ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

А.В. Карпов

ИЗМЕРЕНИЕ ПРЕДСТАВИТЕЛЬНОСТИ ПАРЛАМЕНТА В СИСТЕМАХ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО ПРЕДСТАВИТЕЛЬСТВА

Препринт WP7/2006/04
Серия WP7
Теория и практика общественного выбора

Москва
ГУ ВШЭ
2006

УДК 51-77
ББК 67.400.6в6

К 26 **Карпов А.В.** Измерение представительности парламента в системах пропорционального представительства. Препринт WP7/2006/04. — М.: ГУ ВШЭ, 2006. — 40 с.

Рассмотрены 19 показателей, характеризующих представительность парламента. Произведен анализ свойств указанных индексов с помощью вычислительного эксперимента.

УДК 51-77
ББК 67.400.6в6

Работа частично поддержана Научным фондом ГУ ВШЭ (грант № 06-04-0052) и Институтом фундаментальных междисциплинарных исследований ГУ ВШЭ. Автор благодарит указанные организации за поддержку исследования.

Препринты ГУ ВШЭ размещаются на сайте:
http:/new.hse.ru/C3/C18/preprints ID/default.aspx

1. Введение

Дискуссии о поиске подходящей избирательной системы, гарантирующей адекватную представительность всех политических сил в обществе, не прекращаются с момента появления первых избирательных органов. В XX в. одновременно с распространением различных форм пропорционального представительства стали появляться критерии оценки функционирования избирательной системы. Основной результат получили М. Балински и П. Янг [11]. Они доказали невозможность существования системы пропорционального представительства, которая распределяла бы мандаты в полном соответствии с принципами пропорциональности.

Неосуществимость создания идеальной избирательной системы заставила исследователей искать количественные оценки, которые могли бы отражать степень соответствия системы тому или иному критерию. Соответствующие индексы дают количественную информацию и позволяют проводить эмпирические исследования для сравнения результатов деятельности различных избирательных систем. Одно из наиболее обширных исследований, в котором проводилось сравнение избирательных систем различных стран по уровню представительности парламента, было осуществлено А. Липхартом [16].

В настоящее время создано большое количество индексов, характеризующих представительность парламента. Некоторые были специально разработаны для целей конкретного исследования результатов выборов, остальные заимствованы из других областей науки. Таким образом, еще не сложилось единого мнения относительно того, какой из индексов лучше применять в конкретных исследованиях. Обзор индексов представительности парламента можно найти в [1]. До настоящего времени практически не было исследований, направленных на изучение свойств индексов представительности парламента.

Этой задаче посвящена настоящая работа. В первых ее разделах описаны основные индексы, далее приведен анализ их аксиоматических свойств. Для исследования свойств индексов осуществлен вычислительный эксперимент, моделирующий возможные исходы выборов, результаты которого представлены в разд. 9. В заключительной части работы (см. разд. 10) приведены результаты расчета индексов представительности для российского парламента 1995—2003 гг.*

* Автор выражает огромную признательность за постановку задачи и ряд ценных замечаний Ф.Т. Алескерову.

2. Основные предположения и обозначения

Рассмотрим выборы в парламент, проходящие на основе системы пропорционального представительства. Пусть в выборах принимает участие n партий, которые упорядочены и пронумерованы. Пусть $(V_1, V_2, \ldots, V_n)$ — количества голосов, отданных за партии, $(R_1, R_2, \ldots, R_n)$ — количества мест, полученных в результате распределения:

$$\sum_{i=1}^{n} V_i = V,$$

$$\sum_{i=1}^{n} R_i = R.$$

Задача пропорционального представительства состоит в нахождении распределения заданного количества мест между партиями в соответствии полученным голосам. Существует большое количество методов распределения мест. Они исходят из различных принципов и дают, вообще говоря, неодинаковые исходы. Их описание см. в [1].

Целью выборов является точное отображение предпочтений избирателей при соблюдении равенства возможностей. В соответствии с принципом «один избиратель — один голос» каждый бюллетень должен иметь «равную силу» в смысле доли представительства в парламенте:

$$\frac{R_i}{V_i} = \frac{R}{V},\ i = \overline{1,n}.$$

Введем обозначения. Пусть $v_i = \frac{V_i}{V}$, $r_i = \frac{R_i}{R}$ — доли голосов и доли мест, полученных партией i соответственно. Обозначим представительство i-й партии через $y_i = \frac{R_i}{V_i}$. Набор $(v_1, v_2, \ldots, v_n; r_1, r_2, \ldots, r_n)$ назовем результатом выборов.

При $\frac{R_i}{V_i} < \frac{R}{V}$ партия i недостаточно представлена, при $\frac{R_i}{V_i} > \frac{R}{V}$ можно утверждать, что партия i имеет завышенное представительство в парламенте. Используя значение представительства y_i, можно сравнивать различные партии друг с другом, чтобы понять, какая партия в большей степени выиграла или проиграла от использованного способа распределения мест. В идеальном случае каждый голос имеет равную силу, и партия получает долю мест, равную доле голосов:

$$v_i = r_i,\ i = \overline{1,n}.$$

При минимальных требованиях к системе пропорционального распределения мест верно свойство монотонности распределения: при выполнении $v_1 \geq v_2 \geq v_3 \cdots \geq v_n$ следует $r_1 \geq r_2 \geq r_3 \cdots \geq r_n$. Так как в данной работе не исследуются конкретные способы распределения мест, то при изучении индексов никакие дополнительные требования на распределение наложены не будут.

В реальности политические системы показывают невозможность достижения равенства между долями набранных партией голосов и полученных мест в парламенте. Проблема состоит не только в дискретности мест, но и в существующем барьере прохождения в парламент. Избирательный порог не допускает партии, набравшие меньше определенной доли голосов, к распределению мест, ухудшая тем самым не только пропорциональность распределения, но и представленный политический спектр. Отклонение от точного равенства между долями голосов и мест является не только математической проблемой, но и политической, так как оно отражает искажение волеизъявления граждан.

В рамках данной работы не рассматриваются искажения представительности, являющиеся следствием недопущения участия каких-либо партий к выборам или неучастия избирателей в голосовании. Индексы, учитывающие неявку, см. в [1]. Объектом нашего исследования являются результаты выборов.

Для анализа искажений представительности парламента используются индексы, с помощью которых можно измерить, насколько данное распределение отклоняется от точного распределения мест. Разработанные индексы имеют различное аналитическое представление, что определяет их свойства и интерпретацию. Обзор индексов диспропорциональности, на которые в тексте нет ссылок, см. в [12]. Множество различных подходов к измерению представительности парламента можно разделить на несколько групп.

3. Индексы абсолютных отклонений

Первая группа индексов характеризует представительность с помощью абсолютных отклонений, т.е. разностей между долями набранных голосов и полученных мест в парламенте. Идеальная представительность достигается при $v_i = r_i$, что соответствует нулевому значению индексов. Возможны два варианта учета отклонений: нахождение максимального отклонения и использование некоторого усреднения.

3.1 Максимальное отклонение (maximum deviation)

$$MD = \max_{i=1,n} \left| r_i - v_i \right|. \quad (1)$$

Самый простой из возможных индексов. Он показывает величину искажения для самой неточно представленной партии. Несоответствие проявляется в недостаточном представительстве партии или в превышении соответствующей доли. Максимальное значение равно единице, когда партия, не набравшая ни одного голоса в свою поддержку, получает все места, что недостижимо при условии монотонности распределения. При большом количестве партий индекс может достигать сколь угодно близкого к единице значения, если одна партия имеет невысокую долю голосов, но в свою очередь значительно превосходит остальные.

