковские отделения корректно сравнивать только в пределах своих групп. По показателям существующих отделений группы можно найти отделения, выделяющиеся из общей массы, и рассматривать их на предмет эффективности управления. Также становится видна прибыльность предоставления какой-либо услуги для каждой группы. Существующие показатели позволяют оценивать потенциальные места размещения новых отделений.

Другая модель, описывающая поведение потребителей, – модель MCI (Multiplicative Interaction Choice) [5], которая является модификацией гравитационной модели. Область, в которой размещаются отделения, делится на точки спроса; точек может быть достаточно много, каждая точка получает вес пропорционально уровню спроса в том районе, который она обозначает. Затем определяется вероятность того, что клиент из i -ой точки отправится в j -ое отделение за услугой, которая рассчитывается следующим образом:

$$P_{ij} = \frac{A_j}{d_{ij}^2} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{d_{ik}^2},$$

где n – количество отделений;

A_j – привлекательность j -ого отделения;

d_{ij} – расстояние от i -ой точки до j -ого отделения.

Далее можно вычислить ожидаемое количество клиентов j -ого отделения из i -ого района (E_{ij}):

где C_i – количество клиентов в i -ой точке.

Величину ожидаемого количества клиентов уже можно использовать в целевой функции, например, максимизируя её для открываемого отделения.

В самом простом случае под привлекательностью понимают размер отделения [5].

Для получения картины близкой к реальности при расчете привлекательности, как и в аналоговом методе, учитывается более полная информация об отделениях банка [8]. На привлекательность могут влиять как факторы, напрямую зависящие от банка, например, спектр услуг, так и окружающие характеристики: наличие подъезда, парковки, близость торгового центра и даже возраст отделения [1,10].

Важным достоинством модели МСИ является возможность учета взаимовлияния рассматриваемого отделения и отделений конкурирующих банков, а также влияние отделений нашего банка друг на друга. Существенным недостатком данной модели является сложность поиска оптимальных решений для задач, построенных на ее основе. Однако разработаны эвристические подходы, позволяющие найти решение, близкое к оптимальному.

Третья модель, условно называемая моделью покрытия, в основном используется для размещения новых отделений и так же, как и модель аналогий, в явном виде не учитывает влияния конкурентов на поведение потребителей. Спрос в модели покрытия моделируется так же, как и в модели МСИ – выделяются точки спроса, каждая из которых имеет определенные характеристики и соответствует микро району или кварталу. Затем задается максимальное расстояние (назовем его R), которое готовы преодолеть потенциальные клиенты для получения банковских услуг. Это расстояние может быть определено различными способами: по данным социологических исследований либо из собственной статистики банка по местам жительства и работы клиентов, исходя из плотности населения и типа застройки на местности и т.п. Иногда расстояние R задается исходя из заинтересованности банка в клиентах соответствующей области. При расчетах в данной модели считается, что все точки спроса, попавшие в круг радиуса R вокруг размещенного отделения, являются покрытыми и спрос из этих точек будет привлечен банком. По сути предпочтения клиентов в такой модели не учитываются. Модель максимизирует не количество привлеченных клиентов, а количество потенциальных клиентов, попадающих в зону «влияния» банковской сети.

Модель потоков предлагает моделировать поведение потребителей с помощью описания движения человеческих потоков. В таком случае задаются характеристики потоков: начальные и конечные точки, потребительские характеристики. Поведение потребителей в потоке может быть описано разными способами: в одних случаях считается, что потреби-

тель потребляет услугу в любом случае, если проходит непосредственно через место, где расположено отделение, в других случаях рассчитывается вероятность посещения потребителем отделения в зависимости от расстояния от его маршрута до отделения и от привлекательности отделения.

Во всех моделях, кроме аналоговой, большое влияние на выбор потребителя о посещении отделения оказывает расстояние. В тех моделях, где потребители и отделения банка располагаются на плоскости, чаще всего используется евклидово расстояние, поскольку его применение наиболее удобно для проведения расчетов. В моделях, где для описания потребителей, отделений и территории используются графы, в качестве расстояния берется кратчайшее расстояние по сети.

2.2. Выбор мест для размещения и конфигурации отделений

После того, как определены характеристики спроса в районе, для размещения новых отделений необходимо отобрать потенциальные точки. Здесь могут быть использованы два разных подхода. В первом случае (см. например,) при решении задачи считается, что отделение может быть помещено в любой точке района. Исходя из этого предположения, модель находит набор оптимальных мест для размещения отделений. При реальном размещении отделений в соответствии с полученными из модели рекомендациями выбираются точки размещения, максимально близкие к указанным моделью.

Во втором случае (см., например, [11],[15]) перед началом использования модели ответственными сотрудниками банка отбирается конечное число потенциальных мест для размещения отделений. Разумеется, количество отобранных потенциальных мест должно быть больше, чем предполагаемое количество новых отделений, иначе задача теряет смысл.

