СМИРНОВ А.Д.

заслуженный деятель науки Российской Федерации

доктор экономических наук, профессор

Модели макрофинансовых процессов

Спецкурс
для студентов специальности
«Математическая экономика и эконометрика»
2010-11 учебный год

Часть вторая. 2-й семестр 2011 года

- Финансовые пузыри как модель перколяции финансового рынка

Лекция 1. 8 февраля 2011 года

- Некоторые итоги первого семестра.
- Второй семестр: модель финансового пузыря
- Общее макроуравнение модели финансового пузыря
- Микроуровень: модель перколации
- «Классическая» и корреляционная перколация
- Класс универсальности и константы перколации
- Вероятностная интерпретация модели
- Расчёт вероятностей кризиса

Модель финансового кризиса

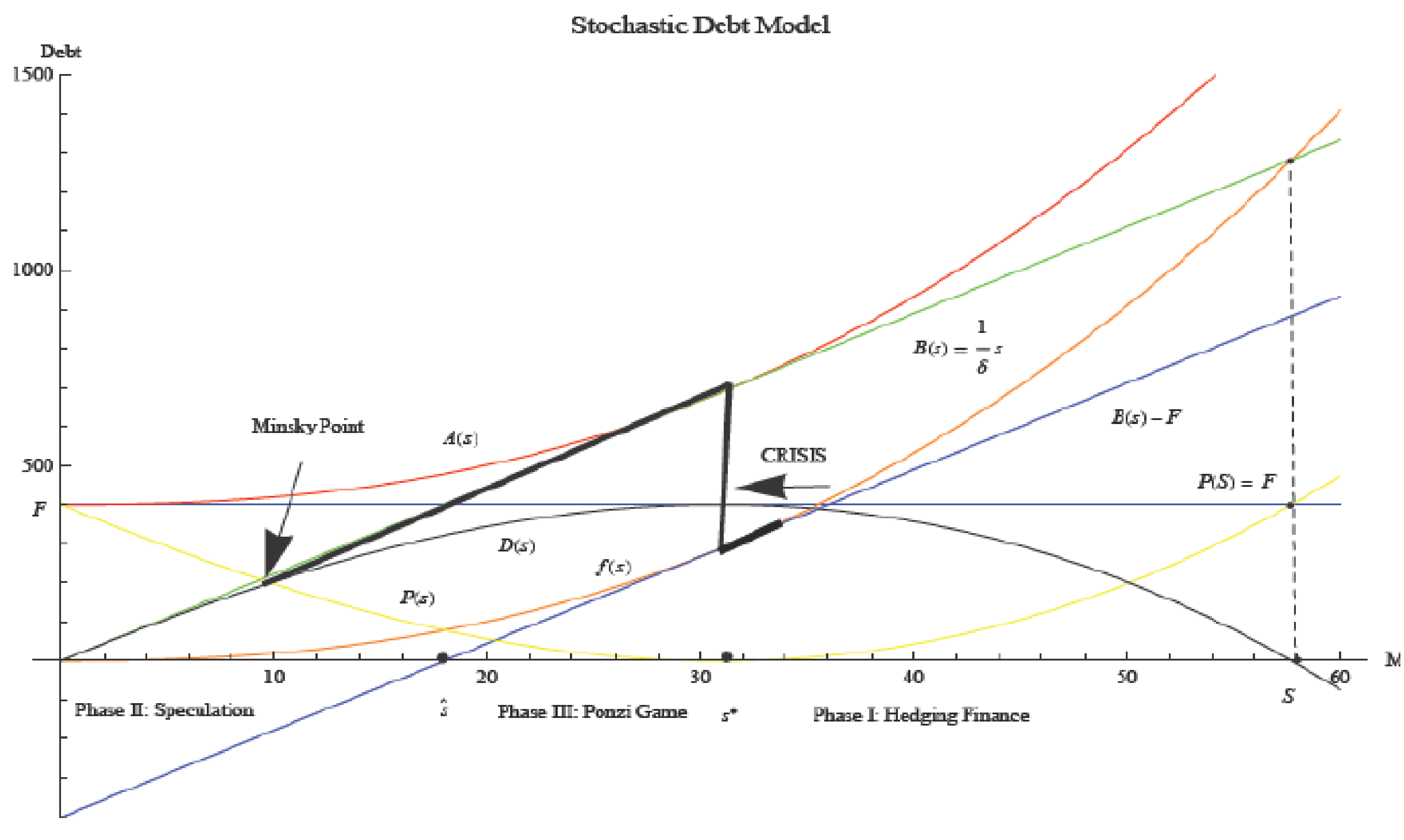


Figure 8. The Minsky Phases in Finance.

Финансовый пузырь как предшественник кризиса

Financial bubble

It should be noted that the proposed model depicts just an emergence of a financial bubble due to investors' substitution of the market debt value, $D(s_t)$, for its expected value, $B(s_t)$. As it was mentioned above, financial bubbles could be studied via models of financial percolation as in (Smirnov, 2007, 2010). It follows from the theory of percolation that in vicinity of the critical point $s = s^*$ financial bubble starts to expand in a highly nonlinear manner resembling function

(61) $f(s) = V(s^* - s)^{-\gamma}$

where $\gamma = 2.39$ is one of the percolation constants. Empirically, financial time series are known to have typically the power law distribution with exponent close to 3.0 (Lux, 2006) . If in our primer it is reasonable to assume that the new debt value evolve as function

(62) $f(s) = Ks^{2.4} + V(s^* - s)^{-2.39}$,

then the bubble would have been originated in the locality of the critical point $s = s^*$. This process is represented in Figure 9.

Финансовый пузырь в критической точке

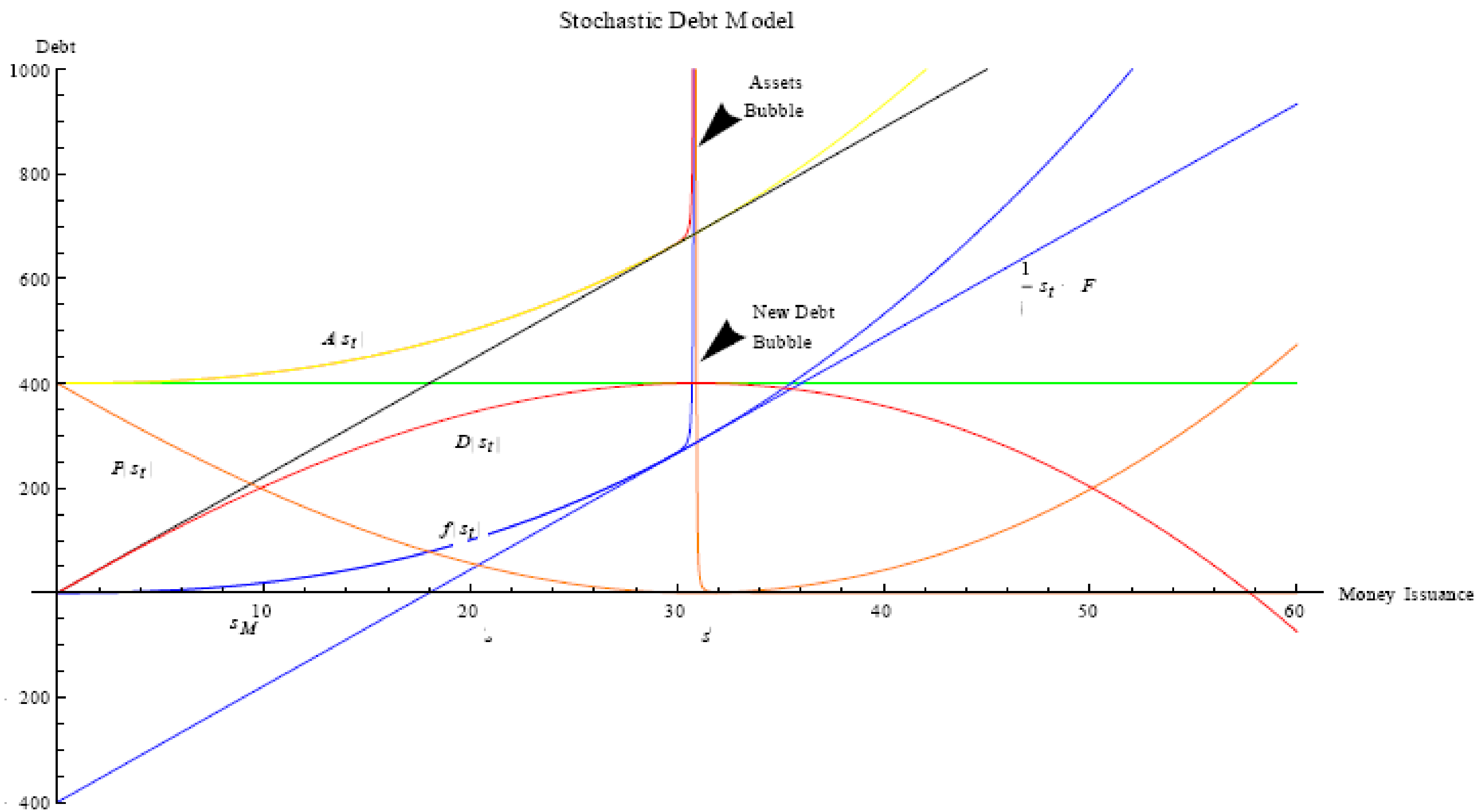


Figure 9. The Financial Bubble Emergence.

Функция стоимости нового долга и сингулярность финансовой системы

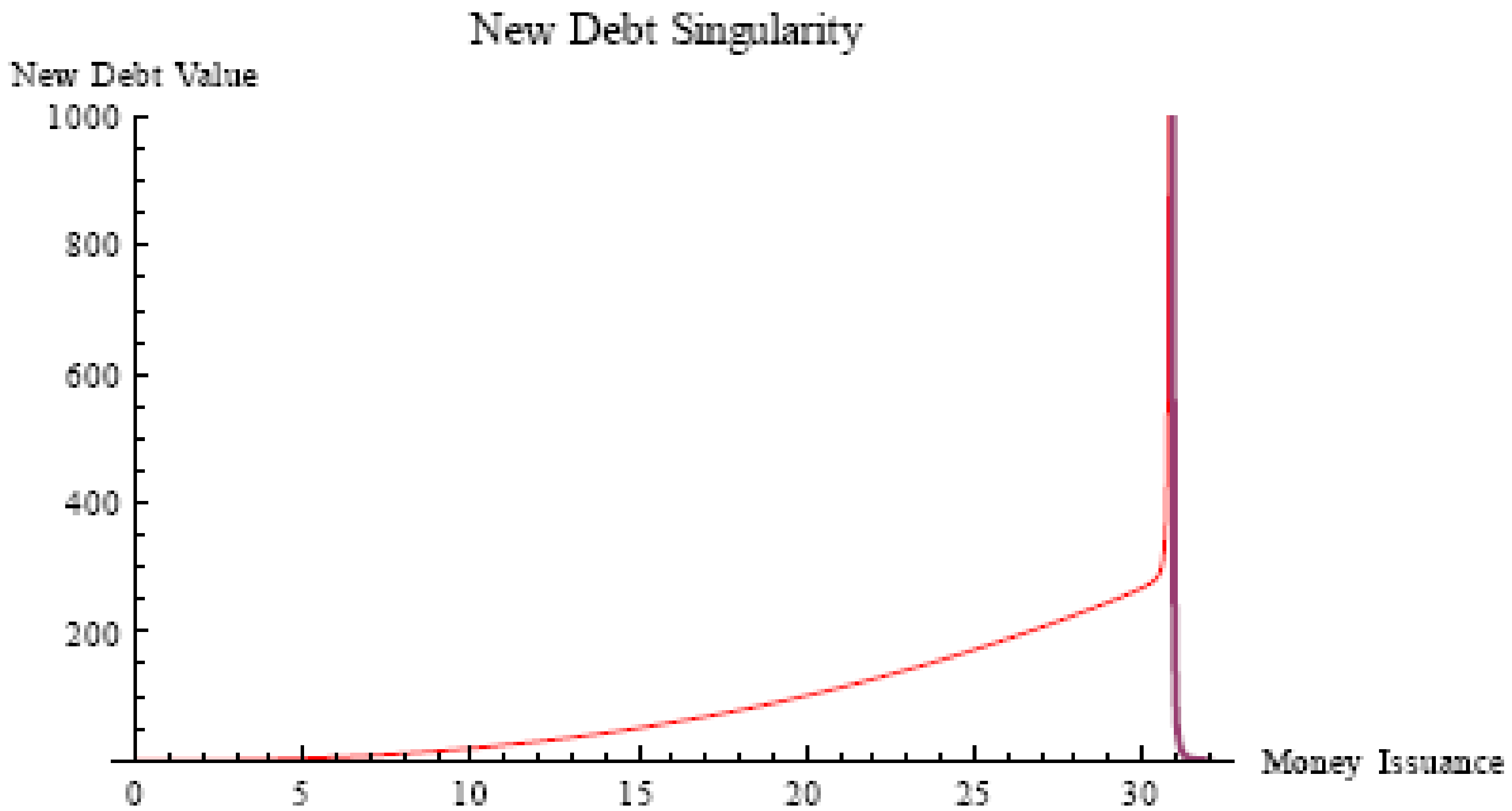
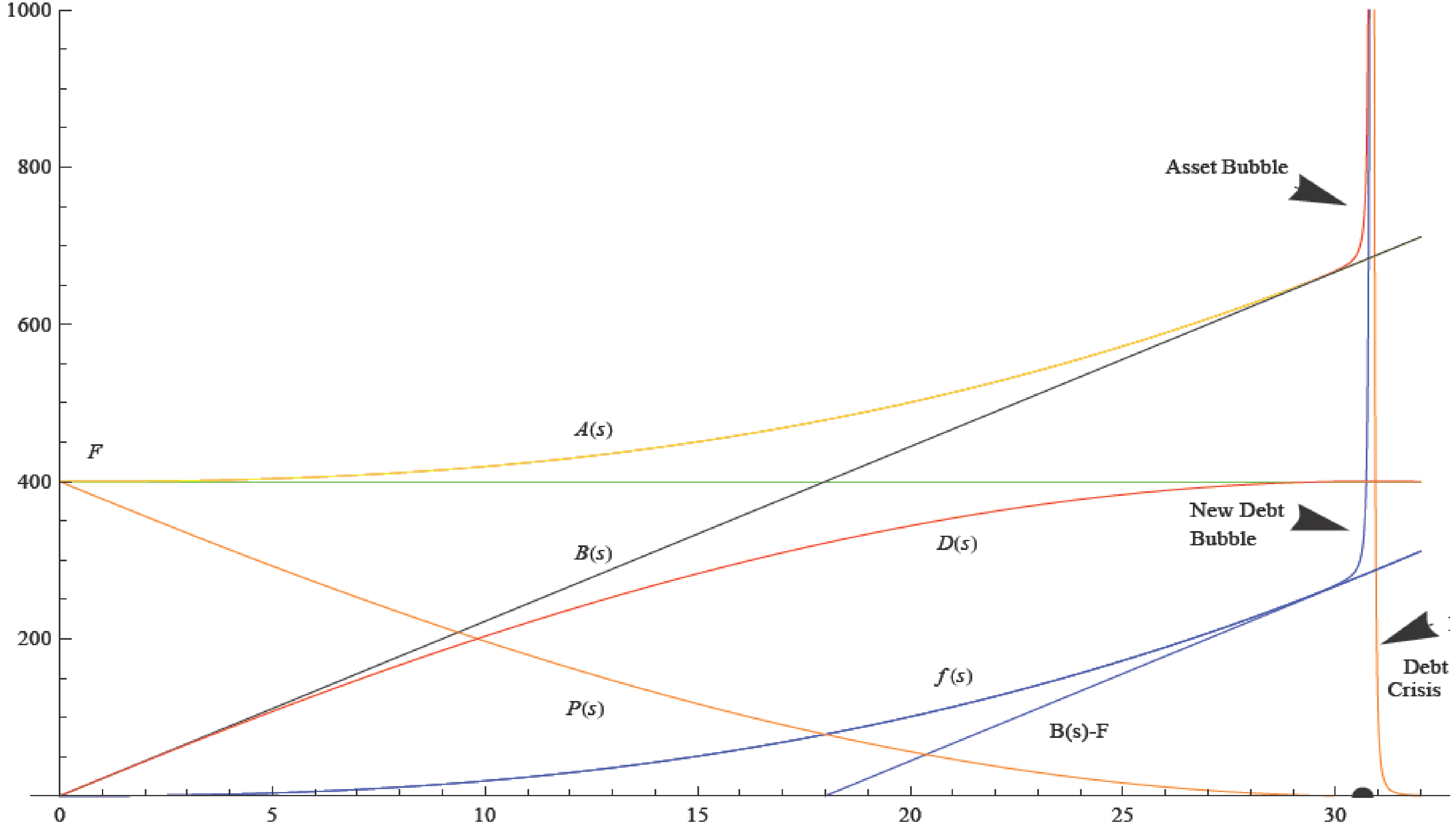