3.2 Индекс Рэ (Rae index)

Данный индекс является средним арифметическим абсолютных отклонений:

$$I_{Rae} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| r_i - v_i \right|. \quad (2)$$

Индекс имеет ясную интерпретацию: насколько в среднем каждая партия не соответствует своему точному представительству. Но индекс имеет значительный недостаток: его значение зависит от числа партий. Когда число партий, не прошедших в парламент и мало влияющих на результат выборов велико, индекс принимает очень низкие значения. Это связано с тем, что

$$\max \sum_{i=1}^{n} \left| r_i - v_i \right| = 2 \text{ и } \max I_{Rae} = 2.$$

Низкие для отрезка от 0 до 1 значения индекса совсем не означают хорошую представительность. Для исправления этого эффекта среднее можно считать не по всем партиям, а только по тем, которые набрали более 0,5% голосов, но даже в этом случае индекс может принимать неадекватно низкие значения.

3.3 Индекс Лузмора — Хэнби (Loosemore — Hanby index)

Индекс Лузмора — Хэнби в отличие от индекса Рэ принимает значения от 0 до 1 и выглядит следующим образом:

$$I_{LH} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left| r_i - v_i \right|. \quad (3)$$

Индекс Лузмора — Хэнби хотя по форме и напоминает индекс Рэ, содержательно показывает другую величину. Сумма положительных абсолютных отклонений всегда равна сумме отрицательных отклонений. Значение индекса Лузмора — Хэнби отражает суммарное превышение доли полученных мест над соответствующей долей голосов у одних партий и недостаточную представительность в парламенте у других партий.

3.4 Индекс Грофмана (Grofman index) [1]

При подсчете среднего в индексе сумма делится не на общее число партий, а на эффективное число партий, так как оно более информативно:

$$I_G = \frac{1}{E} \sum_{i=1}^{n} \left| r_i - v_i \right|, \quad (4)$$

где $E = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}$ — эффективное число партий.

Индекс Грофмана не полностью исправляет недостаток индекса Рэ, так как верхняя граница остается непостоянной, более того, она может быть больше единицы. Следует отметить, что нельзя однозначно определить формулу для расчета эффективного числа партий. Существует множество подходов, и выбор одного из них не исключает возможности применения других. Индекс Грофмана следует рассматривать как устоявшийся вариант из множества возможных, сходных по своему содержанию.

3.5 Индекс Липхарта (Lijphart index)

Данный индекс вычисляется так же, как и индекс Рэ, только рассчитывается для двух самых крупных партий:

$$I_L = \frac{\left| r_i - v_i \right| + \left| r_j - v_j \right|}{2}. \quad (5)$$

Действительно, наиболее значительные отклонения от справедливой доли бывают обычно у крупных партий, поэтому, учитывая только их, можно получить значение индекса, которое можно рассматривать как общую представительность. Если существует высокий законодательный порог прохождения в парламент, то места распределяются только среди крупных партий. Значение превышения доли мест над долей голосов косвенно показывает долю голосов, не получивших представительство в парламенте.

Эти индексы связаны между собой. Верны следующие неравенства:

$I_{Rae} \le MD \le I_{LH}$, $I_{Rae} \le I_G$, $I_L \le MD$.

Остальные возможные неравенства могут нарушаться. Например, значения индекса Рэ не всегда являются наименьшими, они могут превышать значения индекса Липхарта, когда отклонения у малых партий достаточно велики.

4. Квадратичные индексы

Предыдущая группа индексов основана на среднем арифметическом в различных вариантах. Вследствие их линейности по отклонениям индексы могут не отражать изменение представительности при изменении распределения мест, так как одинаково учитывают большие и малые отклонения.

В табл. 1 приведен пример результатов выборов. Здесь для каждой из четырех партий указаны полученные доли голосов и доли мест.

Таблица 1

Партии	Доли голосов	Доли мест
A	0,1	0,05
B	0,2	0,15
C	0,3	0,3
D	0,4	0,5

В табл. 2 приведен пример, в котором распределение мест между партиями A и B изменяется по сравнению с табл. 1, но все остальные доли голосов и мест остаются неизменными.

Таблица 2

Партии	Доли голосов	Доли мест
A	0,1	0
B	0,2	0,2
C	0,3	0,3
D	0,4	0,5

При этом в обоих случаях индексы абсолютных отклонений не изменяются и принимают следующие значения:

Таблица 3

Индекс MD	Значение индекса 0,1
Rae index	0,05
LH index	0,2
Grofman index	0,06
Lijphart index	0,05

Несложно заметить, что индексы не изменятся при любом распределении мест между партиями A и B, если партия B будет иметь бóльшую долю, чем партия A. При этом распределение, когда две партии недостаточно представлены в равной мере, что соответствует табл. 1, является более пропорциональным, чем распределение, в котором полностью отсутствует представительство партии A.

Квадратичные индексы позволяют соотносить различные варианты, неразличимые с точки зрения суммы отклонений. Данная группа индексов позволяет моделировать различное отношение к структуре отклонений. Небольшие отклонения в общем случае устранить нельзя. Если в результате распределения некоторые партии имеют значительно более высокие абсолютные отклонения от точной доли, чем другие партии, то данная ситуация должна характеризоваться худшей представительностью, чем более равное распределение отклонений. Имеет смысл, чтобы индекс представительности парламента по-разному учитывал неодинаковые по величине отклонения. Для отражения этой идеи предложен соответствующий индекс.

4.1 Индекс Галлахера

В литературе этот индекс часто называется индексом наименьших квадратов (least squares index):

$$Lsq = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - v_i\right)^2}. \qquad (6)$$

Индекс Галлахера не отражает среднее отклонение, а является интегральным показателем, отражающим несоответствие значений голосов и мест. Возведение в квадрат значительно увеличивает различие между большими и малыми отклонениями по сравнению с обычным суммированием. Малые разности слабее влияют на индекс, чем большие, которые сильно увеличивают индекс. Это свойство можно усилить, используя не квадратичную функцию, а более высокую степень, как предложено в [1]:

$$H_s = \sqrt[s]{\frac{1}{s}\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - v_i\right)^s}. \qquad (7)$$

Этот индекс не является монотонным по s, что затрудняет его интерпретацию. Кроме того, его максимальное значение зависит от s:

$$\max H_s = \sqrt[s]{\frac{2}{s}}.$$

Последний недостаток можно исправить, немного видоизменив индекс:

$$\tilde{H}_s = \sqrt[s]{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - v_i\right)^s}. \qquad (8)$$

В обоих случаях индекс принимает значения от 0 до 1 и становится менее чувствителен к малым отклонениям с ростом s. В пределе индекс учитывает только максимальное отклонение:

$$\lim_{s\to\infty} H_s = \lim_{s\to\infty} \tilde{H}_s = MD.$$

Следует отметить, что индекс Галлахера может быть больше максимального отклонения. Приведем пример. В табл. 4 приведены результаты выборов для четырех партий.

Таблица 4

Партии	Доли голосов	Доли мест
A	0,20	0,25
B	0,20	0,25
C	0,30	0,25
D	0,30	0,25

Индексы максимального отклонения и Галлахера, посчитанные для этого распределения, равны:

MD = 0,05 и Lsq = 0,07.

Оба индекса изменяются при объединении одинаковых партий, что видно из следующего примера.

Таблица 5

Партии	Доли голосов	Доли мест
A	0,4	0,5
B	0,6	0,5

Здесь MD = 0,10 и Lsq = 0,10.

Эти индексы не удовлетворяют свойству независимости от раскола, которое можно описать следующим образом. Если все партии можно разделить на несколько равных по составу групп, в них будут присутствовать партии с равными долями голосов и мест, то индекс, посчитанный по всем партиям, должен быть равен значению индекса, посчитанного по одной группе, принятой как отдельный результат выборов. Если построить условный пример, в котором каждая доля голосов и мест каждой партии делятся на k равных частей, и посчитать для него значение индекса, то при выполнении свойства независимости от раскола индекс должен быть равен исходному.

4.2 Индекс Монро (Monroe index) [15]

Данный индекс представляет собой незначительную модификацию индекса Галлахера:

$$I_{Monroe} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - v_i\right)^2}{1 + \sum_{i=1}^{n} v_i^2}}. \qquad (9)$$

Сумма квадратов долей голосов характеризует число партий. Чем больше партий, тем меньше отклонения, соответственно и меньше должен быть знаменатель.