Что же касается количества размещаемых отделений, то эта величина может быть как задана экзогенно, так и определяться самой моделью. Модели, в процессе оптимизации определяющие одновременно и места, и оптимальное количество размещаемых отделений, являются, как правило, существенно более сложными для нахождения оптимума и требуют эвристических алгоритмов для нахождения близкого к оптимальному решения. Авторы моделей с экзогенным заданием количества отделений, разумеется, предполагают возможность многократной оптимизации для разного количества отделений для нахождения оптимального результата.

Если решается задача оптимизации существующей сети, то места, в которых размещены отделения, банку уже известны. Известны и текущие конфигурации отделений. Под конфигурацией мы будем понимать набор параметров отделения, задаваемых головным банком, таких как:

- ◆ размер отделения (площадь);
- ◆ число операционистов;
- ◆ число кассиров;
- ◆ объём предоставляемых услуг и т.д.

Конфигурация отделения, как правило, описывается несколькими параметрами. В некоторых банках приняты стандартные конфигурации отделений, например, мини-отделение, отделение и главный офис. Конфигурация влияет с одной стороны, на привлекательность отделения для клиентов (предоставление большего спектра услуг привлекает больше клиентов) и качество обслуживания клиентов, а с другой стороны на стоимость открытия или обслуживания отделения.

В [11] описывается решение задачи реструктуризации сети отделений банка для одной области Португалии. В модели отделение может иметь одну из трех конфигураций – малое, среднее и большое. Для каждой конфигурации и района заданы свои уровни издержек – стоимость открытия и закрытия отделения, административные расходы, стоимость аренды помещений, цены на предоставляемые услуги, экономическая активность населения и т.д. Учтено появление экономии от масштаба при увеличении размеров отделения. Область страны поделена на регионы, те, в свою очередь, на более мелкие районы. Предполагается, что все клиенты района находятся в его географическом центре. На каждый район приходится одно потенциальное или существующее отделение. Каждый клиент имеет какую-либо потребность в банковских услугах. Неудовлетворение этой потребности рассматривается как неявные издержки. В целевую функцию входят издержки на открытие/закрытие/изменение параметров отделений, расходы на их содержание, а также неявные издержки.

Влияние конфигураций отделений также рассматривается в [10]. В построенной авторами модели размер отделения влияет на его привлекательность, причем размер выбирается при размещении отделения. Привлекательность и расстояние до отделения дают оценку вероятности появления клиентов из различных областей, то есть поведение потребителей описывается моделью MCI.

В [1] рассматривается проблема размещения нескольких магазинов. Задачи размещения магазинов и банков имеют много общих черт: конкурентная

среда, зависимость спроса от цен, удаленности и т.п. Предлагается каждому открываемому магазину ставить в соответствие вектор параметров, например, размер магазина, парковка, наличие банкомата. От этих параметров зависит привлекательность отделения и издержки на его открытие. Часть параметров может варьироваться при принятии решения, а часть является характеристикой места. Такой подход интересен, но представляет трудность выбор численного выражения привлекательности разных наборов параметров.

Однако во многих работах (см., например, [3,7]), особенно решающих задачу размещения новых отделений, различные конфигурации отделения не учитываются, а издержки на открытие отделения считаются одинаковыми либо зависят только от места расположения отделения.

2.3. Ограничения

При размещении отделений или реорганизации существующей сети банк сталкивается и с некоторыми внутренними и внешними ограничениями. Прежде всего, почти всегда в том или ином виде существует бюджетное ограничение. Оно может быть задано как в виде прямого ограничения на затрачиваемую на открытие отделений сумму денег, так и косвенным образом, например, через ограничение на количество открываемых отделений. Так или иначе, такое ограничение вводится в математическую модель и, таким образом, гарантируется, что выбранная оптимальная схема размещения отделений не превысит установленный финансовый рубеж.

В задачах реорганизации сети бюджетное ограничение также имеется, однако оно имеет иной смысл. Здесь не предполагается размещение новых отделений, однако реорганизация и закрытие отделений тоже требуют затрат. Затраты на закрытие или реорганизацию зависят от конфигурации отделения и имеют достаточно сложную структуру, т.к. включают затраты на переоборудование помещения, затраты на увольнение/найм персонала, затраты на извещение и перевод клиентов в другое отделение (при закрытии), управленческие расходы и т.д.

Кроме того, могут быть ограничены текущие затраты на обслуживание. Такое ограничение гарантирует, что после реорганизации сети затраты на обслуживание всех её отделений не превысят заданного уровня. Текущие затраты включают затраты на аренду помещения, заработную плату персонала, затраты на расходные материалы, затраты на обновление техники и т.п.

