

<p><b><u>1.(исх.)</u></b> Сколько точных квадратов содержится в множестве чисел вида <math>2^n+4^n</math>, где <math>n \in \mathbb{N}</math>?</p>	<p><b><u>2.(исх.)</u></b> В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит гипотенузу в отношении 1:3. В каком отношении делит гипотенузу высота, проведенная из вершины прямого угла?</p>
<p><b><u>3.(исх.)</u></b> Найдите все целые <math>n</math>, для которых число <math>\sqrt{11+6\sqrt{n}} + \sqrt{11-6\sqrt{n}}</math> является натуральным.</p>	<p><b><u>4.(исх.)</u></b> Сколько среди чисел <math>2x+y</math>, <math>x-y</math>, <math>x-2y</math>, <math>y-2x</math> может быть положительных? (Укажите все варианты.)</p>
<p><b><u>5.(исх.)</u></b> На доске записаны числа 30 и 51. Разрешается выписать на доску разность любых двух уже выписанных чисел (из большего вычитают меньшее). Какое наибольшее число (среди новых) может появиться на доске?</p>	<p><b><u>6.(исх.)</u></b> Сколько среди тысячи первых натуральных чисел таких, в записи которых встречаются три одинаковые цифры?</p>
<p><b><u>7.(исх.)</u></b> После того, как туристы прошли 1 км, а затем половину оставшегося пути, им осталось пройти треть всего пути и 1 км. Чему равен весь путь?</p>	<p><b><u>8.(исх.)</u></b> Из молока, жирность которого составляет 5%, изготавливают творог жирностью 15,5%, при этом остается только сыворотка жирностью 0,5%. Сколько творога получается из 1 т молока?</p>
<p><b><u>9.(исх.)</u></b> Произведение числа 21 и некоторого четырехзначного числа дает точный куб. Найдите это четырехзначное число.</p>	<p><b><u>10.(исх.)</u></b> Сколько произведений, кратных десяти, можно образовать из чисел 2, 3, 5, 5, 7, 9?</p>
<p><b><u>11.(исх.)</u></b> Сколько цифр у натурального числа, если его третья степень записывается 2004 цифрами?</p>	<p><b><u>12.(исх.)</u></b> За какое наименьшее число ходов можно шахматного коня перевести с поля a1 на поле h8?</p>
<p><b><u>13.(исх.)</u></b> Вася влил стакан малинового сиропа в банку с водой. Получился 25% раствор морса. Потом он добавил в банку еще один стакан сиропа. Раствор какой концентрации получился в результате?</p>	<p><b><u>14.(исх.)</u></b> Какой цифрой оканчивается произведение всех простых чисел от 1 до 2004?</p>