В социально-экономической статистике рассматриваются задачи измерения структурных различий. Примером может служить сравнение отраслевых структур экономик разных регионов, сравнение структуры фактического выпуска с планируемым. В этой области был разработан ряд индексов. Оказывается, что эти индексы можно использовать в задаче измерения представительности парламента.

В отличие от индекса Галлахера данные индексы удовлетворяют свойству независимости от раскола.

4.3 Индекс Гатева (Gatev index) [5]

Индекс рассчитывается по следующей формуле:

$$I_{Gatev} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - v_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(r_i^2 + v_i^2\right)}}. \qquad (10)$$

Индекс Гатева различает структуры с равными суммами квадратов отклонений. Индекс принимает более высокие значения, когда партии имеют примерно равный размер. При этом, если количество партий больше, а их размер меньше, то значение индекса выше. Таким образом, индекс более чувствителен к малым партиям, чем индекс Галлахера.

При разделении долей голосов и мест каждой партии на k равных индекс не изменяется:

$$I_{Gatev} = \sqrt{\frac{k\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{k}r_i - \frac{1}{k}v_i\right)^2}{k\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\frac{1}{k}r_i\right)^2 + \left(\frac{1}{k}v_i\right)^2\right)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(r_i - v_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(r_i^2 + v_i^2)}}.$$

Выполнение свойства независимости от раскола позволяет сравнивать распределения с различным числом партий.

4.4 Индекс Рябцева (Ryabtsev index) [7]

Индекс незначительно отличается от индекса Гатева, принимает более низкие значения:

$$I_{Ryabtsev} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(r_i - v_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(r_i + v_i)^2}}. \qquad (11)$$

4.5 Индекс Салаи (Szalai index) [17]

Данный индекс был введен при исследовании различий в структуре использования бюджета времени у различных групп населения:

$$I_{\text{Szalai}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{r_i - v_i}{r_i + v_i}\right)^2}{n}}. \qquad (12)$$

Индекс Салаи отличается от всех рассмотренных выше индексов данной группы. Чем больше партия, тем большее значение будет принимать $(r_i + v_i)^2$, что ведет к уменьшению вклада данной группы в общей сумме. Это увеличивает значимость малых партий. В случае, когда партия не

получает представительства в парламенте, выполняется следующее условие:

$$(r_i - v_i)^2 = (r_i + v_i)^2 = r_i^2 + v_i^2.$$

Индекс Салаи принимает близкие к единице значения, когда большое количество партий не получают мест в парламенте (в сумме большое количество единиц). Таким образом, индекс очень чувствителен к некорректному представительству малых партий, что заметно отличает его от всех других.

Рассмотрим пример, в котором одна малая партия не получает представительства в парламенте.

Таблица 6

Партии	Доли голосов	Доли мест
A	0,99	1
B	0,01	0

Индексы абсолютных отклонений и индекс Галлахера в данном случае будут принимать близкие к нулю значения, что отражает действительно хорошую представительность. Индекс Салаи выделяется тем, что при появлении не представленной партии его значение резко увеличивается, в данном случае до 0,7.

Если данное свойство не представляется удовлетворительным, то в [17] предложен взвешенный индекс Салаи (weighted Szalai index):

$$\tilde{I}_{\text{Szalai}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{r_i - v_i}{r_i + v_i}\right)^2 \cdot \frac{r_i + v_i}{\sum_{j=1}^{n}(r_j + v_j)}} = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{(r_i - v_i)^2}{r_i + v_i}}. \qquad (13)$$

По сути, этот индекс ближе к индексам абсолютных отклонений, так как квадраты отклонений делятся на размер партии. Таким образом, индекс можно представить как взвешенную сумму абсолютных отклонений

$$\tilde{I}_{\text{Szalai}} = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{|r_i - v_i|}{r_i + v_i}\cdot|r_i - v_i|}.$$

Основная проблема использования индексов из социально-экономической статистики — отсутствие интуитивного понимания, и, как следствие, сложность выбора между ними. Индексы Рябцева и Гатева отличаются только знаменателем, но отсутствие ясной интерпретации не позволяет выделить лучший.

5. Индекс Алескерова — Платонова

Индексы абсолютных отклонений и квадратичные индексы измеряют представительность через значения отклонений, но равные превышения доли мест над долей голосов приводят к различным эффектам с точки зрения пропорциональности. Причиной тому является различная значимость отклонения для больших и малых партий. Рассмотрим следующий пример.

Таблица 7

Партии	Доли голосов	Доли мест
A	0,5	0,6
B	0,01	0,11

Партия B в большей степени превышает свое точное представительство, несмотря на равные отклонения (табл. 8).

Таблица 8

Партии	|v–r|	r/v
A	0,1	1,2
B	0,1	11

Сравнивая относительную представительность с единицей можно измерить представительность с новой точки зрения.

Индекс Алескерова — Платонова (Aleskerov — Platonov index) [1] считается только по партиям, прошедшим в парламент:

$$R = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\frac{r_i}{v_i}. \qquad (14)$$

Если часть партий не участвует в распределении мест, то партии, преодолевшие порог в среднем на каждый процент голосов, получают более 1% мест. Индекс показывает среднее превышение доли мест над долей голосов для k прошедших партий. Наилучшее значение индекса равно единице, что соответствует отсутствию голосов, которые не получили представительства в парламенте, и полной пропорциональности распределения.

Следует отметить, что если избирательный порог отсутствует и при расчете индекса учитываются как относительно недостаточно представленные партии, так и получившие больше точного представительства, то значение индекса может быть равно единице вследствие усреднения значений бóльших и меньших единицы. Поэтому в данной ситуации применение индекса должно быть ограничено только партиями, имеющими повышенную представительность.

6. Индексы неравенства

Еще в начале XX в. экономика благосостояния [13] столкнулась с задачей, сходной по постановке с задачей измерения диспропорциональности, а именно измерение несоответствия доли группы в общей численности населения и доли в общем доходе. Было разработано несколько оригинальных решений, которые с успехом можно применить для измерения представительности парламента. Индивид, участвующий в выборах, получает «выигрыш» в виде представительства своей партии. Можно рассматривать $y_i = \frac{R_i}{V_i}$ как электоральный доход индивида, голосующего за i-ю партию. Из-за диспропорциональности представительство партии не будет удовлетворять желаемому условию $y_i = \frac{R}{V}$, и следствием будет неравенство, которое можно измерить с помощью соответствующих индексов.

6.1 Индекс Джини (Gini index)

Это один из первых индексов, которые были введены для измерения неравенства в доходах. Он вычисляется на основе кривой Лоренца.

По оси X откладываются доли голосов избирателей, по оси Y — доли дохода, которые находятся по формуле

$$t_i = \frac{y_i}{\sum_{j=1}^{n} y_j} = \frac{\frac{r_i}{v_i}}{\sum_{j=1}^{n}\frac{r_i}{v_i}}.$$

После этого необходимо упорядочить по возрастанию значения $\frac{t_i}{v_i}$, которые являются отношением доли в общем доходе к доле избирателей.

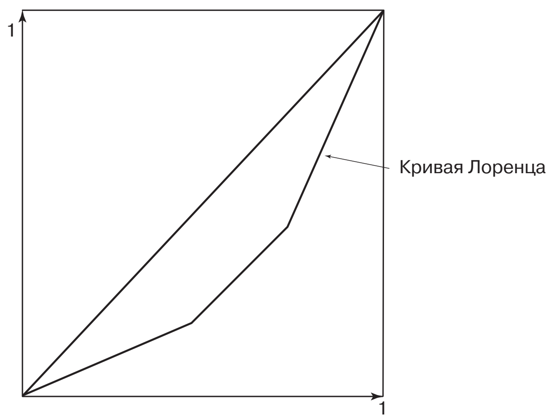

Рис. 1

Кривая Лоренца строится по доле накопленного дохода, которая рассчитывается как

$$T_h = \frac{\sum_{i=1}^{h} y_i}{\sum_{i=1}^{n} y_i} = \frac{\sum_{i=1}^{h} \frac{r_i}{v_i}}{\sum_{j=1}^{n} \frac{r_i}{v_i}}. \qquad (15)$$

В случае полного равенства уровня представительности для всех партий кривая Лоренца совпадет с диагональю. В остальных случаях она будет лежать ниже. Индекс Джини считается как отношение площади между кривой Лоренца и биссектрисой к площади под диагональю. Использование графического метода является преимуществом индекса, так как приводит к интуитивному пониманию явления.