Кроме финансовых ограничений некоторые модели позволяют учитывать так называемые ограничения на качество обслуживания. Такое ограничение вводится в [10] в виде ограничения на длину очереди в отделении. В математической модели задается такое ограничение, которое не позволяет выбрать схему размещения отделений так, что в некоторых из новых отделений могут возникать очереди длиннее заданного норматива. Принимается гипотеза о том, что поток посетителей в отделении является пуассоновским, при этом характеристики потока зависят от привлекательности отделения и величины привлекаемого им спроса.

2.4. Целевые показатели

Большая часть исследователей в качестве цели при решении задач выбирает максимизацию полезности клиентов [10], охватываемого спроса [3] или уровня депозитов [9]. В таком случае всегда вводится бюджетное ограничение либо ограничения на число открываемых отделений.

Другой вариант целевой функции, используемой в [1], — максимизация прибыли. В таком случае в задаче не вводится бюджетное ограничение, а прибыль рассчитывается как разница доходов от привлеченных клиентов и расходов на содержание отделений. Проблема здесь заключается в том, что оценить уровень, которые принесут клиенты дополнительного отделения, не всегда возможно в силу специфики банковской деятельности. Привлеченные депозиты и выданные кредиты сами по себе не являются доходами фирмы. Поэтому применение подхода, основанного на максимизации прибыли, в отношении банков представляется спорным.

Еще один подход — минимизация издержек фирмы [11]. При таком подходе в целевую функцию в виде неявных издержек включаются штрафы за непривлеченный спрос.

2.5. Модель конкурентного взаимодействия

Как правило, банк не работает в какой-то области в одиночку. Даже если банк выходит на совершенно новую территорию, где еще нет других игроков, то можно ожидать их скорого появления. Соответственно, были разработаны модели, которые позволяют еще на этапе выбора мест размещения отделений учесть возможную экспансию конкурентов.

В [9] рассматривается два игрока — лидер и последователь. Лидер выходит на рынок первым и при

размещении отделений учитывает решение, которое примет последователь. Лидер не знает число отделений, которые планирует разместить, но имеет ограничение на затрачиваемую сумму. Спрос в местности представлен точками, каждая из которых имеет вес, соответствующий уровню спроса в точке. Если точка попадает в торговую зону отделения, то весь спрос из точки целиком отдается этому отделению. Функция, описывающая предпочтения потребителя, в модели не определена и в общем случае может зависеть от расстояния и различных факторов привлекательности. При этом считается, что на рынке действуют и другие банковские фирмы, поэтому задача не сводится к переделу рынка между двумя игроками.

В работе рассматривается два случая: полностью неопределенного и экономически разумного поведения последователя. В первом случае предполагается, что о последователе ничего неизвестно и он может выбрать любой вариант размещения отделений с равной вероятностью. Для этого случая авторами предлагается два варианта целевой функции. В первом варианте лидер выбирает размещение таким образом, чтобы максимизировать свою долю рынка при самом плохом для себя поведении последователя. Во втором случае лидер минимизирует сожаления. Сожаления — это разница между той долей рынка, которую лидер получил бы при наличии полной информации о последующем поведении последователя, и той долей рынка, которую лидер получает после выбора последователя. Оба варианта позволяют фирме-лидеру обезопасить себя от самых плохих вариантов развития событий, но, в то же время, лидер, скорее всего, потеряет какую-то долю рынка из-за излишней предосторожности.

Поэтому авторами предлагается другой подход, предполагающий разумное поведение последователя и построение модели Штакельберга. В данном случае считается, что последователь, так же как лидер, желает максимизировать свою долю рынка. Соответственно лидер размещает свои отделения таким образом, чтобы последователь, выйдя на рынок и выбрав оптимальный для себя способ размещения, отобрал у лидера как можно меньшую долю рынка. На поведение последователя в обоих случаях авторами было наложено дополнительное ограничение — он может разместить только одно отделение. Это ограничение позволило упростить модель и разработать эвристический алгоритм для решения задачи, но сильно сузило ее практическую применимость.

В [3] предлагается решение задачи о размещении отделений абстрактной сети, но эта модель

может быть интересна и для банковского сектора. В описываемой модели также вводятся два игрока — лидер и последователь. Преимущество этой модели перед описанной ранее в том, что для описания поведения потребителей используется модель МСИ. Авторы предлагают составить модели, максимизирующие прибыль лидера и последователя, и затем последовательно решать их так, как если бы лидер и последователь играли в игру и последовательно меняли расположение своих отделений. Авторы предполагают, что после некоторого количества итераций получают решения для лидера и последователя, представляющие собой равновесие по Нэшу, однако не указаны дополнительные ограничения, при которых возможно такое равновесие.

3. Математические подходы к построению моделей

В данном разделе будут рассмотрены формулировки конкретных математических моделей из рассмотренных работ. Такие описания позволят выделить типичные подходы к построению математических моделей в задачах размещения отделений банков или других розничных сетей.

