

## ВОПРОСЫ ТЕОРИИ

### Моделирование деятельности современной российской банковской системы

Андреев М.Ю., Пильник Н.П., Поспелов И.Г.

В статье предложено сравнительно простое и правдоподобное описание функционирования современной банковской системы, пригодное для использования в модели общего межвременного равновесия, причем это описание не может быть заменено простыми соотношениями типа денежных мультипликаторов.

Строится модель рациональных ожиданий банковской системы на основе проведенного эконометрического анализа движения основных видов финансовых инструментов в банковской системе. Часть найденных эконометрических соотношений используется в качестве ограничений, а остальные соотношения объясняются моделью.

Модель успешно воспроизводит реакцию банковской системы на неожиданные события, такие как, например, масштабная распродажа активов или мировой финансовый кризис.

**Ключевые слова:** математическое моделирование экономики, банковская система России, кредитная эмиссия, ликвидность.

#### 1. Введение

Как ни странно, но в арсенале стандартных средств математической экономики для описания банков нет «заготовок», подобных тем, которые имеются для описания потребителей, производителей, а также товарных и финансовых рынков. Теоретические модели банковской деятельности в большинстве своем посвящены исследованию следующих проблем:

- взаимодействие банка с клиентами при выдаче кредитов или привлечении депозитов, которое моделируется некоторой теоретико-игровой схемой (см., например, [32]);
- исследование отдельных процессов, происходящих в банковском секторе, с помощью задач оптимизации отдельных видов операций для репрезентативного банка. Описание банковской системы в этом случае ограничивается только теми ме-

---

**Андреев М.Ю.** – к. ф.-м. н., младший научный сотрудник ВЦ РАН.

**Пильник Н.П.** – магистр, аспирант Государственного университета – Высшей школы экономики.

**Поспелов И.Г.** – член-корр. РАН, д. ф.-м. н., профессор кафедры математической экономики и эконометрики Государственного университета – Высшей школы экономики.

Статья поступила в Редакцию в январе 2009 г.

ханизмами, анализ которых проводится в модели. Примером может служить процесс долларизации банковского сектора, описанный в [31], или процесс управления ликвидностью в специфических условиях российской «финансовой стабилизации» 1995–1998 гг. [4, 6];

- моделирование кризисных явлений в банковской системе. Как и в предыдущем случае, оптимизационная задача пишется для отдельного банка, но далее этот банк отождествляется со всей банковской системой. Основной упор делается на анализ переключения режимов функционирования (см., например, [29]).

В прикладных моделях целостной экономики банковский сектор чаще всего не выделяется особо, а его функции распределяются между другими агентами. Примером может служить квартальная модель банка Англии [27], в которой описываются пять типов агентов: потребитель, фирма, государство, центральный банк и внешний сектор. Поведение потребителей и фирм описывается с помощью оптимизационных задач, для остальных используются некоторые сценарии. Спрос на деньги предъявляют потребители, в функцию полезности которых непосредственно входят реальные денежные остатки. Фирмы, государство и внешний сектор могут выпускать однопериодные доходные облигации, которые у них покупают потребители. То есть фактически в модели выдачей кредитов вместо банков занимаются потребители.

Специфика роли банков в макромоделях чаще всего учитывается посредством мультипликаторов, описывающих воздействие проводимой монетарной политики на кредитно-денежную систему (см., например, [8]). Если предположить, что определенную часть  $\zeta$  привлеченных средств банки оставляют в виде ликвидных средств и обязательных резервов (денежной базы  $H$ ), а остальную выдают в кредит, и эта сумма попадает обратно в банковскую систему в виде средств на расчетных счетах (подробнее см. разд. 4.2 ниже), то сумма выданных кредитов составит  $(\zeta^{-1} - 1)H$ , а сумма привлеченных средств —  $\zeta^{-1}H$ . Величина  $\zeta^{-1}$  и называется банковским мультипликатором. Кроме того, в модели могут присутствовать и другие мультипликаторы, описывающие влияние избыточного резервирования или резервирования части расчетных счетов.

Реже финансовый сектор выделяется как отдельный агент, чье поведение описывается в рамках, например, макроэкономической модели IS-LM феноменологическими функциями спроса и предложения. Например, в работе [28] финансовый сектор, во-первых, держит денежные остатки и поэтому предъявляется спрос на ликвидность, а во-вторых, кредитует фирмы, позволяя им привлекать дополнительный капитал по процентной ставке  $r_f$ . При этом объемы таких операций целиком определяет фирма. Наконец, в-третьих, финансовый сектор берет кредиты у центрального банка исходя из уровня процентной ставки по государственным облигациям и ставки рефинансирования с учетом необходимости выполнять резервные требования.

Более последовательным, с нашей точки зрения, является добавление агентов типа «банк» в модель общего экономического равновесия (см., например, [29]). В этом случае формулируется задача банка (обычно это максимизация прибыли или полезности от прибыли) и в описание остальных присутствующих в модели агентов вводятся дополнительные инструменты типа кредитов и депозитов. Кроме того, в модели может описываться и деятельность центрального банка. Более детализированное описание такого рода дается в вычислимых моделях общего равновесия (CGE). Примерами могут служить модели, предложенные в исследованиях

[24] и [26]. Однако во всех этих работах авторы ограничиваются доказательством существования равновесия или численным исследованием его общих свойств.

Прикладная модель межвременного равновесия, в которой банк выделен как самостоятельный агент, была предложена в работе [22]. Однако банк в ней был описан достаточно схематически, и поэтому наблюдаемая траектория финансовых показателей воспроизводилась менее точно, чем траектории показателей реального сектора.

Модель банковской системы России, о которой пойдет речь далее, разрабатывалась как более реалистичное описание, которое может быть использовано в прикладной модели межвременного равновесия экономики России. Это объясняет большое количество использованных экзогенных данных. Все экзогенные данные взяты из статистики по банковской системе, но лежат они на стыке с другими блоками модели, отвечающими за описание таких экономических агентов, как домохозяйства и производители. Результаты исследования предлагаемой ниже модели банковской системы показали, однако, что она может быть использована и в более простых динамических моделях экономики.

## 2. Описание банковской системы

### 2.1. Банковская система и источники данных о ней

Банковская система России состоит из Центрального банка (ЦБ) и коммерческих банков. Действующих среди них около 1200, и число их заметно меняется за рассматриваемый здесь период с января 2004 по сентябрь 2008 г. (см. раздел 2.2). Кроме того, со времен кризиса 1998 г. осталось еще несколько сотен банков, которые имеют лицензию, но бездействуют [21].

Центральный банк оперативно собирает практически полную информацию о деятельности банков. Банковские балансы второго порядка (см. ниже) для большинства банков приводятся ежемесячно на специальном сайте Центрального банка [21]. Эти данные за **57 месяцев с января 2004 по сентябрь 2008 г.** и использовались всюду ниже.

**Баланс второго порядка** сейчас представляет собой список<sup>1)</sup> из 1232 величин запасов (**остатков**) различных видов финансовых инструментов (**балансовых счетов**) на конец какого-то месяца.

Для анализа деятельности банковской системы мы использовали агрегированные показатели. Агрегирование балансов сводится в основном к сложению счетов, сходных по типам операций и типам клиентов банка. Мы выделили следующие 6 типов клиентов:

- кредитные коммерческие организации-резиденты (далее – банки, соответствующий индекс в обозначениях – b);
- Центральный банк (ЦБ, индекс c);
- государственные и некоммерческие организации (государство, g), юридические лица-резиденты (фирмы, a);
- физические лица (домохозяйства, h);
- все агенты-нерезиденты (заграница, f).

---

<sup>1)</sup> Состав списка немного меняется со временем.

В соответствии с этим активы и пассивы банков были объединены в следующие агрегаты.

Таблица 1.

Активы		Пассивы	
<b>Rc</b>	Обязательные резервы в ЦБ	<b>Nh</b>	Расчетные счета домохозяйств
<b>Kc</b>	Корсчета в ЦБ	<b>Na</b>	Расчетные счета фирм
<b>Lc</b>	Депозиты в ЦБ	<b>Dc</b>	Займы у ЦБ
<b>C</b>	Вложения в ценные бумаги	<b>B</b>	Выпущенные облигации и векселя
<b>Lh</b>	Кредиты домохозяйствам	<b>Dh</b>	Депозиты домохозяйств
<b>La</b>	Кредиты фирмам	<b>Da</b>	Депозиты фирм
<b>Lg</b>	Кредиты государству	<b>Ng</b>	Расчетный счета государства
<b>Lb</b>	Межбанковские кредиты (МБК)	<b>Db</b>	Межбанковские кредиты
<b>Lf</b>	Кредиты нерезидентам	<b>Df</b>	Депозиты нерезидентов
<b>Kf</b>	Заграничные корсчета	<b>Nf</b>	Расчетные счета нерезидентов
<b>Q</b>	Наличные средства	<b>A</b>	Выпущенные акции
		<b>O</b>	Собственные средства

## 2.2. Единство банковской системы

Формально коммерческие банки равноправны и независимы, но среди них явно выделяются принадлежащие государству гиганты: Сбербанк и Внешторгбанк. Кроме того, некоторые крупные банки, например Газпромбанк, являются дочерними предприятиями государственных корпораций. Поэтому, прежде всего, встает вопрос о том, можно ли рассматривать совокупность коммерческих банков как единый модельный агент.

Чтобы прояснить этот вопрос, мы сравнили изменение за 2004–2007 гг. числа банков, чьи балансы опубликованы сайте ЦБ [21], и совокупные активы этих банков. На рис. 1 показано изменение числа банков, публикующих балансы, а на рис. 2 – изменение суммарных балансовых активов (**валюты баланса**) этих банков.

На этих рисунках, как и на всех графиках временных рядов ниже, по оси абсцисс отложены месяцы, начиная с января 2004 г.

Публикация балансов на открытом сайте [21] не является строго обязательной, но поощряется Центральным банком. Стимулы были резко усилены в 2007 г., что видно на рис. 1, но совершенно не заметно на рис. 2. Это значит, что прирост числа банков, предоставивших отчетность, произошел в основном за счет малых банков.