Figure 9. The new debt function singularity.

Финансовый пузырь и кризис



Смирнов А.Д. профессор
доктор экономических наук

Отношение общего долга к денежной базе (источник: Independent Strategy)

Финансовые пузыри и кризисы

- Исторически кризисам всегда предшествовали финансовые пузыри
- Финансовые пузыри – суть иррационального поведения инвесторов
- На финансовых рынках отрицательная обратная связь замещается на положительную. Рынок превращается в автокаталитическую систему
- Поведение инвесторов становится существенно нелинейным и локально предсказуемым (детерминированным)
- Пузырь неизбежно лопается, т.е. система является сингулярной. Точка сингулярности – критический объём эмиссии денег

Лекция 2. 14 февраля 2011 года.

- Простая модель финансового рынка Кейнса
- Взаимодействие денег и долгов
- Макро и микроаспекты динамики долга
- Гипотезы функции эмиссии денег

Простая модель финансового рынка Кейнса

В предположении непрерывности и дифференцируемости функций

$$A = M + B$$

по времени, при условии отсутствия рисков и превалирования финансовых сделок, получаем уравнение:

$$\dot{A} = \dot{M} + \dot{B}\ ,$$

где $\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt}$.

По экономическому смыслу: $\dot{A} = \mu B$, где $\mu > 0$ - ставка доходности актива (долга). Полагая, что эмиссия денег удовлетворяет условию:

$$\dot{M} = s\ ,$$

приходим к простой модели долга:

$$\dot{B} = \mu B - s\ .$$

Макрофинансовая модель: стоимость долга есть функция эмиссии денег

Simple Money-Debt Model Analysis:

$$\frac{dB}{ds} = rB(s) - s;\; B(0) = 15.0;\; r = 0.1;\; s \in [0, 3]$$

Solution to the equation : $\frac{dB}{ds} = rB(s) - s$ is

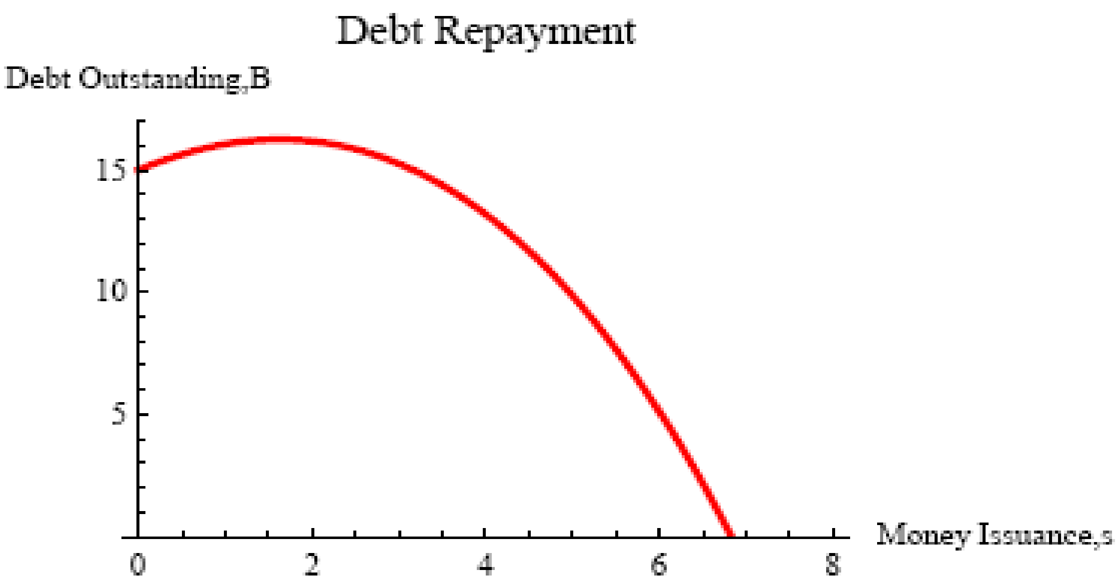
$$B(s) = \left[B(0) - \frac{1}{r^2}\right] \mathrm{Exp}[rs] + \frac{1}{r}\left(s + \frac{1}{r}\right)$$

a. If the debt value depends upon money issuance : B = B (S),
then money cannot go on infinitely but restricted well below the total debt value. Otherwise, money becomes an asset for its issuer instead of liability.

b. On the microlevel an individual debt can be fully redeemed. Contrary to that, on the macrolevel debt outstanding cannot be equal to the zero; otherwise money turned into worthless paper.

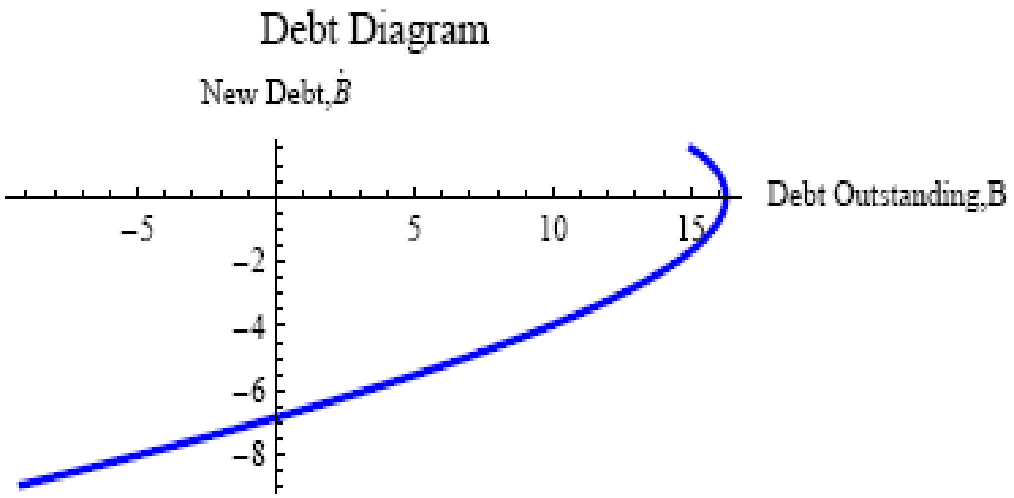
Динамика долга в простой линейной модели

```
s = NDSolve[{y'[x] == 0.1 y[x] - x, y[0] == 15.0}, y, {x, 0, 8}]

{{y → InterpolatingFunction[{{0., 8.}}, <>]}}

Plot[Evaluate[y[x] /. s], {x, 0, 8}, PlotLabel → "Debt Repayment",
 AxesLabel → {"Money Issuance,s", "Debt Outstanding,B"},
 PlotStyle → {Thick, Red}, PlotRange → {0, 17}]
```



Параметрическая зависимость нового долга и общего объёма долга от денег

```
ParametricPlot[Evaluate[{y[x], y'[x]} /. s], {x, 0, 8}, PlotLabel → "Debt Diagram",
 AxesLabel → {"Debt Outstanding,B", "New Debt,Ḃ"}, PlotStyle → {Thick, Blue}]
```

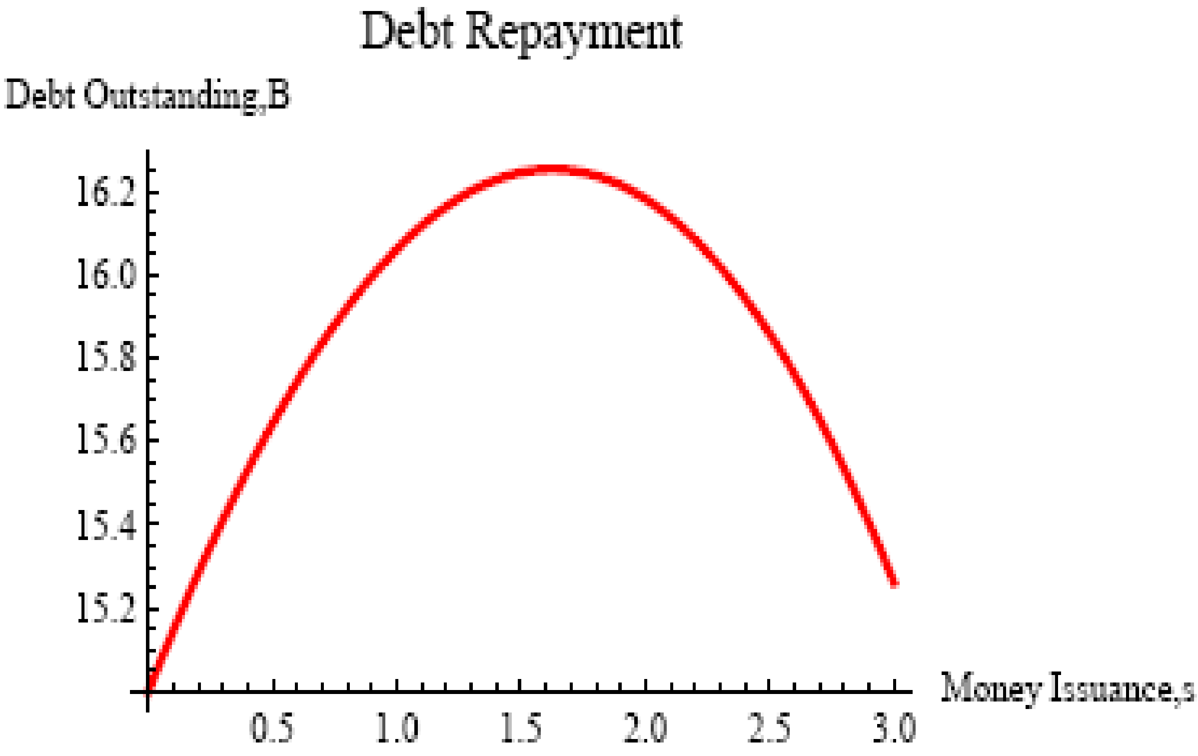


Reasonable proportions of debt - money are

```
s = NDSolve[{y'[x] == 0.1 y[x] - x, y[0] == 15.0}, y, {x, 0, 3}]
{{y → InterpolatingFunction[{{0., 3.}}, <>]}}
```

Экономически значимые пределы изменения стоимости долга

```
Plot[Evaluate[y[x] /. s], {x, 0, 3}, PlotLabel → "Debt Repayment",
 AxesLabel → {"Money Issuance,s", "Debt Outstanding,B"},
 PlotStyle → {Thick, Red}, PlotRange → All]
```



Гипотезы эмиссии денег

1. **Simple money issuance : m (s) = s**

Solution to the equation : $\frac{db}{ds} = rb(s) - s$ is

$$b(s) = \left[b(0) - \frac{1}{r^2}\right] \mathrm{Exp}[rs] + \frac{1}{r}\left(s + \frac{1}{r}\right)$$

```
DSolve[y'[x] == a * y[x] - x, y[x], x]
```

$$\left\{\left\{y[x] \to \frac{1 + a\,x}{a^2} + e^{a\,x}\,C[1]\right\}\right\}$$

$b(0) = 15.0;\ r = 0.1;\ s \in [0, 5]$

```
s = NDSolve[{y'[x] == 0.1 y[x] - x, y[0] == 15.0}, y, {x, 0, 3}]
{{y → InterpolatingFunction[{{0., 3.}}, <>]}}
```