3.1. Применение аналогового подхода к описанию поведения потребителей

В [2] описывается модель, использованная в основе системы поддержки принятия решений для коммерческого банка Греции. Для оценки существующих и потенциальных отделений авторы выбрали аналоговый подход, который состоит в построении регрессионной модели с объясняемой переменной в виде выбранного целевого показателя, объясняющими переменными являются различные характеристики внешней и внутренней среды отделения. В качестве целевого показателя авторы выбрали уровень депозитов, причем эта величина рассчитывается как сумма сберегательных, бессрочных и срочных депозитов. Таким образом, модель учитывает, что спрос на разные типы депозитов зависит от разных факторов. В качестве возможного целевого показателя рассматривался также спрос на кредиты, но этот вариант был отброшен авторами после консультаций с руководством банка. Исходными данными для построения модели послужили исторические данные банка по 62 существующим отделениям. Было отобрано 38 потенциальных объясняющих переменных. Все переменные были разбиты на четыре основные группы: социально-

демографические характеристики (14), экономические характеристики (16), конкурентная среда (4) и внутренние характеристики отделения (4). Разумеется, такое количество переменных показалось авторам избыточным, поэтому были проведены процедуры для устранения мультиколлинеарности среди объясняющих переменных. Это позволило сократить их общее количество. После этого были построены регрессионные модели для четырех объясняемых переменных. В каждой модели были оставлены объясняющие переменные, имевшие наибольшую значимость. В качестве примера приведём таблицу объясняющих переменных для общего уровня депозитов.

Название	Блок	Коэффициент регрессии	Стандартное отклонение	Уровень значимости
Количество арендодателей	Соц-дем	0,3616	0,1094	0,0016
Работа в ночное время	Характеристик и отделения	986,3117	382,7157	0,0120
Количество служащих	Характеристик и отделения	39,8148	7,8139	0,0000
Возраст отделения	Характеристик и отделения	27,1675	6,7123	0,0020

$$R^2 = 0,6509, SE = 854,0173$$

Полученные регрессионные модели показали хороший уровень предсказания на тестовом массиве данных по другим отделениям того же банка. Полученные результаты были применены авторами как для размещения новых отделений, так и для оценки качества работы существующих отделений.

По мнению авторов, исходящих из полученных коэффициентов качества регрессии и качества прогноза, применяемая для описания поведения потребителей модель аналогий оказалась достаточно успешной. Однако сравнения результатов, получаемых с помощью этой модели, с результатами других моделей не проводилось. Одним из факторов успеха оказался широкий спектр параметров, на основе которых строилась модель и большое количество исторических данных для верифицирования модели. Другим фактором могла стать относительная однородность отделений и характеристик населения в выбранной для исследования области Греции.

На основе модели можно оценить потенциал отдельных точек для размещения отделений, а также оценить относительную эффективность отделений существующих, однако выработка рекомендаций по общему реформированию сети по-прежнему остаётся на лицах, принимающих решения.

3.2. Максимизация спроса (МСІ)

В качестве примера работы, использующей модель МСІ для моделирования поведения потребителей, рассмотрим модель из [10]. Построенная авторами модель позволяет оптимизировать сеть отделений фирмы, работающей в условиях конкуренции с отделениями других сетевых фирм. В рамках оптимизации сети могут как закрываться существующие отделения, так и открываться новые, причем для вновь открываемых отделений может быть выбран размер отделения.

3.4.1. Принятые авторами допущения:

- ◆ во время проведения оптимизации конкуренты не производят изменений своей сети;
- ◆ потенциальные места для размещения отделений отбираются менеджерами фирмы;
- ◆ возможные размеры отделений и соответствующие им уровни издержек определены заранее;
- ◆ до начала работы модели известно максимально возможное количество отделений фирмы – ω ;
- ◆ закрытие старых офисов и открытие новых происходит одновременно, переходный период не рассматривается.

3.4.2. Моделирование происходит на плоскости.

3.4.3. Спрос описывается как совокупность точек $i \in I$, где I – общий спрос на услуги, предлагаемые фирмами соответствующей отрасли. Каждая точка характеризуется числом C_i , показывающим объём спроса в данной точке.

Совокупность всех мест для размещения отделений (как мест, где уже открыты отделения нашей или конкурирующих фирм, так и мест потенциального размещения отделений) обозначена через J . Подмножество отделений, принадлежащих нашей сети, обозначено $N \in I$. j -ое отделение характеризуется размером S_j .

3.4.4. Поведение потребителя описывается с помощью модели МСІ. Вероятность посещения i -ым потребителем j -го отделения имеет следующий вид:

3.4.5.

$$P_{ij} = \frac{s_j^\alpha \cdot e^{-\theta_j d_{ij}}}{\sum_{j \in J} (s_j^\alpha \cdot e^{-\theta_j d_{ij}})}; \quad (1)$$

$$E_{ij} = c_j \cdot P_{ij}.$$

Авторам внесены некоторые изменения по сравнению с моделью МСІ. Во-первых, введён

коэффициент чувствительности α , характеризующий степень влияния увеличения размера отделения на привлекательность отделения. По оценкам авторов, этот коэффициент должен оказаться меньше 1, то есть каждый прирост размера дает все меньший прирост привлекательности. Во-вторых, степенная зависимость привлекательности от размера заменена на экспоненциальную. Это позволяет упростить расчёты при сохранении характера зависимости.

