

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

Н.Г. Арефьев, А.И. Арефьева

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ И ИДЕИ

Препринт WP12/2010/02

Серия WP12

Научные доклады лаборатории
макроэкономического анализа

Москва
Государственный университет — Высшая школа экономики
2010

Редактор серии WP12

«Научные доклады лаборатории макроэкономического анализа»

Л.Л. Любимов

А80

Арефьев, Н. Г., Арефьева, А. И.

«Экономический рост и идеи* : Препринт WP12/2010/02 [Текст] / Н. Г. Арефьев, А. И. Арефьева ; Гос. ун-т – Высшая школа экономики. – М. : Изд. дом Гос. ун-та – Высшей школы экономики, 2010. – 56 с. – 150 экз.

Современные модели эндогенного экономического роста, основанные на исследованиях и разработках, предполагают прямую зависимость между количеством исследователей, занятых в секторе исследований и разработок, и темпами экономического роста. Как отмечает Джонс, это противоречит данным об экономическом росте: численность исследователей после Второй мировой войны в развитых странах выросла в несколько раз, в то время как темпы экономического роста значительно не изменились. В современной литературе предлагается ряд способов разрешить это противоречие между теорией и фактами, однако мы демонстрируем несостоятельность всех предлагаемых теорий. Мы предлагаем новое объяснение данного эмпирического факта, основанное на анализе взаимодействия исследователей и предпринимателей в рамках модели комбинаторного роста. В рамках нашей модели исследователи создают принципиально новые знания и продукты, однако эти знания не могут непосредственно быть использованными в производстве. Предприниматели используют различные комбинации этих знаний для того, чтобы создавать новые технологии. В итоге темпы экономического роста определяются не потоком новых знаний, как это происходит в стандартных моделях эндогенного роста, а всем имеющимся запасом. В этом случае увеличение количества исследователей окажет значимое влияние на темпы экономического роста не сразу, а лишь тогда, когда эти новые исследователи сумеют создать новый объем знаний, сопоставимый с объемом, уже используемым в производстве.

Предложенная модель хорошо согласуется со всеми известными эмпирическими фактами экономического роста. Кроме того, модель предлагает новый взгляд на эффект влияния конкуренции на рост. Стандартные модели эндогенного роста выявляют зависимость между конкуренцией и ростом, имеющую форму перевернутой буквы U, что согласуется с данными. Предлагаемая модель предсказывает существование не только зависимости, имеющей форму перевернутой буквы U, но также и межвременного взаимного влияния между конкуренцией и экономическим ростом.

* Исследование проводилось при финансовой поддержке программы «Научный фонд ГУ ВШЭ». Индивидуальный исследовательский грант № 09-01-0034.

УДК 330.34
ББК 65.012.2

Арефьев Николай Геннадьевич, PhD, доцент кафедры макроэкономического анализа Государственного университета – Высшей школы экономики.

Арефьева Алина Ильинична, лаборант НУЛ макроэкономического анализа Государственного университета – Высшей школы экономики, студентка 2-го курса магистратуры Государственного университета – Высшей школы экономики, студентка 1-го курса магистратуры РЭШ.

Препринты Государственного университета – Высшей школы экономики
размещаются по адресу: <http://www.hse.ru/org/hse/wp>

© Арефьев Н. Г., 2010
© Арефьева А. И., 2010
© Оформление. Издательский дом
Государственного университета –
Высшей школы экономики, 2010

Содержание

1. Введение: эндогенный рост и эффект масштаба	4
1.1. Критика существующих моделей эндогенного роста без эффекта масштаба	7
1.2. Цели и задачи исследования	10
2. Макроэкономическая модель знаний и технологий	12
2.1. Предпосылки модели	13
2.2. Краткосрочная динамика модели	14
2.3. Траектория сбалансированного роста	15
3. Обзор литературы по комбинаторному росту	17
4. Конкуренция и равновесная диффузия технологических знаний в модели комбинаторного роста	23
4.1. Общее описание экономики	23
4.2. Формализация модели	25
4.3. Динамическая оптимизация в секторе промежуточной продукции	30
4.4. Конкурентное равновесие для заданного значения A	38
4.5. Эффект увеличения количества знаний	49
5. Заключение	51
6. Литература	54

1. Введение: эндогенный рост и эффект масштаба

Важность исследования факторов экономического роста сложно переоценить. Выявление механизмов экономического роста поможет проводить экономическую политику, стимулирующую развитие и, как следствие, решение экономических и социальных проблем (Истерли, 2006). Современными моделями экономического роста являются модели эндогенного роста, основанного на исследованиях и разработках (НИОКР, R&D)¹ – модели Ромер (Romer (1990)), Гроссман и Хелпман (Grossman, Helpman (1991)), Агион и Ховитт (Aghion, Howitt (1992)). Сектор R&D играет ключевую роль в современных моделях экономического роста. Модели, в которых решения в секторе исследований и разработок принимаются агентами при максимизации прибыли, являются одним из видов моделей эндогенного роста².

Модели эндогенного роста являются основным инструментом для анализа проблем, связанных с экономическим ростом, и определения направления инновационной политики. Но эти модели не согласуются с данными, поскольку предсказывают наличие эффекта масштаба: при увеличении количества ресурсов, задействованных в исследованиях и разработках, темпы экономического роста должны вырасти (Джонс (Jones (1995a), Jones (1995b))).

Джонс (Jones (2005)) отмечает, что наличие эффекта масштаба связано со свойствами инноваций, производством которых занимается сектор исследований и разработок. Поскольку инновации являются неконкурентным благом, то использование идеи одним человеком не уменьшает полезность от использования данной идеи другим человеком. Таким образом, многие исследователи могут одновременно пользоваться одними и теми же идеями, производимыми в секторе R&D. Поэтому при увеличении количества ресурсов, задействованных в секторе R&D, количество идей растет, соответственно, ускоряются темпы экономического роста.

Однако большинство эмпирических исследований³ опровергает наличие эффекта масштаба для развитых стран в 1950–1990 гг. Как

¹ R&D, research and development.

² Другой вид – модели АК.

³ См., например, Джонс (Jones (1995)), Кортум (Kortum (1997)).

мы видим из рис. 1 и 2⁴, за период с 1981 по 2006 г. произошло существенное увеличение расходов на исследования и разработки в странах OECD. Тем не менее темпы роста экономик в данный период оставались примерно постоянными.

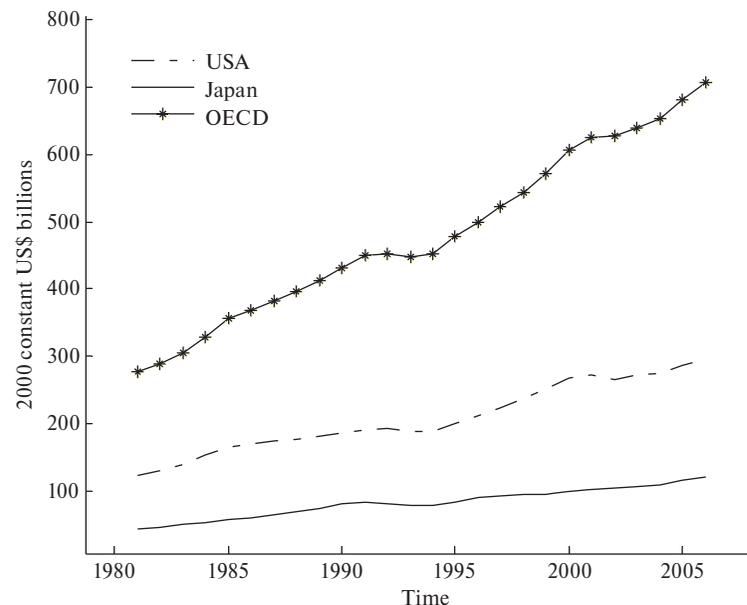


Рис. 1. Расходы на исследования и разработки, % к ВВП в США, Японии, странах OECD в 1981–2006 гг.

Помимо указанного эффекта масштаба, который обычно называют сильным эффектом масштаба (Strong Scale Effect, SSE), в литературе выделяется слабый эффект масштаба (Weak Scale Effect, WSE): при увеличении темпов роста количества ресурсов, задействованных в R&D, интенсивнее развивается экономика. Слабый эффект масштаба наблюдается в большинстве моделей эндогенного роста, основанных на исследованиях и разработках. Некоторые авторы считают наличие слабого эффекта масштаба недостатком моделей такого типа

⁴ Источник данных: National Science Foundation, Division of Science Resource Statistics. 2008. National Patterns of R&D Resources: 2007 Data Update. NFS 08-318. Arlington, VA. Available at <http://www.nsf.gov/statistics/nsf08318/>.

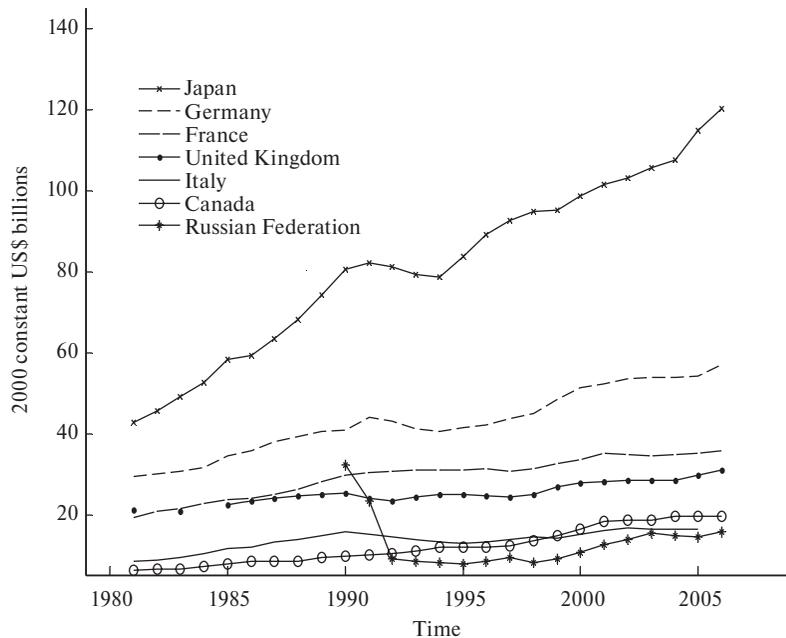


Рис. 2. Расходы на исследования и разработки, % к ВВП в Японии, Германии, Франции, Великобритании, Италии, Канаде, России в 1981–2006 гг.

(в частности, Гроссман (Grossman, V. (2008))). Тем не менее Гроссман замечает, что эмпирические тесты⁵ не дают основания принять или отвергнуть наличие слабого эффекта масштаба. Джонс (Jones (2005)) полагает, что наличие слабого эффекта масштаба характерно для моделей эндогенного роста, основанных на исследованиях и разработках, и не является недостатком, а лишь отражает неконкурентное свойство идей. В целом можно заключить, что лишь сильный эффект масштаба представляет собой проблему для использования моделей роста, основанных на R&D, для разработки практических рекомендаций проведения экономической политики, стимулирующей рост.

⁵ Холл, Джонс (Hall, Jones (1999)), Франкел, Ромер (Frankel, Romer (1999)), Мэнкью, Ромер, Вейл (Mankiw, Romer, Weil (1992)) и др. Более полный обзор эмпирической литературы и вариант модели перекрывающихся поколений с экономическим ростом, основанным на R&D, без слабого эффекта масштаба, содержатся в работе Гроссмана (Grossman (2008)).

1.1. Критика существующих моделей эндогенного роста без эффекта масштаба

Эмпирическая несогласованность первоначальных моделей эндогенного роста породила целый класс моделей, авторы которых пытались модифицировать модели эндогенного роста так, чтобы исключить предсказание о наличии эффекта масштаба, сохранив основные преимущества моделей эндогенного роста: возможность влияния экономической политики на темпы экономического роста в долгосрочном периоде и микроэкономическая обоснованность данных моделей. Обсуждение существующих моделей эндогенного роста без эффекта масштаба основано на статье Джонса (Jones (1999)).

Один из подходов к решению данной проблемы предложен Джонс (Jones (1995a)), Кортум (Kortum (1997)), Сегерстром (Segerstrom (1998)). Авторы предлагают учесть, что создание новых товаров становится все сложнее из-за недостаточного обмена знаниями между различными отраслями производства товаров. В результате в моделях не наблюдается эффект масштаба на траектории сбалансированного роста⁶. Но в моделях такого типа долгосрочные темпы роста выпуска на душу населения зависят от параметров, которые принято считать экзогенными, т.е. экономическая политика не может быть использована для стимулирования долгосрочного роста. Именно по этой причине данные модели получили название моделей полуэндогенного роста. Помимо невозможности стимулирования долгосрочного экономического роста с помощью экономической политики в моделях полуэндогенного роста появляется нереалистичный вывод: при нулевом темпе роста населения экономический рост прекратится.

Теперь остановимся на анализе данного типа моделей. В данных моделях для производства конечной продукции Y используются знания, которые производятся в секторе R&D, A и рабочие L_Y ⁷:

$$Y = A^\alpha L_Y, \quad (1)$$

⁶ Под траекторией сбалансированного роста понимается ситуация (равновесные или оптимальные траектории переменных), в которой все эндогенные переменные растут постоянными темпами.

⁷ Для упрощения обозначения индекс времени везде опущен.

где $\sigma > 0$ – параметр, задающий отдачу от знаний в секторе конечной продукции.