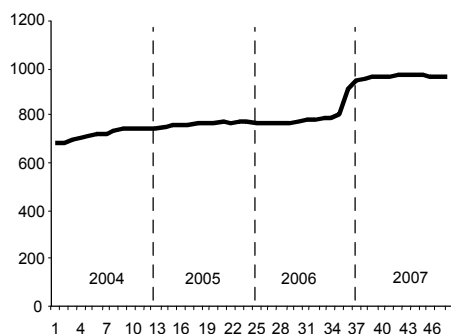


Рис. 1. Число банков, публиковавших балансы

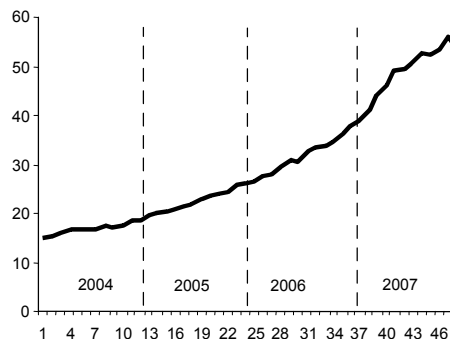


Рис. 2. Суммарные активы банков, публиковавших балансы, трлн. руб.

Удивительную картину открывает **ранговое распределение** банков, изображенное на рис. 3. Для построения этой диаграммы банки были занумерованы в порядке убывания валюты баланса. На рис. 3 в логарифмическом масштабе изображена доля общих активов банковской системы  $x_n(t)$ , приходящаяся на банк номер  $n$ , в зависимости от величины  $\ln(1+(n/N(t))\cdot 100)$ , где  $N(t)$  – общее число банков в месяце  $t$ . Восемь практически неразличимых кривых на рис. 3 отвечают разным периодам времени:  $t = 06.2004, 12.2004, 06.2005, 12.2005, 06.2006, 12.2006, 05.2007, 12.2007$ . Ромбиком на рис. 3 показано положение Газпромбанка в эти периоды. Причины, по которым для 2007 г. приведены данные за май вместо июня, объясняются в разделе 3.3.

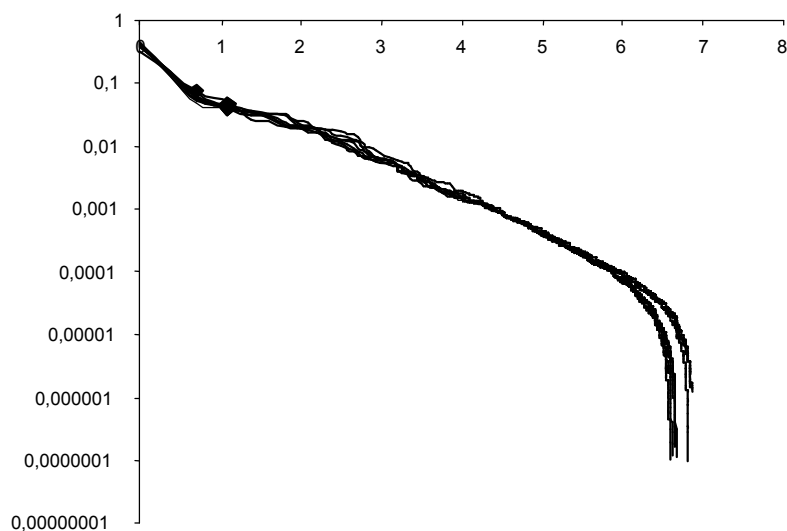


Рис. 3. Ранговое распределение банков по активам

Видно, что, несмотря на изменение численности и состава банковской системы и изменение относительных позиций отдельных банков, ранговое распределение сохраняется удивительно стабильным. Сдвиг «хвоста», приходящийся на 2007 г., очевидно связан с упомянутым выше резким ростом числа малых банков, публикующих балансы (см. рис. 1).

После двух первых точек на рис. 3 начинается практически линейный участок. Поскольку диаграмма показывает зависимость логарифма от логарифма, линейный участок отвечает знаменитому **степенному закону Ципфа – Парето**<sup>2)</sup> – в данном случае (см. рис. 4)  $x_n \approx 0,33 \cdot n^{-1,348}$ . Имеется огромное количество работ очень разного качества, пытающихся объяснить происхождение этого распределения, однако, по нашему мнению, ясности еще не достигнуто. Тем не менее принято считать, что наличие степенного рангового распределения свидетельствует о некоем системном единстве рассматриваемых объектов.

Мы считаем, что этот факт ясно свидетельствует о том, **банковская система действует как единое целое независимо от «персонального» состава.**

Дополнительным подтверждением этого тезиса служит следующий факт. На рис. 3 видно, что первые две точки несколько выпадают из общей картины. Эти первые два места в ранговом распределении всегда занимают Сбербанк и Внешторгбанк, контролирующие в среднем 36,7 и 5,5% всех активов<sup>3)</sup> соответственно.

В связи с этим **все эмпирические исследования, результаты которых приводятся ниже, проводились в двух вариантах: для всех банков и для всех банков за вычетом Сбербанка и Внешторгбанка. Во всех случаях первый вариант давал более регулярные и точные результаты.**

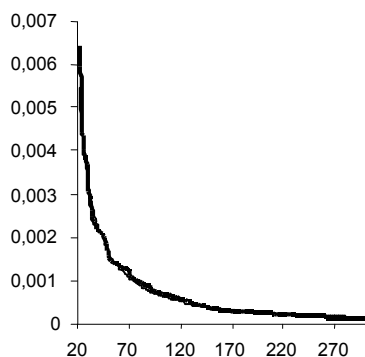


Рис. 4. Аппроксимация распределения средних банков распределением Ципфа – Парето

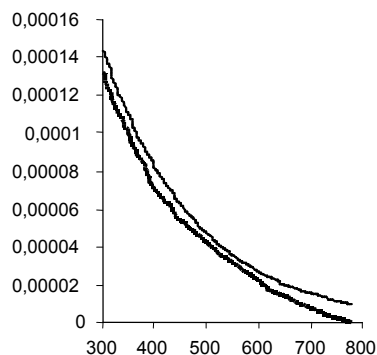


Рис. 5. Аппроксимация распределения малых банков экспонентой

<sup>2)</sup> Закону Ципфа – Парето, как известно [7], удовлетворяют самые разнообразные ранговые распределения: городов и лунных кратеров по размеру, слов языка по частоте, физических лиц по доходам, продаж автомобилей по цене и т.д. Для банков закон Ципфа – Парето тоже проверяли, но результат получался отрицательным, поскольку авторы этих работ не обращали внимания на различие между балансовыми и забалансовыми активами.

<sup>3)</sup> Напомним, что мы учитывали только балансовые активы. Формальный отчет банков о сумме активов, включая забалансовые, дает, например, для банка «Уралсиб» величину, на два порядка большую, чем у Сбербанка. Но эта величина нестабильна и непоказательна.

Распределение активов малых банков с рангами 301–778 уже не подчиняется степенному закону, но хорошо аппроксимируется экспоненциальным (рис. 5)  $x_n \approx 7,74 \cdot 10^{-4} \cdot e^{-0,0056n}$ . Возможно, это связано с тем, что среди малых банков многие близки к банкротству, т.е. к выпадению из системы. Впрочем, распределения людей по доходам и продаж автомобилей по цене тоже имеют экспоненциальные «хвосты».

### 3. Особенности функционирования банковской системы современной России

#### 3.1. Структура агрегированных балансов и изменение дюрации кредитов и депозитов

Практически все агрегаты, перечисленные в табл. 1, растут очень быстро – примерно на 3% в месяц. Поэтому анализировать в абсолютных величинах оказалось бессмысленно. Ниже на графиках изображена структура активов и пассивов системы коммерческих банков по указанным выше агрегатам.

При анализе структуры можно сделать следующие выводы.

Российская банковская система занимается тем, чем положено – превращает сбережения в кредиты (в 1995–1998 гг. сбережения превращались в ГКО [12]).

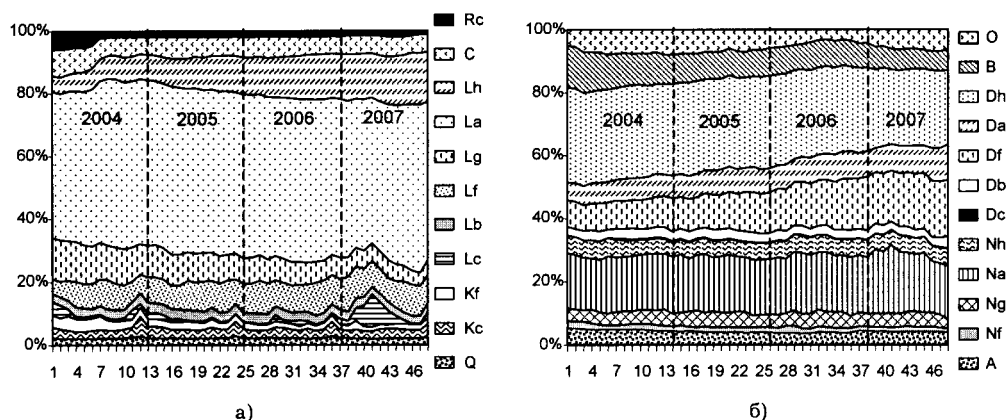


Рис. 6. Структура активов (а) и пассивов (б) коммерческих банков в январе 2005 – сентябре 2008 г.

- Структура активов и пассивов меняется, хотя и заметно, но достаточно плавно.
- Локальная нестабильность проявляется только в активах в статье депозитов Центральному банку (Lc) за период март–сентябрь 2007 г. Объяснения этих явлений приводятся в разделе 3.3.
- Основной тенденцией в формировании источников средств (пассивов) в 2005–2007 гг. явилось замещение депозитов домохозяйств (Dh) заимствованиями за границей (Df). Это объясняется тем, что ставка по иностранным кредитам для

российских банков в указанный период составляла 6–9%, а укрепление рубля делало эти займы практически бесплатными.

• Основной тенденцией в размещении средств в 2005–2007 гг. стал значительный рост выданных домохозяйствам кредитов (потребительское кредитование).

Другая особенность российской банковской системы связана с динамикой показателей **обратной дюрации** кредитов и депозитов. Пусть  $X$  – агрегированный пассив или актив, составленный сложением счетов  $X_\tau$ , различающихся сроками  $\tau$ , на которые привлечен депозит или выдан кредит типа  $X$ . Обратную дюрацию в период  $t$  определим как

$$(3.1) \quad \beta_X(t) = \frac{\sum_{\tau} \frac{1}{\tau} X_{\tau}(t)}{\sum_{\tau} X_{\tau}(t)}.$$

Динамика обратных дюраций по всем кредитам юридическим и физическим лицам ( $X(t) = \mathbf{L}a_t + \mathbf{L}h_t + \mathbf{L}c_t$ ) и всем депозитам физических, юридических лиц и нерезидентов ( $X(t) = \mathbf{D}h_t + \mathbf{D}a_t + \mathbf{D}f_t$ ) показана на рис. 7. Видно, что обратные дюрации активов уменьшаются, что означает заметный рост средних сроков, на которые выдаются кредиты и привлекаются депозиты. Такой процесс принято считать положительным фактором, свидетельствующим о росте стабильности и взаимного доверия в экономике.