Согласно модели МСІ величина, которая стоит в числителе выражения (1), пропорциональна полезности потребителей от посещения отделения.

3.4.6. Целевая функция в модели строится как суммарная полезность всех клиентов нашей сети:

$$\max \sum_{i \in I} c_i \cdot \ln(F_i),$$

где

$$F_i = \sum_{k \in N} (s_k^\alpha \cdot e^{-\theta_k d_{ik}}).$$

3.4.7. Бюджетное ограничение включает издержки на закрытие старых отделений и открытие новых отделений.

3.4.8. Авторы выдвигают предположение, что конкуренция вынуждает окрестные банки поддерживать среднее время ожидания в своих отделениях на одинаковом, приемлемом для клиентов уровне. Ограничение на качество обслуживания гарантирует размещение отделений таким образом, чтобы выполнялось условие: «вероятность того, что перед клиентом в очереди окажется менее k человек, больше чем β ». Предполагается, что посещения банка клиентами из i -ой точки являются пуассоновским потоком с интенсивностью γ_i (т.е. в час из точки выходит γ_i клиентов). Поскольку отделение могут посещать клиенты из всех $i \in I$, то интенсивность потока посетителей в отделении j вычисляется как:

$$\lambda_j = \sum_{i \in I} \gamma_i \cdot P_{ij}.$$

При этом обслуживание в отделении имеет интенсивность, равную количеству операционистов в отделении. Если ρ_{bj} – это максимальное соотношение интенсивности спроса к интенсивности обслуживания, при котором выполняется выдвинутое выше ограничение на качество, то математически ограничение на качество обслуживания записывается как:

$$\sum_{i \in I} \gamma_i \cdot P_{ij} \leq \mu_j \cdot \rho_{bj}.$$

Итак, общая формулировка модели выглядит так:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i \in I} c_i \ln(F_i). \\ & \sum_{j \in N_1} u_j (1 - y_j) + \sum_{j \in N_2} v_j y_j \leq b \quad \text{— бюджетное ограничение,} \\ & \sum_{i \in I} f_i p_{ij} \leq \mu_j \cdot \rho_{\beta j}, \forall j \in J \quad \text{— ограничение на качество обслуживания,} \\ & \sum_{j \in N} y_j \leq \omega \quad \text{— ограничение на количество отделений,} \\ & \forall j \in J, \quad y_j = \begin{cases} 0, & s_j = 0, \\ 1, & s_j = 1, \end{cases} \end{aligned}$$

где v_j, u_j, m_j — функции от размера отделения — s_j ;
 μ_j — функция от количества работников — m_j .

Для применения модели к решению реальных задач необходимо оценить значения параметров модели. Для оценки параметров α и θ (характеристики потребительского выбора) авторами применена методика регрессионного анализа, причём путём преобразований удаётся прийти к линейной регрессионной модели. Другие параметры, в том числе вид некоторых функциональных зависимостей, предлагается определять эмпирически.

3.3. Моделирование потоков потребителей

В данном разделе на примере [15] будет рассмотрен особый подход к моделированию поведения потребителей, основанный на том, что потребитель не находится постоянно в одной точке, но передвигается по некоторым стандартным для себя маршрутам. Вводится предположение о том, что потребители могут выбирать банк или иную сервисную либо розничную торговую фирму, учитывая не расстояние до своего места постоянного обитания (дома или работы), а расстояние от своего обычного маршрута движения.

В [15] построены 4 различные модели. Все эти модели объединяет предположение о наличии двух групп потребителей:

- ◆ посещающие отделение в окрестностях постоянной точки обитания;
- ◆ посещающие отделение по пути, например, на работу.

Далее будет рассмотрена одна из моделей, названная авторами обобщенной моделью максимизации рыночной доли. Данная модель разработана для абстрактной сети розничных точек обслуживания (отделений), работающих в конкурентной среде. Предполагается, что на момент расчета отделений в рассматриваемой области у фирмы не имеется, то есть данная задача является чистой задачей размещения новых отделений.

Рассматривается сеть $G = (N, A)$, где N — множество узлов сети, A — множество рёбер. Y — набор всех возможных точек размещения отделений на сети G (в общем случае размещение возможно как у узлов сети, так и на рёбрах).

