

# **Программа по высшей математике для поступающих на подготовительное отделение магистратуры**

## ***Вещественные числа***

Множества. Объединение, пересечение, разность множеств. Вещественные числа и их основные свойства. Геометрическое изображение вещественных чисел. Грани числовых множеств. Абсолютная величина числа.

## ***Аналитическая геометрия на плоскости***

Прямоугольная система координат на плоскости. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости: нахождение расстояния между двумя точками; деление отрезка в данном отношении; вычисление площади треугольника. Уравнение линии на плоскости. Прямая линия на плоскости; виды уравнений прямой: уравнение с угловым коэффициентом, уравнение прямой, проходящей через две точки, общее уравнение прямой, уравнение прямой в отрезках. Угол между прямыми; условия параллельности и перпендикулярности прямых.

## ***Предел числовой последовательности***

Числовая последовательность. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Конечный предел числовой последовательности. Сходящиеся последовательности и их основные свойства. Монотонные последовательности и их простейшие свойства. Число  $e$ . Натуральные логарифмы.

## ***Функции одной переменной***

Понятие функции. Способы задания функции. Простейшие функции и их графики. Элементарные функции.

Конечный предел функции при  $x \rightarrow x_0$ . Односторонние пределы. Конечный предел функции при  $x \rightarrow -\infty$  при  $x \rightarrow +\infty$ . Простейшие свойства конечных пределов. Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции; связь между ними. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.

Понятие непрерывности функции. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва функции и их классификация. Основные свойства непрерывных функций. Понятия сложной и обратной функции. Теоремы о непрерывности сложной и обратной функции.

## ***Дифференцирование функций одной переменной***

Определение производной. Геометрический смысл производной. Понятие дифференцируемости функции в точке. Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности функции. Дифференциал функции в точке. Простейшие правила дифференцируемости функций. Производные высших порядков.

Основные теоремы о дифференцируемых функциях: теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши. Раскрытие неопределенностей с помощью правила Лопиталя. Формула Тейлора. Исследование функций с помощью пределов и производных.

## ***Интегрирование функций одной переменной***

Первообразная и неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенных интегралов. Таблица простейших интегралов. Основные методы интегрирования: метод подстановки, метод интегрирования по частям.

Определение определенного интеграла. Интегрируемость непрерывных функций и ограниченных функций, имеющих конечное число точек разрыва на отрезке. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Применения определенного интеграла в геометрии: вычисление площади плоской фигуры, длины кривой, объема и площади поверхности тела вращения. Несобственные интегралы: понятие несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования, понятие несобственного интеграла от неограниченной функции.

## ***Аналитическая геометрия в пространстве***

Прямоугольная система координат в пространстве. Понятие вектора. Проекция вектора на ось. Направляющие косинусы вектора. Линейные операции над векторами и их основные свойства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов и его основные свойства. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов. Уравнение поверхности в пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

## ***Элементы линейной алгебры***

Системы линейных уравнений. Матрицы. Расширенная матрица системы линейных уравнений. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителей разложением по строке или столбцу. Ранг матрицы. Правило Крамера. Операции над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение

матриц. Основные свойства операций над матрицами. Обратная матрица; способы ее нахождения. Матричный метод решения системы линейных уравнений.

### **Функции нескольких переменных**

Понятие функции двух и более вещественных переменных. График функции двух переменных. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных; основные свойства непрерывных функций двух переменных.

Частные производные функции двух переменных. Понятие дифференцируемой функции двух переменных в точке; необходимые условия дифференцируемости, достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал функции двух переменных. Геометрический смысл дифференциала. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Экстремумы функции двух переменных; необходимые условия существования экстремума, достаточные условия существования экстремума.

Двойной интеграл; его основные свойства. Сведение двойного интеграла к повторному. Криволинейные интегралы. Вычисление криволинейных интегралов 1-го и 2-го родов. Формула Грина.

### **Ряды**

Понятия числового ряда и его суммы. Необходимое условие сходимости числового ряда. Ряды с неотрицательными членами и простейшие признаки их сходимости: признак сравнения, признак Коши, признак Даламбера, интегральный признак. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости рядов.

Степенные ряды. Интервал сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряд Тейлора и ряд Маклорена. Разложение в ряд Маклорена функций  $y = e^x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ .

### **Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Понятие дифференциального уравнения. Понятия дифференциального уравнения первого порядка и его решения. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

Дифференциальные уравнения второго порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения второго порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка; структура решения однородного и неоднородного уравнений. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

## **Элементы теории вероятностей**

События и операции над событиями. Полная группа событий. Элементарные события. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения и сочетания; размещения и сочетания с повторением. Основные свойства вероятности. Условная вероятность. Независимые события. Вероятность произведения и суммы событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Последовательности независимых испытаний. Формула Бернулли.

Понятие случайной величины; ее функция распределения. Дискретная случайная величина; ее ряд распределения. Функция распределения дискретной случайной величины в случае конечного множества значений случайной величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание и дисперсия. Непрерывная случайная величина. Основные свойства функции распределения непрерывной случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины. Вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в заданный промежуток. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

Нормальная случайная величина; ее функция распределения. Вероятностный смысл параметров нормальной случайной величины. Функция Лапласа. Вероятность попадания значения нормальной случайной величины в заданный промежуток. Роль нормальной случайной величины в теории вероятностей.

---

### **Рекомендуемая литература:**

- 1. Щипачев В.С.** Высшая математика: Учебник для студентов нематематических специальностей вузов / Под ред. акад. А.Н. Тихонова. – *любое изд.* – М.: Высшая школа.
- 2. Колемаев В.А., Калинина В.Н.** Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Под ред. В.А. Колемаева. – *любое изд.* – М.: ИНФРА-М.