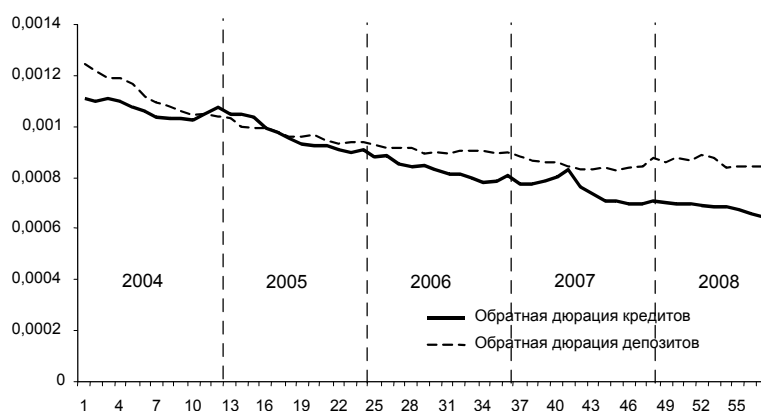


Рис. 7. Изменение обратных дюраций,  $\text{день}^{-1}$

### 3.2. Феномен «лишних денег»

Рассмотрение следствий действия резервных требований в статических условиях приводит к представлению о банковских и денежных мультипликаторах [9]. Однако попытка применить этот подход к описанию современной российской экономики дает гораздо худшие результаты (см., например, [8]).



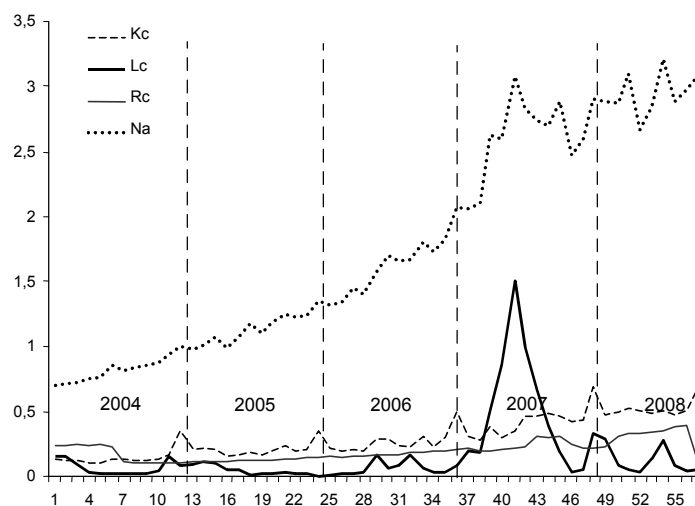


Рис. 8. Резервы банков и безналичные деньги, трлн. руб.

На рис. 8 видно, что необязательные вложения банков в ЦБ —  $Kc + Lc$  — очень значительны и отнюдь не обусловлены резервными требованиями ЦБ. Их динамика оказывается гораздо более прихотливой, чем того требует простая логика образования обязательных резервов и последующих заимствований в ЦБ для пополнения оборотных средств. В частности, уменьшение резервных требований в июле 2004 г. никак не сказалось на остальных требованиях и обязательствах. Явления, связанные с мировым финансовым кризисом, отраженные концом этих кривых, мы обсудим в особом разделе.

Из балансов можно увидеть, что **институт заимствования коммерческими банками средств у ЦБ**, который служит основным каналом эмиссии в развитых странах и который регулируется учетной ставкой, назначаемой ЦБ, в **российских условиях фактически не работает**. Центральный банк дает ничтожно мало кредитов  $Dc$  на пополнение оборотных средств, а коммерческие банки не только держат в ЦБ большие суммы необязательных резервов на корреспондентских счетах, но и вкладывают в ЦБ значительные средства в виде депозитов  $Lc$ !

Все это говорит о том, что у банков до последнего времени образовывались значительные объемы «лишних» и весьма ликвидных средств. Общая причина этого феномена в том, что основным каналом эмиссии<sup>4)</sup> в России служила скупка Центральным банком валютной выручки экспортёров для пополнения международных резервов. Экономический смысл дальнейшего наращивания и без того огромных валютных резервов до недавнего времени состоял в поддержании заниженного курса рубля для защиты от конкуренции отечественных производителей.

Конечно, чтобы описать весь этот комплекс причин, нужна модель как минимум всей экономики России, но ниже мы покажем, что поведение банков в не-

<sup>4)</sup> Третий типичный канал эмиссии — внутренние государственные займы — в период наблюдения не действовал, поскольку бюджет сводился с большим профицитом.

обычных условиях избытка денег удастся удовлетворительно объяснить в рамках самой банковской системы.

### 3.3. Динамика депозитов в ЦБ и распродажа активов ЮКОСа

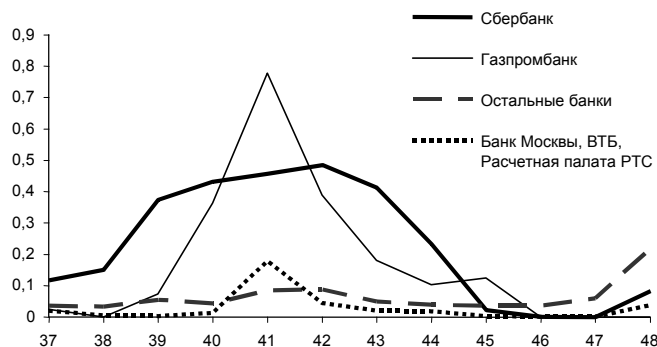


Рис. 9. Депозиты отдельных банков в ЦБ в 2007 г., трлн. руб.

На рис. 8 бросается в глаза рост в 2007 г. депозитов банков в ЦБ, **Лс**. Этот рост достигает пика в мае 2007 г. Аналогичный скачок наблюдается и в расчетных счетах фирм, **На**. Эти явления можно объяснить, если посмотреть, какие банки и в какой степени принимали в них участие.

На рис. 9 показано распределение депозитов в ЦБ по банкам, на которые приходится основная часть (84,7%) всей суммы **Лс**. На рис. 10 показано аналогичное распределение для крупнейших (43,7% общей суммы) держателей счета № 40702, на который приходится основная часть остатков расчетных счетов **На** (81,4%). Из этих диаграмм ясно видно, что главными игроками в исследуемых событиях были Сбербанк и Газпромбанк. Причем первый действовал довольно инертно: деньги, вырученные в результате первичного размещения акций в феврале 2007 г., поступали достаточно долго, и под них не сразу были найдены объекты доходных вложений.

Основной причиной «всплеска» **Лс** и **Н** была деятельность Газпромбанка. Форма уровня **Лс** Газпромбанка весьма точно повторяет картину **Лс** для всей банковской системы, представленную на рис. 8. Что касается значений **Н**, то здесь совпадает не только общая форма, но и численные значения изменений в уровнях расчетных счетов.

Можно вспомнить, что как раз во II квартале 2007 г., когда возникли обсуждаемые явления, происходила продажа активов ЮКОСа, в которой энергично участвовал именно Газпромбанк как временный управляющий счетами. Видимо, эта операция и является основным источником прироста **На**. Банк не смог эффективно «переварить» этот гигантский приток — доходных вложений такого масштаба не нашлось. Избыток средств был вложен в малопродуктивные (около 4–6% в год) депозиты в ЦБ и операции по РЕПО. После пяти-шести месяцев (в ноябре 2007 г.) процесс банкротства ЮКОСа завершился, и деньги ушли со счетов Газпромбанка и, соответственно, со счетов в ЦБ РФ.

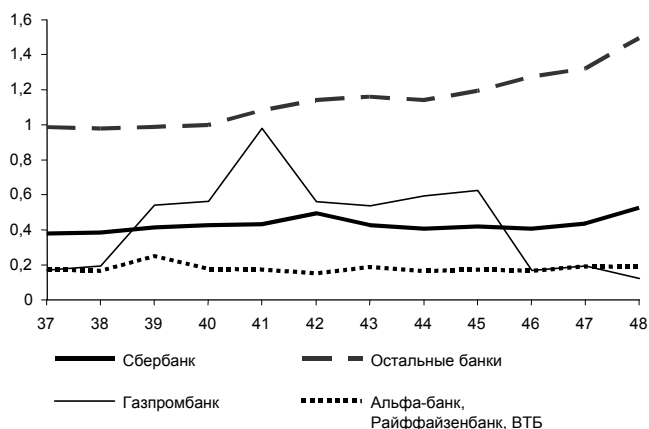


Рис. 10. Остатки расчетных счетов у отдельных банков в 2007 г., трлн. руб.

Рассмотренные явления, в принципе, должны представлять огромную трудность для моделирования. Макромодель описывает деятельность банковской системы как одного рационально действующего агента, а здесь в ее поведении проявляются очень специфические обстоятельства и инициатива одного из банков. Тем не менее связь и единство банков в системе столь велики, что макромодель при заданной зависимости величины  $Na$  от времени вполне удовлетворительно описывает «сингулярность», видимую на рис. 8.

#### 4. Количественные результаты эмпирического исследования деятельности банковской системы

##### 4.1. Модельные активы и пассивы

Для целей моделирования агрегаты, приведенные в табл. 1, были еще раз укрупнены до следующих модельных переменных.

$$(4.1) \quad \text{Ликвидность} \quad W = Q + Kc + Kf.$$

Здесь собраны счета, которые сам банк использует для расчетов, как своих, так и клиентских. Официальная классификация относит к ликвидным активам еще обязательные резервы и МБК, но функции обязательных резервов нам нужно выделить особо, а МБК в целом по банковской системе как бы отсутствуют (взаимно уничтожаются).

$$(4.2) \quad \begin{array}{ll} \text{Депозиты в ЦБ} & Lc. \\ \text{Обязательные резервы} & Rc. \\ \text{Расчетные счета фирм} & N = Na + Nh + Ng + Dg. \\ \text{Ссуды} & L = La + Lh + Lf. \end{array}$$

Ограничиваясь рассмотрением такого агрегата, мы избегаем необходимости моделировать процесс ускоренного роста потребительских кредитов по отношению к производственным. Термин «кредиты» мы в дальнейшем относим к потоку прироста ссуд.

$$(4.3) \quad \text{Депозиты} \quad S = Da + Df + Dh.$$

В этом рассмотрении мы также избегаем необходимости моделировать процесс ускоренного роста средств, привлеченных из-за границы, по отношению к средствам, привлеченным внутри страны, – процесса, который существенно связан не только с поведением российских банков, но и с поведением их зарубежных контрагентов.

$$(4.4) \quad \text{Собственный капитал} \quad \Omega = O + (A + B - C) - Lg + Nf + Dc + (Db - Lb).$$

Чтобы не нарушать баланса, мы вынуждены были включить в этот показатель все агрегаты, не попавшие в 1–6. Впрочем, такому определению собственного капитала есть и содержательные основания (см. [1]).