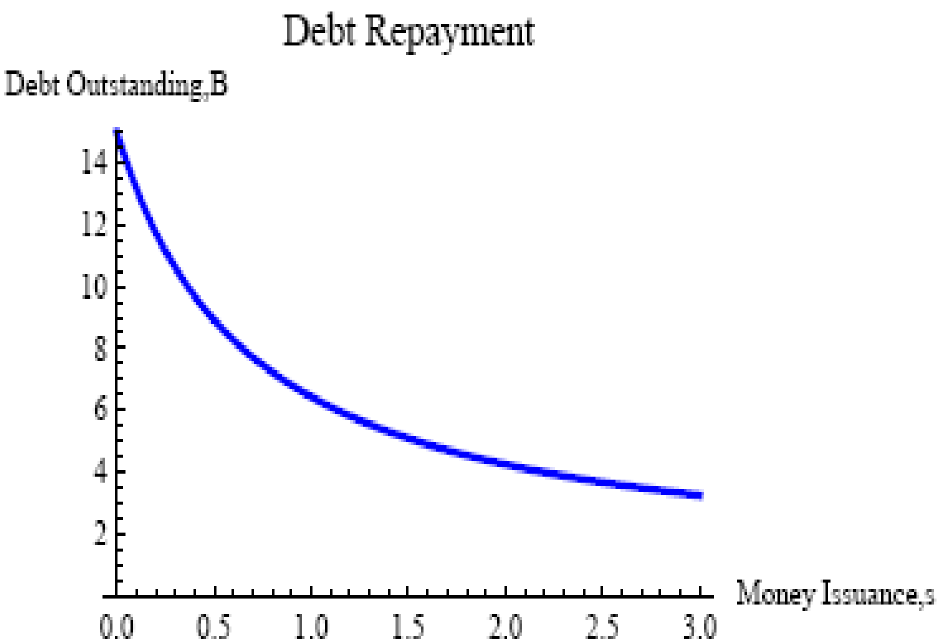
2. **The Logistic Model** is a particular (one - parametric) case of the Bernoulli equation with n = 2 : $m(s) = r * (b(s))^2$;

$b(0) = 15.0;\ r = \rho = 0.1;\ s \in [0, 5]$

```
s = NDSolve[{y'[x] == 0.1 y[x] (1 - y[x]), y[0] == 15.0}, y, {x, 0, 3}]
{{y → InterpolatingFunction[{{0., 3.}}, <>]}}
```

Стоимость долга для логистической гипотезы эмиссии денег

```
Plot[Evaluate[y[x] /. s], {x, 0, 3}, PlotLabel → "Debt Repayment",
 AxesLabel → {"Money Issuance,s", "Debt Outstanding,B"},
 PlotStyle → {Thick, Blue}, PlotRange → {0, 15}]
```



The logistic system is superstable but implies very strict bounds upon the debt growth

Гипотеза Бернулли динамики денег и долгов

3. **The Bernoulli Model** depends upon parameters r, ρ, a

$$\frac{dB}{ds} = r * B(s) - \rho * (B(s))^{a} \quad \text{or} \quad \frac{dB}{ds} = f[B(0), r, \rho, a] \quad \text{where } r, \rho, a > 0$$

r is the macroparameter, ρ is the micro parameter,

a - is the interrelation intensity, which is not necessarily an integer,

in particular, for the "classical" percolation model a = 1.42 .

<u>Case A : The Debt Bubble Origin</u> : r = 0.01; $\rho > 0 \to \rho = -0.5 < 0$;

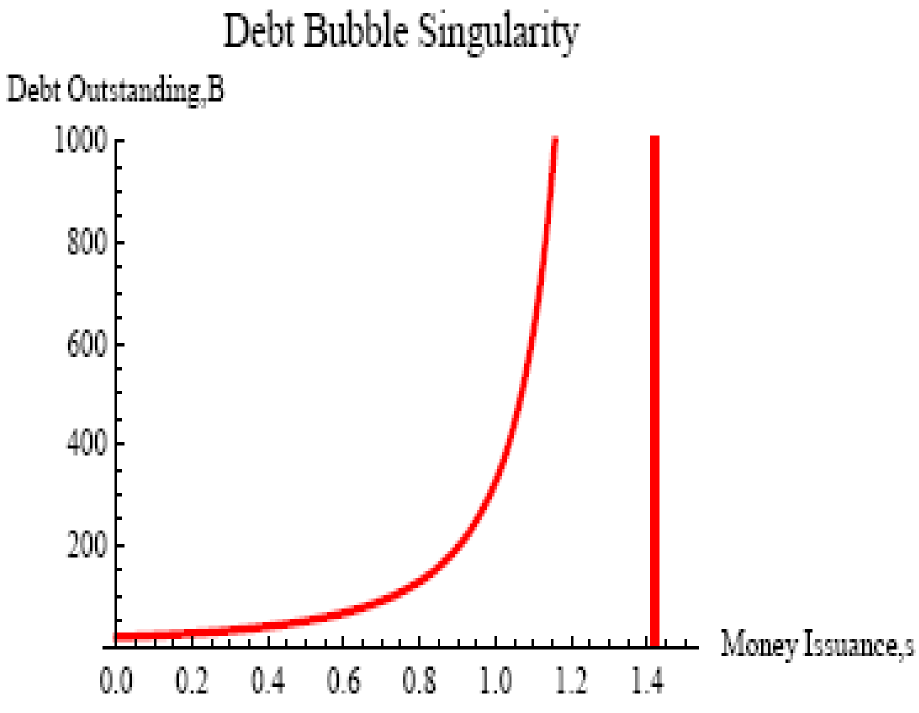
```
s = NDSolve[{y'[x] == 0.01 y[x] + 0.5 (y[x])^1.42, y[0.5] == 50.0}, y, {x, 0, 1.5}]
```

NDSolve::ndsz : At x == 1.419125336669559`, step size is effectively zero; singularity or stiff system suspected. ≫

```
{{y → InterpolatingFunction[{{0., 1.41913}}, <>]}}
```

Долговой пузырь

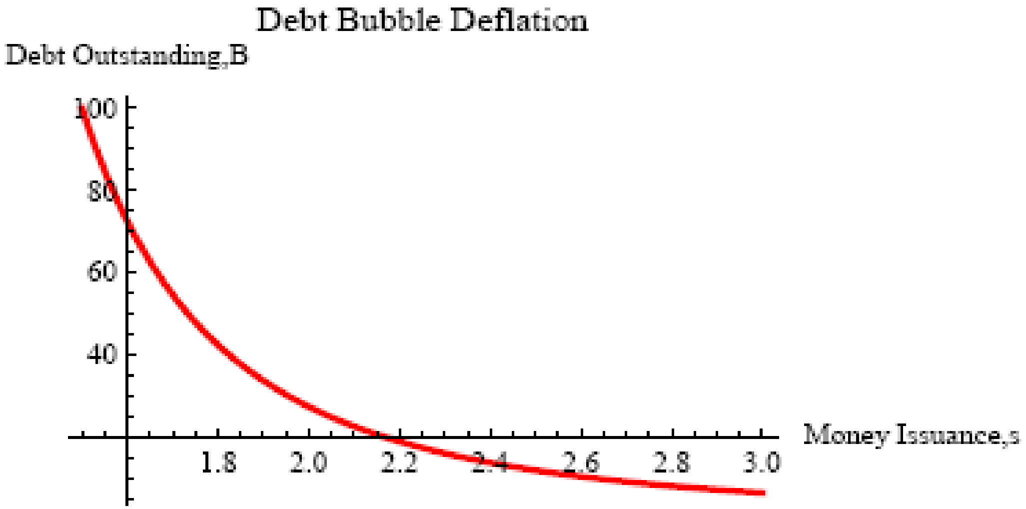
```
Plot[Evaluate[y[x] /. s], {x, 0, 1.5},
 PlotRange → {0, 1000}, PlotLabel → "Debt Bubble Singularity",
 AxesLabel → {"Money Issuance,s", "Debt Outstanding,B"}, PlotStyle → {Thick, Red}]
```



Дефляция долга по И.Фишеру

Case B, The Debt Bubble Deflation : r ≃ 0.01; ρ → 0.5; n ≡ a = 1.42

```
s = NDSolve[{y'[x] == 0.01 y[x] - 0.5 y[x]^1.42, y[1.5] == 100.0}, y, {x, 1.5, 3}]
{{y → InterpolatingFunction[{{1.5, 3.}}, <>]}}

Plot[Evaluate[y[x] /. s], {x, 1.5, 3}, PlotLabel → "Debt Bubble Deflation",
 AxesLabel → {"Money Issuance,s", "Debt Outstanding,B"},
 PlotRange → All, PlotStyle → {Thick, Red}]
```



Restricted and finite money issuance (up to $5trln) implies practically infinite amount of debt outstanding which is demonstrated by the following graph :

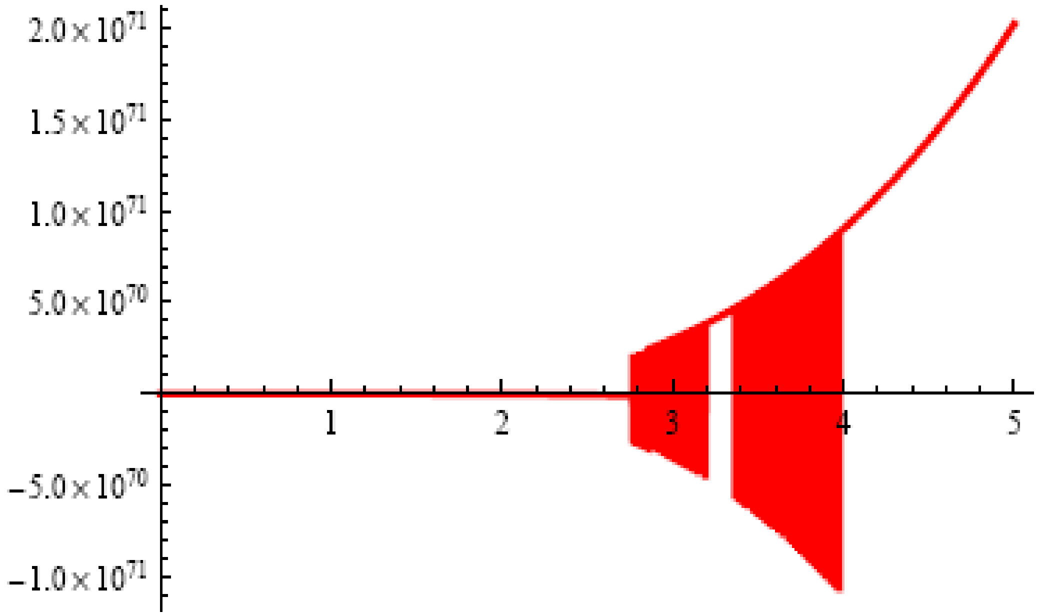
Динамика долга для нелинейности Бернулли

```
s = NDSolve[{y'[x] == y[x]^1.42, y[0] == 15.0}, y, {x, 0, 5}]
```

NDSolve::ndsz : At x == 0.763470646325997`, step size is effectively zero; singularity or stiff system suspected. ≫

```
{{y → InterpolatingFunction[{{0., 0.763471}}, <>]}}
```

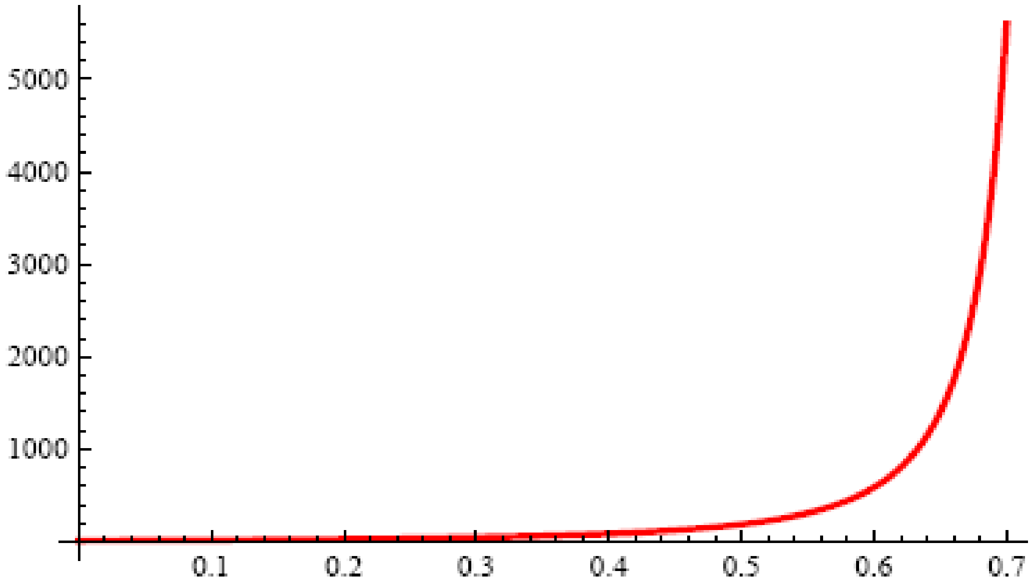
```
Plot[Evaluate[y[x] /. s], {x, 0, 5}, PlotRange → All, PlotStyle → {Thick, Red}]
```