6.2 Индекс Аткинсона (Atkinson index) [13]

Данный индекс использует параметр ε, характеризующий отношение общества к неравенству. При росте ε негативное отношение к неравенству усиливается. Индекс Аткинсона выглядит следующим образом:

$$A = 1 - \left[\sum_{i=1}^{n} v_i \left(\frac{y_i}{\mu} \right)^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}, \qquad (16)$$

где μ — представительность парламента, $\mu = \frac{R}{V}$,

$$A = 1 - \left[\sum_{i=1}^{n} v_i \left(\frac{r_i}{v_i} \right)^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}.$$

6.3 Обобщенная энтропия (Generalized entropy) [13]

Индекс обобщенной энтропии выглядит следующим образом:

$$GE = \frac{1}{\alpha^2 - \alpha} \left[\sum_{i=1}^{n} v_i \left(\frac{y_i}{\mu} \right)^{\alpha} - 1 \right], \qquad (17)$$

$$GE = \frac{1}{\alpha^2 - \alpha} \left[\sum_{i=1}^{n} v_i \left(\frac{r_i}{v_i} \right)^{\alpha} - 1 \right].$$

Параметр α задает класс индексов с подобными свойствами. Индекс Аткинсона и обобщенная энтропия очень похожи не только по форме, но и по свойствам. Обобщенная энтропия широко используется в исследованиях по измерению неравенства в доходах, так как она удовлетворяет многим желательным для индексов требованиям, например, декомпозируемости, что означает независимость значений индекса от вида группировки. Анализ других свойств индексов будет представлен ниже.

7. Целевые функции

Для оценки точности метода распределения мест в системах пропорционального представительства вводится понятие функции ошибки, минимизация которой дает искомое распределение. Каждый метод по-своему измеряет пропорциональность, чтобы достигнуть наилучшего значения. Эти функции появились уже после создания самих методов, но являются хорошими измерителями пропорциональности.

Например, индексы I_{Rae}, I_{LH}, Lsq, H_s могут служить мерой ошибки для метода наибольшего остатка [1] (квота Хара). Это означает, что, минимизируя эти индексы, мы получим распределение мест, совпадающее с распределением по методу наибольшего остатка.

7.1 Индекс д'Ондта (d'Hondt index)

Индекс равен максимальному превышению доли мест над долей голосов:

$$H = \max_{i=1,n} \frac{r_i}{v_i}. \tag{18}$$

7.2 Индекс Сент-Лаге (Sainte-Lague index)

Индекс является взвешенной суммой квадратов относительных отклонений:

$$SL = \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot \left(\frac{r_i}{v_i} - 1\right)^2. \tag{19}$$

Эти индексы являются целевыми функциями, характеризующими методы распределения мест в соответствующих системах пропорционального представительства. Методы д'Ондта и Сент-Лаге имеют необходимые аксиоматические свойства и широко распространены в избирательных системах различных стран.

Как видно из формул, значения индексов не имеют верхней границы. Индекс Сент-Лаге по форме совпадает с χ^2-статистикой, применяемой в тесте на совпадение законов распределения [14]. Эта особенность принципиально отличает данный индекс от всех других.

8. Аксиоматический подход

Индексы представительности парламента должны обладать некоторыми свойствами, чтобы их можно было использовать на практике для различных результатов выборов. Индексы должны измерять пропорциональность в любых распределениях и не зависеть от конкретного применения. При схожей постановке задачи в области изучения неравенства в доходах сложилась устойчивая аксиоматика. Исследование представительности имеет свои особенности, что влияет на формулировку некоторых основных принципов.

8.1 Аксиомы

1. Анонимность

Значение индекса не зависит от присваивания порядковых номеров партиям.

2. Соответствие уравнивающим трансфертам

Если у партии с представительством, превышающим точное значение, отнять некоторую долю мест и добавить ее к недостаточно представленной партии, то индекс, по крайней мере, не должен возрасти.

3. Независимость от раскола

Если все партии можно разделить на несколько равных по составу групп, в них будут присутствовать партии с равными долями голосов и мест, то индекс, посчитанный по всем партиям, должен быть равен значению индекса, посчитанного по одной группе, принятой как отдельный результат выборов.

4. Независимость от масштаба

Индекс не должен зависеть от любого пропорционального изменения абсолютного значения числа голосов или мест в парламенте.

5. Нормированность к нулю

При достижении идеального распределения индекс должен равняться нулю и расти при ухудшении представительности.

Свойствам 1 и 4 удовлетворяют все рассмотренные индексы. Аксиоматические свойства индексов представлены в табл. 9.

Таблица 9

	2	3
Maximum deviation	+	–
Rae index	+	–
LH index	+	+
Grofman index	+	–
Lijphart index	+	-
Lsq	+	-
H_s	+	-
Gatev index	-	+
Ryabtsev index	-	+
Szalai index	-	+
Szalai weighted index	-	+
Aleskerov — Platonov index*	+	+
Gini index	+	+
Atkinson index	+	+
Generalized entropy	+	+
D'Hondt index	+	+
Sainte-Lague index	+	+

Примечания.
\+ удовлетворяет свойству.
– не удовлетворяет свойству.
* Рассчитывается только по партиям, получившим повышенное представительство.

Нарушение свойства 2 проявляется только при очень малом изменении доли мест. Так как доля мест может меняться только на определенную величину вследствие целочисленности мандатов, то на реальных данных это свойство, скорее всего, будет проявляться крайне редко и только при большом размере парламента.

Несоответствие свойству 3 означает явную зависимость индекса от числа партий. Таким образом, эти индексы лучше использовать в совокупностях с равным числом партий.

При прочих равных условиях при выборе индекса в задаче измерения пропорциональности парламента скорее следует исходить из максимально ясной интерпретации индекса, а не из соответствия максимально возможному набору свойств, но эти свойства надо изучать, чтобы понять, как проявит себя индекс на реальных данных.

9. Вычислительный эксперимент

Не все особенности индексов можно вывести исходя из анализа их аналитического представления. Некоторые свойства оказываются заметны только после расчета индексов по большой выборке. Так как количество возможных реальных результатов выборов ограничено и, кроме того, все выборы различаются по используемому способу распределения мест в парламенте, по количеству партий и другим параметрам, это делает невозможным непосредственное сравнение значений индексов в большой совокупности выборов. С другой стороны, только после изучения индексов на однородной совокупности, не связанной с какой-либо определенной электоральной формулой, числом партий, количеством мест в парламенте, можно приступать к анализу реальных данных.

Для моделирования доли голосов и мест были заменены случайными величинами, что позволило сравнить статистические свойства и законы распределения исследуемых индексов.

9.1 Постановка эксперимента

Сложность моделирования различных распределений переменных v_i и r_i состоит в том, что по условию задачи требуется выполнение следующих ограничений:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i = 1,$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_i = 1.$$

Чтобы величины были одинаково распределены, не наблюдалась совершенная корреляция и каждое из значений не выходило за пределы отрезка от 0 до 1, использован следующий метод. В начале генерируется случайный вектор $\vec{X}$, состоящий из *n* независимых одинаково распределенных неотрицательных случайных величин. Параметр *n* задает число партий.

Определим долю голосов как отношение *i*-й случайной величины ко всей сумме:

$$v_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}.$$

По построению v_i одинаково распределены для каждой партии *i*. Корреляция, естественно, не равна нулю, но и нет абсолютной зависимости.