## 4.2. Роль кредитной эмиссии

### 4.2.1. Открытая и замкнутая банковская система

При кредитной эмиссии (одновременном увеличении активов и пассивов) остатки расчетных и депозитных счетов образуются за счет средств, выданных банком одному клиенту в кредит и переведенных этим клиентом на счет клиента другого банка. При использовании внешних источников банк выдает в кредит одним клиентам средства, принесенные другим. Последние либо приходят из-за границы, либо выпускаются ЦБ при покупке иностранной валюты для образования валютных резервов. В реальности работают оба механизма. Более того, в чистом виде ни один из них невозможен. И оба механизма в конечном счете приводят к равенству кредитных вложений и привлеченных средств. Какой из механизмов доминирует, можно выяснить, выявив источник обязательных резервов  $R_c$  (ФОР).

Банки обязаны вкладывать определенную часть привлеченных средств в ЦБ на беспроцентный счет ФОР. Если доминирует привлечение средств из внешних источников, то часть из них вкладывается в ФОР, а остальная часть выдается клиентам в виде кредитов. В терминах группировки счетов (4.1)–(4.4) для такой **открытой системы** следует ожидать соотношения

$$(4.5) \quad L(t) + Lc(t) + Rc(t) \approx S(t) + N(t).$$

Если доминирует механизм кредитной эмиссии, то банки должны заранее накапливать средства для вложений в ФОР, т.е. ФОР должен формироваться за счет собственных средств. В терминах группировки счетов (4.1)–(4.4) для такой **замкнутой системы** следует ожидать соотношения

$$(4.6) \quad L(t) + Lc(t) \approx S(t) + N(t).$$

Надо, конечно, иметь в виду, что привлеченные средства могут быть образованы также за счет собственных средств или операций с ценными бумагами. Поэтому (4.5) или (4.6) – не тождества, а ожидаемые приближенные равенства.

Напомним, что если вернуться к исходным показателям (см. (4.2), (4.3)), то окажется, что правые и левые части соотношений (4.5) и (4.6) **составлены из существенно нестационарных рядов, изменяющихся с различными средними темпами.**

Тем не менее **разности правых и левых частей соотношений (4.5) и (4.6) оказываются стационарными.**

Для проверки стационарности использовался эконометрический тест Дики – Фуллера (ADF) без константы и тренда, поскольку предполагается, что разности правых и левых частей (4.5) и (4.6) колеблются около нуля [25]. В данном случае возможно применение стандартного варианта теста, поскольку оценивание коэффициентов не проводится и количество степеней свободы в связи с этим не сокращается.

Для разности частей приближенных равенств (4.5) и (4.6) получена следующая статистика, см. табл. 2.

**Таблица 2.**

	t-статистика	Вероятность
Тестовая статистика ADF (4.5)	-3,216863	0,0019
Тестовая статистика ADF (4.6)	-2,229835	0,0263
Критические значения	-2,615093	1%
	-1,947975	5%
	-1,612408	10%

#### **4.2.2. Открытость российской банковской системы**

Теперь выясним, какое из приближенных равенств, (4.5) или (4.6), выполняется точнее. Сравнение облегчается тем, что в период наблюдений во второй половине 2004 г. ЦБ сильно изменил норму обязательного резервирования. Здесь мы намеренно ограничиваемся данными до 2008 г. Что происходит в 2008 г., особо обсуждается в разделе 4.4.

Отношение правых и левых частей (4.5) и (4.6) показано на рис. 11. Рисунки ясно показывают, что в соотношении (4.6), не хватает обязательных резервов.

Подчеркнем, что соотношение (4.5) характеризует в первую очередь банковскую систему в целом, а не является просто описанием политики отдельных банков. Как видно из рис. 12, для отдельных банков соотношение (4.5) выполняется заметно хуже. Соотношение (4.5) также перестает выполняться, если исключить из банковской системы Сбербанк, и, тем более, Сбербанк вместе с Внешторгбанком.

Таким образом, можно сделать вывод, что современная банковская система России до последнего времени работала преимущественно по «открытой схеме». Выданные в кредит деньги уходят, например, на оплату импорта или вложения в иностранные активы, или просто обналичиваются, и уже из этих источников возвращаются в систему в виде вкладов и остатков расчетных счетов.

Заметим в заключение, что в модели мы отнюдь не рассматриваем разницу правых и левых частей (4.5) как случайное возмущение, а, напротив, пытаемся объяснить ее изменения изменениями конъюнктуры.

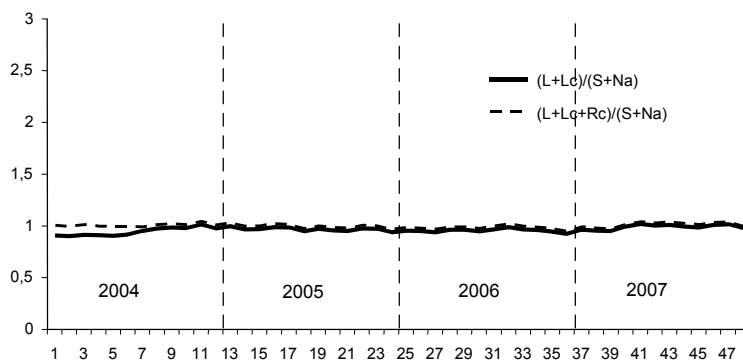


Рис. 11. Точность выполнения равенств (4.5) и (4.6)

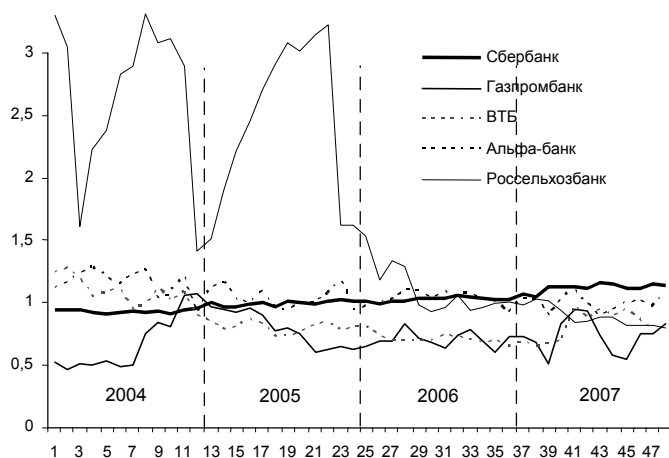


Рис. 12. Точность выполнения равенств (4.5) и (4.6) для отдельных банков

### 4.3. Динамика ликвидных активов

#### 4.3.1. Количественная теория денег с учетом изменения дюрации

Основной доход банку приносит кредитование клиентов. Ликвидные активы сами по себе дохода не приносят. Их банк держит для обеспечения платежей и расчетов по доходным операциям. Стандартным способом описания потребности в ликвидных активах служат соображения, подобные количественной теории денег (ограничения ликвидности): ликвидные остатки должны быть пропорциональны обороту активов, движение которых они обеспечивают.

На первый взгляд, кажется, что подобные соображения не применимы к описанию современной российской банковской системы, поскольку отношение доходных и ликвидных активов  $(L_t + L_c + R_c)/W_t$  систематически и заметно растет (см. рис. 13).

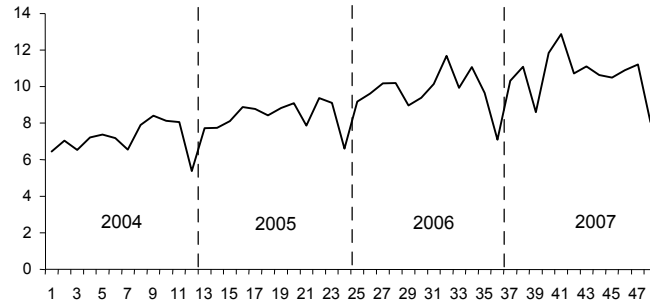


Рис. 13. Пропорция доходных и ликвидных активов

Необходимо, однако, обратить внимание на следующее обстоятельство. Потребность в ликвидных активах связана с **оборотами** по доходным счетам, а наблюдаемой величиной являются **остатки** доходных счетов. Соотношение же оборотов и остатков может изменяться вследствие изменения дюрации – среднего срока, на который выдаются кредиты.

Если обозначить через  $K(t)$  поток вновь выданных кредитов, через  $H(t)$  – поток возврата кредитов, через  $V(t)$  – поток новых вкладов, а через  $G(t)$  – изъятие депозитов, то динамику кредитов и депозитов можно описать как

$$(4.7) \quad \begin{aligned} L(t) &= L(t-1) + K(t) - H(t), \\ S(t) &= S(t-1) + V(t) - G(t). \end{aligned}$$

Потребность в ликвидных активах возникает, когда банк выдает кредит, поскольку клиент будет тратить полученные в кредит деньги на нужные ему платежи, и когда банк возвращает депозиты. Поэтому потребность в ликвидности можно попробовать описать как

$$(4.8) \quad W(t) = \tau_l K(t) + \tau_s G(t),$$

где  $\tau_l$ ,  $\tau_s$  – положительные постоянные, характеризующие период обращения денег в соответствующих сегментах платежной системы.

Потоки возвратов кредитов и депозитов можно оценить как

$$(4.9) \quad H(t) = \beta_L(t) L(t), \quad G(t) = \beta_S(t) S(t),$$

где  $\beta_L(t)$ ,  $\beta_S(t)$  – средние значения обратных величин сроков, на которые выдаются кредиты и привлекаются депозиты (обратных дюраций (3.1)).