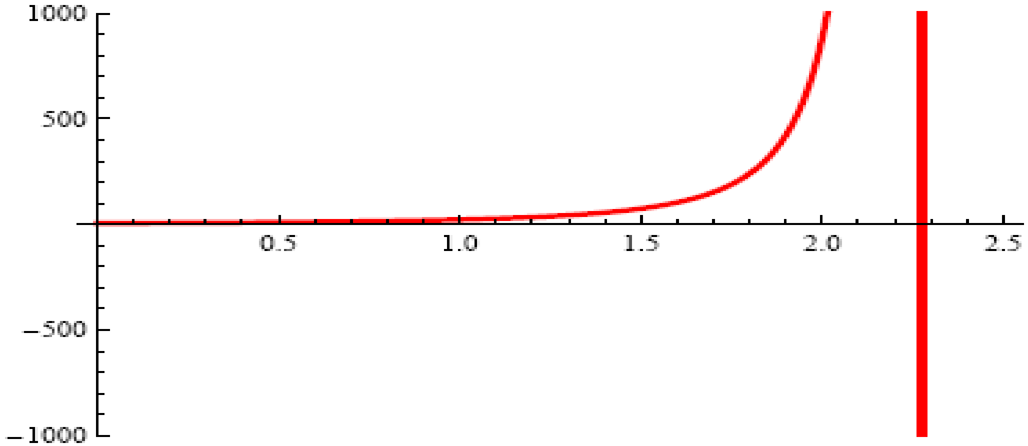
Иррациональный финансовый пузырь

Fully Irrational Bubble

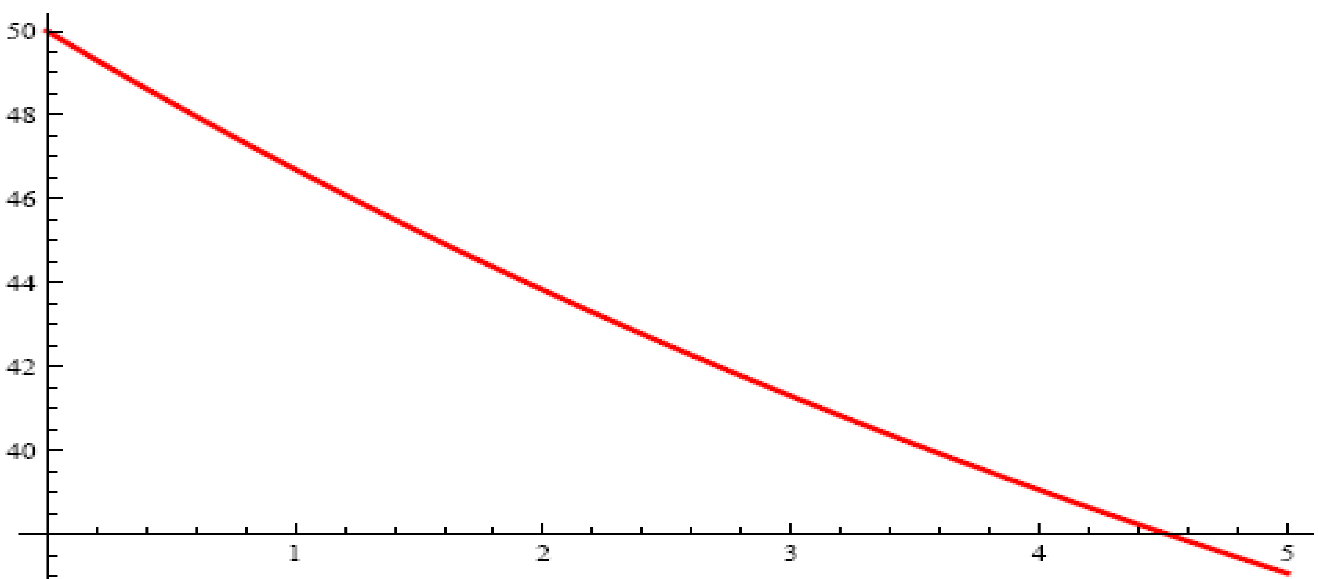
```
s = NDSolve[{y'[x] == y[x]^1.42, y[0] == 15.0}, y, {x, 0, 0.7}]
{{y → InterpolatingFunction[{{0., 0.7}}, <>]}}
Plot[Evaluate[y[x] /. s], {x, 0, 0.7}, PlotRange → All, PlotStyle → {Thick, Red}]
```



```
Plot[Evaluate[y[x] /. s], {x, 0, 2.5}, PlotRange → {-1000, 1000}, PlotStyle → {Thic
```




```
Case C : Debt Stabilization due to r↑ ⇒ 0.1, ρ↓ ⇒ +0.033

s = NDSolve[{y'[x] == 0.1 y[x] - 0.033 (y[x])^1.42, y[0] == 50}, y, {x, 0, 5}]

{{y → InterpolatingFunction[{{0., 5.}}, <>]}}

Plot[Evaluate[y[x] /. s], {x, 0, 5}, PlotRange → All, PlotStyle → {Thick, Red}]
```



Лекция 3. 22 февраля 2011 года.

- Параметризация модели финансового кризиса: критический объем ликвидности
- Взаимодействие инвесторов на рынке: рациональность и иррациональность
- Перколационная модель кризиса

Экономические апокрифы

- В рамках бихевиоризма развивается теория «поведенческих финансов», где эмпирически и экспериментально проверяются гипотезы «микроповедения» инвесторов, включая иррациональные аспекты.

- В финансовой науке, вне господствующей парадигмы, сформировалось направление, изучающее процессы заимствований, их развития и коллапса.
- Гипотеза «долгового коллапса» (debt collapse) впервые высказана ***И. Фишером*** (Econometrica, 1933).
- Американский экономист ***Х. Минский*** в 80-90х годах разработал теорию долгового коллапса.
- *Б. Бернанке* исследовал в тех же традициях кризис 1929-33 гг

Методология исследований перерождения «финансового пузыря»

- Идея ***Дж. М. Кейнса*** «животных инстинктов» (animal spirit) участников финансового рынка лежит в основе методологии современных исследований финансовых рынков.
- Гипотеза «иррационального возбуждения» (irrational exeburance) ***Р. Шиллера*** и асимметричной информации Дж. Акерлофа.
- Теория качественных изменений финансовых систем широко использует результаты ***Б. Мандельброта*** о «фрактальных финансах».
- ***П.Кругмен*** и исследование депрессии
- Эконофизика и модели перколации (percolation models) в изучении финансовых рынков (***Е. Стенли, Р. Мантенья, Д. Сорнет, А. Штауфер, Т. Лакс, Р. Конт, Ж-П. Бушад***).

Финансовый кризис подготовлен предшествующими событиями

- «Сегодняшний вечер мне известен более или менее точно. Само собой разумеется, что, если на Бронной мне свалится на голову кирпич…
- - Кирпич ни с того ни с сего,- внушительно перебил неизвестный,- никому и никогда на голову не свалится.»

- **М.Булгаков**
- «***Мастер и Маргарита***»

Простая модель «финансового пузыря»

- Финансовым **кризисам** (кризисам ликвидности) всегда предшествовали «финансовые пузыри», или инфляционный рост стоимости активов.

  { С.*Киндлбергер, Б.Малкил, Х.Минский*}
- «Пузырь» раздувается по мере роста спроса на активы, а гетерогенный рынок продавцов и покупателей превращается в гомогенный рынок покупателей долга.
- Осознание невозможности всегда и всем *покупать* активы является сигналом для участников рынка к смене позиции с «длинной» на «короткую». Рынок покупателей сменяется рынком продавцов, т.е. происходит кризис ликвидности.
- Кризис есть следствие качественных изменений в финансовой системе из-за ее нелинейности и сингулярности.

- **Глобальный кризис (credit crunch) 2007-09 гг является процессом перерождения, качественного изменения финансового «пузыря».**

Универсальность модели перколяции

- ***Перколяция*** (Latin/ *colare*-поток; *per* - через, сквозь).
- *Paul Flory*, 1941, rubber vulcanization
- *Broadbent, Hammersley*, 1957.
- Исследование фазовых переходов;
- Распространение лесных пожаров;
- Формирование снежных лавин;
- Предсказание землетрясений;
- Обнаружение месторождений нефти;
- Развитие эпидемий;
- Зарождение банковской паники;
- Предсказание кризисов на фондовых рынках.

Экономические гипотезы модели глобального финансового рынка

Избыточная ликвидность (excess liquidity):

- меняет характер связи между денежной массой товарной инфляцией и инфляцией стоимости активов;
- модифицирует поведение инвестора (overdamped system), способствуя
- массовому распространению практики оплаты существующих долгов новыми долгами через секьюритизированные активы, а также
- ускоренному росту стоимости долгов.
- Это усиливает положительные обратные связи в динамике долга и объясняет сингулярность системы.

Общая характеристика модели

- Финансовый рынок – сложная система взаимодействующих элементов –инвесторов и других рыночных агентов.
- Линейный размер сети очень большой (теоретически, сеть – бесконечной размерности).
- Рынок стохастичен, а его состояния характеризуются значениями макропараметра – **глобальной ликвидности,** который влияет на поведение всех участников рынка.
- Динамика рынка представлена последовательностью конфигураций двумерной ячеистой сети (2D site percolation model).
- Конфигурация сети – итог **взаимодействия** участников рынка-совокупность различных кластеров покупателей долга.
- Спрос на активы определяется числом покупателей и когерентностью их действий. Это –факторы роста стоимости финансовых активов (долгов).

Представление динамики финансового рынка через конфигурации плоской ячеистой сети

Взаимодействие частных инвесторов на стохастическом рынке долга представим как формирование кластеров ячеек на сети линейного размера L, $L \times L = N$. Для каждого уровня априорной вероятности, p, характеризующей состояние рынка и зависящей от соотношения некоторых параметров системы, последовательно рассматриваются ячейки $f_i, i \in N$, которые случайным образом принимают одно из двух состояний:

$$f_i = \begin{cases} +1, & p_i < p, \\ 0, & p_i \geq p. \end{cases}$$

Принимается, что если ячейка находится в состоянии (+1), то инвестор f_i занимает преимущественно длинную позицию, т.е. входит в некоторый кластер покупателей долга. Длинная позиция инвестора может объясняться его преференциями: избыточной ликвидностью либо наличием недооцененного актива. Формально кластеры определяются как совокупность ячеек, находящихся в состоянии (+1) и имеющих общее ребро, а их численные характеристики подсчитываются по алгоритму *Хошена-Копелмана* (Hoshen-Kopelman) [37]. Если ячейка принимает состояние (0), то ассоциированный с ней инвестор покупает и продает долги, не демонстрируя явно выраженных предпочтений, следовательно, в кластер не входит. Число и размеры кластеров (конфигурация сети) зависят от значения априорной вероятности, а динамика их формирования представляется последовательностью конфигураций сети, получаемых для разных уровней ликвидности (априорной вероятности) системы.

Ликвидность и априорная вероятность

Уровень априорной вероятности системы, p, определяется, вообще говоря, соотношением параметров s и v системы (39), но исследование этой зависимости в данной работе не проводится. В упрощенном виде влияние ликвидности на поведение инвесторов характеризуется посредством простой нормализации отрезка ее значений $[s^*, \tilde{s}]$:

$$p = \frac{s - s^*}{\hat{S} - s^*}\,; 0 \le p \le 1, \qquad (40)$$

где s^* — объем ликвидности, обеспечивающий полное погашение долга. Константа характеристического масштаба $\hat{S}$, введенная в разделе 3.2., определяет объем ликвидности в условиях абсолютного доминирования кластера покупателей долга. Поскольку параметр p положителен и равен нулю и единице на концах отрезка $[s^*, \hat{S}]$ соответственно, то его величина допускает толкование как априорной вероятности состояния финансового рынка.

Определения модели

- Априорная вероятность, p=s/s*, - есть нормированная ликвидность;
- Финансовый кризис, s(max) – нехватка ликвидности – синхронная смена инвесторами длинной позиции на короткую;
- Точка перколации, критическая точка,s*, – первое появление кластера покупателей долга, сопоставимого с размерами системы;
- Точка Минского, s(min) – заметное раздувание финансового пузыря.

Лекция 4. 1 марта 2011 года

- Гипотезы модели финансового рынка
- Характеристики инвесторов
- Кластеры и связность
- Связность в критической точке
- Конечномерная система: «всё зависит от всего» (H.E.Stanley)

Взаимодействие участников рынка

- Финансовые рынки – это системы взаимодействия рыночных агентов.
- Инвесторы влияют друг на друга непосредственно через заказы на покупки или продажи активов.
- Инвесторы влияют друг на друга опосредованно: через реакции на изменения цен активов.
- Эффекты «подражания» (herding) чрезвычайно сильны;
- (конец 2006 года) за «консервативную» политику отправлен в отставку председатель правления CitiGroup.