В секторе производства знаний (в секторе R&D) ученые (их количество обозначается L_A) проводят исследования, используя A , в соответствии с производственной функцией

$$\dot{A} = \gamma A^\phi L_A, \quad (2)$$

где γ – параметр производительности в секторе R&D и $\phi < 1$ – показатель отдачи от запаса знаний в секторе R&D. Заметим, что в первых моделях эндогенного роста – Ромер (Romer (1990)), Гроссман и Хелпман (Grossman, Helpman (1991)), Агион и Ховитт (Aghion, Howitt (1992)) полагается $\phi = 1$, в таком случае наблюдается эффект масштаба.

Как мы видим, в производственном секторе и в секторе производства знаний участвуют только трудовые ресурсы (упрощающая предпосылка), следовательно, рынок труда находится в равновесии, если $L_A + L_Y = L$. Пусть население растет с постоянным темпом, т.е.

$\dot{L} = nL$. Для упрощения вычислений предполагается, что доля $0 < s < 1$ использования труда постоянна в обоих секторах, тогда $L_Y = sL$ и $L_A = (1 - s)L$.

Используя определение $g_y = \left(\frac{Y}{L}\right)$ и непосредственные вычисления ($g_Y = \frac{\dot{Y}}{Y} = \sigma \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{L}_Y}{L_Y}$), получаем⁸:

$$g_y = \sigma \gamma A^{\phi-1} L_A + n. \quad (3)$$

Из формулы (3) можно сделать вывод, что при увеличении ресурсов, задействованных в R&D без предположения о том, что экономика находится на траектории сбалансированного роста, темпы роста экономики увеличатся. Другими словами, эффект масштаба наблюдается в переходной динамике данного типа моделей, элиминирующий эффект масштаба.

⁸ $\frac{\dot{L}_Y}{L_Y} = \frac{\dot{L}}{L} = n$, поскольку доля труда, используемого в производстве конечной

продукции, является постоянной, а численность рабочей силы растет постоянными темпами.

Указанные недостатки данных моделей (Джонс (Jones (1995a)), Кортум (Kortum (1997)), Сегерстром (Segerstrom (1998))) привели к появлению другого подхода – в работах Янг (Young (1998)), Перетто (Peretto (1998)), Агион, Ховитт (Aghion, Howitt (1998)), Динополос, Томпсон (Dinopoulos, Thompson (1998a), (1998b)), который состоит в том, что исследователи работают над новыми идеями для существующих товаров и создают новые виды товаров.

Следуя работе Джонс (Jones (1999)), формализуем данный подход следующим образом. Пусть агрегированное потребление⁹ является функцией CES от разных благ:

$$C = \left(\int_0^B Y_i^{1/\theta} di \right)^\theta, \quad (4)$$

где B – доступное разнообразие благ, Y_i – количество блага вида i , и $\theta > 1$ определяет эластичность замещения между благами. Пусть Y_i производятся в соответствии с (1) и (2)¹⁰. Предположим, что B (количество различных благ) определяется как $B = L^\beta$, где $\beta > 0$ – параметр модели.

Для простоты анализа модели предположим, что все промежуточные блага $Y_i = Y$ производятся в одинаковых количествах. В этом случае уравнение (19) принимает следующий вид:

$$C = YB^\theta. \quad (5)$$

Тогда выпуск на душу населения $c = \frac{C}{L}$ равен

$$c = B^\theta y, \quad (6)$$

где $y = \frac{Y}{L}$ – потребление блага определенного вида на душу населения.

Найдем темп роста выпуска на душу населения g_c : $g_c = \theta g_B + \sigma g_A = \theta \beta n + \sigma g_A$, где g_B – темп роста видов благ, который определяется из уравнения $B = L^\beta$ и уравнения динамики населения $\dot{L} = nL$, а g_A – темп технологического прогресса. Из производственной функции для сектора R&D с учетом того, что для каждого вида

⁹ Агрегированный выпуск.

¹⁰ Соответствует моделям первого поколения.

благ используется труд исследователей в размере L_A / B , получаем $g_A = \gamma A^{\phi-1} L_A / B = \gamma A^{\phi-1} (1-s) L^{1-\beta}$.

В таком случае итоговое выражение для темпа роста выпуска в моделях Янг, Перетто, Агион и Ховитт, Динополос и Томпсон выглядит следующим образом:

$$g_c = \theta g_B + \sigma g_A = \theta \beta n + \sigma \gamma A^{\phi-1} (1-s) L^{1-\beta}. \quad (7)$$

Авторы данных статей предполагали, что $\beta = 1$, и рассматривали траекторию сбалансированного роста. Тогда, на траектории сбалансированного роста, при увеличении количества ресурсов, вкладываемых в исследования, исследователи распределяются между большим количеством секторов и эффекта масштаба не наблюдается. Кроме того, при нулевых темпах роста населения становится возможен долгосрочный экономический рост.

Но тем не менее, аналогично предыдущему типу моделей, созданных для устранения эффекта масштаба, на переходной динамике наблюдается увеличение темпов роста экономики при росте ресурсов, задействованных в R&D.

Представленная в разделе 4 микроэкономически обоснованная модель комбинаторного роста и диффузии идей схожа с моделями Янг, Перетто, Агион и Ховитт, Динополос и Томпсон в том, что обращает внимание на другие аспекты проведения исследований, о которых речь пойдет позже. В то же время модель диффузии технологий похожа на работы Джонс, Кортум, Сегерстром предположением об убывающей отдаче от масштаба в секторе производства технологий.

1.2. Цели и задачи исследования

Подводя итог основным подходам к исключению эффекта масштаба, можно заметить, что все они сконцентрированы на изучении долгосрочных свойств экономики, т.е. ее свойств на траектории сбалансированного роста. Но в моделях эндогенного роста срок, за который экономика проходит половину пути¹¹ до траектории сбалансированного роста, составляет около 50–100 лет¹². Поэтому эмпирические данные по динамике макроэкономических показателей развитых экономик в 1950–1990-х годах, скорее, являются свиде-

¹¹ Half-life.

¹² Джонс (Jones (1995a)).

тельством того, что эффект масштаба не наблюдается в экономике, находящейся на переходной динамике. Такая картина наблюдалась в США и в других развитых странах¹³. Во всех упомянутых подходах эффект масштаба хотя и не наблюдается на траектории сбалансированного роста, все же присутствует в переходной динамике. Поэтому для разрешения противоречия между моделями эндогенного экономического роста и эмпирическими данными необходим новый подход.

Таким образом, цель исследования заключается в разрешении противоречия между предсказанием о наличии эффекта масштаба в моделях эндогенного роста и его отсутствием в эмпирических данных. Задачей исследования является построение модели эндогенного роста, которая учитывала бы новый подход.

Предлагаемый новый подход основан на следующих идеях. Во-первых, разграничиваются технологии и знания. Их ключевое отличие состоит в том, что технологии используются в производстве конечной продукции, тогда как знания являются лишь фактором производства технологий, причем для экономического роста важны не только новые знания (поток знаний), а весь имеющийся запас знаний, из которого технологии производятся с помощью комбинаций из знаний и технологий.

Во-вторых, основным агентом является предприниматель, который использует весь имеющийся запас знаний для создания технологий, состоящих:

- в создании нового товара (горизонтальные инновации);
- улучшении качества существующего товара (вертикальные инновации);
- создании нового товара или способа производства с помощью комбинирования уже используемых технологий (комбинаторные инновации).

Модели горизонтальных и вертикальных инноваций являются стандартными для литературы по эндогенному экономическому росту, основанному на исследованиях и разработках, что нельзя сказать о последнем виде инноваций — объединение старых идей в новые, еще не существующие комбинации.

¹³ См. также обсуждение в Асемоглу (Acemoglu (2008), ch. 13.3).

В-третьих, внимание сосредоточено на переходной динамике модели. Убедительные свидетельства того, что реальные экономики находятся на траекториях сбалансированного роста и что траектория сбалансированного роста существует, отсутствуют. И, как уже было упомянуто, предсказание об эффекте масштаба не находит подтверждения на промежутке около 50 лет, что, скорее всего, характеризует поведение экономики, находящейся в переходной динамике.

Работа по комбинаторному росту и эффекту масштаба организована следующим образом. В разделе 2 представлена стилизованная макроэкономическая модель идей и технологий, позволяющая устранить эффект масштаба. В разделе 3 обсуждается литература по комбинаторному росту. В разделе 4 мы переходим к микрообоснованной модели комбинаторного роста и диффузии идей.

2. Макроэкономическая модель знаний и технологий

В предлагаемой макроэкономической модели проводится разделение между знаниями и технологиями, что помогает решить проблему несогласованности моделей эндогенного роста с эмпирическими данными с помощью устранения эффекта масштаба. Вместо традиционной предпосылки о том, что новые технологии создаются исследователями в секторе R&D, мы полагаем, что новые технологии создают предприниматели, используя знания, накопленные в секторе R&D. Как следствие, темп экономического роста определяется не *потоком* новых исследований, а накопленным *запасом* знаний, что решает вышеупомянутое противоречие.

Действительно, увеличение запаса знаний в экономике может не увеличить выпуск конечной продукции, поскольку сначала знания должны быть применены для производства конечной продукции. Поэтому должен существовать предприниматель, который использует существующие знания для производства продукции, т.е. создаст технологию. Накопление знаний увеличивает темпы экономического роста лишь в той мере, в которой они помогают предпринимателям создавать новые виды бизнеса.

2.1. Предпосылки модели

В экономике три сектора: сектор производства конечной продукции, сектор производства технологий и сектор производства знаний (сектор R&D).

Производственная функция в секторе производства конечной продукции обладает постоянной отдачей от масштаба. Постоянная отдача от масштаба в секторе производства конечной продукции приведет к нулевой прибыли. Постоянная отдача от масштаба в секторе производства конечной продукции является упрощающей предпосылкой, стандартной в теории экономического роста¹⁴.

В данном секторе труд L_Y , капитал K и технологии T используются для производства конечной продукции Y .

$$Y = K^\alpha (TL_Y)^{1-\alpha}, \quad (8)$$

где α — параметр производственной функции.

Макроэкономическое тождество о равенстве совокупных доходов и расходов в нашей модели записывается в виде $Y = C + I$ (с учетом отсутствия государственного сектора и рассмотрения закрытой экономики), и предпосылка о постоянной норме сбережений s приводит к динамике капитала следующего вида:

$$\dot{K} = sY - \delta K, \quad (9)$$

где s — норма сбережений, δ — норма амортизации.

Технологии создаются предпринимателями, численность которых составляет L_E . При создании новой технологии предприниматели опираются на весь доступный запас знаний A и информацию о существующих технологиях T . Предположим, что производственная функция в секторе производства технологий задается в общем виде как

$$\dot{T} = \phi A^\beta L_E^\theta T^\xi, \quad (10)$$

где $\phi > 0$, β , ξ — параметры.

В секторе R&D L_A человек проводят исследования, используя существующий запас знаний, следовательно, производственная функция в секторе производства знаний выглядит следующим образом:

¹⁴ Например, была использована в работе Солоу (Solow (1956)).

$$\dot{A} = \gamma A^\lambda L_A^\mu, \quad (11)$$

где γ – параметр технологии производства знаний, λ, μ – параметры. Гипотеза о том, что производственная функция в секторе производства знаний имеет такой вид, является типичной для моделей эндогенного роста¹⁵.

Условие равновесия на рынке труда

$$L = L_Y + L_A + L_E. \quad (12)$$

Мы предполагаем, что доли труда, задействованные в каждом из секторов, постоянны, а именно:

$$L_Y = s_Y L \quad (13a)$$

$$L_A = s_A L, \quad (13b)$$

$$L_E = s_E L \quad (13c)$$

где s_Y – доля труда, занятого в производстве конечной продукции, s_E – доля труда, задействованного в производстве технологий (предприниматели), s_A – доля труда, занятого производством знаний. Оговоримся, что данная предпосылка не является безобидной, однако значительно упрощает расчеты и делается для получения результата в первом приближении.

Население растет с постоянным темпом роста $n > 0$:

$$\dot{L} = nL. \quad (14)$$

2.2. Краткосрочная динамика модели

Мы хотим показать, что в модели отсутствует зависимость темпов роста выпуска на душу населения от количества ресурсов, задействованных в секторе R&D, т.е. в модели не наблюдается эффект масштаба в краткосрочном периоде.

Найдем темп роста выпуска на душу населения, логдифференцировав производственную функцию в секторе конечной продукции (8):

$$g_y \equiv \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{L}}{L} = \alpha g_K + (1 - \alpha) \left(\frac{\dot{T}}{T} + \frac{\dot{L}_Y}{L_Y} - n \right). \quad (15)$$

¹⁵ См. обсуждение данной производственной функции, например, в Ромер (Romer (2006, p. 101–103)) или Джонс (Jones (1995)).

Упростим данное выражение, чтобы можно было понять, зависят ли темпы роста выпуска на душу населения от количества ресурсов, направляемых на R&D.