Подставляя (4.9) в (4.7) и выражая после этого ненаблюдаемую величину  $K(t)$  через наблюдаемые  $L(t)$ ,  $L(t-1)$ , получаем из (4.8) выражение потребности в ликвидных активах через наблюдаемые величины.

$$(4.10) \quad W(t) = \tau_l (L(t) - L(t-1) + \beta_L(t) L(t)) + \tau_s \beta_S(t) S(t).$$

Из этого выражения уже видно, что если периоды обращения  $\tau_l$ ,  $\tau_s$  остаются постоянными, но дюрации  $\beta_L^{-1}$ ,  $\beta_S^{-1}$  изменяются, отношения  $L(t)/W(t)$  и  $S(t)/W(t)$  будут изменяться.

Может вызвать удивление, что в соотношении (4.8) не включены остатки расчетных счетов  $N(t)$ , хотя именно расчеты между клиентами разных банков должны вызывать наибольшую потребность в ликвидности у банков. Увы, эконометрические оценки отвергают значимость величины  $N(t)$  в выражениях для ликвидности. Дело, видимо, в характерных временах наблюдения. Дюрации кредитов и депозитов составляют величину больше месяца, поэтому по месячному изменению остатков можно судить об обороте кредитных и депозитных операций. Оборот же по расчетным счетам в 700–800 раз превосходит месячный остаток. Поэтому этот остаток не дает никакой информации об обороте. Этот печальный факт показывает, что, возможно, мы в принципе не можем извлечь из имеющейся информации достаточно сведений о тех процессах, которые необходимо моделировать.

Модель вида (4.10) мы достаточно успешно использовали на первом этапе исследования банковской системы. Однако эта модель перестала соответствовать статистике в 2007 г., когда происходили события, описанные в разделе 3.3.

Конечно, можно было бы сослаться на уникальный и искусственный характер этих событий и просто пропустить II квартал 2007 г. при идентификации и верификации модели. Но мы все-таки попытались видоизменить модель так, чтобы она описывала весь период 2004–2007 гг. без скидок на искусственное вмешательство в естественный ход экономического развития, тем более, что в первой версии модели были и некоторые внутренние дефекты.

#### 4.3.2. Спрос на деньги с предвидением потребности

После перебора множества вариантов было обнаружено следующее регрессионное соотношение для ликвидности:

$$\Delta W(t) = -1,089 W(t-1) + 5,766 \beta_S(t) S(t) \text{ } ^5),$$

которое может быть переписано в виде

$$(4.11) \quad W(t) = \tau_w (W(t) - W(t-1)) + \tau_s \beta_S(t) S(t), \quad \tau_w = 0,8182, \quad \tau_s = 5,2946.$$

Этому соотношению можно дать следующую интерпретацию. Обозначим через  $\hat{W}(t)$  спрос на ликвидность, определяемую формулой (4.10) (здесь и ниже  $\Delta$  обозначает первую разность временного ряда).

$$(4.12) \quad \hat{W}(t) = \tau_l (\Delta L(t) + \beta_L(t) L(t)) + \tau_s \beta_S(t) S(t).$$

<sup>5)</sup> При оценивании коэффициентов данного уравнения мы не сглаживали возникающие в декабре каждого года пики, связанные с сезонной динамикой ликвидности. Поэтому распределение остатков отлично от нормального, что делает невозможным проверку значимости коэффициентов. С другой стороны, полученные остатки стационарны, что позволяет использовать далее полученные коэффициенты.



Заменяя первые разности производными (что мы систематически делаем ниже при моделировании) и полагая  $\tau_l = 0$ , из (4.11), (4.12) получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$(4.13) \quad \frac{d}{dt} W(t) = \frac{1}{\tau_w} \left( W(t) - \hat{W}(t) \right).$$

Общие соображения количественной теории денег требуют, чтобы  $W(t) \sim \hat{W}(t)$ . Но при найденных значениях параметров решения однородного уравнения (4.13) растут гораздо быстрее, чем наблюдаемое  $\hat{W}(t)$ . Поэтому **единственным решением уравнения (4.13), удовлетворяющим требованию  $W(t) \sim \hat{W}(t)$ , является решение**

$$(4.14) \quad W(t) = \int_t^{\infty} e^{-\frac{t-u}{\tau_w}} \hat{W}(u) du.$$

При достаточно малом  $\tau_w$  интегрированием по частям выражение (4.14) приближенно сводится к выражению

$$(4.15) \quad W(t) = \hat{W}(t) + \tau_w \frac{d}{dt} \hat{W}(t) + \tau_w \int_t^{\infty} e^{-\frac{t-u}{\tau_w}} \frac{d^2}{dt^2} \hat{W}(u) du = \hat{W}(t + \tau_w) + O(\tau_w^2).$$

Таким образом, найденное соотношение (4.11) может быть интерпретировано как **адаптация объема ликвидности к ожидаемой в близком будущем потребности в деньгах.**

При идентификации соотношения (4.11) мы, разумеется, использовали вместо члена  $\tau_s \beta_s(t) S(t)$  более общее выражение (4.12), но член с  $L(t)$  оказался по эконометрическим критериям незначимым, и мы положили  $\tau_l = 0$ . Учет же изменения дюрации  $\beta_s(t)$  остается абсолютно необходимым.

#### 4.4. Влияние мирового финансового кризиса

В течение девяти месяцев (с января по сентябрь 2008 г.) были выявлены следующие изменения в динамике основных показателей.

За рассматриваемый период имел место значительный рост процентных и беспроцентных вложений со стороны государства в банковскую систему. Основной вклад в резкий рост показателя во II полугодии 2008 г. внесли три счета, входящие в состав процентных депозитов государства **Dg**: 41002, 41003, 41004. Все три счета относятся к разделу «Депозиты Минфина России» и отличаются только сроком – до 30 дней, от 31 до 90 дней и от 91 до 180 дней соответственно. Необходимо отметить, что на двух последних счетах ненулевые суммы появляются только в сентябре 2008 г., что является отражением действий Минфина и Центрального банка по борьбе с кризисом в банковском секторе. Совсем другая динамика общей суммы по счету 41002. Ненулевые значения по данному счету появляются в апреле 2008 г., за пять месяцев увеличиваются в 4 раза, а в октябре 2008 г. снова исчезают.

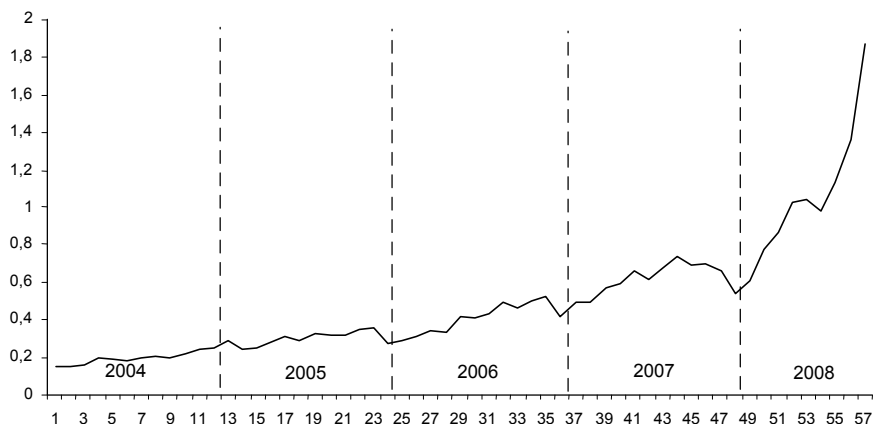


Рис. 14. Остатки расчетных и депозитных счетов государства в коммерческих банках, трлн. руб.

Оба соотношения, описывающие кредитную эмиссию в зависимости от схемы функционирования банковской системы (открытая или закрытая; см. (4.5), (4.6)) за девять месяцев 2008 г., фактически перестают выполняться с точностью, характерной для предыдущих четырех лет. Стоящие в знаменателе кредиты (даже без учета официальных резервов) оказываются больше привлеченных депозитов и остатков на расчетных счетах коммерческих организаций.

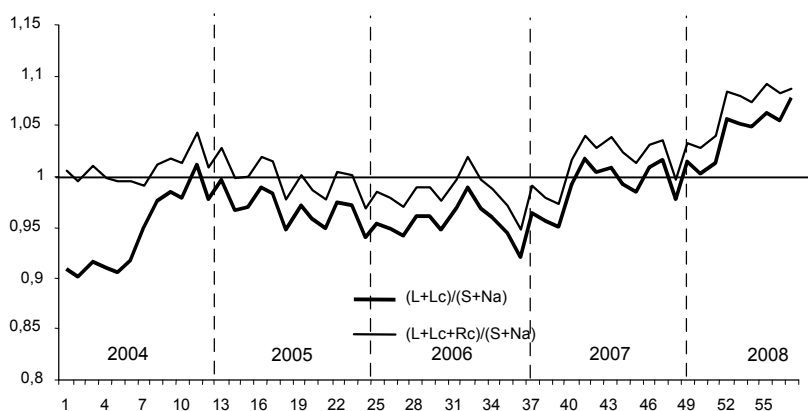


Рис. 15. Точность выполнения равенств (4.5) и (4.6)

Если не обращать внимания на пик, как в кредитной, так и в депозитной частях соотношений в мае 2007 г., связанный с операциями по продаже активов ЮКОСа, то можно заметить, что сумма кредитов и обязательных резервов (а именно эта сумма использовалась при моделировании поведения банковской системы с 2004 по 2007 гг.) продолжала расти с учетом сглаживания примерно постоянными темпами. В сумме же депозитов и расчетных счетов коммерческих организаций начиная

с января 2008 г. видно довольно значительное замедление, что и явилось причиной нарушения соотношения, описывающего кредитную эмиссию.