- Процессы взаимодействия активно изучаются на микроуровне {H.Follmer,1974;W.Brock and S.Durlauf; A. Kirman; R.Cont; J. Bouchaud}

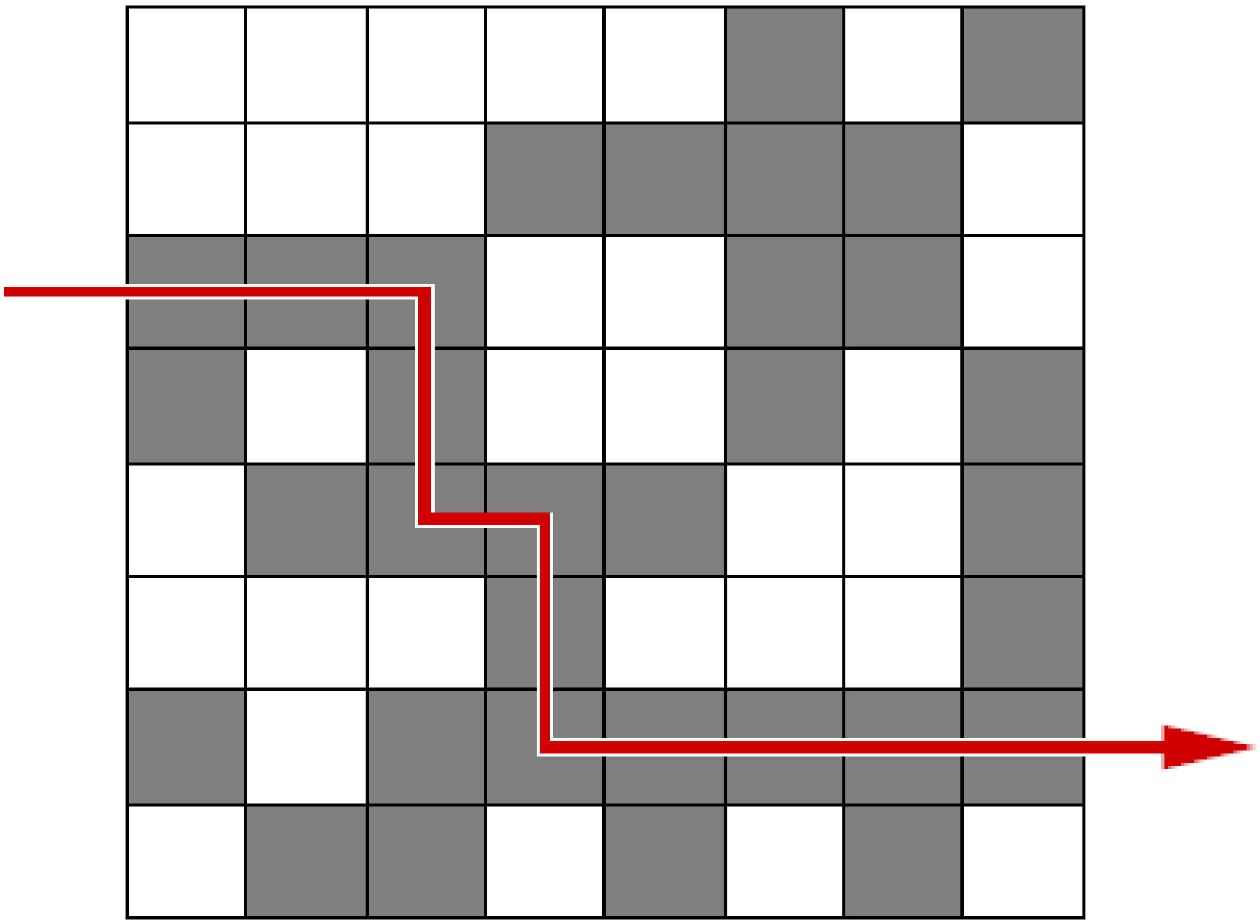
Методология исследования финансовых кризисов

- В общем случае система не *самоподобна*, т.е. ее качество и поведение отличаются от свойств и поведения элементов.
- Система становится подобной своим элементам лишь при некоторых, особых условиях. Свойство **самоподобия** (фрактальности) меняет качество системы. В частности, может произойти финансовый кризис.
- Изменение качества системы происходит в **критической точке,** нахождение которой предопределяет условия и факторы финансового кризиса.

Последовательность состояний рынка – конфигурации сети

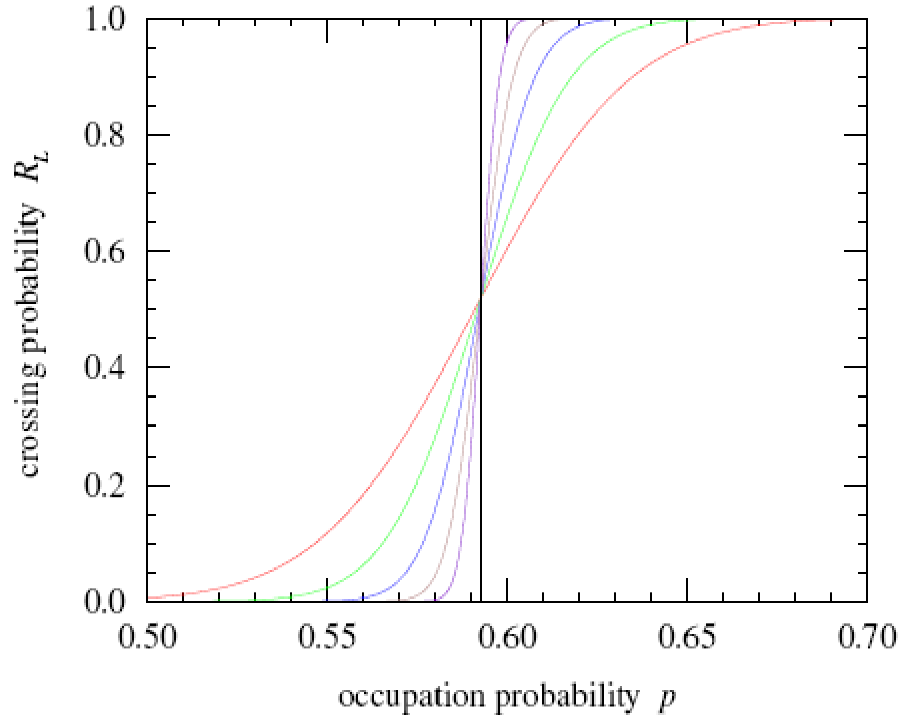
- Для небольших значений априорной вероятности *p* (отсутствие избыточной ликвидности) поведение элементов (инвесторов) не связано со свойствами системы.
- Увеличение априорной вероятности (размеров ликвидности) усиливает взаимодействие участников рынка, что приводит к образованию кластеров покупателей долга.
- Для критического значения априорной вероятности: $0 < p_c < 1$
- появляется кластер сравнимый по размерам с системой, или
- перколационный кластер (spanning cluster);
- финансовый рынок становится гомогенным или
- самоподобным;
- размерность перколационного кластера – фрактальная;
- сосуществуют кластеры самых различных размеров. Их
- распределение является степенным (Парето-Леви).
- В закритических состояниях число покупателей долга резко снижается – рынок покупателей превращается в рынок продавцов.

Качественное изменение системы – представление на плоской ячеистой сети



Вероятность первого появления перколационного кластера

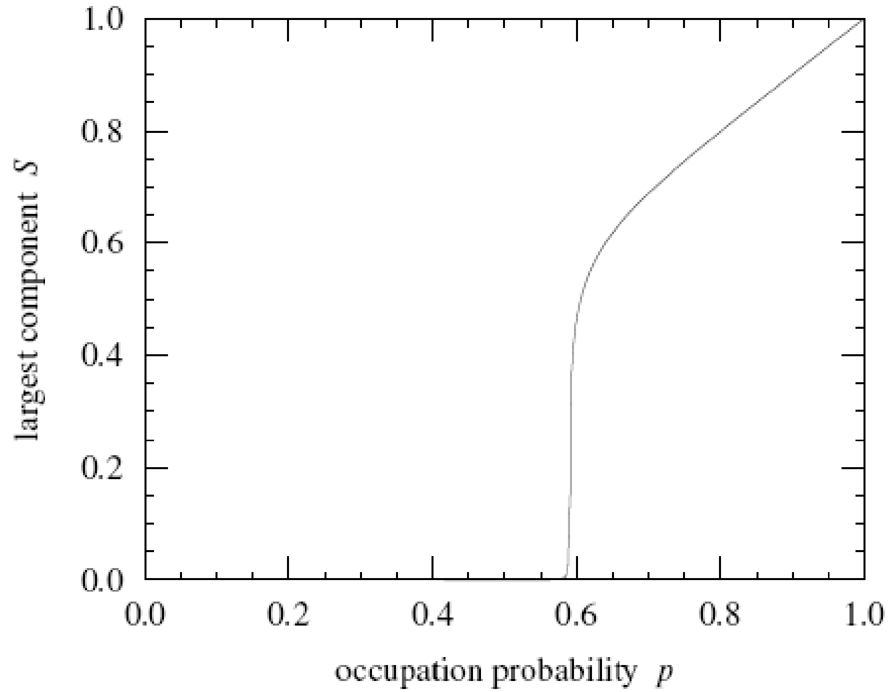
Let $R_L(p)$ be the probability that a path exists across a system of $L \times L$ sites when a fraction p of the sites are filled in. Here's what $R_L(p)$ looks like:



As L becomes large, the change from no-path to path becomes sharper and sharper. When $L \to \infty$, it is a step—an instantaneous transition. This is an example of a **phase transition**.

Переход от неупорядоченной к упорядоченной системе

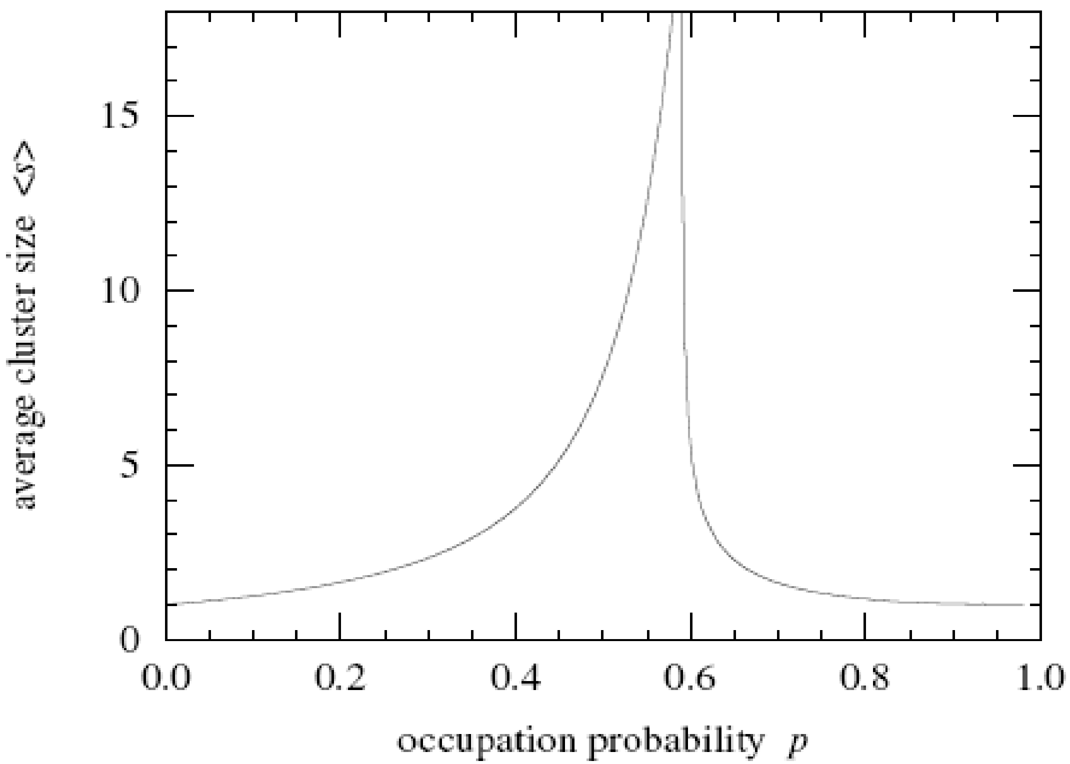
A continuous transition in one in which the order parameter varies continuously as we go through the transition point. Example, percolation:



It can have infinite gradient at the transition, and often does, but it cannot be discontinuous.

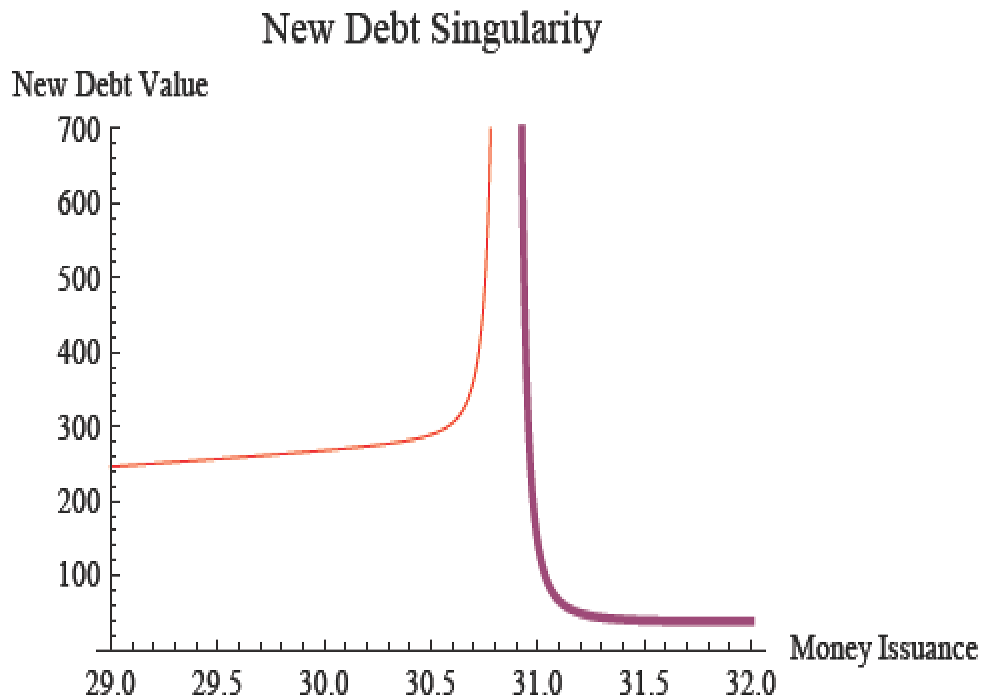
Дивергенция среднего размера кластера в окрестности критической точки

If one calculates the average cluster size, this must diverge at the transition. This divergence is a classic example of a critical phenomenon:



Функция стоимости нового долга в окрестности критической точки

```
Plot[{0.076 s^2.4 + (30.86 - s)^-2.39, 0.076 s^1.79 + (s - 30.86)^-2.39},
 {s, 29, 32}, PlotRange → {0, 700}, PlotLabel → "New Debt Singularity",
 AxesLabel → {"Money Issuance", "New Debt Value"}, PlotStyle → {Red, Thick, Blue}]
```