Заметим, что $\dot{L}_Y = nL_Y$, поскольку доля труда, занятого в производстве конечной продукции, постоянна, а темп роста технологий найдем из (10):

$$g_T \equiv \frac{\dot{T}}{T} = \phi A^\beta L_E^\theta T^{\xi-1}. \quad (16)$$

Из уравнения динамики капитала (9) находим, что

$$g_K = s \frac{Y}{K} - \delta. \quad (17)$$

Следовательно, можно переписать выражение (15) для темпа роста выпуска на душу населения как

$$g_y = \alpha \left(s \frac{Y}{K} - \delta \right) + (1 - \alpha) \left(\phi A^\beta L_E^\theta T^{\xi-1} \right). \quad (18)$$

Из выражения (18) видно, что в данной модели эффект масштаба отсутствует в краткосрочном периоде, потому что темп роста выпуска не зависит явным образом от количества ресурсов, задействованных в R&D. Увеличение количества исследователей, занимающихся R&D, не изменяет темп роста выпуска на душу населения g_y . Увеличение L_A отразится на g_y лишь в долгосрочном периоде, когда рост исследователей приведет к численно значимому росту знаний A . Таким образом, в краткосрочном периоде динамика переменных предложенной макроэкономической модели не противоречит временным рядам для развитых стран во второй половине XX в.

2.3. Траектория сбалансированного роста

В данной модели возможны три случая. Первый случай состоит в том, что траектории сбалансированного роста не существует, и экономика демонстрирует взрывную динамику. Во втором случае траектория сбалансированного роста существует, но долгосрочный темп роста не зависит от количества ресурсов, задействованных в R&D. В третьем случае траектория сбалансированного роста также существует, но долгосрочный темп роста зависит от количества ресурсов, вовлеченных в R&D.

В данной модели четыре эндогенных переменных — Y , K , T и A . Следовательно, чтобы найти траекторию сбалансированного роста, мы должны найти условия, при которых данные переменные растут с постоянным темпом.

На траектории сбалансированного роста темп роста знаний должен быть постоянным, т.е. $\dot{g}_A = 0$, получаем:

$$\frac{\dot{g}_A}{g_A} = (\lambda - 1)g_A + \mu n. \quad (19)$$

Из (19) следует, что стационарное состояние существует, если только $\lambda < 1$. В противном случае в модели будет взрывная динамика. На траектории сбалансированного роста темп роста знаний следующий:

$$g_A = \frac{\mu n}{1 - \lambda}. \quad (20)$$

На траектории сбалансированного роста темп роста капитала должен быть постоянным¹⁶. Чтобы найти условие, при котором g_K будет постоянным, логдифференцируем выражение (17), откуда получаем:

$$\frac{\dot{g}_K}{g_K} = s \left(\frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{K}}{K} \right) = s(g_Y - g_K). \quad (21)$$

Из выражения (21) следует, что темп роста капитала будет постоянным, если $g_Y = g_K$.

Перейдем к темпу роста технологий. Мы уже нашли выражение, которое задает темп роста технологий, — уравнение (16). Теперь найдем условия, при которых темп роста технологий будет постоянным, для этого логдифференцируем уравнение (16):

$$\frac{\dot{g}_T}{g_T} = \beta \frac{\dot{A}}{A} + \theta \frac{\dot{L}_E}{L_E} + (\xi - 1)g_T, \quad (22)$$

где $\dot{L}_E = nL_E$, поскольку доля людей, занимающихся предпринимательством, постоянна, и $g_A = \frac{\dot{A}}{A}$ — темп роста знаний.

Траектория сбалансированного роста существует, если в уравнении (22) $\xi < 1$, и, если она существует, то из (22) следует, что для постоянства темпов роста технологий g_T на траектории сбалансированного роста должно выполняться соотношение

$$g_T = \frac{\beta g_A + \theta n}{1 - \xi}. \quad (23)$$

Из приведенных выше рассуждений следует, что траектория сбалансированного роста может не существовать. Траектория сбалансированного роста существует, если $\lambda < 1$ и $\xi < 1$, причем темпы экономического роста могут как зависеть, так и не зависеть от количества ресурсов, направляемых в сектор R&D. В результате мы построили макроэкономическую модель эндогенного роста, которая обладает следующими преимуществами. Во-первых, она сохраняет все преимущества моделей эндогенного роста (микробоснование и возможность влияния политики на долгосрочные темпы роста). И во-вторых, она решает эмпирическую несогласованность моделей эндогенного роста, поскольку не противоречит эмпирическим данным (в модели отсутствует эффект масштаба), представленным в статье Джонса (Jones (1995)).

Таким образом, в модели на макроэкономическом уровне возможно исключить эффект масштаба на переходной динамике при учете вышеизложенных соображений, в то время как существование траектории сбалансированного роста зависит от значений параметров, характеризующих производственные функции в секторах производства технологий и знаний.

3. Обзор литературы по комбинаторному росту

Моделирование творческого процесса создания технологий и знаний связано с некоторыми сложностями, включающими неконкурентность «конечного блага» (знаний) в данном процессе, неочевидную взаимосвязь «факторов производства» (исследовательских усилий) и знаний. В данной работе мы разделяем взгляды Шумпетера на творческий процесс создания технологий и знаний. Шумпетер в «Теории экономического развития»¹⁷ отмечает: «Производить — значит комбинировать имеющиеся в нашей сфере вещи и силы. Производить нечто иное или иначе — значит создавать другие комбинации из этих вещей и сил. В той мере, в которой новая комбинация может

¹⁶ То есть $\dot{g}_K = 0$.

¹⁷ См. Шумпетер Й.А. Теория экономического развития.

быть получена с течением времени из старой, ... имеет место изменение, а возможно, рост».

В новой теории роста процесс увеличения запаса знаний является эндогенным. Считается, что производство знаний, как и других благ, задается производственной функцией стандартного вида.

Новые, альтернативные подходы к микроэкономическим обоснованиям наличия зависимости «количества» идей/знаний/технологий¹⁸ от исследовательских усилий (трудовых ресурсов) или от капитала¹⁹ концентрируются как раз на идее о комбинировании старых идей для производства новых.

Рассмотрим примеры инноваций, которые производятся посредством комбинирования различного количества идей. Первым примером является услуга предоставления Интернета. Несмотря на то что сама услуга предоставления Интернета является комбинацией нескольких идей, рассмотрим ее в качестве идеи первого уровня i_1 . Провайдер в процессе освоения технологии подключения пользователей к Интернету может улучшать свою технологию по мере увеличения количества пользователей его услуг, т.е. интернет-провайдер может улучшать параметр производительности технологии i_1 . Провайдер может также скомбинировать идею предоставления доступа в Интернет i_1 с идеей предоставления дополнительных каналов ТВ i_2 . Тогда он получит рынок новой услуги (i_1, i_2) , улучшит свое конкурентное положение на рынках i_1 и i_2 . В дальнейшем интернет-провайдер может комбинировать Интернет, ТВ-услуги, просмотр фильмов онлайн, предоставление доступа к сетевым ресурсам и так далее, каждый раз получая новые рынки и улучшая имеющуюся технологию уже освоенных комбинаций.

В качестве другого примера можно привести производителя принтеров. Если рассматривать принтер как идею первого уровня i_1 , то производитель принтеров может комбинировать данную идею с другими. Производитель принтеров может задуматься о многофункциональном устройстве (МФУ), т.е. о технологии, включающей в себя идею принтера i_1 и сканера i_2 . МФУ является технологией второго

¹⁸ Терминология пока еще не устоялась в литературе. Различные авторы по-разному определяют понятия «идея», «технология», «знания», некоторые авторы считают данные понятия синонимами.

¹⁹ Данная зависимость обычно не изучается.

уровня (i_1, i_2) , причем производитель создаст отдельный рынок для (i_1, i_2) , поскольку МФУ не только совмещает идеи принтера и сканера, но и позволяет ксерокопировать (без необходимости сканирования в файл в компьютере и последующего распечатывания данного файла). Ясно, что производитель принтеров может также скомбинировать свою идею первого уровня с другими идеями первого уровня или даже скомбинировать рынок МФУ (i_1, i_2) с технологиями первого уровня для получения технологий третьего уровня. Например, можно добавить в МФУ функцию фотопечати.

Множество других, скорее, исторических примеров, иллюстрирующих комбинаторный характер инноваций, можно найти в работах Вейтсмана, Энтони, Олссона и Фрея. Комбинаторный характер идей также находит эмпирическое подтверждение, как верно замечает Олссон²⁰.

В работах Вейтсман (Weitzman (1996), (1998))²¹ была сделана попытка построить формальную модель, в которой новые технологии создаются с помощью комбинирования уже существующих технологий. Метафора, на которой основывается интуиция постоянной модели, — процесс разведения новых видов растений. Для получения нового вида скрещивают несколько существующих видов растений. В работе 1996 г. было выдвинуто предложение использовать данную метафору, чтобы построить «комбинаторную» модель создания технологий. Данная модель была создана и представлена в 1998 г. В изложенной модели новые технологии/идеи создаются с помощью попарного комбинирования существующих идей. Поскольку количество возможных комбинаций возрастает более чем экспоненциально при увеличении запаса знаний, то, по мнению Вейтсмана, в итоге экономический рост будет сдерживаться лишь способностью использовать в производстве все разрастающееся количество идей. В данной работе мы строим модель эндогенного роста, основанную на исследованиях, проводимых с помощью комбинирования существующих идей для получения технологий.

²⁰ См., например, Кабаллеро и Джаффе (Caballero, Jaffe (1993)), Джаффе, Тратенберг и Хендерсон (Jaffe, Tratenberg, Henderson (1993)).

²¹ Более раннее обсуждение данного подхода см. в работе Смуkler (Schmookler (1966)).

Работа Энтони (Antony (2007)) похожа на микроэкономическую модель, представленную в разделе 4, тем, что концентрирует внимание на одновременном использовании скомбинированных технологий (новых видов промежуточной продукции) для производства готовой продукции. Поясним, каким образом вводится комбинирование технологий в его работе. Конечный выпуск Y производится с помощью труда L и промежуточного блага x . Типы промежуточных благ могут быть разными, и при создании новых видов промежуточных благ они могут комбинироваться друг с другом для производства конечной продукции. Например, для двух типов промежуточных благ (соответствующих, например, двум разным технологиям широкого применения) — x, z — и двух факторов производства для каждой из технологий широкого применения ($N1 = N2 = 2$):

$$Y = L^\alpha \left(\sum_{i=0}^{N1} x_i^{\alpha_1} \right) \left(\sum_{i=0}^{N2} z_i^{\alpha_2} \right), \quad (24)$$

где α_1, α_2 — параметры производственной функции и $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$. Хотя способ моделирования Энтони существенно отличается от представленного в данной работе, модель Энтони идейно схожа с представленной моделью тем, что «все типы инноваций являются эндогенными» и комбинирование идей выступает источником роста в модели. Мы разделяем точку зрения автора, согласно которой «новые технологии с высоким потенциалом роста могут компенсировать низкий потенциал роста старых идей» и по мере устаревания старые технологии будут постепенно заменяться новыми.

Другой подход к моделям комбинаторного роста предложен в серии работ Олссон (Olsson (2000)), Олссон, Фрей (Olsson, Frey (2002)), Олссон (Olsson (2005)). В данном подходе знания моделируются как некое подмножество в многомерном пространстве идей. Новые технологии получаются как выпуклые комбинации изначально невыпуклого множества идей. Заметим, что развитие знаний зависит от пути развития (path dependent). Олссон (Olsson (2005)) концентрируется на изучении инноваций трех типов: нерадикальные и радикальные инновации, открытия. Нерадикальные и радикальные инновации производятся фирмами, максимизирующими прибыль. В равновесии фирмы занимаются только одним типом инноваций из-за предположений о линейности отдачи от радикаль-

ных и нерадикальных инноваций по приложенным усилиям. Открытия отличаются от радикальных инноваций тем, что совершаются случайно, без стимулов в виде ожидаемой прибыли. Комбинирование открытий с точкой из множества идей приводит к появлению радикальных инноваций. Данный подход имеет следующие отличительные особенности. Исследовательские возможности получения нерадикальных инноваций для заданного множества идей (без производства радикальных инноваций или появления открытий) являются ограниченными. Нерадикальные инновации производятся попарным комбинированием идей из множества идей так, чтобы получаемая точка лежала вне текущего множества идей (иными словами, данная комбинация действительно являлась бы инновацией).

Отличие нашей модели диффузии технологий состоит в следующем. Во-первых, в представленной модели рассматриваются технологии, полученные не только попарным комбинированием идей, как в случае модели Олссон, Фрей. Во-вторых, в нашей модели фирма, которая изобрела новую технологию, может, вложив дополнительные средства, улучшить свою технологию, что позволит ей занять лидирующее положение на созданном рынке технологии. На рис. 3 показано, что из множества всех знаний из отрезка $[0, A]$ для зафиксированного A фирмы могут комбинировать идеи $i \in [0, A]$ друг с другом для получения технологий. Технологиями первого уровня являются идеи сами по себе. Технологии второго уровня получаются в результате попарного комбинирования идей, тогда как технологии третьего уровня получаются путем комбинирования одновременно трех идей и т.д.

В микрообоснованной модели диффузии технологии из раздела 4 фирмы могут выбирать, как именно создавать новые технологии (до какого уровня комбинировать) и когда вкладывать средства для увеличения A .

В случае увеличения A данный рисунок выглядит несколько иначе, поскольку увеличивается количество идей (например, на рис. 4 появляется i_3), поэтому потенциальное количество возможных технологий существенно увеличивается, особенно с учетом возможности не только попарного комбинирования, но и комбинирования трех и более идей одновременно для получения новых технологий.