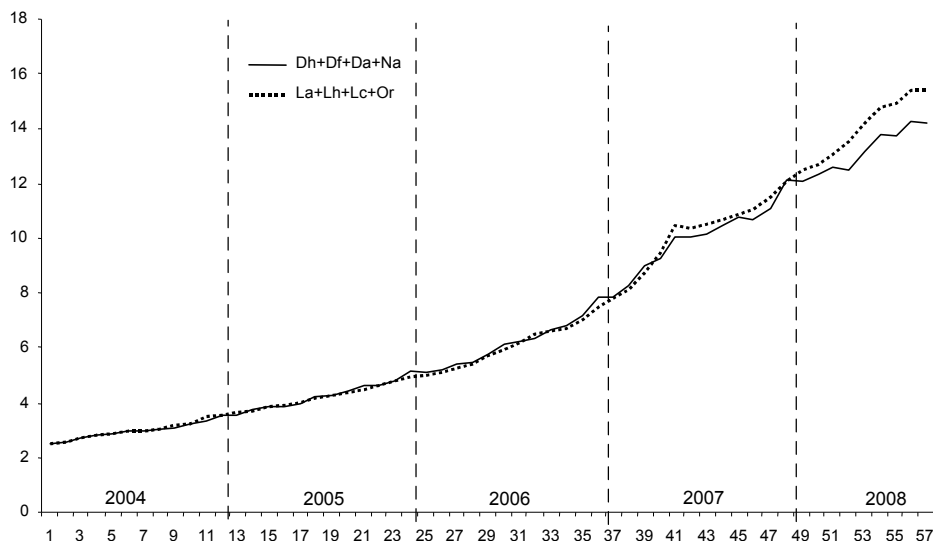


Рис. 16. Динамика числителя и знаменателя соотношения, описывающего кредитную эмиссию

Пересчитанная по модельному уравнению со старыми коэффициентами потребность банковского сектора в ликвидности за первые восемь месяцев 2008 г. оказывается значительно выше имеющейся. Ситуация меняется только в сентябре 2008 г., по всей видимости, в связи с вбросом дополнительных средств в банковскую систему (см. рис. 17). Причем, согласно модели, вброшенных средств оказалось больше, чем требовалось для удовлетворения потребности в ней уже в сентябре 2008 г.

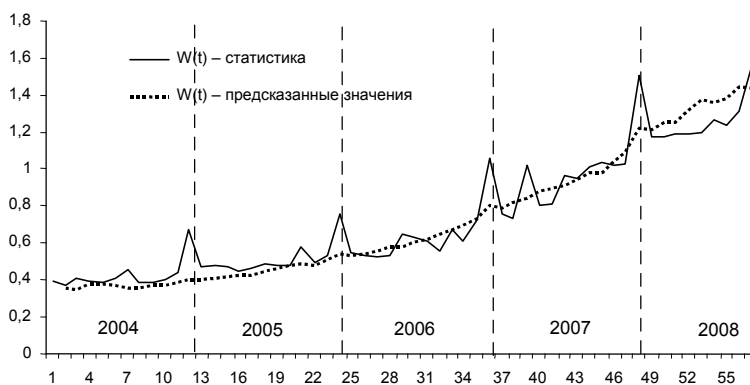


Рис. 17. Статистические и модельные значения ликвидности

Таким образом, использованные данные отражают все основные явления, обуславливающиеся в связи с мировым финансовым кризисом: отток капитала (рис. 16),

образовавшуюся вследствие этого нехватку ликвидности (рис. 17) и меры, принятые правительством для ее ликвидации (рис. 14).

## 5. Математическая модель банковской системы России

### 5.1. Модель рационального поведения банка

В силу отмеченной выше открытости российской банковской системы будем рассматривать модель всей банковской системы как модель одного банка из многих. В результате исследования этого описания мы сведем его к обычной динамической модели, определяющей спрос банковской системы на депозиты и предложение ею кредитов в зависимости от текущего состояния, а также от складывающихся на рынке процентов и других внешних факторов.

Итак, рассмотрим банк, который к моменту  $t$  привлек депозиты  $S(t)$  и выдал ссуды  $L(t)$ . Средние сроки, на которые привлекаются депозиты и выдаются кредиты (**дюрации**), обозначим соответственно через  $1/\beta_s(t)$  и  $1/\beta_l(t)$ . Тогда процесс изменения ссуд и депозитов (**остатков**) описывается уравнениями (ср. (4.7), (4.9)<sup>6)</sup>)

$$(5.1) \quad \frac{d}{dt}L(t) = K(t) - \beta_l L(t), \quad \frac{d}{dt}S(t) = V(t) - \beta_s(t)S(t),$$

где

(5.2)  $K(t) \geq 0$ ,  $V(t) \geq 0$  – потоки вновь выданных кредитов и вновь привлеченных вкладов. Считаем, что по выданным ссудам банк получает процентные платежи  $r_l(t)L(t)$ , где  $r_l(t)$  – эффективная ставка процента по ссудам, а за привлеченные средства банк платит проценты  $r_s(t)S(t)$ , где  $r_s(t)$  – эффективная ставка процента по депозитам.

Кроме депозитов  $S(t)$  банк привлекает еще средства в виде беспроцентных остатков расчетных счетов  $N(t)$ . Для величины этих остатков нет регулирующей величины типа процента, и банк должен просто ориентироваться на предложение со стороны клиентов. Поэтому эту величину считаем заданной экзогенно.

$$N(t) = N_n(t),$$

где  $N_n(t)$  – известное банку предложение остатков расчетных счетов.

Привлеченные средства  $S(t) + N_n(t)$  банк должен резервировать в ЦБ. Обозначая через  $\zeta_l(t)$  **норму резервирования**, получаем, что

$$Rc(t) = \zeta_l(t) (S(t) + N_n(t)).$$

<sup>6)</sup> Мы пробовали еще учесть то, что некая постоянная ссуд списывается как невозвратные, но эта возможность не улучшила идентификации, и для простоты мы ее здесь не описываем.

Сверх обязательных бесплатных резервов  $Rc(t)$  банк вкладывает в ЦБ еще и средства  $Lc(t)$  под процент  $r_c(t)$ . Депозиты в ЦБ краткосрочные, поэтому их дюрацию не учитываем.

$$(5.3) \quad Lc(t) \geq 0.$$

Рассматривая установленное выше соотношение (4.5) как некоторое институциональное ограничение на предложение ссуд, мы вводим в модель следующее ограничение на деятельность банка

$$(5.4) \quad L(t) + Lc(t) + \zeta_l(t) (S(t) + N_n(t)) \leq S(t) + N_n(t).$$

Ликвидные активы банка  $W(t)$  увеличиваются при получении процентов  $r_l(t)L(t)$ ,  $r_c(t)Lc(t)$ , вкладов  $V(t)$ , приращении остатков  $N(t)$  и возврате ссуд  $\beta_l(t)L(t)$ , а уменьшаются при выдаче кредитов  $K(t)$ , выплате процентов  $r_s(t)S(t)$ , возврате депозитов  $\beta_s(t)S(t)$ , вложении средств в ЦБ  $\frac{d}{dt}Lc(t)$ , а также за счет средств  $Z(t)$ , выводимых из круга собственно банковской деятельности.

$$(5.5) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dt}W(t) = & r_l(t)L(t) + \beta_l(t)L(t) - K(t) - r_s(t)S(t) - \beta_s(t)S(t) + \\ & + \frac{d}{dt}N(t) - \frac{d}{dt}Lc(t) + r_c(t)Lc(t) - Z(t). \end{aligned}$$

Поток  $Z(t)$  состоит из дивидендов собственникам, налоговых платежей, инвестиций в основные фонды (включая участие в собственности), а также операционных расходов. Эти потоки (кроме, может быть, налогов) не связаны напрямую с активами и пассивами банка, и мы попытаемся построить модель, не вдаваясь в подробное описание структуры потока  $Z(t)$ . Мы будем трактовать этот поток как извлекаемую из банковской деятельности прибыль, которую банк стремится максимизировать.

Дифференциальный аналог установленного эконометрического соотношения (4.11) мы считаем описанием **нижней** границы потребности банка в ликвидности.

$$(5.6) \quad \frac{d}{dt}W(t) \leq \frac{W(t) - \tau_s \beta_s(t)S(t)}{\tau_w}.$$

Эти соотношения представляют собой **ограничения**, наложенные в рамках модели на возможности банка выбирать значения своих **планируемых переменных** (управлений):

$$(5.7) \quad S(t), L(t), W(t), K(t), V(t), Z(t), Lc(t).$$

Согласно **принципу рациональных ожиданий**, лежащему в основе моделей межвременного равновесия, при планировании своих управляющих переменных банк может рассчитывать на точный прогноз **информационных переменных**:

$$(5.8) \quad \zeta_i(t), r_i(t), r_s(t), r_c(t), \beta_s(t), \beta_l(t), N_n(t).$$

В результате, выбор планируемых переменных банком фактически задает предложение им кредитов, а также его спрос на привлеченные и ликвидные средства как функцию от текущих и будущих значений информационных переменных (в первую очередь, процентов).

Теперь, чтобы поставить задачу о рациональном поведении банка, следует определить критерий выбора планируемых переменных. Мы используем здесь результаты недавно развитой теории равновесия с управлением капиталом (см. [16, 22]). Согласно этому подходу весьма универсальным описанием интересов экономического агента можно считать **стремление к максимизации собственной капитализации**, которое, в свою очередь, может быть сведено к задаче максимизации **потока полезных расходов** (в данном случае  $Z(t)$ ) в заданной временной пропорции  $d_b(t)$ :

$$(5.9) \quad Z(t) = \theta d_b(t), \theta \rightarrow \max$$

по переменным (5.7) при ограничениях (5.1)–(5.6) на некотором интервале  $[t_0, T]$ , заданных в начальный момент значениях фазовых переменных  $S(t_0)$ ,  $L(t_0)$ ,  $W(t_0)$ <sup>7)</sup> и заданных траекториях изменения экзогенных величин (5.8).

Для разрешимости задачи (5.9) ограничения (5.1)–(5.6) надо дополнить терминальными условиями, которые, как показано в [16], естественно задавать как условия роста некоторой линейной формы фазовых переменных

$$(5.10) \quad (a(L(t_0))L(t_0) + a(S(t_0))S(t_0) + W(t_0))e^{\gamma(T-t_0)} \leq a(L(T))L(T) + a(S(T))S(T) + W(T),$$

коэффициенты которой уточняются в процессе решения задачи.

Мы не останавливаемся подробно на этих деталях, поскольку, как оказывается, **выбор границ интервала планирования и вид терминальных условий в данном случае не влияют на вид решения.**

## 5.2. Решение задачи об оптимальном поведении банка

Задача (5.9) при ограничениях (5.1)–(5.6), (5.10) относится к весьма трудному классу задач оптимального управления. Это линейная неавтономная задача со смешанными ограничениями. Класс задач, подобных (5.1)–(5.6), (5.10), как с формальной, так и с содержательной точки зрения был изучен в [16, 22]. В распоряжении авторов имеется также оригинальная система ЭКОМОД [22], которая частично автоматизирует аналитическое исследование задачи.

В результате, из (5.1)–(5.6), (5.10) была выведена сравнительно простая и правдоподобная модель поведения банковской системы. Подробно ее вывод описан в работе [3]. Здесь же за недостатком места дадим только словесное описание основных этапов исследования и преобразования задачи (5.1)–(5.6), (5.10).