Корреляционная связность и параметр порядка

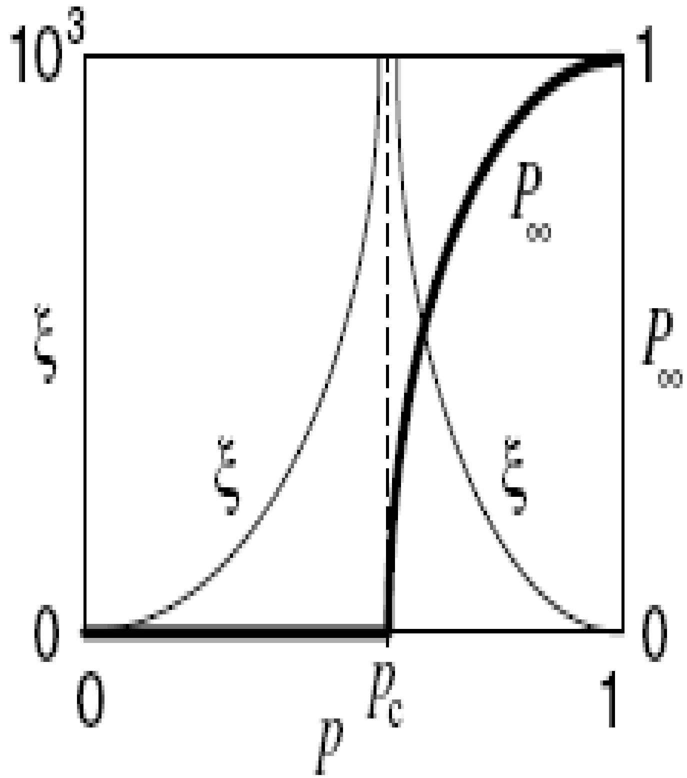
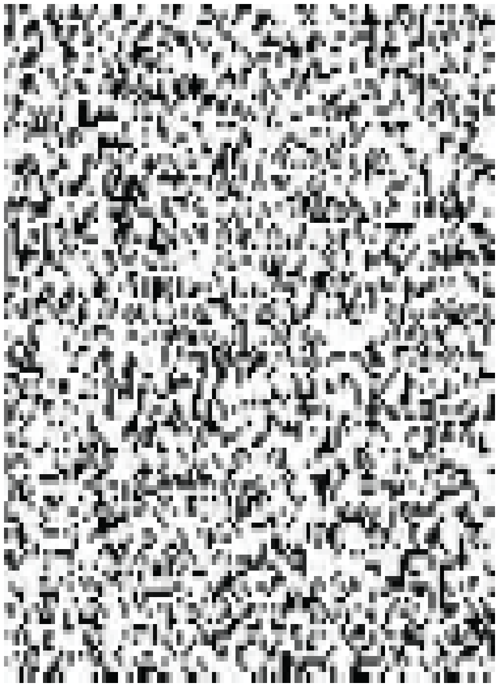
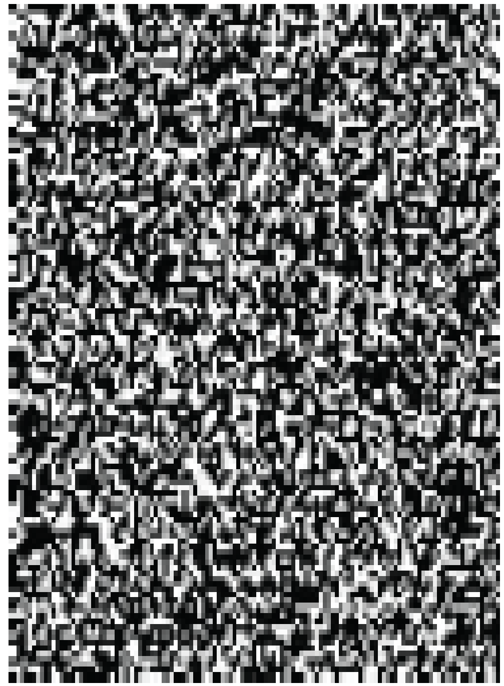


Fig. 22.2. Schematic diagram of the probability P_∞ (cf. (22.1), bold line) and the correlation length ξ (cf. (22.2), thin line) versus the concentration p of occupied sites.

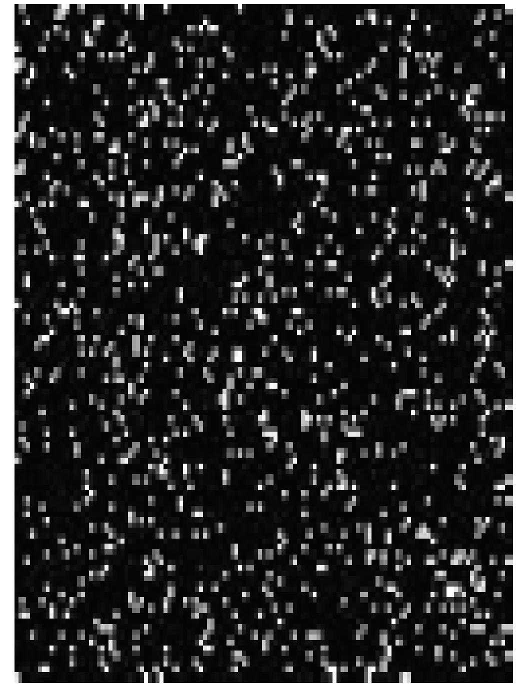
Состояния глобального рынка долгов для разных объемов ликвидности



a) $S < S_0$

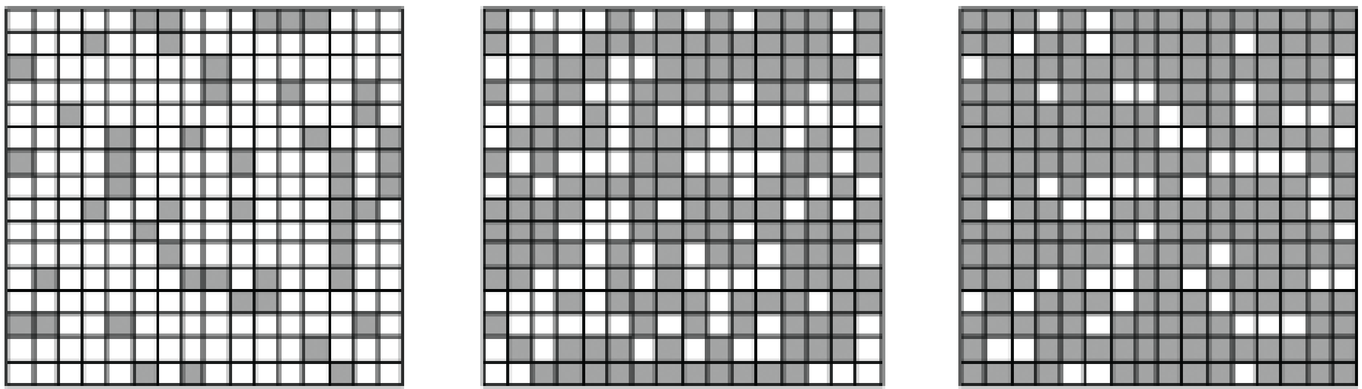


a) $S \approx S_0$



a) $S > S_0$

Конфигурация сети линейного размера L=16 для различных априорных вероятностей



P = 0.2 (a) P = 0.59 (b) P = 0.8 (c)

Размер кластера, f	Число кластеров данного размера, n_f	fn_f	$w_f = \frac{f n_f}{\sum_f f n_f}$	fw_f
1	20	$1 \times 20 = 20$	$20/50 = 0.4$	$1 \times 0.4 = 0.4$
2	4	$2 \times 4 = 8$	$8/50 = 0.16$	$2 \times 0.16 = 0.32$
3	5	$3 \times 5 = 15$	$15/50 = 0.3$	$3 \times 0.3 = 0.9$
7	1	$7 \times 1 = 7$	$7/50 = 0.14$	$7 \times 0.14 = 0.98$
		$\sum_f f n_f = 50$		$\sum_f f w_f = 2.6$

Функции связности и среднего размера кластеров

- В окрестности критической точки:
- появление кластеров большой размерности связано с усилением значений функции связности из-за возникновения «длинных корреляций»
- корреляционная связность влияет на поведение среднего размера кластеров

$$\xi^2(p) = \sum_f \frac{f\, w_f \left\langle R_f^2 \right\rangle}{\sum_f f\, w_f}$$

$$R_f^2 = \frac{1}{2f^2} \sum_{i,j=1}^{f} (r_i - r_j)^2$$

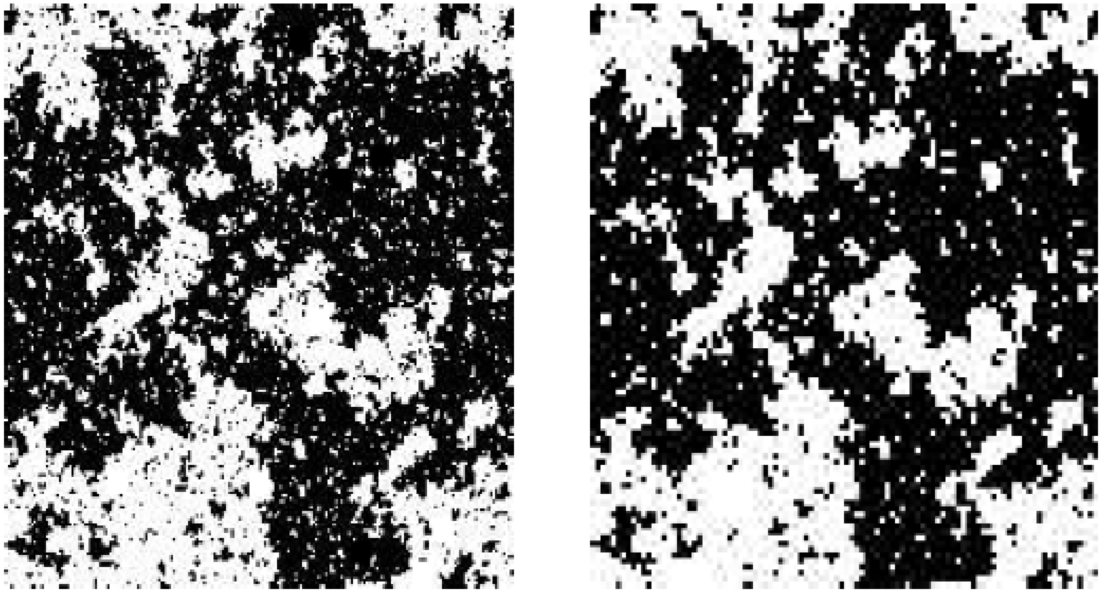
Перколационный кластер – свидетельство изменения качества системы

- Перколационный кластер – самоподобный объект, т.е. система подобна своему элементу. Система может быть получена простым изменением масштаба элемента.
- Вероятность того, что произвольная ячейка принадлежит перколационному кластеру – очень мала.
- Размерность перколационного кластера – дробное число (фрактальная)
- Распределение кластеров в окрестности критической точки – степенное. Это может иметь место только для самоподобных объектов

Лекция 5. 15 марта 2011 года

Перколация и свойства перколационного кластера

On a large system:



As we can see, the transformation preserves most of the large-scale structure of the configuration, although a lot of the small detail is lost.