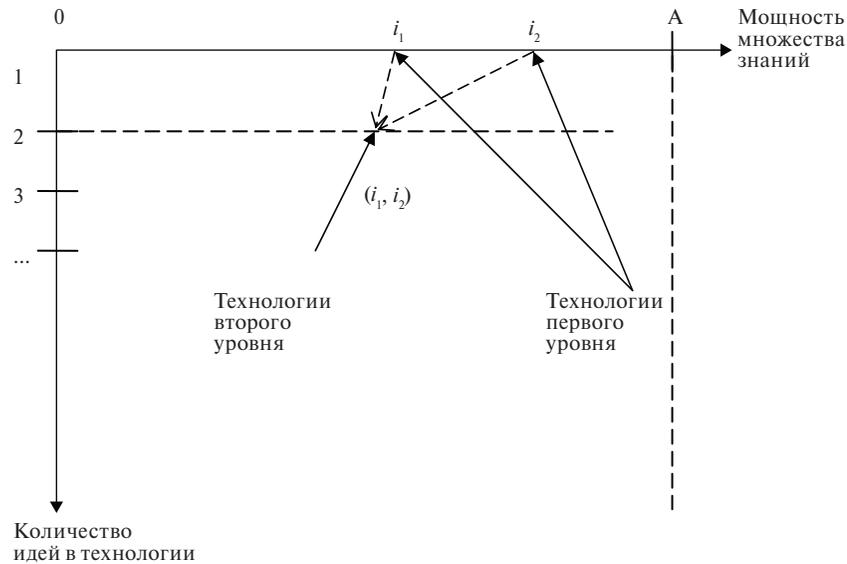


Рис. 3. Знания и технологии для зафиксированного A

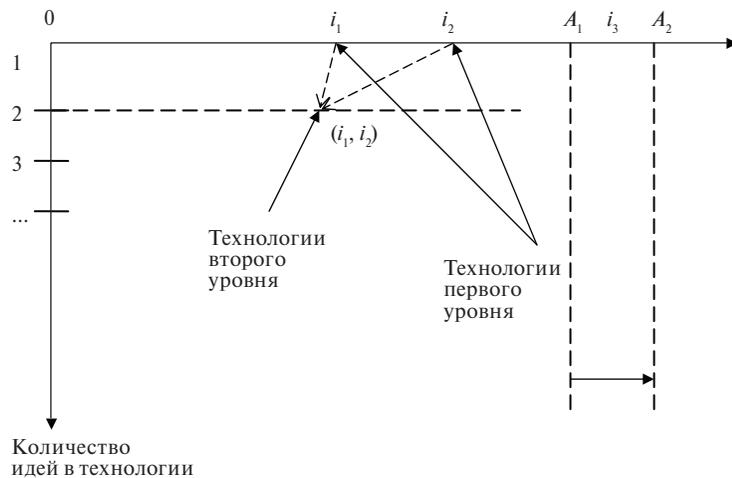


Рис. 4. Знания и технологии для увеличивающегося A

Олссон и Фрей вводят и анализируют влияние технологического расстояния на стимулы фирм создавать новые технологии. Однако, как доказывается в статье, в равновесии фирмам будет выгодно создавать нерадикальные инновации (т.е. с бесконечно малым расстоянием между двумя комбинируемыми идеями), если радикальные инновации или открытие не видоизменили множество знаний. В более современной статье Олссон (Olsson (2005)) анализируется поведение фирмы относительно создания нерадикальных и радикальных инноваций. В результате авторы приходят к выводу, что количество исследователей неоднозначно влияет на темпы экономического роста.

В данной работе мы абстрагируемся от технологического расстояния между идеями и концентрируем внимание на эндогенном выборе фирмы между технологиями различного уровня и увеличением множества идей и следствиями данного выбора для моделей эндогенного роста.

4. Конкуренция и равновесная диффузия технологических знаний в модели комбинаторного роста

4.1. Общее описание экономики

Структура экономики представлена на рис. 5. Экономика состоит из трех секторов: сектор исследований и разработок, сектор производства промежуточной продукции и сектор производства конечной продукции. В качестве факторов производства используются труд и промежуточная продукция. Мы абстрагируемся от накопления капитала и полагаем, что ставка процента, по которой предприниматели дисконтируют будущие доходы, задается экзогенно.

Существует два типа промежуточной продукции. Промежуточная продукция *первого типа* производится в секторе производства промежуточной продукции, а промежуточная продукция *второго типа* производится в секторе производства конечных товаров и услуг. Таким образом, промежуточная продукция второго типа – это часть выпуска, не использованная для потребления.



Рис. 5. Структура экономики

В секторе исследований и разработок производятся новые знания, которые могут быть использованы для создания технологий в секторе промежуточной продукции. Сектор исследований и разработок может финансироваться как за счет частных источников, так и за счет государства. Если исследования и разработки финансируются за счет государства (за счет аккордных налогов), информация о них сразу же становится доступной. Если же исследования финансируются за счет частных средств, информация о них станет доступной обществу только после того, как какая-либо фирма начнет

использовать соответствующие фундаментальные знания в производстве.

В секторе производства промежуточной продукции фирмы комбинируют имеющиеся знания, создавая новые технологии производства и новые промежуточные блага первого типа. Если фирма в секторе промежуточной продукции создает уникальную технологию, она монополизирует соответствующий рынок промежуточной продукции. Если же технологии нескольких фирм являются совершенными субститутами друг друга, то фирмы конкурируют друг с другом по Берtrandу. В качестве факторов производства в секторе промежуточной продукции используется только промежуточный продукт второго типа, произведенный в секторе производства конечной продукции.

Сектор конечной продукции является совершенно конкурентным. Фирмы в секторе конечной продукции покупают труд и промежуточный продукт первого типа по ценам, соответствующим их предельной производительности, и производят конечный продукт и промежуточные блага второго типа. Промежуточные блага второго типа могут использоваться для исследований и разработок, затрат на поиски новых комбинаций в секторе промежуточной продукции, и на производство промежуточных благ в секторе промежуточной продукции. Конечный выпуск в экономике в целом (аналог ВВП) определяется как выпуск в секторе производства конечных благ за вычетом промежуточного потребления в секторе производства промежуточных благ (таким образом, расходы на исследования и разработки рассматриваются как часть ВВП). Такое определение выпуска выбрано не из экономических соображений, а с целью получения показателя, статистически наиболее близкого к ВВП.

4.2. Формализация модели

Валовой выпуск сектора производства конечной продукции Y делится между потреблением C , промежуточным потреблением в секторе производства промежуточных благ X и расходами на исследования и разработки N в секторе исследований и разработок:

$$Y = C + X + N. \quad (25)$$

Конечным выпуском (аналогом ВВП) мы называем сумму потребления и расходов на исследования и разработки. В связи с тем, что

расходы на выпуск промежуточной продукции в секторе промежуточных благ статистически неотличимы от расхода на поиски новых технологий, величина расходов в секторе промежуточной продукции рассматривается как промежуточное потребление:

$$GDP = Y - X. \quad (26)$$

Цена конечного блага нормирована к единице.

Пусть A — общий объем знаний (знания занумерованы на отрезке $[0, A]$, континуальное множество мощности A), произведенных в секторе исследований и разработок. Использование N единиц промежуточной продукции второго типа для исследований и разработок позволяет наращивать знания со скоростью χN , где χ — параметр модели:

$$A = \chi N. \quad (27)$$

В секторе производства промежуточной продукции имеющийся запас знаний A адаптируется для производства промежуточной продукции первого типа. Уровнем сложности технологии производства конкретного промежуточного блага первого типа мы называем количество различных точек на отрезке запаса знаний $[0, A]$, использованных в данной технологии. Так, технологии первого уровня сложности используют только одну идею из запаса A и задаются индексом $i_1 \in [0, A]$. Технологии второго уровня используют две (различные²²) идеи i_1 и i_2 , каждая из которых соответствует отрезку $[0, A]$. Таким образом, технология уровня n может быть задана вектором $S_n = (i_1, i_2, \dots, i_n)$, элементы которого различны, и каждый элемент принадлежит отрезку $[0, A]$.

Каждая технология $S_n = (i_1, i_2, \dots, i_n)$, доступная фирме j , характеризуется технологическим параметром $\gamma_j(S_n)$. Чем больше значение $\gamma_j(S_n)$, тем с меньшими издержками фирма может производить про-

²² В непрерывном случае, который мы рассматриваем, требование того, что элементы вектора S_n должны отличаться друг от друга, не оказывает никакого влияния на свойства модели.

межуточное благо, используя технологию S_n ; конкретная зависимость издержек от $\gamma_j(S_n)$ будет задана нами позже.

Пусть $\Omega(S_n)$ — множество всех технологий, являющихся ненулевыми подмножествами S_n . Количество комбинаций отдельных элементов S_n равно $\sum_{k=1}^n C_n^k$ ²³. Таким образом, $\Omega(S_n)$ включает в себя $2^n - 1$ различных технологий. Множество $\hat{\Omega}(S_n)$ включает в себя все элементы $\Omega(S_n)$, кроме элемента S_n , $\hat{\Omega}(S_n) = \Omega(S_n) \setminus S_n$.

Каждая технология соответствует одному рынку, блага на котором являются однородными, т.е. совершенными субститутами друг друга. Близость двух технологий S_n и S_m определяется тем, сколько элементов вектора S_n совпадает с элементами вектора S_m , т.е. сколько общих рынков содержат множества $\Omega(S_n)$ и $\Omega(S_m)$.

Фирмы могут вкладывать ресурсы в создание новых технологий. Мы полагаем, что фирма j не может создать технологию S_n до тех пор, пока каждая из технологий $\hat{\Omega}(S_n)$ не создана хотя бы одной фирмой (возможно, не фирмой j), и до тех пор, пока эта фирма не разработала хотя бы одну технологию предыдущего уровня $S_{n-1} \in \hat{\Omega}(S_n)$. Таким образом, мы априори предполагаем, что технологии в каждой фирме и в экономике в целом развиваются от простых к сложным.

Чтобы принять в расчет замещаемость близких технологий, а также рост издержек, связанный с увеличением уровня развития технологии, мы делаем следующее предположение. Мы полагаем, что если фирма хочет использовать технологию S_n , она вынуждена дорабатывать все технологии множества $\hat{\Omega}(S_n)$ (даже если она не продает какие-то продукты из множества $\hat{\Omega}(S_n)$ ввиду неконкурентоспособности на соответствующем рынке). С одной стороны, это означает, что ее усилия на разработку технологии будут равномерно распределяться между всеми технологиями множества $\Omega(S_n)$, число которых составляет $2^n - 1$, и более сложные технологии будут требовать больших общих затрат. С другой стороны, это означает, что она добьется

²³ $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

улучшения технологии не только на рынке S_n , но и на всех рынках множества $\Omega(S_n)$, следовательно, более сложные технологии будут соответствовать большей отдаче. Какой эффект окажется сильнее, будет определяться сложившимися условиями конкуренции для данной фирмы.

Интенсивность поиска новых технологий фирмой j на рынке промежуточных благ задается как c_j . Если фирма концентрирует усилия на развитии технологии S_n , то на каждое промежуточное благо из множества $\Omega(S_n)$ приходится интенсивность, равная $c_j/(2^n - 1)$. Если фирма является новичком на соответствующем рынке из множества $\Omega(S_n)$, то это позволяет фирме создавать новые технологии на этом рынке со скоростью $\lambda c_j/(2^n - 1)$, где λ — параметр модели. При этом вновь созданные технологии фирма получает с параметром производительности γ , равным 1. Если фирма уже знает технологию производства соответствующего блага, то значение параметра производительности γ растет со скоростью $\tilde{\lambda} c_j/(2^n - 1)$ (т.е. $\dot{\gamma} = \tilde{\lambda} c_j/(2^n - 1)$). Для упрощения мы полагаем, что $\tilde{\lambda} = \lambda$.

В равновесии возможна ситуация, когда несколько фирм будут стремиться разработать или улучшить одну и ту же технологию производства. В этом случае, несмотря на отсутствие неопределенности в модели в явном виде, мы полагаем, что одна фирма добьется успеха раньше, чем другие. При этом у всех фирм равные шансы оказаться впереди конкурентов. Кроме того, при анализе вырожденных случаев вместо детерминированного расширения рынка или улучшения технологии мы предполагаем предельный случай пуассоновского процесса, при котором в единицу времени происходит бесконечное число бесконечно малых инноваций. Такой процесс вполне может обладать положительным ожидаемым приростом и дисперсией, стремящейся к нулю.

Мы предполагаем убывающую отдачу от масштаба при развитии технологии производства, чтобы избежать равновесия, в котором все рынки монополизированы одной единственной фирмой. Предположим, что расходы фирмы j на развитие ее технологий задаются выражением

$$RC_j(c_j) = \frac{c_j^\theta}{\theta}, \quad (28)$$

где θ — параметр модели, $1 < \theta < 2$. Заметим, что функция издержек является возрастающей и выпуклой, а предельные издержки явля-

ются возрастающей и вогнутой функцией от интенсивности исследований c_j .

Если фирма является лидером в технологии S_n (т.е. является единственным обладателем технологии S_n , либо обладает наибольшим значением параметра $\gamma(S_n)$ среди всех фирм), она получает возможность производить промежуточное благо $x(S_n)$. Для этого она закупает x единиц промежуточной продукции второго типа по цене 1 и продает x единиц промежуточной продукции первого типа по монополярной цене p . Монополярная цена определяется либо из эластичности спроса на ее продукцию в секторе производства конечных товаров и услуг, либо из ограничения на максимальную цену фирмы-лидера в равновесии по Бертрону. Соответственно, ее прибыль от производства промежуточной продукции первого типа задается уравнением

$$\pi(S_n) = (p(S_n) - 1)x(S_n). \quad (29)$$

В равновесии общее количество промежуточного продукта второго типа, использованного для производства промежуточного продукта первого типа всеми фирмами, в сумме с общими затратами на исследование каждой фирмы RC_j должно равняться общему количеству промежуточного продукта второго типа X .