Вектор распределения мест создается на основе изменения вектора долей голосов v_i. Заметим, что в работе не ставится цель моделировать конкретный метод пропорционального представительства. Значения r_i генерируются, используя случайные отклонения ε, которые являются независимыми нормальными случайными величинами с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2

$$\frac{r_i}{v_i} = 1 + \varepsilon_i,$$

где $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$,

$$r_i = v_i\left(1 + \varepsilon_i\right).$$

Чтобы доли мест не вышли из требуемого интервала, значения r_i ограничиваются снизу нулем, сверху единицей, и каждый элемент делился на сумму всех значений.

Было проведено 16 экспериментов: при различном числе партий $n = \{4, 5, 7, 10\}$, уровне диспропорциональности $\sigma = \{0{,}1,\ 0{,}5\}$ при нормальном и равномерном законе распределения x_i и числе повторов $k = 10000$. Представленные результаты посчитаны при $x_i \sim abs(N(0{,}1))$, абсолютном значении нормальной случайной величины. Закон распределения v_i не сильно зависит от выбора параметров распределения x_i, так как рассчитываются доли, у которых, например, математическое ожидание зависит только от количества партий.

Таким образом, по этим данным можно проанализировать влияние на индексы следующих факторов: числа партий, уровня несоответствия доли голосов и мест, моделируемого через параметр σ, который далее будет упоминаться как уровень диспропорциональности. Среди измеряемых величин — средние значения индексов, их стандартное отклонение и парные ранговые корреляции. Гистограммы дают полную информацию о законе распределения значений индексов.

9.2 Результаты эксперимента

Каждый индекс создает уникальное упорядочение на множестве исходов. Используя случайные распределения голосов и мест, можно узнать, как различаются упорядочения результатов выборов различными индексами. Главным индикатором, отражающим близость индексов, являются ранговые корреляции, для измерения которых служит коэффициент ранговой корреляции Спирмэна, с которым можно ознакомиться в [9]. Если индексы близки по своему аналитическому представлению, то следует ожидать создания близких упорядочений. В табл. 10 приведены значения ранговой корреляции Спирмэна при числе партий $n = 4$ и уровне диспропорциональности $\sigma = 0,1$. В табл.10 отсутствует индекс Лузмора — Хэнби, так как он создает упорядочение, эквивалентное индексу Рэ. При фиксированном числе партий эти индексы отличаются только коэффициентом перед суммой.

Таблица 10

	MD	Rae index	Grofman index	Lijphart index
MD	1	0,974	0,930	0,918
Rae index	0,974	1	0,935	0,913
Grofman index	0,930	0,935	1	0,913
Lijphart index	0,918	0,913	0,913	1

Высокое значение ранговых коэффициентов корреляции отражает значительное сходство и однородность в группе индексов абсолютных отклонений.

Увеличение числа партий уменьшает разброс значений индексов. Это делает упорядочения менее определенными и сокращает значения коэффициентов корреляции. Увеличение диспропорциональности имеет обратный эффект и увеличивает корреляции.

На рис. 2 и 3 приведены значения среднего и стандартного отклонения для различного количества партий и $\sigma = 0,1$, посчитанные по 10000 наблюдениям.

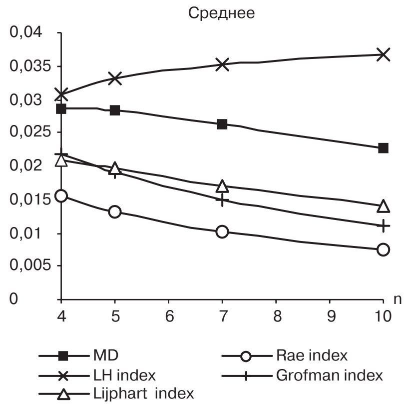

Рис. 2

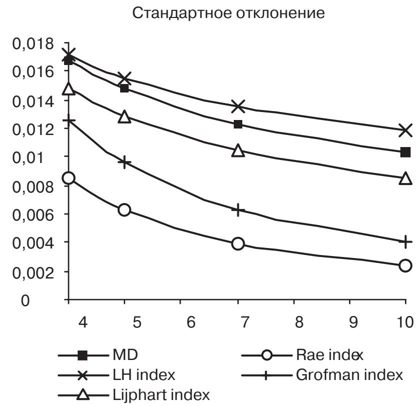

Рис. 3

Среднее значение большинства индексов падает, так как средний размер партии уменьшается и вместе с ним уменьшается размер отклонений между точной квотой и полученным количеством мест.

При данной постановке эксперимента увеличение числа партий можно рассматривать как некоторый эквивалент разделению партий. Изменение значений индексов, удовлетворяющих свойству независимости от раскола, заметно отличается от остальных.

Стандартное отклонение значений индексов значительно уменьшается с ростом количества партий. Дисперсия среднего уменьшается при росте количества наблюдений. В данном эксперименте количество партий определяет число случайных величин и в общем случае стандартное отклонение должно уменьшаться.

Чем больше несоответствие между точной квотой и полученным количеством мест, тем менее важно, какой из индексов использовать. Упорядочение различных исходов будет в большем числе случаев совпадать. С увеличением стандартного отклонения до 0,5 среднее и дисперсия у всех индексов возрастают.

Вторая группа индексов демонстрирует еще более тесную связь в терминах коэффициентов корреляции Спирмэна. Значения коэффициентов корреляции Спирмэна для квадратичных индексов при $n = 4$ и $\sigma = 0,1$ представлены в табл. 11.

Незначительные изменения индекса Галлахера не приводят к заметным изменениям. Индексы Рябцева и Гатева практически не различаются, что и можно было ожидать исходя из их аналитического представления. Индекс Монро, который не рассматривается в эксперименте, даст очень близкие к представленным индексам результаты. Индекс Салаи демонстрирует значительно отличающиеся корреляции и будет рассмотрен более подробно.

Таблица 11

	Lsq	H_s $s = 5$	Gatev index	Ryabtsev index	Szalai index
Lsq	1	0,996	0,987	0,987	0,736
H_s $s = 5$	0,996	1	0,980	0,980	0,726
Gatev index	0,987	0,980	1	1,000	0,695
Ryabtsev index	0,987	0,980	1,000	1	0,695
Szalai index	0,736	0,726	0,695	0,695	1

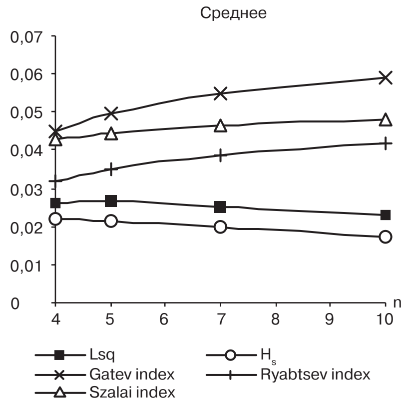

Рис. 4

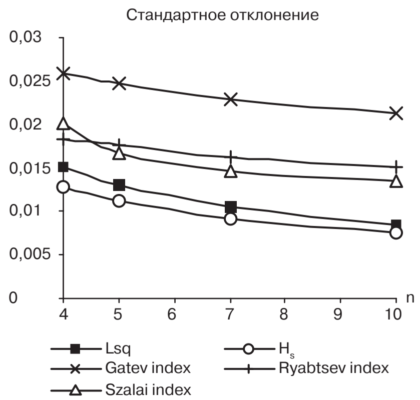

Рис. 5

Средние значения индексов H_s и *Lsq* падают, так как уменьшается среднее отклонение доли мест от доли голосов. Индексы Гатева, Рябцева и Салаи растут с увеличением числа партий, так как они более чувствительны к малым партиям. Это свойство уже отмечалось выше, исходя из особенности аналитического представления. Снова стоит отметить различное поведение индексов, удовлетворяющих и не удовлетворяющих свойству независимости от раскола. Средние значения индексов, не изменяющихся при разделении партий, увеличиваются с ростом числа партий, а значения остальных индексов падают.

Гистограммы распределения значений индексов в большинстве случаев подобны и являются асимметричными однопиковыми распределениями.