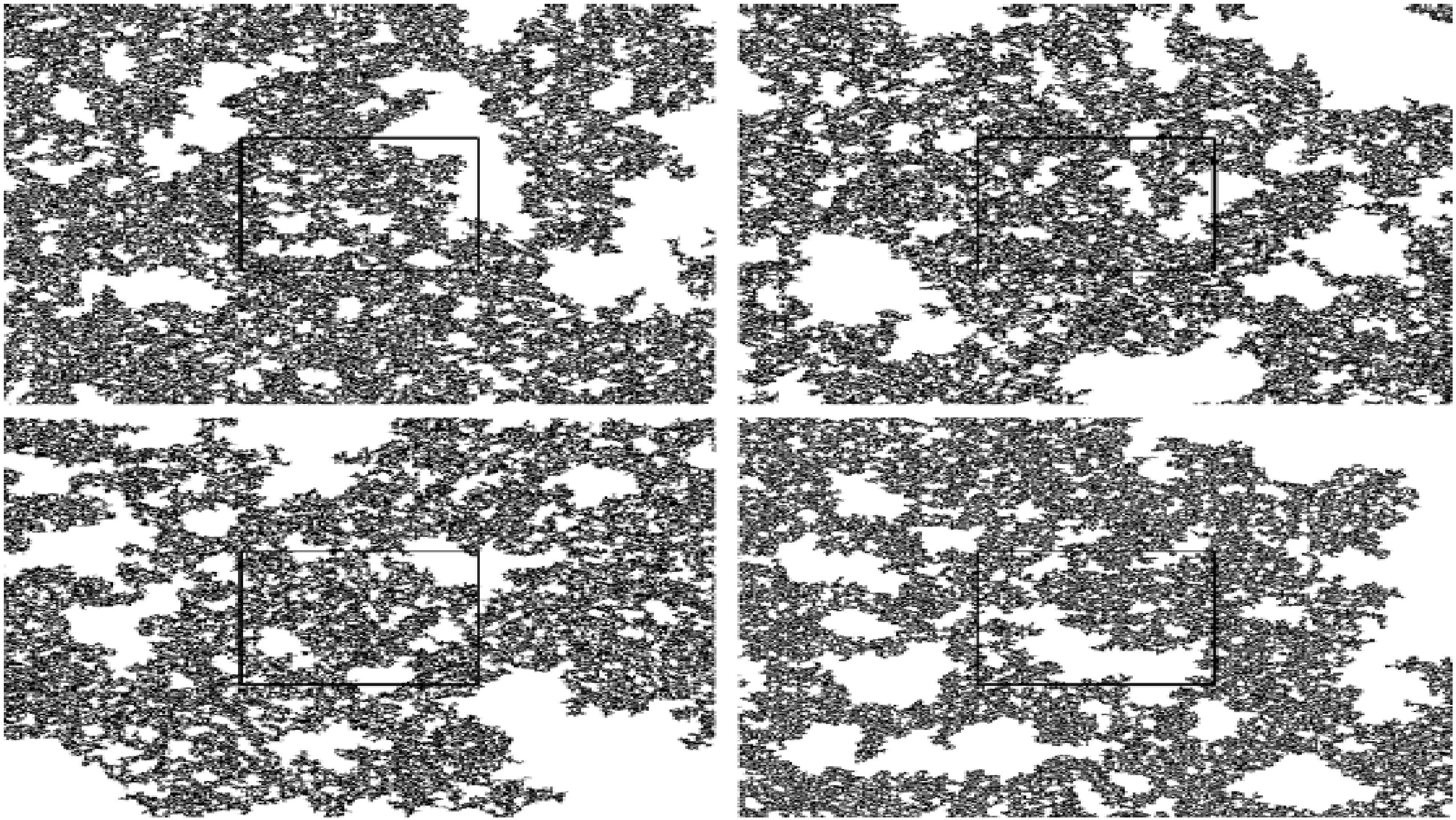
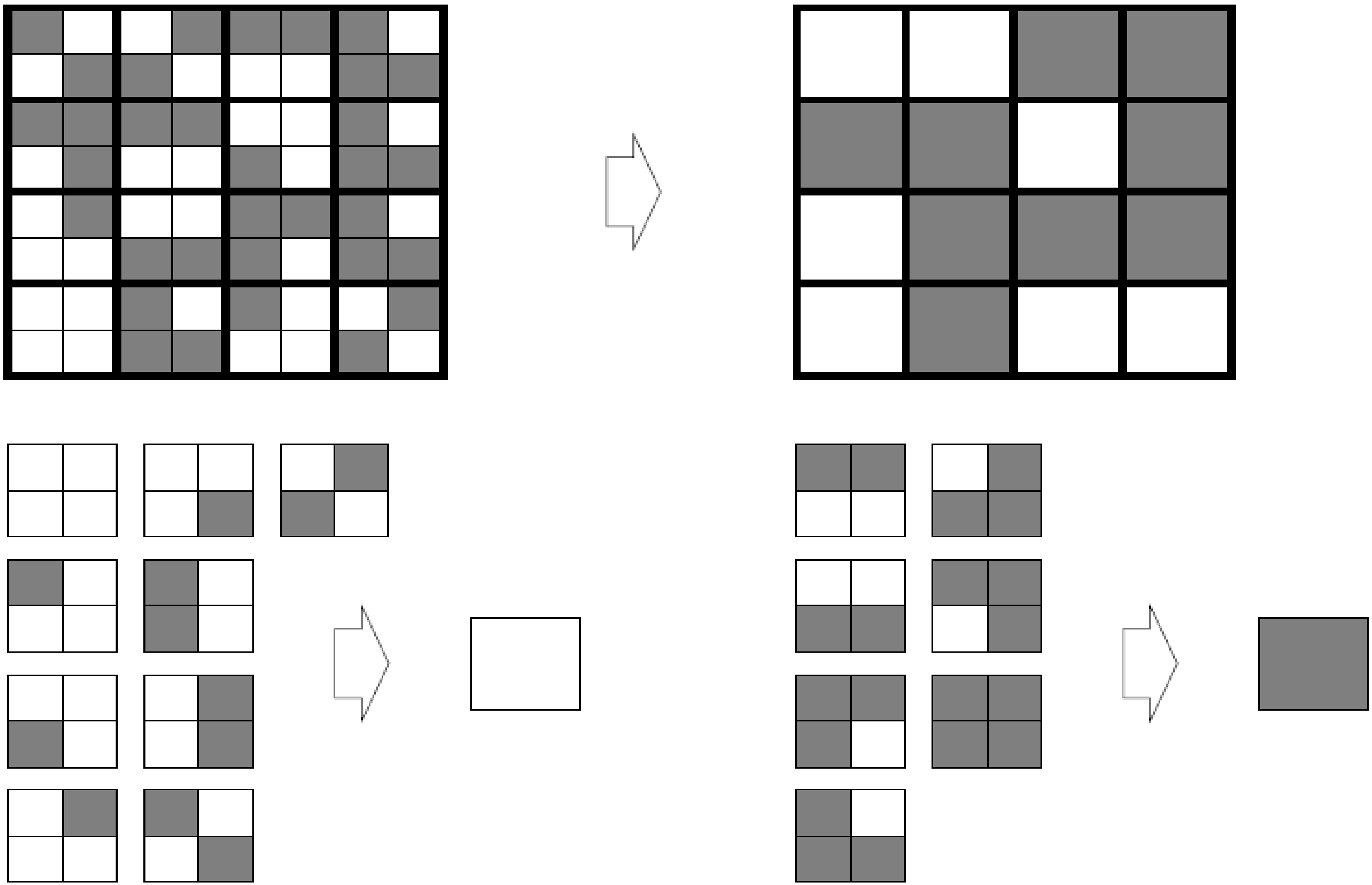


Fig. 22.3. Four successive magnifications of the incipient infinite cluster that forms at the percolation threshold on the square lattice. Three of the panels are magnifications of the center squares marked by black lines. In the figure that you see, however, the labels of the four panels have been removed and the panels have been scrambled. Attempt to put them back into sequence by eye – it is extremely difficult if the system is at the percolation threshold ($p = p_c$). An educational game is to time how long it takes each player to detect by eye which of the 24 possible orderings is the correct one that arranges the four panels in increasing order of magnification.

Простая процедура укрупнения (агрегирования) системы



Ренормализация системы

What is the occupation probability of the new state? The probabilities of the 4×4 blocks which map to an occupied site sum to

$$p' = 2p^2(1-p)^2 + 4p^3(1-p) + p^4 = 2p^2 - p^4. \tag{9}$$

If we are precisely at the transition point, then the distribution of cluster sizes doesn't change—it is a power law before and a power law after we rescale. This means that p_c is the point at which $p' = p$, or

$$p_c^4 - 2p_c^2 + p_c = 0, \tag{10}$$

which has solutions 0 and 1 (not likely), or

$$p_c = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0.618\ldots \tag{11}$$

The result from numerical simulations is $p_c = 0.593\ldots$, so we're within a few percent. This is typical of RG methods—the answers are pretty good with little effort, but the errors are rather uncontrolled.

Средний размер кластеров

Важнейшим результатом теории перколяции является определение ряда констант фазовых переходов для различных систем, так называемых «критических экспонент» (critical exponent). В нашей модели для малой окрестности критического значения эмиссии ликвидности $s = s_c$, распределение средних размеров кластеров следует степенному закону:

$$\langle f \rangle \propto |s - s_c|^{-\gamma}, \tag{41}$$

где $\gamma = 43/18$ — одна из критических экспонент перколяции для ячеистой плоской сети [37].

Размер кластера обычно определяется числом f входящих в него ячеек, которые находятся в состоянии (+1). Таким образом, средняя величина кластеров размеров f есть выражение: $\langle f \rangle = \sum_f f\,w_f$, где w_f — вероятность того, что выбранная случайно ячейка является частью кластера некоторого размера f [37]. Средняя величина кластеров вычисляется для многих конфигураций, которые формируются при различных значениях ликвидности (априорной вероятности).

Инвариантные константы перколяции для бесконечномерных систем

- Параметр порядка $$P_\infty \propto (p - p_c)^\beta ;\beta = 5/36$$
- Средний размер конечных кластеров $$\langle f \rangle \propto \left| p - p_c \right|^{-\gamma} ;\gamma = 43/18$$
- Средняя длина корреляционной связности $$\xi(p) \propto \left| p - p_c \right|^{-\nu} ;\nu = 4/3$$
- Число кластеров конечного размера $$n_f \propto f^{-\tau} ;\tau = 187/91$$
- *Значение критической вероятности (не инвариантная константа) $$p_c = 0.5927462...$$

Лекция 6. 22 марта 2011 года.

- Использование констант перколяции. Финансовая спекуляция и предприимчивость по Кейнсу
- Связность в критической точке
- Конечномерная система: «всё зависит от всего»
- Негауссовский характер распределений в критической точке
- Объяснение кредитного кризиса

Дж. М. Кейнс о финансовой спекуляции и предприимчивости

Экономическая интерпретация изменений микроструктуры финансового рынка вполне соответствует характеристике *Дж. М. Кейнса* процессов «спекуляции» и «предприимчивости» инвесторов [45]. Под термином «спекуляция» (speculation) он понимал аспект поведения инвесторов, который заключается в предвидении действий других участников рынка. Именно в этом смысле им была проведена аналогия с «конкурсом красоты», упомянутая в разделе 4.1. С другой стороны, «спекуляция» на финансовом рынке является одной из форм постоянного поиска инвесторами активов, имеющих наивысшую стоимость для владельца, или максимальную доходность для покупателей. Этот аспект поведения инвесторов Кейнс характеризовал термином «предприимчивость» (enterprise)[23].

Спекуляция и предприимчивость на финансовом рынке — сопряженные понятия, которые, поскольку изменение цен активов когерентно формированию кластеров покупателей долга, характеризуют разные аспекты единого процесса. Цепь причинно-следственных зависимостей в данном контексте выстраивается следующим образом: накопление избыточной ликвидности является основным импульсом формирования растущих кластеров покупателей долга, что увеличивает спрос на долги и вызывает рост стоимости новых заимствований.

Динамика рынка в окрестности критической точки

Предположение о перестройке микроорганизации рынка в соответствии с процессом перколяции позволяет составить уравнение динамики среднего размера кластеров $\langle f \rangle$ покупателей долга. По экономическому смыслу, по мере приближения эмиссии ликвидности к критическому уровню размеры конечных кластеров увеличиваются. С учетом этого, дифференцируя равенство (41) по переменной ликвидности, получаем:

$$\frac{d\langle f \rangle}{ds} = (-\gamma)\left|s - s_c\right|^{-\gamma-1} \frac{d}{ds}\left|s - s_c\right| = \gamma \langle f \rangle^{\frac{1}{\gamma}} \langle f \rangle \propto \langle f \rangle^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}, \text{ для } s < s_c .$$

Это приводит к нелинейному дифференциальному уравнению относительно среднего размера кластеров:

$$\frac{d\langle f \rangle}{ds} = \langle f \rangle^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}, \tag{46}$$

где γ — критическая экспонента перколяции, приведенная в разделе 4.3.

Нелинейное уравнение предприимчивости

рынка. Пожалуй, самой простой моделью подобной нелинейности является дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{df}{ds} = f^{a}(s); \;\; a > 1, \qquad (47)$$

где параметр $a > 1$ характеризует меру влияния стоимости новых долгов на скорость их роста[24]. В контексте нашего исследования уравнение (47) может рассматриваться как модель «предприимчивости» инвесторов, по терминологии Кейнса. Согласно (47), изменение стоимости долга зависит не столько от объемов ликвидности, сколько от размеров новых заимствований. Во-вторых, темп прироста стоимости долга увеличивается по мере роста стоимости нового долга.

Нелинейное уравнение (47), как известно, редуцируется к линейному уравнению, что позволяет вычислить *критический объем эмиссии ликвидности:*

Решение уравнения критического состояния

Итак, ориентировочные расчеты, проведенные выше, дают две эмпирические величины, необходимые для параметризации модели: объем эмиссии глобальной денежной базы, $s = 0.61$ триллионов долларов, а также стоимость глобального «нового долга», $f(s) = 1.1$ триллионов долларов.

Оценки объемов эмиссии глобальной денежной базы, а также стоимости глобальных заимствований, приведенные выше, используются для расчета критического объема эмиссии ликвидности, s_c, а также начальных условий, $f(0)$. Указанные параметры находятся из совместного решения системы уравнений (48) и (49):

$$f(s) = f(0)[1 - \frac{s}{s_c}]^{-\frac{1}{a-1}} \text{ и } s_c = \frac{1}{a-1} f(0)^{-(a-1)} \text{ для } a = 1.42 .$$

Критический объем ликвидности и стоимость нового долга

$$s_c = \frac{1}{n-1} f(0)^{-(a-1)},$$

и стоимость нового долга:

$$f(s) = f(0)[1 - \frac{s}{s_c}]^{-\frac{1}{a-1}}.$$

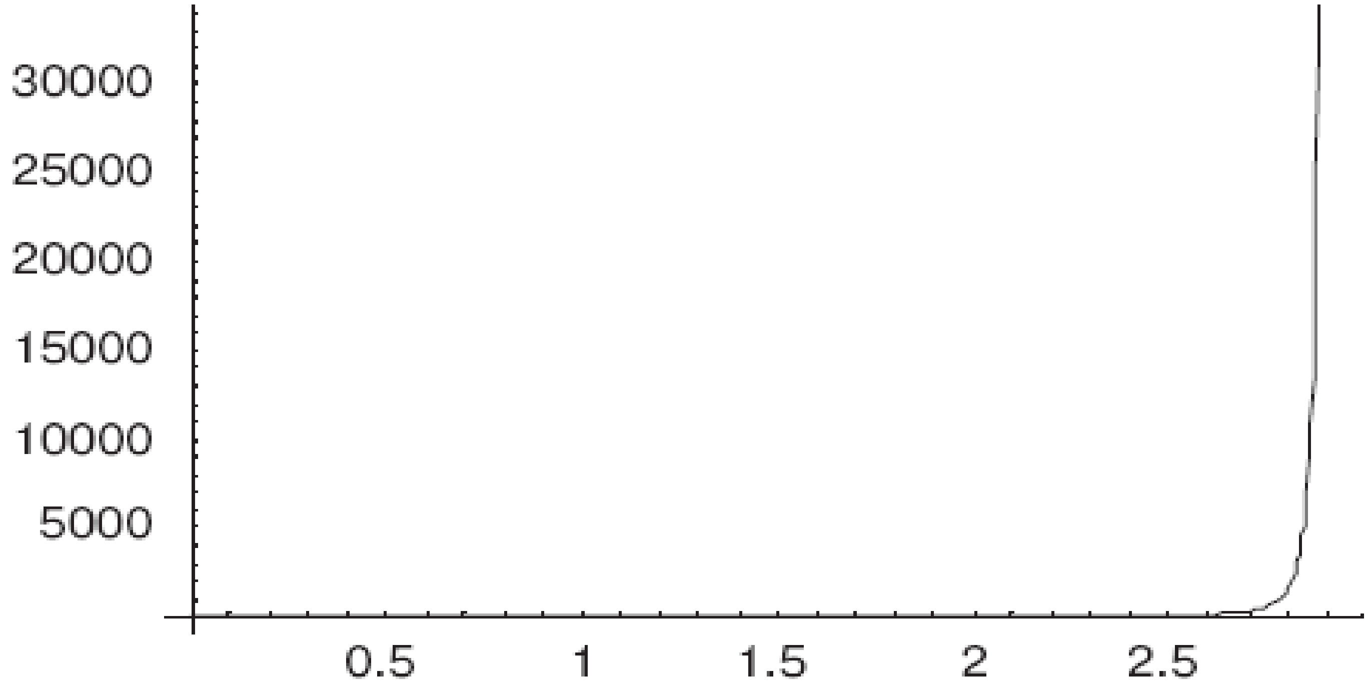


Рис. 7. Динамика глобальной системы «деньги-долги»