В секторе производства конечной продукции промежуточное благо первого типа используется для производства конечных товаров и услуг в соответствии с технологией

$$y(S_n) = (\gamma(S_n))^{1-\alpha} (x(S_n))^\alpha, \quad (30)$$

если технология S_n используется,

$y(S_n) = 0$ — в противном случае.

Зададим y_n следующим образом:

$$y_n = \int_{i1=0}^A \int_{i2=0}^A \dots \int_{in=0}^A y(S_n) di_1 di_2 \dots di_n. \quad (31)$$

Тогда валовой выпуск в секторе конечной продукции задается уравнением

$$Y = L^{1-\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} y_n, \quad (32)$$

где L – труд. Каждый отдельный человек представлен индексом $j \in [0, L]$. Мощность континуального множества рабочей силы равна L . Для упрощения мы полагаем $L = 1$.

4.3. Динамическая оптимизация в секторе промежуточной продукции

4.3.1. Функция прибыли для одной технологии

Для того чтобы понять стратегию развития технологий одной фирмы, выведем выгоды, которые получит одна фирма от владения конкретным набором технологий. Начнем с анализа прибыли от владения одной технологией.

Рассмотрим одну точку в многомерном пространстве технологий, соответствующую технологии S_n . Рассматриваемая фирма может быть как лидером на рынке S_n , так и последователем. Наша цель – вывести прибыль, которую получает данная фирма от владения данной технологией как функцию от ее технологического параметра и технологического параметра самого сильного из конкурентов.

Пусть γ – достигнутый уровень технологии рассматриваемой фирмы на рынке S_n , а $\hat{\gamma}$ – уровень технологии самого сильного из конкурентов (если у фирмы нет конкурентов на рынке S_n , то $\hat{\gamma} = 0$). Если $\gamma > \hat{\gamma}$, то рассматриваемая фирма является лидером на рынке S_n , если $\gamma < \hat{\gamma}$, то фирма является последователем.

Если рассматриваемая фирма является последователем, то лидер может установить такую стоимость промежуточного блага, при которой данной фирме будет невыгодно производить соответствующее промежуточное благо, и ее прибыль будет равна нулю. Таким образом, нас интересует лишь случай, когда фирма является лидером.

Если фирма является лидером, при этом γ достаточно сильно превышает $\hat{\gamma}$ (конкретное условие будет выведено позже), то фирма будет максимизировать прибыль так, как будто она является единственным продавцом на этом рынке. В этом случае она сталкивается с кривой спроса на промежуточное благо S_n , заданной предельной

производительностью этого блага в секторе производства конечной продукции. Из уравнения (30) получаем²⁴:

$$p = \alpha \gamma^{1-\alpha} x^{\alpha-1}. \quad (33)$$

Подставив данное выражение в определение прибыли (29), получаем

$$\pi = \left(\alpha \gamma^{1-\alpha} x^{\alpha-1} - 1 \right) x. \quad (34)$$

Максимизация π по x дает нам следующую комбинацию цены p , объема продаж x и прибыли π монополиста:

$$p = \frac{1}{\alpha} \quad (35)$$

$$x = \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \gamma \quad (36)$$

$$\pi = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) x = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \gamma \quad (37)$$

В другом случае, когда значение γ не слишком велико относительно $\hat{\gamma}$, лидер будет устанавливать такую цену, чтобы производить промежуточное благо, используя технологию последователя, было невыгодно.

Пусть x – выпуск соответствующего промежуточного блага лидером, а \hat{x} – выпуск последователя (в равновесии $\hat{x} = 0$). Так как промежуточные блага лидера и последователя являются совершенными субститутами друг друга, уравнение (30) может быть переписано в следующем виде:

$$y = \left(\gamma^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} x + \hat{\gamma}^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \hat{x} \right)^{\alpha}. \quad (38)$$

Последователь произведет нулевой выпуск, если при заданном значении x и $\hat{x} = 0$ предельная производительность \hat{x} не будет превышать себестоимость производства \hat{x} , равную 1. Следовательно,

²⁴ В данном разделе мы проводим анализ для заданного S_n , поэтому для удобства обозначений аргумент S_n везде пропущен. Кроме того, нужно понимать, что прибыль в секторе S_n имеет размерность di_1, di_2, \dots, di_n .

граничное значение x находится из условия $mp\hat{x} = 1$, откуда при $\hat{x} = 0$ получаем

$$1 = \alpha \hat{\gamma}^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left(\gamma^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} x \right)^{\alpha-1}. \quad (39)$$

При этом цена x должна по-прежнему равняться предельной производительности x , откуда имеем:

$$p = \alpha \gamma^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left(\gamma^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} x \right)^{\alpha-1}. \quad (40)$$

Сопоставляя (39) и (40), получаем оптимальную цену лидера:

$$p = \left(\frac{\gamma}{\hat{\gamma}} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad (41)$$

Подставляя (41) в (35) и (36), получаем оптимальные значения x и π :

$$x = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} \hat{\gamma}^{\frac{1}{\alpha}} \gamma^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}, \quad (42)$$

$$\pi = \left(\hat{\gamma}^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \gamma^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \right) \alpha^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \hat{\gamma}^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (43)$$

Заметим, что выпуск y в данном случае зависит от параметра производительности последователя, но не зависит от параметра производительности лидера:

$$y = \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (44)$$

Выпуск лидера не зависит от параметра производительности лидера, поскольку лидеру приходится устанавливать цену и поставлять количество промежуточной продукции, оптимальное для последователя (тогда последователь, конкурируя по Бертранию с лидером, получит нулевую прибыль).

Сопоставляя (41) и (35), находим граничное значение $\bar{\gamma}$, при котором фирме будет все равно, как устанавливать цену, в соответствии с правилом (41) или (35):

$$\bar{\gamma} = \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (45)$$

Таким образом, функция прибыли задается следующим выражением:

$$\pi(\gamma, \hat{\gamma}) = \begin{cases} 0, & \text{если } \gamma \leq \hat{\gamma} \\ \left(\hat{\gamma}^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \gamma^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \right) \alpha^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \hat{\gamma}^{\frac{1}{\alpha}}, & \text{если } \hat{\gamma} < \gamma \leq \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\ \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \gamma, & \text{если } \gamma > \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{cases} \quad (46)$$

В следующих разделах нам потребуется функция $\pi'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma})$, которая из (46) задается следующим уравнением:

$$\pi'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma}) = \begin{cases} 0, & \text{если } \gamma < \hat{\gamma} \\ (1-\alpha) \alpha^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \hat{\gamma}^{\frac{1}{\alpha}} \gamma^{\frac{1}{\alpha}-1}, & \text{если } \hat{\gamma} < \gamma \leq \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\ \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}, & \text{если } \gamma > \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{cases} \quad (47)$$

Функции $\pi(\gamma, \hat{\gamma})$ и $\pi'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma})$ схематично изображены на рис. 6.

Зависимость выпуска сектора конечной продукции из данного промежуточного блага y и конечного выпуска gdp от γ представлена на рис. 7 и задается следующими выражениями:

$$y = \begin{cases} 0, & \text{если } \gamma < \hat{\gamma} \\ \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, & \text{если } \hat{\gamma} < \gamma \leq \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\ \gamma \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}}, & \text{если } \gamma > \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{cases} \quad (48)$$

$$gdp = y - x = \begin{cases} 0, & \text{если } \gamma < \hat{\gamma} \\ \hat{\gamma} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{1}{\alpha} - \left(\frac{\hat{\gamma}}{\gamma} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \right), & \text{если } \hat{\gamma} < \gamma \leq \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\ \gamma \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 \right), & \text{если } \gamma > \hat{\gamma} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{cases} \quad (49)$$

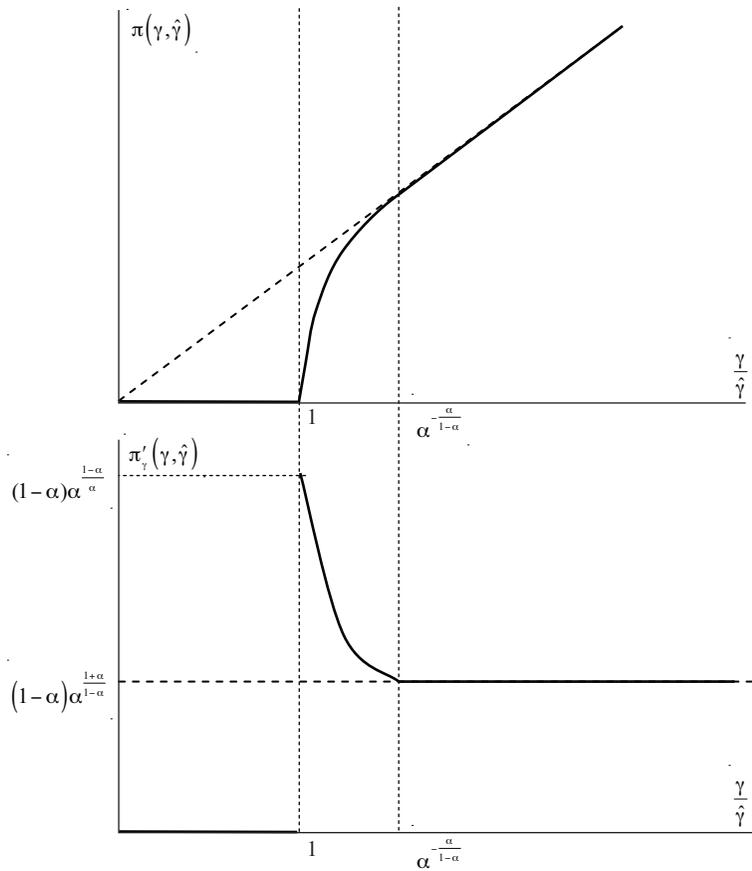


Рис. 6. Функция прибыли $\pi(\gamma, \hat{\gamma})$ и производной от прибыли $\pi'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma})$ для заданного значения

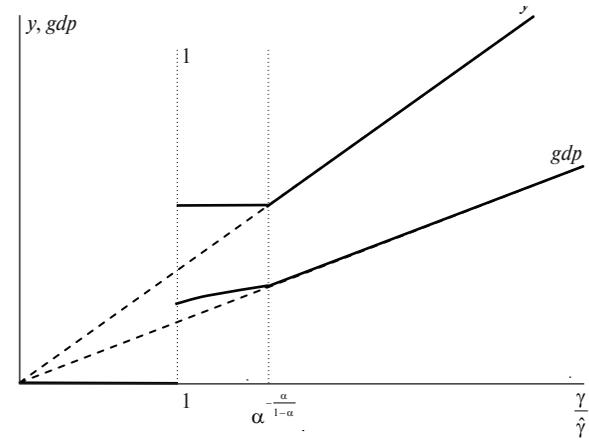


Рис. 7. Зависимость вклада заданной технологии в выпуск сектора конечной продукции y и в конечный выпуск gdp как функция от γ для заданного $\hat{\gamma}$

4.3.2. Уравнение Эйлера для одной точки

Издержки на расширение рынка или улучшение технологии — это сложная функция от структуры рынков и структуры конкретной технологии, которая будет разобрана позже. В данном разделе мы предположим, что эти издержки являются функцией от интенсивности разработки данного рынка, которую мы обозначим $\Phi(\xi)$, где ξ — интенсивность исследования данного рынка. Пусть η — интенсивность исследования этого же рынка конкурентами.

Функция Беллмана для конкретной точки и для данной фирмы задается как функция от уровня развития технологии данной фирмы, уровня развития технологии конкурентами и времени $V(\gamma, \hat{\gamma}, t)$. Время в функции Беллмана отражает тот факт, что различные состояния рынка могут привести к различной ожидаемой динамике $\hat{\gamma}$; так как состояние всего рынка в целом каждая фирма принимает заданным, она может рассматривать состояние рынка как функцию от времени.

Уравнение Беллмана для задачи фирмы выглядит следующим образом:

$$rV(\gamma, \hat{\gamma}, t) = \max_{\xi} \left(\pi(\gamma, \hat{\gamma}) - \Phi(\xi) + \lambda \xi V'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma}, t) + \lambda \eta V'_\eta(\gamma, \hat{\gamma}, t) + V'_t \right) \quad (50)$$

Условие первого порядка выглядит следующим образом:

$$\Phi'(\xi) = \lambda V'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma}, t). \quad (51)$$

По теореме об огибающей гиперплоскости, мы имеем:

$$rV'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma}, t) = \pi'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma}) + \lambda\xi V''_{\gamma\gamma}(\gamma, \hat{\gamma}, t) + \lambda\eta V''_{\gamma\hat{\gamma}}(\gamma, \hat{\gamma}, t) + V''_{\gamma t}. \quad (52)$$

Введем новую переменную μ :

$$\mu = \lambda V'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma}, t). \quad (53)$$

Экономическая интерпретация μ – теневая стоимость бесконечно малого прироста значения γ с точки зрения рассматриваемой фирмы. Продифференцировав (53) по времени, получаем:

$$\frac{\dot{\mu}}{\lambda} = \lambda\xi V''_{\gamma\gamma}(\gamma, \hat{\gamma}, t) + \lambda\eta V''_{\gamma\hat{\gamma}}(\gamma, \hat{\gamma}, t) + V''_{\gamma t}. \quad (54)$$

Сравнивая условия (51), (52), (53) и (54), мы видим, что условия первого порядка задачи фирмы могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{cases} \eta\mu = \lambda\pi'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma}) + \dot{\mu} \\ \mu = \Phi'(\xi) \\ \dot{\gamma} = \lambda\xi \end{cases} \quad (55)$$

Верхнее уравнение представляет собой уравнение Эйлера для данной задачи. Это уравнение является аналогом арбитражного уравнения для цены финансового актива. Такое уравнение имеет бесконечное число решений, фундаментальное решение может быть найдено на основе критерия Саржента – Уоллеса, $\lim_{t \rightarrow \infty} |\mu(t)e^{\rho t}| = 0$.