В узле $i \in N$ проживает k_i потенциальных клиентов, причём потребители первой группы (окрестные клиенты) составляют $h_i = \alpha \cdot k_i$, где α — доля окрестных потенциальных клиентов среди всех потенциальных клиентов в области. Остальные клиенты узла относятся ко второй группе (прохожие клиенты). P — множество всех непустых путей клиентов в сети, поток потенциальных клиентов по любому пути $p \in P$ равен f_p , а $P_i \in P$ — множество всех непустых путей, выходящих из узла i . Таким образом, для любого узла выполняется соотношение:

$$\sum_{p \in P_i} f_p = (1 - \alpha) \cdot k_i.$$

Для описания поведения потребителей делается предположение о том, что «окрестные клиенты» посещают только ближайшее к ним отделение, а «прохожие клиенты» — только отделение, до которого нужно меньше всего отклониться от их обычного маршрута. Никакие параметры отделения, кроме расстояния, не влияют на его привлекательность для клиентов. При этом количество клиентов, посещающих ближайшее отделение, среди окрестных (прохожих) клиентов является убывающей выпуклой функцией от расстояния между отделением и точкой обитания (соответственно между отделением и маршрутом).

Целевой функцией в задаче является общее количество клиентов, которые посетят отделения сети

$$\max_{Y \in G, |Y|=m} \sum_{p \in P} f_p \cdot g(D(Y, p)) + \sum_{i=1}^n h_i g(D(Y, i)).$$

Функция D определяет расстояние от точки i до множества отделений Y как расстояние до ближайшего отделения, а расстояние от потока p до множества отделений Y как минимальное отклонение от маршрута, необходимое, чтобы достичь отделения.

Функция g определяет долю жителей точки i (долю людей в потоке), которые посетят отделение, находящееся на определенном в соответствии с функцией D расстоянии от точки (от потока).

Описанная задача переформулируется как задача целочисленного программирования. Вводятся

бинарные переменные $x_{pj}(x_{ij})$, которые приравняются к 1, если потенциальные клиенты из потока p (точки i) посещают j -ое отделение, а также бинарные переменные x_j , которые приравняются к 1, если в точке j размещается отделение.

Переменные $C_{pj}(C_{ij})$ определяют количество клиентов из потока p (из точки i), которые придут в отделение j , если оно будет открыто.

Задача целочисленного программирования формулируется так:

$$\max \left\{ \sum_{p \in P} \sum_{i=1}^n C_{pi} x_{pi} + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1, j \neq i}^n C_{ji} x_{ji} + \sum_{i=1}^n h_i x_i \right\};$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = m \quad \text{— ограничение на количество размещаемых отделений};$$

$$|P| x_i - \sum_{p \in P} x_{pi} \geq 0, i = 1, \dots, n \quad \text{— клиенты из потоков посещают только открытые отделения};$$

$$(n-1)x_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ji} \geq 0, i = 1, \dots, n \quad \text{— клиент из точек посещают только открытые отделения};$$

$$\sum_{i=1}^n x_{pi} = 1, \forall p \in P \quad \text{— клиенты потока } p \text{ посещают ровно одно отделение};$$

$$x_j + \sum_{i=1, i \neq j}^n x_{ji} = 1, j = 1, \dots, n \quad \text{— клиенты точки } i \text{ посещают ровно одно отделение};$$

$$x_i, x_{pi}, x_{ji} = 0, 1, i = 1, n, j = 1, \dots, n, p \in P.$$

Для нахождения оптимального решения в этой задаче может быть использовано большое количество методик, уже разработанных для аналогичных задач, поскольку формулировка модели математически аналогична задачам покрытия с неограниченными мощностями.

Данная модель интересна для иллюстрации обычного подхода к описанию поведения потребителей. Однако для практического применения к размещению банков здесь не хватает нескольких важных аспектов: учета конкуренции, учета иных, кроме расстояния, факторов привлекательности отделения и других. Кроме того, как отмечают сами авторы, для задачи в такой постановке крайне сложно найти исходные данные. Действительно, для сколько-нибудь крупного населенного пункта получить данные обо всех людских потоках в городе (ведь нужно знать начало, конец и маршрут каждого человека) невозможно. Среди направлений дальнейших исследований авторы указывают построение модели, использующей только вероятностные данные, например, о вероятности поездки жителей точки i в точку j .

3.4. Модель покрытия с различными типами издержек

Особенностью модели, описанной в [11], которую мы теперь рассмотрим, является комплексный учет издержек, которые несет банк при оптимизации сети отделений: закрытии неэффективных отделений и открытии новых.