При количестве партий $n = 4$ и уровне диспропорциональности $\sigma = 0{,}5$ гистограмма значений индекса Галлахера выглядит следующим образом.

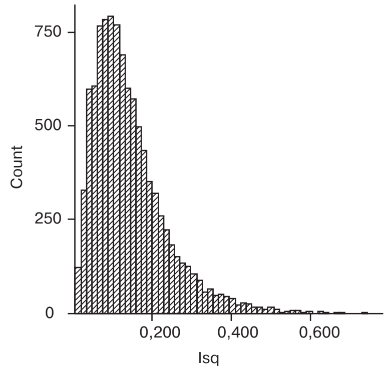

Рис. 6

При $\sigma = 0{,}1$ значения индекса Галлахера уменьшаются, но гистограмма сохраняет свою форму. Подобные распределения имеют практически все индексы.

Гистограмма индекса Салаи при $\sigma = 0{,}1$ по форме напоминает вышеприведенную, но при увеличении уровня диспропорциональности до $\sigma = 0{,}5$ появляются партии, которые не получают представительства в парламенте, что значительно изменяет значения индекса и, как следствие, вид гистограммы. Если разделить результаты выборов на те, в которых все партии получили места в парламенте, и те, в которых существуют партии, не получившие места в парламенте, то в итоге получится два распределения. Первое является однопиковым, а второе можно разделить по числу не представленных в парламенте партий.

Ниже приведены гистограммы значений индекса Салаи при различном числе партий $n = \{4, 5, 7, 10\}$.

$n = 4$

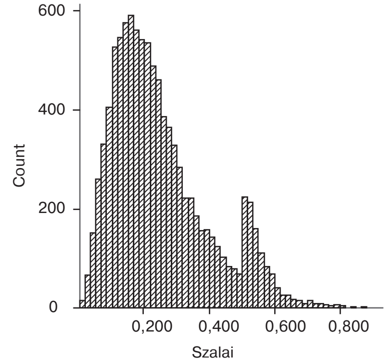

Рис. 7

$n = 5$

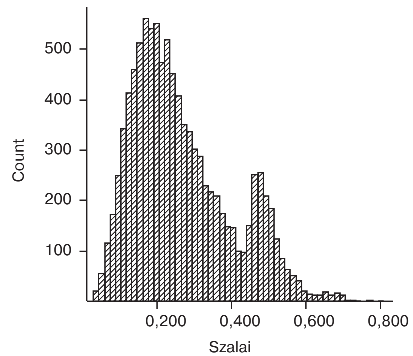

Рис. 8

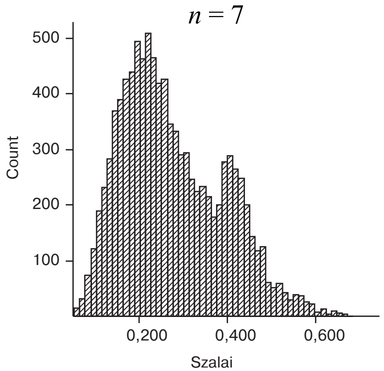

Рис. 9

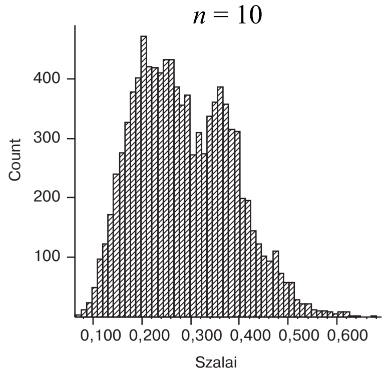

Рис. 10

При $\sigma = 0{,}5$ распределение значений индекса Салаи бимодальное, что является следствием появления партий, не получивших представительства. Это можно объяснить, обратившись к аналитическому представлению индекса:

$$I_{\text{Szalai}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{r_i - v_i}{r_i + v_i} \right)^2}{n}}.$$

Если $r_i = 0$, то в сумме появляется единица, что значительно увеличивает индекс, так как остальные слагаемые достаточно малы. Чем меньше число партий, тем существеннее влияние данного эффекта. При $n = 4$ заметно резкое повышение именно после значения $I_{\text{Szalai}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = 0{,}5$. При $n = 10$ значения $\sqrt{\frac{1}{10}}$ и выше индекс принимает и без не прошедших в парламент партий, поэтому данный эффект проявляется в меньшей степени. Вследствие этого свойства сравнивать результаты выборов с разным числом партий, не получивших представительства, некорректно.

Индексы неравенства и целевые функции сильно различаются по своему аналитическому представлению. Следствием этого являются более низкие внутригрупповые ранговые корреляции по сравнению с индексами абсолютных отклонений и квадратичными индексами. Особенно выделяется индекс д'Ондта с коэффициентами корреляции на уровне 0,6—0,8. Этот индекс отражает максимальное относительное превышение доли мест над долей голосов, в то время как остальные индексы измеряют общее несоответствие. В зависимости от выбора параметров ε в индексе Аткинсона и α в индексе обобщенной энтропии ранговая связь значительно меняется. С ростом количества партий средние значения всех индексов увеличиваются.

Индексы диспропорциональности, хотя и могут давать различные результаты, имеют высокую корреляцию, так как описывают одно явление. Данный эксперимент позволяет выявить уникальные особенности индексов и объяснить их изменение в конкретных случаях. Зная строение индексов и связанные с этим свойства, можно лучше интерпретировать результаты выборов.

Индексы абсолютных отклонений имеют четкую интерпретацию значений. Индекс Галлахера усиливает влияние больших отклонений. Индексы Гатева и Рябцева увеличиваются с ростом числа партий и уменьшением их размера.

Индекс Салаи очень чувствителен к несправедливому отображению малых партий, в особенности не получивших места в парламенте.

10. Результаты расчетов индексов представительности для выборов в Государственную Думу РФ 1995—2003 гг.

В 1995—2003 гг. в России применялась смешанная система выборов в Государственную Думу. Из 450 мест половина выбиралась по одномандатным округам с применением правила относительного большинства, половина — по системе пропорционального представительства с 5%-м барьером. Так как 225 мест распределялось по мажоритарной системе, то с помощью индексов можно оценить представительность только половины парламента. С помощью индексов можно оценить насколько сильно реальное распределение отличается от совершенно пропорционального распределения.

В выборах 1995 г. участвовали 43 избирательных объединения и блока. Из них только 4 партии преодолели необходимый 5%-й барьер, кроме того, 16 партий получили менее 200 тыс. голосов, что явно меньше числа собранных ими подписей. 49,5% голосов не получили представительства в парламенте. Это привело к тому, что каждая прошедшая в Государственную Думу партия в среднем получила долю мест, почти в 2 раза превышающую долю голосов, что отражается в индексе Алескерова — Платонова. Максимальное отклонение от точной квоты было зафиксировано у КПРФ, набравшей наибольшее число голосов. Оно составило 21,7% в абсолютном выражении, т.е. в 2 раза превысило точную квоту.

В выборах 1999 г. приняли участие 26 партий, 5%-й барьер преодолели 6 партий, что привело к значительному уменьшению доли голосов, не получивших представительства. В выборах 2003 г. участвовали 23 партии, из них только 4 прошли в парламент. Результаты расчетов индексов представительности парламента для выборов в Государственную Думу РФ 1995—2003 гг. представлены в табл. 12.

Таблица 12

	1995 г.	**1999 г.**	**2003 г.**
Доля голосов, не получивших мест в парламенте	0,495	0,186	0,282
Maximum deviation	0,217	0,055	0,152
Rae index	0,022	0,013	0,023
LH index	0,495	0,186	0,282
Grofman index	0,091	0,055	0,108
Lijphart index	0,164	0,053	0,101
Lsq	0,210	0,073	0,136
H_s	0,191	0,049	0,133
Gatev index	0,473	0,170	0,258
Ryabtsev index	0,355	0,121	0,186
Szalai index	0,960	0,888	0,919
Aleskerov — Platonov index	1,984	1,232	1,392
Gini index	0,614	0,436	0,503
Generalized entropy	1,158	0,392	0,611
D'Hondt index	2,000	1,263	1,406
Sainte-Lague index	0,990	0,479	0,627

Почти все индексы дают одинаковое упорядочение. Это связано со значительными различиями и по числу и размеру прошедших в парламент партий, и по общему числу партий на данных выборах. Эти факторы оказали основное влияние на значения индексов.