Если значение γ достаточно велико (а именно $\gamma > \hat{\gamma}\alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$), при этом мы ожидаем, что γ будет расти быстрее $\hat{\gamma}$, то в будущем всегда будет выполняться условие $\pi'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma}) = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}$, и фундаментальное решение верхнего уравнения (55) принимает вид:

$$\mu = \frac{\lambda}{r} \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}. \quad (56)$$

Кроме того, рис. 8 позволяет нам восстановить форму функции Беллмана на рис. 9.

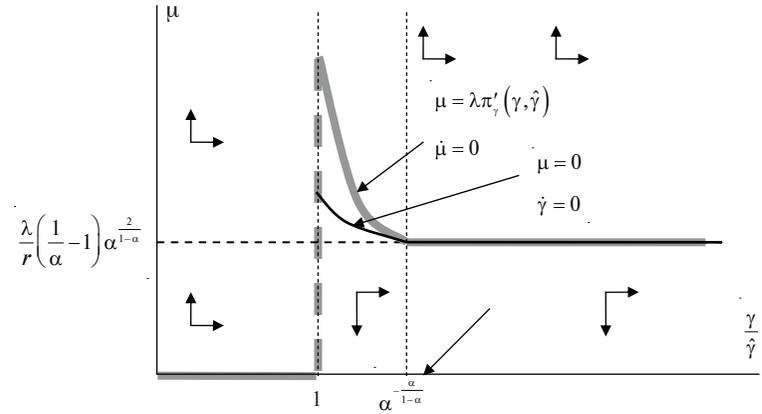


Рис. 8. Графический поиск фундаментального решения для μ при $\gamma > \hat{\gamma}$ и при постоянном значении $\hat{\gamma}$ (пример)

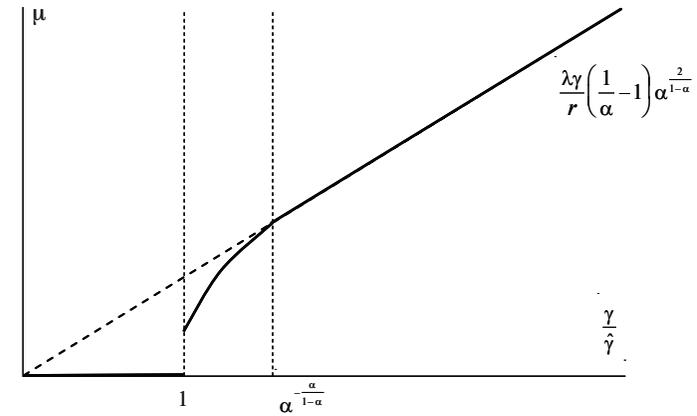


Рис. 9. Пример функции Беллмана (value function) при $\gamma > \hat{\gamma}$ и при постоянном значении $\hat{\gamma}$

Если $1 < \gamma < \hat{\gamma} \alpha^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}$, фундаментальное решение выглядит сложнее, однако его несложно вывести графически. Пример частного случая фундаментального решения для μ представлен на рис. 8 (при анализе принято в расчет, что $\Phi(\xi)$ пропорционально ξ^0). Форма функции $\pi'_\gamma(\gamma, \hat{\gamma})$ взята из рис. 6.

4.4. Конкурентное равновесие для заданного значения A

В данном разделе мы полагаем, что значение параметра A задается экзогенно, и исследуем, как происходит воплощение накопленного запаса знаний в конкретных технологиях производства. Так как в модели отсутствует траектория сбалансированного роста, рост рассматривается как последовательность различных этапов, соответствующих различным уровням сложности, в каждом из которых мы изучаем выбор, с которым сталкиваются фирмы и определяем темпы экономического роста.

В данном разделе мы рассматриваем освоение технологий уровень за уровнем.

4.4.1. Освоение технологий первого уровня: теория большого взрыва

В данном разделе сначала мы описываем поведение фирм, затем находим равновесные темпы роста в экономике в целом.

Поведение фирм

Введенные нами гипотезы приводят к тому, что технологии первого уровня становятся свободным благом, которое мгновенно случайным образом распределяется между предпринимателями. При этом каждой технологии блага первого уровня соответствует бесконечное число. Данный раздел посвящен демонстрации этого тезиса.

Чтобы показать это, запишем в явном виде пуассоновский процесс, который подразумевается при создании и улучшении технологий. Мы полагали, что интенсивность исследований c , с одной стороны, требует затрат c^0/θ , а с другой — позволяет одному предпринимателю открывать технологии со скоростью λc . Пусть T — общее количество технологий первого уровня, доступное данному предпринимателю. Тогда соответствующий пуассоновский процесс может быть записан в следующем виде:

$$dT = \begin{cases} \frac{\lambda}{a} c, & \text{prob. } \lambda adt \\ 0, & \text{prob. } 1 - \lambda adt \end{cases} \quad (57)$$

При такой гипотезе ожидаемая скорость прироста количества доступных технологий определяется как $E(dT)/dt = \lambda c$, а дисперсия

равна $E(dT - E(dt))^2 = \lambda^2 \frac{c}{a} dt$. Таким образом, если $a \rightarrow \infty$, то дан-

ный процесс стремится к случаю детерминированного роста T со скоростью λc , предположенному нами в описании модели.

Ввиду того, что у нас предполагается континуум технологий и континуум рабочей силы, на любую точку отрезка технологий $[0, A]$ может приходиться любое число предпринимателей n . Предположим, что каждый из них ведет исследования с интенсивностью c . Тогда их суммарная интенсивность исследований составит cn , суммарные из-

держки будут $\frac{c^0}{\theta}$, а издержки всех фирм составят $\frac{c^0}{\theta} n$. С учетом того,

что вероятность одновременно двух событий в пуассоновском процессе является величиной более высокого порядка малости, чем dt , ожидаемая скорость инновации будет равна λcn . Осталось показать, что при $\theta \in (1, 2)$, в равновесии $c \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$ и $cn \rightarrow \infty$.

Чтобы показать этот результат, рассмотрим любое положительное значение \bar{n} , которому соответствует определенное значение \bar{c} , выбранное каждой фирмой. Во-первых, покажем, что при $\bar{n} \rightarrow \infty$ суммарная интенсивность исследований стремится к бесконечности, а суммарные издержки всех фирм стремятся к нулю. Во-вторых, покажем, что для любого априори заданного значения $\bar{n} > 0$ равновесное значение n удовлетворяет условию $n > \bar{n}$, таким образом, в равновесии $n \rightarrow \infty$.

Пусть μ — теневая стоимость лидирующей технологии (теневая стоимость технологии первого уровня определяется развитием технологий второго уровня и будет определена в следующем разделе; значение μ в момент открытия технологии первого уровня соответствует максимальному значению μ на рис. 8). Однако если поиск новых технологий на данном рынке проводят \bar{n} фирм, то при равной интенсивности поиска новых технологий (что вытекает из убы-

вающей отдачи от масштаба от поиска новых технологий) ожидаемая отдача от инновации будет обратно пропорциональна количеству исследователей. Таким образом, для заданного значения \bar{n} каждая фирма выберет интенсивность исходя из равенства предельных затрат на разработку технологии, равную $\bar{c}^{\theta-1}$, и ожидаемой предельной отдачи, равной $\lambda\mu/\bar{n}$. Из этого равенства находим \bar{c} как функцию от \bar{n} :

$$\bar{c} = \left(\frac{\lambda\mu}{\bar{n}} \right)^{\frac{1}{\theta-1}}. \quad (58)$$

Далее находим интенсивность исследований в отрасли в целом как функцию от \bar{n} :

$$\bar{c} \cdot \bar{n} = (\lambda\mu)^{\frac{1}{\theta-1}} \bar{n}^{\frac{\theta-2}{\theta-1}}, \quad (59)$$

и суммарные издержки всех фирм как функцию от n :

$$\frac{\bar{c}^\theta}{\theta} \bar{n} = \frac{1}{\theta} \left(\frac{(\lambda\mu)^\theta}{\bar{n}} \right)^{\frac{1}{\theta-1}}. \quad (60)$$

Таким образом, если $\bar{n} \rightarrow \theta$, то интенсивность поиска новых технологий стремится к бесконечности, а суммарные издержки на поиск новых технологий стремятся к нулю. Осталось показать, что $\forall \bar{n} > 0$ в равновесии $n > \bar{n}$. Для этого покажем, что для любого $\bar{n} > 0$ на рынок поиска новых технологий будут входить новые фирмы.

Если новая фирма входит на рынок, то ее отдача составит $\frac{\lambda\mu}{\bar{n}+1}$,

и она выберет интенсивность исследования, равную $\left(\frac{\lambda\mu}{\bar{n}+1} \right)^{\frac{1}{\theta-1}}$.

В этом случае ее ожидаемая прибыль составит $\left(1 - \frac{1}{\theta} \right) \left(\frac{\lambda\mu}{\bar{n}+1} \right)^{\frac{\theta}{\theta-1}} > 0$.

Таким образом, для любого заданного \bar{n} новой фирме выгодно войти в отрасль.

Итак, в равновесии технологии первого уровня оказываются свободным благом.

Равновесные темпы роста

В данном подразделе мы показываем, что при освоении технологий первого уровня выпуск в экономике в целом мгновенно возрастает с 0 до $\alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A$ (отсюда название раздела – «теория большого взрыва»).

Пока не начнутся разработки технологий второго уровня, значение технологического параметра каждой фирмы равно 1, при этом у каждой фирмы бесконечное число конкурентов с тем же значением технологического параметра.

Из выражений (41) и (42) мы находим цену и выпуск каждой фирмы:

$$p = 1 \quad (61)$$

$$x = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (62)$$

Из уравнения (30) находим выпуск каждой фирмы:

$$y(i) = \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (63)$$

Из (31) находим выпуск всех технологий первого уровня:

$$y_1 = \int_0^A y(i) di = \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A. \quad (64)$$

И из уравнения (32) находим выпуск в секторе конечных товаров и услуг, принимая в расчет, что пока существуют лишь технологии первого уровня: $Y = \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A$.

Конечный выпуск был определен как выпуск в секторе промежуточной продукции Y за вычетом потребления промежуточных благ второго типа $X = \int_0^A x di = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A$. Отсюда выражаем конечный выпуск:

$$GDP = Y - X = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A. \quad (65)$$

Таким образом, на первом этапе развития технологий выпуск мгновенно возрастает с 0 до $\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}A$.

4.4.2. Начало освоения технологий второго уровня

Каждая точка отрезка $[0, A]$, соответствующая технологии первого уровня, доступна огромному количеству предпринимателей. За счет освоения технологии второго уровня технологический параметр технологии первого уровня может быть улучшен. При этом, как мы предположили в описании модели, какая-то фирма сделает это чуть быстрее других. После этого у фирм-последователей пропадают стимулы бороться за эту технологию, так как фирма-лидер оказывается способной сохранить данный рынок с меньшими затратами, чем другие фирмы завоевать его. Поэтому мы полагаем, что дальше только она инвестирует в улучшение этой технологии.

Мы предположили, что развитие различных технологий связано друг с другом определенным образом. Если фирма осваивает технологию высокого уровня, то при этом она автоматически улучшает ряд технологий более низкого уровня.

Рассмотрим фирму, которая обладает технологией $i_1 \in [0, A]$ и стремится разработать технологию (i_1, i_2) , где $i_2 \in [0, A]$. Пусть μ_1 — теневая стоимость технологии (первого уровня) i_1 , а μ_2 — теневая стоимость технологии (второго уровня) (i_1, i_2) . Предположим, что она создала количество технологий, комбинирующих i_1 с i_2 , равное di_2 . Тогда отдача от освоения рынка (i_1, i_2) может быть представлена как $\mu_2 di_2$, а отдача от улучшения рынка i_1 может быть представлена в форме $\mu_1 di_2$. Кроме того, фирма получит технологию первого уровня рынка i_2 . Но ввиду того, что фирма является новичком на рынке i_2 , она получит эту технологию с параметром производительности, равным единице. Так как существует бесконечное число предпринимателей, обладающих технологией i_2 с параметром производительности, значение которого равно единице, рассматриваемая фирма не

сможет извлечь никакой выгоды от этого рынка. Таким образом, фирма получит положительную отдачу лишь на рынках i_1 и (i_1, i_2) .

Пусть c — общая интенсивность исследований, которые ведет фирма на всех рынках. Ввиду того, что она улучшает технологию одновременно трех рынков (рынки i_1 , i_2 и (i_1, i_2)), интенсивность, приходящаяся на один рынок, равна $c/3$. Следовательно, общая интенсивность исследований c позволяет нам осваивать технологии второго уровня со скоростью

$$di_2 = \frac{c}{3}\lambda dt \quad (66)$$

и общие выгоды от освоения новых технологий в единицу времени могут быть записаны в виде $(\mu_1 + \mu_2)\frac{c}{3}\lambda$, а общие издержки по-прежнему равны c^θ/θ . Приравнявая предельные выгоды и предельные издержки, получаем

$$c = \left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{3}\lambda\right)^{\frac{1}{\theta-1}} \quad (67)$$

Таким образом, интенсивность исследований — возрастающая функция от средней теневой стоимости расширения либо улучшения технологии на каждом из рынков. При этом значения μ_1 и μ_2 , а также влияние c на темпы экономического роста определяются состоянием конкуренции, в котором находится каждый из рынков.