Рассматривается задача оптимизации банковской сети в одном из регионов Португалии. Согласно принятому в стране административному делению, регион делится на n округов (counties) $j \in C$, а каждый из округов, в свою очередь, на m_j районов (parishes) $i \in D_j, i = 1, \dots, m_j$. Принимается допущение о том, что в каждом районе есть только один потребитель, который находится в его географическом центре и характеризует спрос всего района. Спрос района на услуги банка характеризуется двумя параметрами: минимальным необходимым уровнем сервиса W_{im} и идеальным уровнем сервиса \bar{W}_{im} . Минимальный уровень сервиса должен быть удовлетворен для любого клиента. Что касается идеального уровня, то модель стремится к его удовлетворению за счет того, что неудовлетворение такого дополнительного спроса трактуется как неявные издержки, на каждую единицу неудовлетворенного спроса накладывается штраф P_{im} , где l, m — округ и район соответственно. Идеальный уровень сервиса на самом деле характеризует величину спроса в районе. Для расчетов в рассматриваемой работе было принято предположение о наличии 5 типов городов, отличающихся плотностью населения и доходом. Далее району присваивалось значение идеального уровня сервиса в зависимости от того, на территории города с каким типом он находится. Потребитель из района посещает отделение, если расстояние до отделения не превышает норматив расстояния DS . Для учета удаленности районов (а значит, отделений и клиентов) друг от друга вводится матрица переменных a_{ij}^{lm} .

Отделения также размещаются в географическом центре района, поэтому в районе может быть размещено не более одного отделения. В некоторых районах уже существуют отделения, B_j — существующие отделения округа j . Существующие отделения района делятся на закрываемые CB_j и незакрываемые NCB_j отделения. Отделения могут быть разного размера, для существующих отделений их размеры известны $k(i, j)$. Размер отделения влияет практически на все виды издержек по отделению, а также на количество единиц спроса, которые может удовлетворить данное отделение у одного клиента (т.е. у клиентов из одного района). Все районы,

не имеющие отделений, $D_j \setminus B_j$ считаются потенциальными точками размещения отделений.

В модели учитываются следующие типы издержек:

1. Издержки на открытие отделений h_{ij}^k .

1.1. Ремонт, R – зависит от размера отделения, σ_{ij}^k , учитывается экономия от масштаба за счет наличия фиксированной части издержек и переменной части, зависящей от размера отделения.

1.2. Оборудование, EQ – зависит от количества сотрудников, ε_{ij}^k , есть экономия от масштаба, аналогично.

1.3. Охранное оборудование – STD – фиксированная сумма для любого отделения.

2. Издержки на закрытие отделений g_{ij}^k – вычисляются как процент от издержек на открытие отделения, поскольку непосредственная оценка крайне сложна.

3. Операционные издержки на содержание отделений f_{ij}^k – тратятся как на вновь открытые, так и на существующие отделения, зависит от размера отделения, округа и количества работников.

3.1. Административные издержки.

3.2. Зарплата.

3.3. Аренда.

4. Издержки на обучение нанятых сотрудников – в расчете на одного сотрудника, зависит от региона.

5. Выплата пособий уволенным сотрудникам CMP_j .

6. Издержки на обслуживание клиентов из района (l,m) в отделении (i,j) – v_{ij}^{lm} . Учитываются суммарные издержки по всем работающим отделениям.

7. Неявные потери потенциальных депозитов от клиентов из района (l,m) (за счет недостатка обслуживания) r_{lm} .

Также в модели введены следующие обозначения:
 q_{ij}^{lm} – объем потребления услуг отделения (i,j) посетителем из района (l,m) ;

he_j – число нанятых в округе j работников

fe_j – число уволенных в округе j работников

Целевая функция модели, включающая все перечисленные издержки банка, минимизируется, т.е.

$$\begin{aligned} \min Cost = & \sum_{j \in C} \sum_{i \in D_j} \sum_{k \in K} f_{ij}^k(x) + \sum_{j \in C} \sum_{i \in CB_j} \sum_{k \in K} g_{ij}^k(y) + \\ & + \sum_{j \in C} \sum_{i \in D_j \setminus NBC_j} \sum_{k \in K} h_{ij}^k(x) + \sum_{j \in C} T_j * he_j + \sum_{j \in C} CMP_j * fe_j + \\ & + \sum_{m \in C} \sum_{l \in D_m} P_{lm} * r_{lm} + \sum_{j \in C} \sum_{i \in D_j} \sum_{m \in C} \sum_{l \in D_m} q_{ij}^{lm} * v_{ij}^{lm}. \end{aligned}$$

Полная формулировка модели очень громоздка, поэтому полностью она здесь не приводится.

Для полученной оптимизационной задачи непосредственное нахождение решения невозможно, поэтому автором была разработана эвристическая процедура поиска оптимального решения.

4. Заключение

В работе сделан обзор методов решения задач, связанных с размещением филиалов банка. Мы рассмотрели основные проблемы, возникающие при решении задач подобного рода: моделирование поведения потребителей, постановка целей и формулирование ограничений, а также возможности учета конкурентного взаимодействия, а также предлагаемые в настоящий момент пути их решения.