<sup>7)</sup> При идентификации модели в качестве  $t_0$  следует выбирать момент начала наблюдений, в качестве  $T$  – конец прогнозируемого периода.

1. Каждому из ограничений (5.1)–(5.6) ставится в соответствие двойственная переменная (неотрицательная – неравенству и знаконеопределенная – равенству), составляется функционал Лагранжа и выписываются условия его седловой точки, которые представляют собой систему достаточных условий оптимальности<sup>8)</sup>. Эти условия распадаются на 4 группы:

а) исходные дифференциальные уравнения (5.1), (5.5) (начальные условия для них считаются заданными);

б) сопряженные дифференциальные уравнения для переменных, двойственных к (5.1), (5.5);

в) условия трансверсальности, которые определяют терминальные условия для сопряженных дифференциальных уравнений;

г) условия дополняющей нежесткости для неравенств. Например, для первого неравенства в (5.2) это условие имеет вид

$$(5.11) \quad K(t) \geq 0, \quad k(t) \geq 0, \quad k(t) \cdot K(t) = 0,$$

где  $k(t)$  – двойственная переменная к этому неравенству.

2. В рамках модели банка целевую пропорцию дивидендов  $d_b(t)$  в (5.9) определить нельзя, поэтому мы считаем, что в условиях оптимальности величина привлеченных депозитов точно совпадает с наблюдаемой  $S(t) = S_s(t)$ , и с помощью этого равенства исключаем ненаблюдаемую величину  $d_b(t)$ , а также величину  $V(t)$ . После этого заменяем производные по времени на запаздывающие разности с шагом в один месяц. В результате получается система для определения неизвестных величин  $L(t)$ ,  $W(t)$ ,  $K(t)$ ,  $Lc(t)$ , состоящая из:

а) двух разностных уравнений для  $L(t)$ ,  $W(t)$  с соответствующими начальными условиями;

б) двух разностных уравнений для переменных  $k(t) \geq 0$  и  $\rho(t) \geq 0$ , двойственных, соответственно, к неравенствам  $K(t) \geq 0$  и (5.6), вместе с терминальными условиями для этих величин;

в) условий дополняющей нежесткости к неравенствам  $K(t) \geq 0$ , (5.3), (5.4), (5.6).

3. Всякое условие дополняющей нежесткости может быть записано как вырожденная функциональная зависимость прямой переменной от двойственной. Например, для (5.11)

$$(5.12) \quad K = \infty \text{ при } k < 0, \quad K \geq 0 \text{ при } k = 0, \quad K = 0 \text{ при } k > 0.$$

С экономической точки зрения эта зависимость задает бесконечно эластичную функцию предложения банком новых кредитов в зависимости от некой внутренней оценки  $k$ , имеющей размерность процента. Считая, что оптимизационная задача дала нам главное – нетривиальное выражение аргумента функции спроса, форму этой функции позволим себе подбирать эмпирически. Иначе говоря, мы заменяем идеальное соотношение (5.12) невырожденной зависимостью

<sup>8)</sup> Эти манипуляции проделываются автоматически системой ЭКОМОД, исходя из записи задачи непосредственно в форме (5.1)–(5.6), (5.10).

$$K(t) = ML(k(t))(S_s(t) + N_n(t)),$$

в которой параметры монотонно убывающей функции  $ML(\cdot)$  определяем в процессе идентификации модели. Аналогичным образом поступаем и с остальными условиями дополняющей нежесткости. Для определения 10 постоянных, входящих в приближенные выражения условий дополняющей нежесткости, мы имеем около 200 наблюдаемых значений выходных переменных.

4. В процессе идентификации модели выясняется замечательный факт: при тех значениях параметров, при которых модель хорошо воспроизводит наблюдаемые траектории, **динамические уравнения на двойственные переменные  $k(t)$  и  $\rho(t)$  могут быть заменены квазистационарными выражениями этих переменных**. Этот факт не только сильно упрощает модель, но и имеет важнейшее содержательное значение. Модель строилась на основе принципа рациональных ожиданий, т.е. в предположении, что банк знает будущие значения процентных ставок и других информационных переменных. Формально это выражалось в необходимости решать динамические уравнения для  $k(t)$  и  $\rho(t)$  с терминальными, а не с начальными условиями. После идентификации, однако, математические свойства этих уравнений оказываются такими, что зависимость от будущего становится несущественной, а величины  $k(t)$  и  $\rho(t)$  фактически определяются только текущими значениями информационных переменных. Модель рациональных ожиданий сводится к обычной динамической системе, но от оптимизации остаются нетривиальные выражения для аргументов функций спроса и предложения.

Окончательно система соотношений модели, определяющей выходные переменные  $L(t)$ ,  $W(t)$ ,  $Lc(t)$ , выглядит следующим образом:

$$(5.13) \quad \tau_w \Delta W(t) = W(t) - \tau_s \beta_s(t) S_s(t) - MW(\rho(t))(S_s(t) + N_n(t)),$$

$$(5.14) \quad \Delta L(t) = ML(k(t))(S_s(t) + N_n(t)) - \beta_l(t) L(t),$$

$$(5.15) \quad Lc(t) = (E(t) - \zeta(t))(S_s(t) + N_n(t)) - L(t),$$

$$(5.16) \quad E(t) - \frac{L(t)}{P(t)} - \zeta(t) = MC((-\tau_w r_s(t) + \tau_w r_c(t) + \tau_s \beta_s(t))\rho(t) - r_c(t) + \phi(t)\zeta(t) + r_s(t)),$$

$$(5.17) \quad 1 - E(t) = ME(\phi(t)),$$

$$0 = (-\tau_s \beta_s(t) - \tau_w r_l(t) + \tau_w r_s(t) + k(t))\rho(t) - \zeta(t)\phi(t) - r_s(t) + r_l(t) + \beta_l(t)k(t).$$

Здесь  $MC, ME, ML, MW$  – функции, приближающие условия дополняющей нежесткости. Первые две из них выбирались линейными, а вторые две – квадратичными.

### 5.3. Результаты расчетов

При идентификации модели экзогенные переменные определялись следующим образом. Депозиты  $S_s(t)$  и расчетные счета  $N_n(t)$  брались непосредственно из агрегированных банковских балансов. Обратные дюрации  $\beta_l(t)$ ,  $\beta_s(t)$  уже были



описаны выше (рис. 7). Норма резервирования  $\zeta(t)$  устанавливается Центральным банком дифференцированно по видам пассивов. Поэтому при идентификации мы взяли среднюю величину, вычисленную по фактической величине обязательных резервов. Самой сложной оказалась оценка величин фактических процентных ставок  $r_i(t)$ ,  $r_s(t)$ . Опубликованные данные, во-первых, различны в разных источниках [5, 13], во-вторых, относятся к предложению новых кредитов, а по логике модели нам нужны доходности уже сделанных вложений и привлеченных средств. По этим причинам мы вычисляли проценты как отношение доходов и расходов банков, отраженных в статьях счетов прибылей и убытков, к суммам привлеченных и отвлеченных средств.

Основные результаты расчетов по идентифицированной модели представлены на рис. 18–21. На всех рисунках тонкая линия показывает результат модельного расчета, а жирная – соответствующие статистические данные.

На рис. 18 показана динамика ликвидности. Видно, что модель правильно отражает только общий ход процесса изменения ликвидности, но не воспроизводит «пики», возникающие в декабре каждого года в связи с режимом роста всякого рода выплат и трат в конце года.

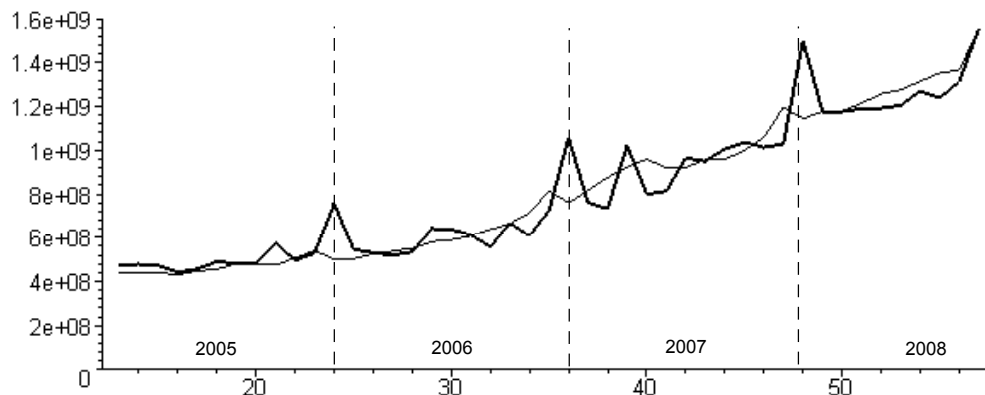


Рис. 18. Динамика ликвидности  $W(t)$ , тыс. руб.

Тем не менее дефицит ликвидности в районе 50-го месяца и его преодоление после 55-го месяца модель воспроизводит вполне удовлетворительно.

Еще более точно модель воспроизводит динамику ссуд (рис. 19).

На период кризиса (в конце кривой) модель дает значения ниже наблюдавшихся. Представляется, что это систематическое отклонение можно объяснить административными мерами правительства Российской Федерации по поддержке предложения кредитов.

Главным результатом модельных расчетов мы считаем следующие два.

Во-первых, как показывает рис. 20, модель хорошо воспроизводит динамику показателя замкнутости банковской системы  $E(t)$ . Особенно важно, что воспроизводится ее рост в конце, который в разделе 4.4 рассматривался как следствие оттока капитала из России вследствие кризиса.

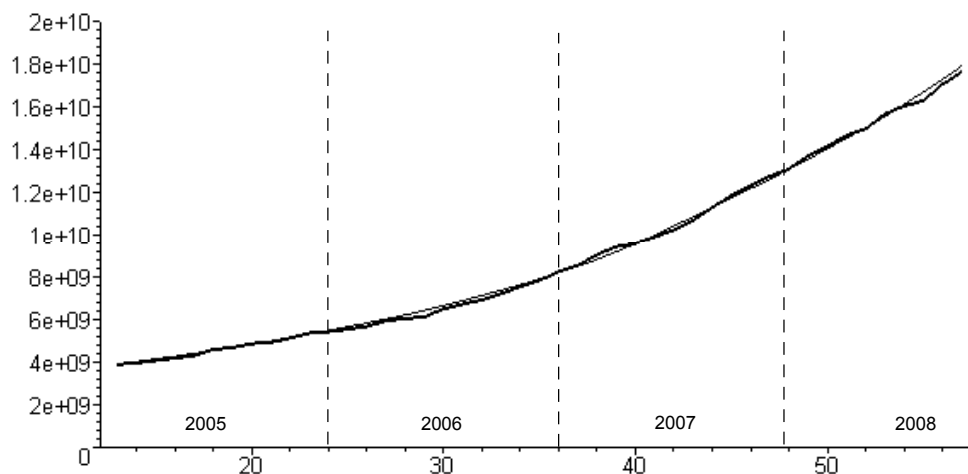


Рис. 19. Динамика ссуд  $L(t)$ , тыс. руб.