Заметим, что при освоении технологий второго уровня фирмы могут так распределить исследовательские усилия, чтобы не конкурировать друг с другом на рынке второго уровня пока осваиваются только технологии второго уровня. Действительно, если фирма, владеющая технологией i_1 , создала технологию (i_1, i_2) , то фирма i_2 не будет разрабатывать технологию (i_1, i_2) , так как в случае удачи она получит нулевую прибыль в начале и только с вероятностью $\frac{1}{2}$ в итоге обгонит первую фирму на этом рынке. В этом случае фирма, владеющая технологией i_2 , предпочтет разрабатывать какой-то другой рынок (i_2, i_3) , на котором у неё еще сохранился шанс стать монополистом.

Аналогично фирма, производящая выпуск на рынке i_1 , не будет разрабатывать технологию (i_2, i_3) , так как в противном случае она получит отдачу только с рынка (i_2, i_3) , ведь на рынках i_2 и i_3 она не смо-

жет произвести конкурентоспособную продукцию. Поэтому фирма будет разрабатывать технологии, комбинирующие какие-либо технологии с i_1 , чтобы извлечь выгоду сразу на двух рынках.

Уровень усилий каждой фирмы и темпы экономического роста в рассматриваемой модели зависят от уровня конкуренции на двух рынках. Во-первых, на рынке, соответствующем технологии первого уровня, фирма сталкивается сначала с высокой конкуренцией, но затем улучшает технологию производства первого блага и оказывается достаточно далеко от последователей, в итоге становясь монополистом. Во-вторых, на рынке, соответствующем технологии второго уровня, изначально фирма является монополистом. Однако, как мы увидим в следующем разделе, появление технологий третьего уровня заставит фирмы конкурировать на рынках, соответствующих технологиям второго уровня. Поэтому в какой-то момент возникнет риск входа новых фирм на рынок технологии второго уровня.

Итак, изначально фирма оказывается в ситуации, когда она обладает сравнительно низким уровнем развития технологии на рынке i_1 , поэтому сталкивается с серьезной конкуренцией, однако до освоения технологий третьего уровня еще много времени, поэтому на рынке (i_1, i_2) не ожидается высокой конкуренции. На этом этапе фирма обладает более высоким значением μ_1 , чем в долгосрочной перспективе (значение μ_1 соответствует участку $\frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \in \left(1, \alpha^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right)$ на рис. 9), а значение μ_2 будет приблизительно равно долгосрочному значению $\bar{\mu}$ (значение μ_2 соответствует участку $\frac{\gamma}{\bar{\gamma}} > \alpha^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ на рис. 9). Соответственно, интенсивность исследований будет высокой в начале, а затем на время стабилизируется на каком-то уровне.

Однако высокая интенсивность исследований не обязательно приведет к высоким темпам экономического роста. Как мы видим на рис. 7, пока фирма сталкивается с конкуренцией на рынке i_1 , рост γ вообще не приводит к увеличению выпуска в секторе конечной продукции за счет роста γ на первом рынке, так как рост y за счет увеличения γ в точности компенсируется сокращением y за счет монополизации рынка. При этом gdp немного возрастает за счет сокращения потребления промежуточного продукта первого типа, необходимого для увеличения y , что становится возможным за счет роста параметра производительности.

При этом будут наблюдаться высокие темпы освоения рынка (i_1, i_2) . Отдача от этого рынка для фирмы на данном этапе невелика, однако фирма будет проводить интенсивные исследования на этом рынке за счет высокой отдачи от улучшения технологии на рынке i_1 .

При этом нельзя определенно сказать, будет ли показатель GDP в начале рассматриваемого этапа роста расти быстрее или медленнее, чем в долгосрочной перспективе. Во-первых, высокая интенсивность исследований, как мы только что обсудили, не обязательно приводит к высоким темпам роста рынка i_1 . Во-вторых, так как мы не можем в статистическом показателе GDP отличить расходы на разработку новых комбинаций технологий от расходов на промежуточное потребление, то высокие расходы на поиск новых комбинаций будут снижать показатель GDP .

На следующем этапе конкуренция на рынке i_1 исчезает, а угроза конкуренции на рынке (i_1, i_2) остается пока отдаленной перспективой. В этом случае μ_1 и μ_2 могут быть аппроксимативно представлены выражением (56).

$$\mu_1 = \mu_2 = \bar{\mu} \quad (68)$$

Подставляя это выражение в (68), получаем равновесное значение интенсивности исследований:

$$c = \left(\frac{2\lambda}{3}\bar{\mu}\right)^{\frac{1}{\theta-1}}. \quad (69)$$

При этом выпуск сектора производства конечной продукции, соответствующий технологиям первого уровня, равен

$$y_1 = \int_0^A \gamma \alpha^{1-\alpha} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right) di = \gamma \alpha^{1-\alpha} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right) A. \quad (70)$$

Выпуск, соответствующий технологиям второго уровня, равен

$$y_2 = \int_0^{T_2} \alpha^{1-\alpha} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right) di = \alpha^{1-\alpha} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right) T_2, \quad (71)$$

где T_2 – мощность множества открытых технологий второго уровня, т.е. $[0, T_2] \subset [0, A]$, где $[0, T_2]$ – множество открытых технологий.

Общий выпуск в секторе производства конечной продукции определяется как

$$Y = y_1 + y_2 = \gamma \alpha^{1-\alpha} A + \alpha^{1-\alpha} T_2. \quad (72)$$

Промежуточное потребление в секторе технологий первого уровня составит $\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}\gamma A$, в секторе второго уровня $\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}T_2$, расходы на исследования и разработки, которые ввиду несовершенства статистики будут отнесены к потреблению промежуточных благ, будут cA . Таким образом, статистический показатель ВВП будет задан выражением

$$\begin{aligned} GDP &= Y - X = Y - x_1 - x_2 - cA = \\ &= \gamma\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}\left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right)A + \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}\left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right)T_2 - cA. \end{aligned} \quad (73)$$

При этом прирост γ и T_2 во времени – это линейные функции от c , а значение c постоянно и задается выражением (58).

Следовательно, на втором этапе ВВП – это линейная функция от времени.

4.4.3. Освоение технологий третьего уровня и завершение освоения технологий второго уровня

Рано или поздно все технологии второго уровня окажутся исчерпанными, и фирмы будут вынуждены развивать технологии третьего уровня. Как мы увидим, это усилит конкуренцию между технологиями второго уровня, поэтому разработка технологий третьего уровня окажет влияние на темпы экономического роста еще до начала ее реализации. Мы остановимся на этом вопросе чуть позже.

Рассмотрим фирму, которая изначально имела технологию i_1 , затем расширила ее, получив технологии (i_1, i_2) и (i_1, i_3) , а теперь расширяет их до (i_1, i_2, i_3) .

Мы предположили, что фирма не может развивать технологию (i_1, i_2, i_3) , не развивая при этом все технологии более низкого уровня, заданного множеством $\hat{\Omega}(i_1, i_2, i_3)$. Поэтому для определения оптимальной стратегии фирмы необходимо разобраться, какую отдачу она получит на всех рынках.

Итак, фирма разрабатывает технологию третьего уровня, следовательно, она ведет работу одновременно на $2^3 - 1 = 7$ рынках. Этими рынками являются $i_1, i_2, i_3, (i_1, i_2), (i_1, i_3), (i_2, i_3)$ и (i_1, i_2, i_3) .

На рынках, соответствующих первому уровню развития технологии (это рынки, соответствующие технологиям i_1, i_2 и i_3), фирма

получит положительную отдачу лишь от рынка i_1 , так как на рынках i_2 и i_3 уже будут работать свои лидеры, имеющие достаточно большой запас параметра производительности, чтобы избежать конкуренции. Если A достаточно велико, то освоение технологий второго уровня позволило достаточно сильно увеличить значение технологического параметра первого рынка, чтобы значение теневой стоимости технологии первого уровня μ_1 соответствовало долгосрочному значению параметра μ , заданного выражением (56):

$$\mu_1 = \bar{\mu} \quad (74)$$

Рассмотрим теперь технологии второго уровня. Во-первых, заметим, что на рынке, соответствующем технологии (i_2, i_3) , фирма является новичком. В этом случае отдача от разработки данной технологией зависит от того, успела ли фирма, владеющая до этого технологией (i_2, i_3) (в дальнейшем мы называем эту фирму конкурентом), улучшить технологию производства соответствующего промежуточного блага.

Мы будем изучать только то равновесие, в котором каждая из фирм улучшает только те технологии, в которых она не является новичком. Действительно, если первая фирма создала технологию (i_1, i_2, i_3) и вошла на рынок (i_2, i_3) , то фирма, которая изначально работала на рынке (i_2, i_3) , за то же время может создать технологию (i_2, i_3, i_4) и тем самым улучшить технологию (i_2, i_3) , сохранив лидерство на соответствующем рынке. Таким образом, фирма получит отдачу от улучшения технологий $(i_1, i_2), (i_1, i_3)$, но не получит отдачу от рынка (i_2, i_3) .

Отдача от рынков (i_1, i_2) и (i_1, i_3) зависит от того, успел ли конкурент войти на эти рынки. Если конкурент успел войти на эти рынки, то теневая стоимость улучшения технологии соответствующих рынков будет высокой и ее можно оценить по рис. 8. Если же конкурент не успел войти на соответствующий рынок, то отдача будет средне-взвешенной по вероятности входа долгосрочной отдачи $\bar{\mu}$ и среднего значения функции стоимости, изображенной на рис. 9. Таким образом, пока конкурент не вошел на рынок, теневая стоимость будет меньше $\bar{\mu}$.

Наконец, теневая стоимость создания технологии третьего уровня, при условии, что технологии четвертого уровня ожидаются лишь в очень долгосрочной перспективе, приблизительно равна $\bar{\mu}$.

Пусть c – интенсивность исследований данной фирмы. Тогда предельная отдача от исследований будет равна одной седьмой от суммы отдач на рынках $i_1(i_1, i_2)$, (i_1, i_3) , и (i_1, i_2, i_3) , а предельные затраты равны $c^{\theta-1}$. Приравнявая предельные выгоды и предельные затраты, получаем оптимальную интенсивность исследований:

$$c = \left(\frac{1}{7} (2\bar{\mu} + \mu_{12} + \mu_{13}) \right)^{\frac{1}{\theta-1}}. \quad (75)$$

В данной формуле мы учли, что теневая стоимость улучшения и расширения технологий i_1 и (i_1, i_2, i_3) равна $\bar{\mu}$.

На первом этапе освоения технологий третьего уровня, ввиду возросшей конкуренции, $\mu_{12} + \mu_{13}$ может оказаться выше, чем долгосрочная отдача от освоения технологий второго уровня, поэтому интенсивность исследований может оказаться выше, чем (58). Однако в долгосрочной перспективе μ_1 и μ_2 снизятся до $\bar{\mu}$, в результате чего интенсивность исследований снизится до

$$c = \left(\frac{4}{7} \bar{\mu} \right)^{\frac{1}{\theta-1}}, \quad (76)$$

что ниже (58), задающего интенсивность развития технологий второго уровня. Это связано с тем, что при усложнении технологий фирме приходится все больше работать над продуктами, которые более эффективно производят другие фирмы и работа над которыми в итоге будет окупаться лишь за счет других продаваемых продуктов.

Темпы экономического роста в данном случае определяются двумя факторами. С одной стороны, темпы роста определяются интенсивностью исследований. На первом этапе интенсивность исследований будет выше за счет более высокого уровня конкуренции, чем в конце. С другой стороны, темпы роста определяются монополизацией рынка. Когда фирмы будут выходить на продукты, производимые другими фирмами, для любого заданного параметра производительности выпуск в экономике будет возрастать за счет усиления конкуренции (см. уравнение (49)).

Заметим, что еще до начала освоения технологий третьего уровня теневая стоимость технологий второго уровня начинает сокращаться, так как фирмы ожидают временно потерять прибыль, приносимую этими технологиями, за счет возрастающей в будущем конку-

ренции. Таким образом, перед началом освоения технологий третьего уровня произойдет замедление темпов роста.

4.4.4. Общие тенденции

Данные рассуждения могут быть продолжены для технологий четвертого и более высокого уровня, однако мы ожидаем, что описанная тенденция сохранится и в дальнейшем. При освоении технологии более высокого уровня вначале происходит увеличение темпов экономического роста по двум причинам, при этом обе причины связаны с ростом конкуренции. С одной стороны, рост конкуренции оказывает непосредственное воздействие на рынок в соответствии с уравнением (48). Во-вторых, возросшая конкуренция стимулирует фирмы к увеличению интенсивности создания новых технологий.

Затем конкуренция плавно снижается, и темпы роста затухают. При этом в долгосрочной перспективе чем выше уровень технологии, тем медленнее растет ВВП в режиме отсутствия конкуренции. Перед началом распространения технологий следующего уровня сокращается теневая стоимость технологий, в результате темпы экономического роста еще замедляются.

4.5. Эффект увеличения количества знаний

4.5.1. Распространение знаний

Во-первых, рассмотрим, как протекает процесс распространения знаний. Предположим, что изначально экономика развивалась с запасом A , после чего запас знаний возрос на бесконечно малую величину dA .