По совокупности индексов можно определить, что парламент 1999 г. имеет наилучшую представительность, а парламент 1995 г. — наихудшую. Индексы Грофмана и Рэ, в отличие от других индексов, дают другое упорядочение. Это связано с тем, что данные индексы не учитывают структуру отклонений, и при увеличении числа партий их значения быстро уменьшаются и становятся очень близкими и слаборазличимыми.

Выборы депутатов Государственной Думы в 2007 г. будут проводиться по новому закону. Основные изменения заключаются в том, что весь парламент будет избираться по системе пропорционального представительства при пороге прохождения 7%.

Надеемся, что проведенное исследование будет способствовать объективной оценке представительности Государственной Думы.

Приложение 1
Поиск экстремума в квадратичных индексах

В данной части работы анализируется влияние изменения долей голосов и мест на значение индекса. Мы ограничимся только квадратичными индексами.

Индекс Галлахера имеет вид

$$Lsq = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - v_i\right)^2},$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} v_i = 1,\ \sum_{i=1}^{n} r_i = 1.$$

С учетом ограничений индекс можно записать как

$$Lsq = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n-1}\left(r_i - v_i\right)^2 + \left(-\sum_{i=1}^{n-1} r_i + \sum_{i=1}^{n-1} v_i\right)^2\right)}.$$

Исследуем зависимость индекса от доли мест:

$$\frac{\partial}{\partial r_j} Lsq = \frac{1}{2\cdot Lsq}\cdot\left(r_j - v_j + \sum_{i=1}^{n-1} r_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_i\right).$$

Необходимое условие на экстремум

$$r_j - v_j + \sum_{i=1}^{n-1} r_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_i = 0.$$

Аналогично получим условие для доли голосов:

$$\frac{\partial}{\partial v_j} Lsq = \frac{1}{2\cdot Lsq}\cdot\left(-r_j + v_j - \sum_{i=1}^{n-1} r_i + \sum_{i=1}^{n-1} v_i\right),$$

$$-r_j + v_j - \sum_{i=1}^{n-1} r_i + \sum_{i=1}^{n-1} v_i = 0.$$

Заметим, что полученные условия для доли мест и голосов эквивалентны, т.е. условия и для доли голосов, и для долей мест выполняются одновременно.

Для доказательства наличия экстремума найдем гессиан

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Главные угловые миноры положительны, следовательно, найденные условия характеризуют минимум.

Изменяя долю одной группы за счет изменения другой, индекс достигает минимума в точке, где $r_i \neq v_i$.

Если минимизировать по всем переменным, то получим 2n–2 условий. Все они примут следующий вид:

$$-r_i + v_i = \sum_{i=1}^{n-1} r_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_i,$$

где $\sum_{i=1}^{n-1} r_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_i = const$ для всех 2n–2 условий, следовательно

$$r_i - v_i = -const,$$

суммируя по $i = \overline{1, n-1},$ получим

$$\sum_{i=1}^{n-1} r_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_i = -(n-1) \cdot const,$$

что выполняется только при $const = 0,\ r_i = v_i,\ i = \overline{1, n}.$

Вычисление гессиана подтверждает наличие минимума. Это можно понять, посмотрев на форму индекса.

Ниже будет приведено доказательство, что индекс H_s имеет те же условия первого порядка, что и Lsq.

Индекс H_s имеет вид:

$$H_s = \sqrt[s]{\frac{1}{s} \sum_{i=1}^{n} \left(r_i - v_i\right)^s},$$

с учетом ограничений

$$H_s = \sqrt[s]{\frac{1}{s} \left(\sum_{i=1}^{n-1} \left(r_i - v_i\right)^s + \left(-\sum_{i=1}^{n-1} r_i + \sum_{i=1}^{n-1} v_i\right)^s\right)}.$$

Исследуем зависимость индекса от доли мест:

$$\frac{\partial}{\partial r_j} H_s = \frac{1}{s} \left(H_s\right)^{1-s} \cdot \left((r_j - v_j)^{s-1} - \left(-\sum_{i=1}^{n-1} r_i + \sum_{i=1}^{n-1} v_i\right)^{s-1} \right).$$

Необходимое условие для наличия экстремума имеет вид:

$$(r_j - v_j)^{s-1} = \left(-\sum_{i=1}^{n-1} r_i + \sum_{i=1}^{n-1} v_i\right)^{s-1},$$

$$r_j - v_j + \sum_{i=1}^{n-1} r_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_i = 0.$$

Аналогично выполняется для v_i. Полученный результат показывает, что индексы для любого s будут демонстрировать одинаковое поведение.

Ниже приведен условный пример с числом партий, равным 4 и s = 5, который демонстрирует, как изменяются значения индексов при изменении распределения долей мест.

В табл. П1 приведены начальные результаты выборов.

Таблица П1

Партии	Доли голосов	Доли мест
A	0,1	0
B	0,2	0,2
C	0,3	0,3
D	0,4	0,5

На рис. П1 представлены значения индексов, отражающие изменение доли мест партии A за счет доли мест партии B при постоянстве всех остальных параметров.

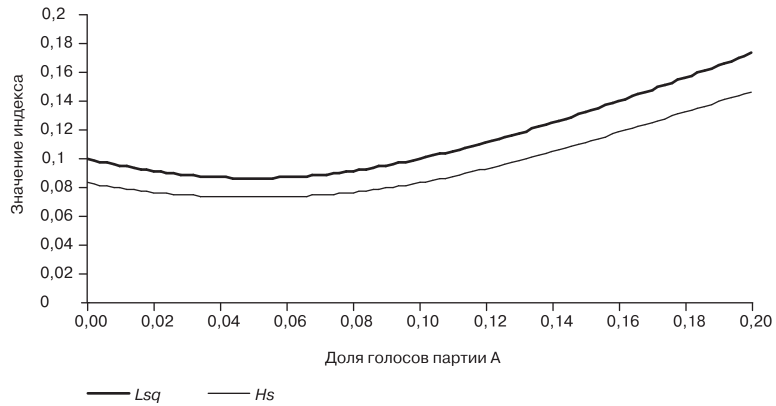

Рис. П1

Как видно из рис. П1 расхождения значений индекса не принципиальны, повышение степени в индексе не сильно меняет значения, что показывает нецелесообразность усиления индекса.

Приложение 2
Результаты выборов депутатов Государственной Думы РФ 1995—2003 гг.

Результаты выборов депутатов Государственной Думы 1995 г.
по пропорциональной системе