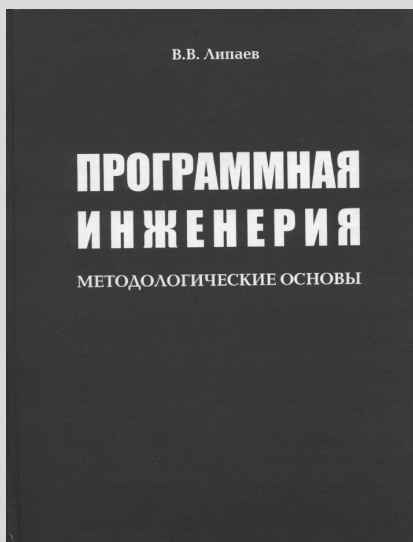
К сожалению, часто в реальных условиях невозможно получить необходимые данные для применения какой-либо модели. В дальнейшем необходимо изучение подходов к решению задачи в случае отсутствия полной исходной информации.

При размещении отделений необходимо учитывать и тот факт, что отделение размещается на длительный срок, в течение которого могут происходить изменения спроса и конкурентной среды. Учет поведения конкурентов – лишь одно из направлений дальнейших исследований. Необходимо учитывать также возможные изменения структуры спроса, характеристик потребителей в районе и даже рельефа местности, если речь идет о городской среде. Также, применение методов сценарного планирования позволит обезопасить изменение в сети отделений от худших вариантов изменения окружающего мира [4]. ■

Литература

1. Achabal D.D., Gorr W.L., Mahajan V. Multiloc: A Multiple Store Location Decision Model // Journal of Retailing, Vol. 58, №. 2, 1982.

2. Boufounou P. V. Evaluating bank branch location and performance: A case study // European Journal of Operational Research, 87 (1995) 389–402.
3. Craig S.C., Ghosh A. Formulating Retail Location Strategy in a Changing Environment // Journal of Marketing, vol. 47 no. 3 (summer 1983).
4. Daskin M.S., Owen S.H. Strategic facility location: a review // European Journal of Operational Research, 111 (1998) 423–447.
5. Huff L. D. Defining and Estimating a trading area // Journal of Marketing, 28 (1964).
6. Ioannou G., Mavri M. Performance-Net: Decision Support System for Reconfiguring a Bank's Branch Network // International Journal of Management Science, 2005.
7. Min H. A Model-Based Decision Support System for Locating Banks // Information & Management, 17 (1989) 207–215
8. Nakanishi M., Cooper L.G. Parameter Estimate for Multiplicative Interaction Choice Model: Least Squares Approach // Journal of Marketing Research, 1974, №11, P. 303–311.
9. Plastria F., Vanhaverbeke L. Discrete models for competitive location with foresight // Computers and operations research, 35 (2008) 683–700.
10. Rushton G., Zhang L. Optimizing the size and locations of facilities in competitive multi-site service systems // Computers & Operations Research, 35 (2008) 327–338.
11. Rodrigues Monteiro M-S. A Bank-branch location and sizing under economies of scale. Universidade do Porto, 2004.
12. Aleskerov F., Ersel H., Gundes C., Minibas A., Yolalan R. Environmental Grouping of Bank Branches and their Performances // Yapi Kredi Discussion Paper Series, No:97–03, 1997, Istanbul, Turkey.
13. Soenen Luc A. Locating bank branches // Industrial Marketing Management 3 (1974) 211–228.
14. Alexandris G., Dimopoulou M., Giannikos I. A three-phase methodology for developing or evaluating bank networks // International Transactions in Operational Research 15 (2008) 215–237.
15. Berman O. Deterministic Flow-Demand Location Problems The Journal of the Operational Research Society, Vol. 48, No.1, (Jan., 1997), pp. 75–81.



*В рамках Инновационной образовательной программы
вышла книга **В.В.Липаева**
**«Программная инженерия.
Методологические основы»**
(Допущено УМО по образованию в области менеджмента в качестве учебника для студентов ВУЗов, обучающихся по направлению «Бизнес-информатика»).*

Владимир Васильевич Липаев – профессор кафедры управления разработкой программного обеспечения ГУ-ВШЭ, главный научный сотрудник Института системного программирования РАН. Около 40 лет занимается исследованиями и разработкой программного обеспечения, методов и инструментальных средств для создания управляющих программ реального времени высокого качества. Под его руководством разработаны крупные инструментальные системы программной инженерии, широко использовавшихся в оборонной промышленности и частично эксплуатируемые до настоящего времени.

Учебник содержит курс лекций, отражающий методологические основы современной программной инженерии, обеспечивающей жизненный цикл (ЖЦ) сложных программных средств (ПС).

Учебник целесообразно использовать при обучении студентов старших курсов, аспирантов и менеджеров проектов при создании сложных комплексов программ на всём их ЖЦ (64 часа лекций и 32 часа семинарских занятий). Курс ориентирован также на заказчиков, менеджеров крупных проектов, аналитиков и ведущих специалистов, обеспечивающих этапы ЖЦ сложных ПС и систем, к которым предъявляются высокие требования по качеству функционирования и ограничены доступные ресурсы разработки.