<p><b><u>1. зачёт</u></b> Найдите наименьшее натуральное число, куб которого оканчивается на 2004.</p>	<p><b><u>2. зачёт</u></b> Два равнобедренных треугольника приложили боковыми сторонами друг к другу так, что образовался новый равнобедренный треугольник. Какими могут быть углы у этого треугольника?</p>
<p><b><u>3. зачёт</u></b> Найдите все натуральные числа, квадрат которых записывается только нечётными цифрами.</p>	<p><b><u>4. зачёт.</u></b> Известно, что произведение двух взаимно простых чисел равно 2004. Найдите все такие пары чисел.</p>
<p><b><u>5. зачёт</u></b> Найдите угол между боковыми сторонами трапеции, если отрезок, соединяющий середины оснований, равен полуразности оснований.</p>	<p><b><u>6. зачёт.</u></b> Найдите сумму квадратов цифр всех натуральных чисел от 1 до 2004.</p>
<p><b><u>7. зачёт</u></b> Внутри угла в <math>60^\circ</math> расположена точка на расстояниях 4 и 7 от его сторон. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.</p>	<p><b><u>8. зачёт</u></b> В клетки квадрата <math>3 \times 3</math> записываются попарно различные натуральные числа так, чтобы все 6 произведений (по строкам и столбцам) были равны между собой. Какое наименьшее значение может принимать максимальное из этих девяти чисел?</p>
<p><b><u>9. зачёт</u></b> Сколькими нулями может оканчиваться число вида <math>9^n + 1</math>, где <math>n</math> – натуральное число?</p>	<p><b><u>10. зачёт</u></b> При каком наименьшем натуральном <math>n</math> из любых <math>n</math> целых чисел можно выбрать 10 чисел, дающих одинаковые остатки при делении на 10?</p>
<p><b><u>11. зачёт</u></b> В равнобедренном треугольнике <math>ABC</math> (<math>AB=BC</math>) на стороне <math>BC</math> взяли точки <math>K</math> и <math>M</math> (<math>K</math> ближе к <math>B</math>, чем <math>M</math>) такие, что <math>KM=AM</math> и углы <math>MAC</math> и <math>KAB</math> равны. Чему равен угол <math>BAM</math>?</p>	<p><b><u>12. зачёт</u></b> Однажды несколько друзей обменивались рукопожатиями. В некоторый момент оказалось, что среди любых четырех из них имеется хотя бы один, который успел пожать руки трем другим. Сколько могло оказаться среди них человек, не успевших пожать руки каждому из остальных? (Укажите все варианты).</p>
<p><b><u>13. зачёт</u></b> Сколькими способами из цифр от 1 до 9 можно составить три трехзначных числа таким образом, чтобы их сумма была наибольшей из возможных? (Каждую цифру можно использовать только один раз)</p>	<p><b><u>14. зачёт</u></b> <math>O</math> – центр окружности, описанной около треугольника <math>ABC</math>. Найдите углы этого треугольника, если известно, что <math>ABOC</math> – ромб.</p>

<p><b><u>15. зачёт.</u></b> В однокруговом волейбольном турнире участвовали 16 команд (за победу дается - 1 очко, за поражение - 0, ничьих не бывает). По окончании турнира оказалось, что набранные командами очки образуют арифметическую прогрессию. Сколько очков могла при этом набрать команда, занявшая последнее место?</p>	<p><b><u>16. зачёт</u></b> Из А в В и из В в А одновременно вышли два пешехода. Когда первый прошел половину пути, второму до конца пути осталось пройти 24 км, а когда второй прошел половину пути, первому до конца пути осталось пройти 15 км. Сколько километров останется пройти второму пешеходу после того, как первый закончит переход?</p>
<p><b><u>17. зачёт</u></b> Сколько решений в натуральных числах имеет система уравнений</p> $\begin{cases} x + y = zt \\ z + t = xy \end{cases} ?$	<p><b><u>18. зачёт</u></b> Найдите подмножества А и В множества С, если известно, что для каждого подмножества <math>X \subset C</math> выполняется равенство <math>X \cap A = X \cup B</math>.</p>
<p><b><u>19. зачёт</u></b> В круге радиуса 1 провели две перпендикулярные хорды АВ и CD. Найдите сумму квадратов отрезков AC и BD.</p>	<p><b><u>20. зачёт</u></b> Найдите все натуральные <math>n</math>, при которых число <math>\frac{n^3 - 1}{5}</math> является простым.</p>

**Ответы к исходным задачам**

1. 0 (ни одного)
2. 1:9
3.  $n=2$
4. 0, 1, 2 или 3 числа
5. 48
6. 10 чисел
7. 9 км
8. 300 кг (или 0,3 т)
9. 3528
10. 16
11. 668 цифр
12. 6 ходов
13. 40 %
14. 0

**Ответы к зачетным задачам**

1. такого числа нет
2. 90, 45, 45 и 36, 72, 72 градусов
3. 1 и 3
4. (1, 2004), (4, 501), (12, 167), (3, 668)
5.  $90^\circ$
6. 172 050
7.  $2\sqrt{31}$
8. 15
9. одним нулем
10. 91
11. 60 градусов
12. 0, 2 или 3 человека
13. 36 способами
14.  $120^\circ$ ,  $30^\circ$  и  $30^\circ$
15. 0 очков
16. 8 км
17. 9 решений
18.  $A=C, B=\emptyset$ .
19. 4
20. 6