Избирательное объединение, блок	Доля голосов, %	Получено мандатов	Доля мест, %
Коммунистическая партия Российской Федерации (КПРФ)	22,30	99	44,00
Либерально-демократическая партия России (ЛДПР)	11,18	50	22,22
ВОПД «Наш дом — Россия»	10,13	45	20,00
Общественное объединение «Яблоко»	6,89	31	13,78
Политическое движение «Женщины России»	4,61	–	–
Коммунисты — Трудовая Россия — За Советский Союз*	4,53	–	–
ОПД «Конгресс русских общин»	4,31	–	–
Партия самоуправления трудящихся	3,98	–	–
Демократический выбор России — Объединенные демократы*	3,86	–	–
Аграрная партия России	3,78	–	–
Социал-патриотическое движение «Держава»	2,57	–	–
ОПД «Вперед, Россия!»	1,94	–	–
Власть — народу!*	1,61	–	–
Памфилова — Гуров — Лысенко (Республиканская партия Российской Федерации)*	1,60	–	–
Профсоюзы и промышленники России — Союз труда*	1,55	–	–
Экологическая партия России «Кедр»	1,39	–	–
Блок Ивана Рыбкина*	1,11	–	–
Блок Станислава Говорухина*	0,99	–	–
«Мое Отечество»	0,72	–	–
Внепартийное политическое движение избирателей «Общее дело»*	0,68	–	–
Партия любителей пива	0,62	–	–
Общероссийское мусульманское общественное движение «Нур» («Свет»)	0,57	–	–
Преображение Отечества*	0,49	–	–
Национально-республиканская партия России (НРПР)	0,48	–	–
Предвыборный блок, включающий руководителей Партии защиты пенсионеров и ветеранов, Партии искоренения преступности, законности и порядка и т.д.*	0,47	–	–
Партия российского единства и согласия (ПРЕС)	0,36	–	–
Ассоциация адвокатов России	0,35	–	–
«За Родину!»*	0,28	–	–
Политическая партия «Христианско-демократический союз — Христиане России»	0,28	–	–
Предвыборный блок, включающий руководителей Партии защиты детей (Мира, Добра и счастья), партии «Русские женщины» и т.д.*	0,21	–	–
Партия «Народный союз»	0,19	–	–
Тихонов — Туполев — Тихонов	0,15	–	–
Союз работников жилищно-коммунального хозяйства России	0,14	–	–
Социал-демократы*	0,13	–	–
Партия экономической свободы	0,13	–	–
Российское общенародное движение	0,12	–	–
Блок независимых*	0,12	–	–
Федерально-демократическое движение	0,12	–	–
ОПД «Стабильная Россия»	0,12	–	–
ОПД «Дума-96»	0,08	–	–
Поколение Рубежа*	0,06	–	–
«89» (89 регионов России)*	0,06	–	–
Межнациональный союз	0,06	–	–
Против всех списков	2,77	–	–

Выборы депутатов Государственной Думы Федерального Собрания Российской Федерации. 1995. Электоральная статистика. М., 1996. С. 89—91, 199.

Результаты выборов депутатов Государственной Думы 1999 г.
по пропорциональной системе

Избирательное объединение, блок	Доля голосов, %	Получено мандатов	Доля мест, %
Коммунистическая партия Российской Федерации	24,29	67	29,78
Межрегиональное движение «Единство» («Медведь»)*	23,32	64	28,44
Отечество — Вся Россия*	13,33	37	16,44
Союз Правых Сил*	8,52	24	10,67
Блок Жириновского*	5,98	17	7,56
Объединение «ЯБЛОКО»	5,93	16	7,11
Коммунисты, трудящиеся России — за Советский Союз*	2,22	–	–
Женщины России	2,04	–	–
Партия пенсионеров	1,95	–	–
ВОПД «Наш дом — Россия»	1,19	–	–
Российская партия защиты женщин	0,80	–	–
Конгресс Русских Общин и Движение Юрия Болдырева*	0,61	–	–
Сталинский блок — за СССР*	0,61	–	–
За гражданское достоинство	0,60	–	–
Общероссийское политическое движение «В поддержку армии»	0,58	–	–
Мир. Труд. Май*	0,57	–	–
Блок генерала Андрея Николаева и академика Святослава Федорова*	0,56	–	–
Партия Мира и Единства	0,37	–	–
Российский общенародный союз	0,37	–	–
Русская социалистическая партия	0,24	–	–
Русское дело*	0,17	–	–
Консервативное движение России	0,13	–	–
Всероссийская политическая партия народа	0,10	–	–
ВОПД «Духовное наследие»	0,10	–	–
Социалистическая партия России	0,09	–	–
Социал-демократы	0,08	–	–
Против всех списков	3,30		

Вестник ЦИК РФ. 2000. № 14. С. 11—14

Результаты выборов депутатов Государственной Думы 2003 г.
по пропорциональной системе

Избирательное объединение, блок	Доля голосов, %	Получено мандатов	Доля мест, %
Политическая партия «Единая Россия»	37,57	120	53,33
Коммунистическая партия Российской Федерации (КПРФ)	12,61	40	17,78
ЛДПР	11,45	36	16,00
«Родина» (народно-патриотический союз)*	9,02	29	12,89
Российская демократическая партия «ЯБЛОКО»	4,30	–	–
Союз Правых Сил	3,97	–	–
Аграрная партия России	3,64	–	–
Российская партия пенсионеров и Партия социальной справедливости*	3,09	–	–
Партия Возрождения России — Российская партия ЖИЗНИ*	1,88	–	–
Народная партия Российской Федерации	1,18	–	–
Единение	1,17	–	–
Новый курс — Автомобильная Россия*	0,84	–	–
За Русь Святую	0,49	–	–
Российская экологическая партия «Зеленые»	0,42	–	–
Развитие предпринимательства	0,35	–	–
Великая Россия — Евразийский Союз*	0,28	–	–
Истинные патриоты России	0,25	–	–
Партия Мира и Единства (ПМЕ)	0,25	–	–
Объединенная Российская партия «Русь»	0,24	–	–
Демократическая партия России	0,22	–	–
Российская конституционно-демократическая партия	0,19	–	–
Партия СЛОН	0,18	–	–
Народно-республиканская партия России	0,13	–	–
Против всех списков	4,70	–	–

*Избирательный блок.
Вестник ЦИК РФ. 2004. № 5. С. 15–20

Литература

1. Алескеров Ф.Т., Платонов В.В. Индексы представительности парламента // Полития. 2003. № 1. С. 193—200.

2. Вестник ЦИК РФ. 2000. № 14.

3. Вестник ЦИК РФ. 2004. № 5.

4. Выборы депутатов Государственной Думы Федерального Собрания Российской Федерации. 1995. Электоральная статистика. М., 1996.

5. Елисеева И.И. Социальная статистика. М.: Финансы и статистика, 2002.

6. Иванченко А.В., Кынев А.В., Любарев А.Е. Пропорциональная избирательная система в России. М., 2005.

7. Рябцев В.М., Чудилин Г.И. Региональная статистика. М., 2003.

8. Платонов В.В. Применение критериев согласия для оценки представительности парламента. Препринт WP7/2004/03. М.: ГУ ВШЭ, 2004.

9. Поллард Дж. Справочник по вычислительным методам статистики. М.: Финансы и статистика, 1982.

10. Aleskerov F. Formal Analysis of the Results of Elections // Analysis and Design of Electoral Systems. Oberwolfach Report. 2004. No. 14.

11. Balinski M.L., Young H.P. Fair representation. New Haven: Yale University Press, 1982.

12. Evaluation and Optimization of Electoral Systems // Society for Industrial and Applied Mathematics / Grilli di Cortona P., Manzi C., Pennisi A., Ricca F., Simeone B. Philadelphia, 1999.

13. Cowell F. Measurement of Inequality // London School of Economics and Political Science Discussion Paper. July 1998.

14. Heinrich L., Pukelsheim F., Schwingenschlőgl U. Sainte-Lague's Chi-square Divergence for the Rounding of Probabilities and its Convergence to a Stable Law // Statistics & Decisions. 2004. No. 22. P. 43—59.

15. Kestelman P. Apportionment and Proportionality: A Measured View // Voting Matters. 2005. Issue 20. P. 12—22.

16. Lijphart A. Electoral Systems and Party Systems. Oxford: Oxford University Press, 1994.

17. Stewart J. Assessing Alternative Dissimilarity Indexes for Comparing Activity Profiles // Electronic International Journal of Time Use Research. 2006. Vol. 3. No. 1. P. 49—59.

Содержание

Препринт WP7/2006/04
Серия WP7
Теория и практика общественного выбора

А.В. Карпов

Измерение представительности парламента в системах пропорционального представительства

Публикуется в авторской редакции

Выпускающий редактор *А.В. Заиченко*
Технический редактор *Ю.Н. Петрина*

ЛР № 020832 от 15 октября 1993 г.
Отпечатано в типографии ГУ ВШЭ с представленного оригинал-макета.
Формат 60×84 $^1/_{16}$. Бумага офсетная. Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 2,6.
Усл. печ. л. 2,3. Заказ № . Изд. № 652.

ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Тел.: (495) 772-95-71; 772-95-73

Для заметок

Для заметок