Экономические последствия создания нового запаса знаний зависят от того, было ли создание знаний профинансировано за счет частных или общественных средств. Если создание знаний было профинансировано за счет общественных средств, то эти знания сразу же становятся доступными всему обществу. При этом технология первого уровня, как мы отмечали ранее, становится сразу доступной большому количеству предпринимателей.

Если фирма финансирует создание dA за счет собственных средств, то в итоге она становится монопольным обладателем этой технологии. Если в момент создания dA уровень конкуренции в экономике в целом был достаточно низок, то фирмы, уже функционирующие

в отрасли, попытаются скомбинировать dA с имеющимися технологиями. В обоих случаях обладателями новой технологии будут фирмы, которые уже находятся в отрасли.

Если же dA финансировалось за счет общественных средств, и уровень конкуренции был достаточно высок, то фирмы, уже находящиеся в отрасли, предпочтут вести исследования в тех секторах, которые позволяют им в наибольшей степени защититься от конкурентов. Это означает, что новую технологию шаг за шагом будет развивать фирма, которая является новичком на этом рынке.

В любом случае распространение технологий будет происходить относительно медленно: потребуется время, прежде чем технология первого уровня достигнет общего уровня развития экономики. При этом во втором из рассмотренных случаев, когда технология развивается новичком, распространение технологии будет происходить еще медленнее ввиду убывающей отдачи от масштаба технологии поиска новых технологий одной фирмой.

4.5.2. Поддержание устойчивого роста

Рост параметра A позволяет в нашей модели все время увеличивать масштаб экономики и тем самым поддерживать постоянные темпы экономического роста. Рассмотрим, например, формулу (73). Каждое слагаемое в этом выражении пропорционально A (при этом T пропорционально A , так как T пропорционально количеству фирм, а количество фирм пропорционально A). Таким образом, увеличение каждой переменной в 2 раза приводит к увеличению прироста выпуска в 2 раза. Таким образом, инвестирование постоянной доли выпуска в новые знания позволяет поддерживать незатухающие темпы роста. При этом увеличение нормы сбережений в A в долгосрочном периоде приводит к увеличению темпов экономического роста.

Однако в нашей модели нет прямой связи между темпами экономического роста и ростом значения параметра A . Действительно, если экономика увеличит долю выпуска, инвестируемую в создание новых знаний, то новые знания в тот же момент отразятся на выпуске лишь на уровне первого уровня технологий. Если же экономика находится на высоком уровне развития технологий, то между появлением знаний и их полным влиянием на темпы экономического роста должно пройти достаточно времени, чтобы знания воплотились в конкретные технологии бизнеса.

5. Заключение

Эффект масштаба

Как показал Джонс, увеличение в 5 раз количества исследователей, занятых в производстве новых технологий, не привело к значимому изменению темпов экономического роста. Эту загадку уже на протяжении 15 лет пытаются решить экономисты, занимающиеся теорией роста.

В рамках нашей модели рост запаса знаний оказывает непосредственное влияние на выпуск лишь в технологиях самого низкого уровня, в которых новые знания несложно представить в форме конкретных технологий. Если уровень технологии развит достаточно сильно, то вклад технологий низкого уровня в выпуск, как и непосредственное влияние исследований и разработок на темпы экономического роста, будет очень слабым. При этом в тех секторах производства, где используются технологии более высокого уровня, темпы экономического роста определяются не приростом новых знаний, а их общим запасом, уже реализованным в технологиях высокого уровня.

Таким образом, в рамках нашей модели увеличение запаса знаний оказывает заметное влияние на темпы экономического роста с некоторым лагом (связанным с имплементацией знаний в технологии высокого уровня) и лишь тогда, когда объем вновь созданных (и воплощенных в технологии) знаний станет сопоставим с общим объемом накопленных прежде знаний. Следовательно, наша модель сохраняет влияние сектора исследований и разработок на темпы экономического роста, однако в ней отсутствует непосредственная зависимость между количеством ресурсов, инвестированных в сектор R&D, и темпами экономического роста в краткосрочной перспективе.

Технологии общего назначения

В литературе (см., например, Аткесон и Кихо (Atkeson, Kehoe (2007))) отмечается, что технологии общего назначения распространяются очень медленно. Так, распространение электрических двигателей заняло порядка 70 лет, а распространение IT-технологий продолжается уже не первое десятилетие. Обычно данный эффект объясняется накапливанием опыта на уровне отдельной фирмы.

Наша модель предсказывает, что новые знания, воплощенные в конкретные технологии общего назначения, будут быстро использованы в производстве лишь в самых простых технологиях. При этом чем сложнее уровень развития технологии в обществе, тем больше должно пройти времени для того, чтобы конкретная технология оказалась хорошо интегрированной в производственный процесс.

Предложенное нами объяснение схоже с существовавшими ранее объяснениями, основанными на накоплении опыта. Однако «опыт» прежде рассматривался как некая абстрактная макроэкономическая переменная. Мы же даем не только микроэкономическое обоснование этой переменной, но также показываем, какой именно опыт накапливает фирма, исходя из ее технологических возможностей, а также конкуренции, с которой она сталкивается на разных рынках.

Конкуренция и рост

Существующие модели экономического роста предполагают зависимость между конкуренцией и ростом, описываемую перевернутой буквой U (см. Агион, Харрис и Викерс (Aghion, Harris and Vickers (1997))): темпы экономического роста положительно зависят от уровня конкуренции при относительно низком уровне конкуренции и отрицательно – при относительно высоком. Таким образом, существует оптимальный уровень конкуренции, максимизирующий темпы экономического роста. Эмпирические факты подтверждают данный результат (см. Агион и др. (Aghion et al. (2005))).

В рамках нашей модели зависимость между конкуренцией и ростом носит межвременной характер. В ожидании усиления конкуренции в будущем, связанного с начальным этапом усложнения технологии, темпы экономического роста будут затухать. Затем мы будем наблюдать одновременное усиление конкуренции и резкий рост выпуска. После этого конкуренция и темпы экономического роста снова замедляются.

В данной работе предложена модель, в которой нет неопределенности относительно исследований и разработок, поэтому возникает строго положительное влияние конкуренции на рост. Однако если бы мы добавили неопределенность, мы бы, вероятно, получили зависимость перевернутой буквы U: при высоком уровне конкуренции фирмы будут мало инвестировать в исследования и разработки, так как низко оценивают вероятность оказаться в итоге лидером на соответствующем рынке, опередив большое количество других фирм.

Наша модель не только удовлетворяет имеющимся фактам, но и предсказывает межвременную зависимость между конкуренцией и ростом. Существует ли такая зависимость в реальной жизни – вопрос для будущих исследований.

Замедление производительности

Одним из эмпирических фактов относительно экономического роста, который пытаются объяснить экономисты, является замедление темпов роста производительности в странах OECD в конце 1970 – начале 1980-х годов. Стандартное объяснение данного факта – появление новой технологии общего назначения (в данном случае развитие IT-технологий), которое провоцирует моральное устаревание капитала и тем самым замедляет темпы экономического роста (см., например, Агион и Хоуитт (Aghion, Howitt (2009))).

Мы предлагаем альтернативное объяснение замедления производительности. В рамках нашей модели появление новой технологии ведет к ожиданию усиления конкуренции за уже имеющиеся рынки. Это ведет к сокращению теневой стоимости технологий, что временно сокращает темпы экономического роста. Как только новая технология разовьется достаточно для того, чтобы конкурировать с уже существующими технологиями, наша модель предсказывает ускорение роста, что и произошло в 1990-х и 2000-х годах.

Рост и банкротства

Эмпирические исследования (см., например, Агион и Хоуитт (Aghion, Howitt (2009))) показывают положительную зависимость между темпами экономического роста и количеством банкротств в экономике. В базовой модели явным образом не были введены банкротства, поэтому мы не можем оценить данную зависимость.

Однако данная проблема может быть решена введением неопределенности относительно результатов поиска новых технологий. Если такая неопределенность существует, то в периоды высокой конкуренции часть фирм случайным образом не сможет выдержать натиск конкурентов, и темпы экономического роста возрастут. При этом периоды высокой конкуренции соответствуют более высоким темпам экономического роста. Таким образом, введение неопределенности позволяет получить положительную зависимость между темпами роста и количеством банкротств.

Литература

Истерли У. В поисках роста. Приключения и злоклучения экономистов в тропиках. М.: Институт комплексных стратегических исследований, 2006.

Шумпетер Й.А. Теория экономического развития / пер. В.С. Автономова и др. М.: Директмедиа Паблишинг, 2008.

Aghion P., Bloom N., Blundell R., Griffith R., Howitt P. Competition and Innovation: An Inverted-U Relationship // Quarterly Journal of Economics. 2005. № 120. P. 701–728.

Aghion P, Harris C., Howitt P., Vickers J. Competition, Imitation, and Growth with Step-by-Step Innovation // Review of Economic Studies. 2001. № 68. P. 467–492.

Aghion P., Howitt P. A Model of Growth through Creative Destruction // Econometrica. 1992 (March). № 60 (2). P. 323–351.

Aghion P., Howitt P. Endogenous growth theory. Cambridge, MA: MIT Press, 1998.

Aghion P., Howitt P. The Economics of Growth. Cambridge, MA: MIT Press, 2009.

Acemoglu D. Introduction to modern economic growth. Princeton: Princeton University Press, 2008.

Antony J. New Combinations and Growth // Discussion Paper Series from Universitaet Augsburg, Institute for Economics. № 290. 2007.

Atkinson A., Kehoe P.J. Modeling Transition to a New Economy: Lessons from Two Technological Revolutions // American Economic Review. 2007 (May). № 97 (1). P. 64–88.

Caballero R.J., Jaffe A. How High Are the Giant's Shoulders? An Empirical Assessment of Knowledge Spillovers and Creative Destruction in a Model of Economic Growth // NBER. Working Paper N0. 4370.

Frankel J.A., Romer D. Does Trade Cause Growth? // American Economic Review. 1999. № 89. P. 379–399.

Grossman G., Helpman E. Quality Ladders in the Theory of Growth // Review of Economic Studies. 1991. LVIII. P. 43–61.

Grossman V. Enterprenerial innovation and Economic Growth // CESifo Working Paper 2008 (August). № 2264.

Hall R.E., Jones C.I. Why Do Some Countries Produce So Much More Output per Worker than Others? // Quarterly Journal of Economics. 1999. № 114. P. 83–116.

Jaffe A., Tratenberg M., Henderson R. Geographical Localization of Knowledge Spillovers as Evidenced by Patent Citations // Quarterly Journal of Economics. 1993. № 105. P. 577–598.

Jones C.I. Growth and Ideas // Handbook of Economic Growth. 2005. Ch. 26. P. 1063–1111.

Jones C.I. Growth: With or without Scale Effects? // American Economic Review. 1999 (May). № 89. P. 495–525.

Jones C.I. Time Series Tests of Endogenous Growth Models // Quarterly Journal of Economics. 1995b (May). № 110 (2). P. 495–525.

Jones C.I. R&D – Based Models of Economic Growth // Journal of Political Economy. 1995a (Aug.). № 103 (4). P. 759–784.

Kortum S. Research, Patenting, and Technological Change // Econometrica. 1997. № 65 (6). P. 1389–1419.

Mankiw G., Romer D., Weil D. A Contribution to the Empirics of Economic Growth // Quarterly Journal of Economics. 1992. № 107. P. 407–437.

Olsson O. Knowledge as a Set in Idea Space: An Epistimological View on Growth // Journal of Economic Growth. 2000 (Sept.). № 5. P. 253–275.

Olsson O., Frey B.S. Entrepreneurship as Recombinant Growth // Small Business Economics. 2002. № 19. P. 69–80.

Olsson O. Technological Opportunity and Growth // Journal of Economic Growth. 2005. № 10. P. 35–36.

Peretto P. Technological Change and Population Growth // Journal of Economic Growth. 1998 (Dec.). 3(4). P. 283–311.

Romer P. Endogenous Technological Change // Journal of Political Economy. 1990 (Oct.) 98(5). P. S71–S102.

Segerstrom P. Endogenous Growth without Scale Effects // American Economic Review. 1998 (Dec.). № 88 (5). P. 1290–1310.

Schmookler J. Invention and Economic Growth. Cambridge: Harvard University Press, 1966.

Young A. Growth without Scale Effects // Journal of Political Economy. 1998 (Febr.). № 106 (1). P. 41–63.

Weitzman M. L. Hybridizing Growth Theory // American Economic Review. Papers and Proceedings of the Hundredth and Eighth Annual Meeting of the American Economic Association San Francisco, CA, January 5–7. 1996 (May). № 86 (2). P. 207–212.

Weitzman M.L. Recombinant Growth // The Quarterly Journal of Economics. 1998 (May). № 113 (2). P. 331–360.

Препринт WP12/2010/02
Серия WP12
«Научные доклады лаборатории макроэкономического анализа»

Арефьев Николай Геннадьевич,
Арефьева Алина Ильинична

Экономический рост и идеи

Зав. редакцией оперативного выпуска *А.В. Заиченко*
Технический редактор *Ю.Н. Петрина*

Отпечатано в типографии Государственного университета –
Высшей школы экономики с представленного оригинал-макета.
Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 3,4
Усл. печ. л. 3,25. Заказ № . Изд. № 1170

Государственный университет – Высшая школа экономики.
125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография Государственного университета – Высшей школы экономики.
125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Тел.: (495) 772-95-71; 772-95-73