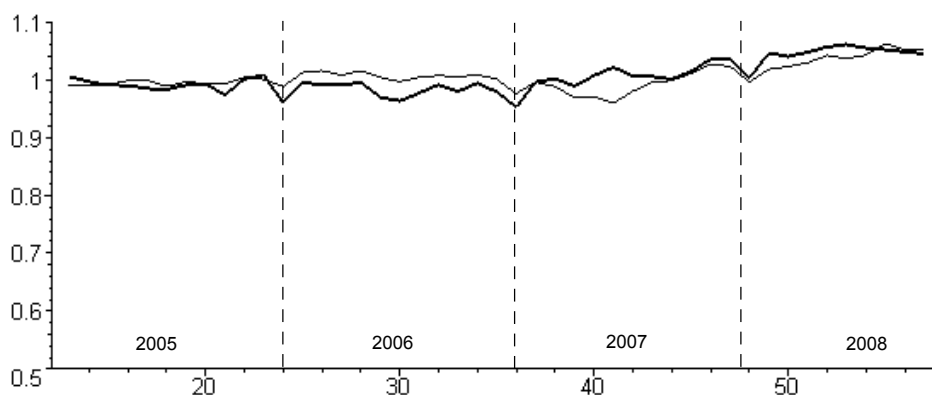


Рис. 20. Динамика показателя замкнутости банковской системы  $E(t)$

Во-вторых, модель воспроизводит нерегулярную динамику депозитов коммерческих банков в ЦБ, обсуждавшуюся в разделе 3.3.

Видно, что заданный экзогенно приток средств на остатки расчетных счетов  $N(t)$  (см. рис. 21) создает для модельного агента стимулы вкладывать деньги в ЦБ как раз тогда и такие, чтобы модельный ряд хорошо воспроизвел наблюдавшуюся динамику депозитов в ЦБ. Напротив, кризис заставляет банки извлекать эти вклады.

Аналитических и прогнозных расчетов мы не проводили, поскольку модель одного агента содержит слишком много экзогенных переменных, которые бессмысленно изменять и прогнозировать независимо друг от друга.

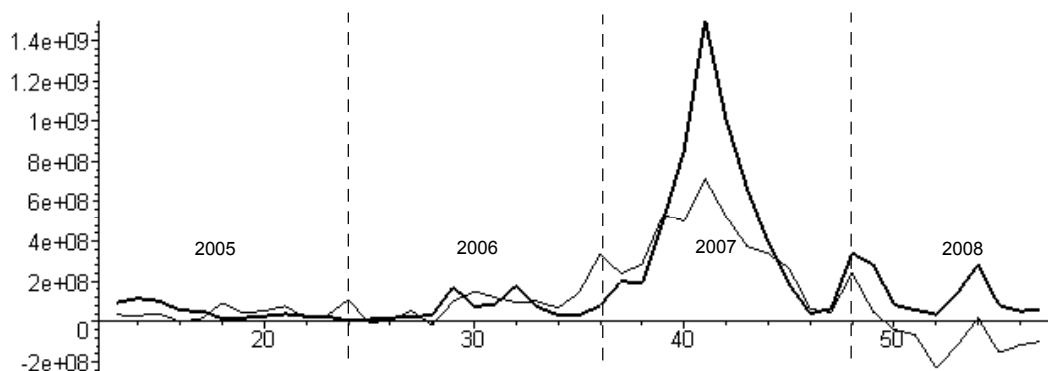


Рис. 21. Депозиты банков в ЦБ  $I_c(t)$ , тыс. руб.

## 6. Заключение

В настоящей статье предложено сравнительно несложное и правдоподобное описание функционирования современной банковской системы, пригодное для использования в модели общего межвременного равновесия, причем это описание не может быть заменено простыми соотношениями типа денежных мультипликаторов.

Модель успешно воспроизводит реакцию банковской системы на неожиданные события, такие как, например, масштабная распродажа активов или мировой финансовый кризис.

Выяснилось, что банковская система функционирует как единый агент даже в случае явно искусственного вмешательства в нормальное течение ее деятельности. Выяснилось также, что банковская система исполняет свою основную функцию – трансформацию сбережений в инвестиции, но источники инвестиций она предпочитает заимствовать за рубежом, а не создавать путем кредитной эмиссии.

В процессе работы был накоплен определенный опыт сочетания эконометрического и структурного подходов к моделированию поведения экономического агента. В частности, с помощью эконометрических исследований был выявлен основной круг оборота привлеченных и отвлеченных средств, а также найдена своеобразная модификация соотношений количественной теории денег. Эти эмпирические соотношения использовались в модели рационального поведения как технологические и институциональные ограничения.

\* \*

\*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев М.Ю., Пильник Н.П., Поспелов И.Г. Сильный магистральный эффект в модели рациональных ожиданий современной банковской системы России // Экономика и математические методы [в печати].

2. Андреев М.Ю., Пильник Н.П., Поспелов И.Г. Эконометрическое исследование и модельное описание деятельности современной российской банковской системы. М.: ВЦ РАН, 2008.

3. Андреев М.Ю., Поспелов И.Г. Принцип рациональных ожиданий: обзор концепций и примеры моделей. М.: ВЦ РАН, 2008.
4. Андреев М.Ю., Поспелов И.Г. Модель управления ликвидностью банка при случай-но колеблющихся ставках процентов // Математическое моделирование. 2004. № 3. С. 3–22.
5. Бюллетень банковской статистики. URL: <http://www.cbr.ru/publ/main.asp?Prtid=BBS>.
6. Гуриев С.М., Поспелов И.Г. Модель деятельности банка при отсутствии инфляции и экономического роста // Экономика и математические методы. 1997. Т. 33. Вып. 3. С. 35–47.
7. Гусейн-Заде С.М. О встречаемости ключевых слов и о других ранжированных рядах // НТИ. Сер. 2. 1987. № 1. С. 28–32.
8. Дмитриев А.С., Шугаль Н.Б. Макроэкономическое моделирование взаимосвязей реального и денежного секторов российской экономики (часть 1) // Экономический журнал ВШЭ. 2006. Т. 10. № 2. С. 234–266.
9. Дорнбуш Р., Фишер С., Шмалензи Р. Экономика. М.: Дело, 2001.
10. Канторович Г.Г. Лекции: Анализ временных рядов. URL: [http://library.hse.ru/e-resources/HSE\\_economic\\_journal/articles/06\\_01\\_06.pdf](http://library.hse.ru/e-resources/HSE_economic_journal/articles/06_01_06.pdf).
11. Макаров В.Л. Вычислимая модель российской экономики (RUSEC): Препринт. WP/99/069/ М.: ЦЭМИ РАН, 1999.
12. Математическая модель экономики переходного периода / Автухович Э.В., Гу-риев С.М., Оленев Н.Н. и др. М.: ВЦ РАН, 1999.
13. Официальный сайт ЦБ РФ. URL: [www.cbr.ru](http://www.cbr.ru)
14. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирова-ния экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996.
15. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. От Госплана к неэффективному рынку: Математический анализ эволюции российских экономических структур. N.Y.: The Edwin Mellen Press, Lewiston – Queenston-Lampeter, 1999.
16. Пильник Н.П., Поспелов И.Г. О естественных терминальных условиях в моде-лях межвременного равновесия // Экономический журнал ВШЭ. 2007. Т. 11. № 1. С. 3–33.
17. Поляков А.К. Исследование модели управления ликвидностью при условии слу-чайно колеблющихся ставок процентов. Выпускная квалификационная работа. ГУ ВШЭ. Ка-федра математической экономики и эконометрики, 2005.
18. Портал статистических данных. URL: [www.hse.stat.ru](http://www.hse.stat.ru).
19. Поспелов И.Г. Модель современной экономики России: методы, технология, ре-зультаты. URL: <http://spkurdyumov.narod.ru/Pospelov15.htm>.
20. Поспелов И.Г. Моделирование экономических структур. М.: ФАЗИС: ВЦ РАН, 2003.
21. Справочник по кредитным организациям. URL: <http://www.cbr.ru/credit/transparent.asp>
22. Технология моделирования экономики и модель современной экономики России / Андреев М.Ю., Поспелов И.Г., Поспелова И.И., Хохлов М.А. М.: МИФИ, 2007.
23. Чуканов С.В. Переходные процессы в экономике и нестационарные модели эко-номической динамики. М.: ВЦ РАН, 2006.
24. Diaz-Gimenez J. Banking in Computable General Equilibrium Economies. Federal Reserve Bank of Minneapolis. Research Department Staff Report 153. 1992.
25. Greene W.H. Econometric Analysis. 5<sup>th</sup> ed. Prentice Hall, 2003.
26. Goodhart C., Sunirand P., Tsomocos D.P. A Time Series Analysis of Financial Fra- gility in the UK Banking System. Bank of England, 2004.

27. *Harrison R., Nikolov K., Quinn M., Ramsey G.* The Bank of England Quarterly Model. URL: [www.bankofengland.co.uk/publications/beqm/](http://www.bankofengland.co.uk/publications/beqm/).
28. *Fair R.C.* The U.S. Macroeconometric Model. URL: <http://fairmodel.econ.yale.edu/wrkbook/wb.htm#0>.
29. *Florenzano M., Kanellopoulou S., Vailakis Y.* Equilibrium of Incomplete Markets With Money and Intermediate Banking System. Centre d'Economie de la Sorbonne (CES), 2006. URL: <http://mse.univ-paris1.fr/Publicat.htm>.
30. *Kobayashi K.* A Theory of Banking Crises: RIETI Discussion Paper Series 03-E-016. Sep. 2003.
31. *Machicado C.G.* Liquidity Shocks and the Dollarization of a Banking System: Development Research Working Paper Series. № 09/2006.
32. *Von Thadden E.-L.* An Incentive Problem in the Dynamic Theory of Banking: Research Paper Series. International Center for Financial Asset Management and Engineering. 2000. Dec.