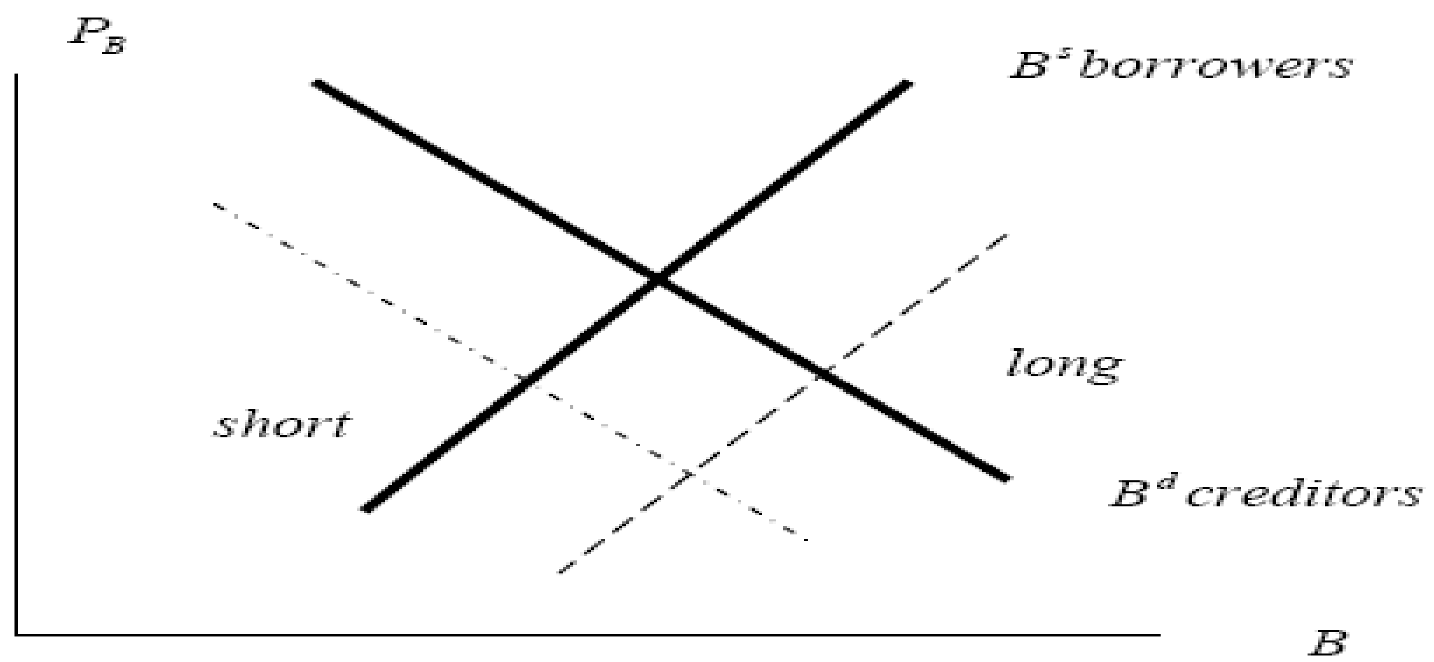
Идентификация критической точки

- ***Критическая точка p=0.592…*** определяет объем эмиссии глобального долга в ***s=$2.91 trln*** , что соответствует состоянию рынка на конец сентября - начало октября 2008 года.
- Объем максимального долга, при котором инвесторы стали быстро и в массовом порядке менять «длинную» позицию на «короткую» характерен для «закритического» состояния рынка.
- В этот период ***сегмент кредитов*** полностью застопорился и финансовый кризис трансформировался в общеэкономическую рецессию.

Рынок долгов коллапсирует,

когда исчезают покупатели долгов, т.е. кредиторы.

- Сокращение спроса на долги происходит в «закритическом» состоянии и вызывает падение цены активов. Это- апогей финансового кризиса, когда все продают (short), а покупателей (long) нет. Рынок становится гомогенным.



Рынок кредитов на грани коллапса. «Великая паника 2008 года»

Перколация - изменение свойств финансового рынка

Инвариантность масштаба, свойственная степенному распределению, характеризует перколационный кластер как фрактал, размерность которого для ячеистой плоской сети равна

$$d = 1.89 \pm 0.03\,.$$

Фрактальный характер перколационного кластера говорит о качественных изменениях, происходящих на финансовом рынке, где начинает доминировать кластер покупателей долга.

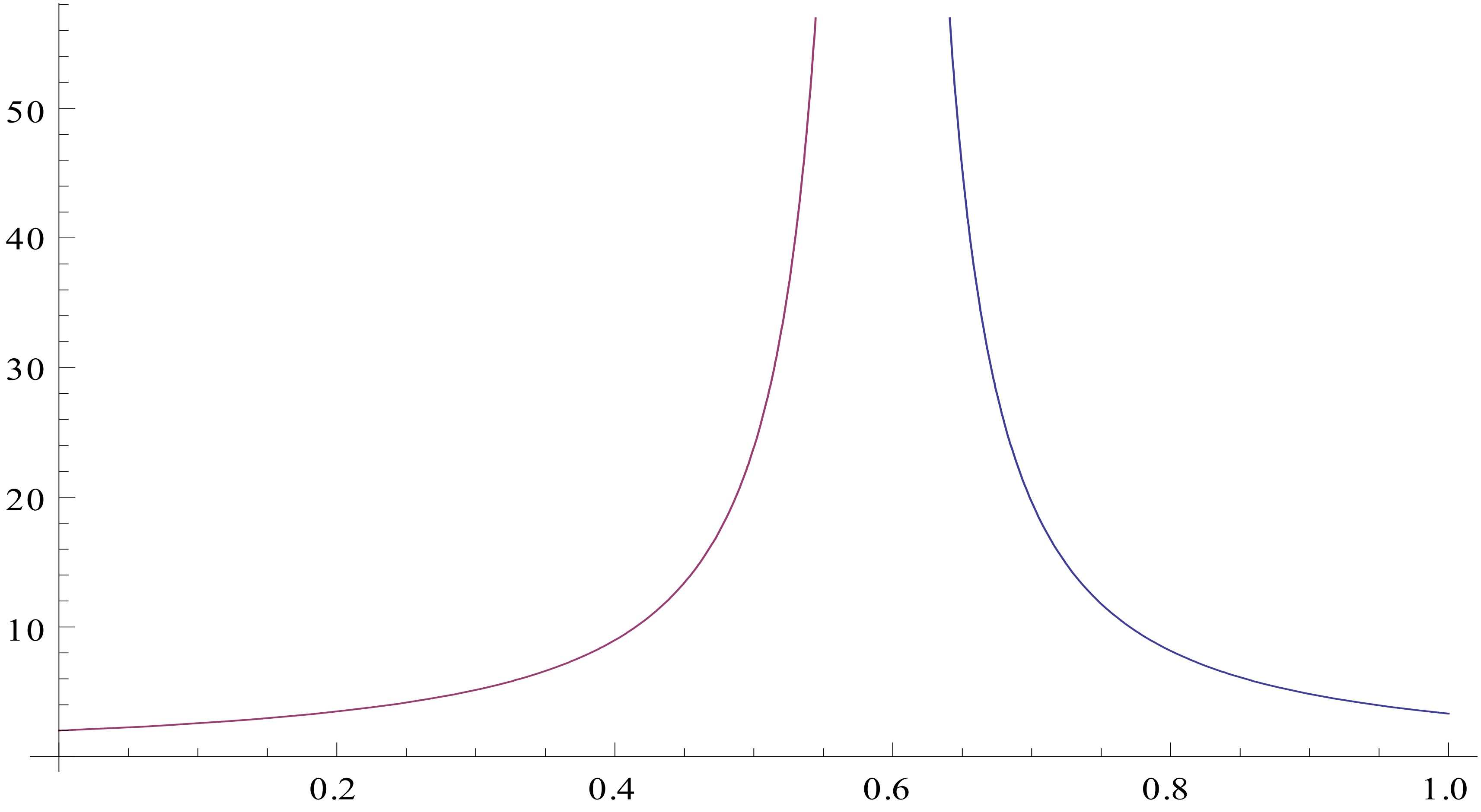
Самоподобие системы и ее элемента – важнейшее свойство фрактала, появляется в результате резкого увеличения корреляционной связности во взаимодействии инвесторов. Оно отражает «эффекты толпы» на финансовом рынке, происходящие под воздействием увеличения объема ликвидности.

В окрестности критической точки функция связности $\xi(p)$ ведет себя в соответствии со степенным законом

$$\xi(p) \propto \left|s - s_c\right|^{-\nu},$$

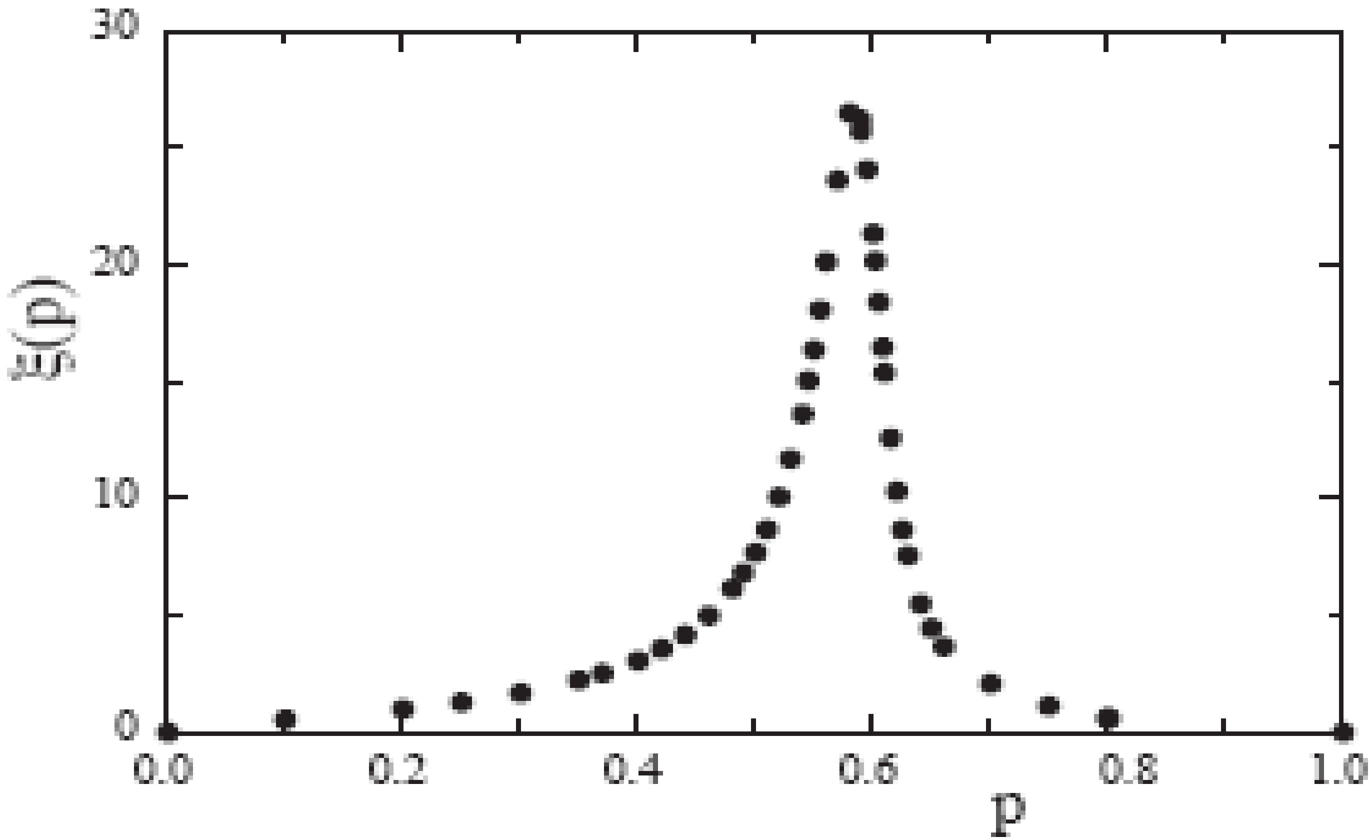
где $\nu = 4/3$ - одна из критических экспонент.

Функция корреляционной связности



Функция связности для конечномерной сети

$$L = 100$$



Лекция 7. 29 марта 2011 года.

- Конечномерная система: «всё зависит от всего»
- Негауссовский характер распределений в критической точке
- Объяснение кредитного кризиса
- Эмпирические вероятности кризиса
- Гипотезы распределения кризисов: пуассоновское, экспоненциальное, степенное

Кризисы за последние 100 лет

№№пп	Описание события	Годы
1.	Банковская паника, США	1906-07
2.	Великая Депрессия, страны мира	1929-33
3.	Финансовая рецессия, США	1980
4.	«Классический» финансовый кризис, страны мира	1987
5.	Кризис ипотечных финансов (S&L), США	1989-90
6.	Банковский кризис, страны Скандинавии	1991-92
7.	«Текила» кризис, Мексика	1995-96
8.	Финансовый кризис, страны Юго-Восточной Азии	1997
9.	Финансовый дефолт и банкротство LTCM, Россия, США	1998
10.	Финансовый кризис и «рецессия роста», Япония	1990-2003
11.	Долговой кризис, Аргентина	2001
12.	Dotcom кризис, США	2002
13.	Кредитный кризис, США, страны мира	2007-10

Эмпирические расчёты по модели перколяции

Сравнительные результаты расчетов по 2005 и 2007 годам

Годы	**2005**	**2007**
Фактическая эмиссия денег, s (трлн долл)	0.61	1.3
Фактическая эмиссия долга, $b(s)$ (трлн долл)	1.1	3.7
Параметр $b(0)$ (трлн долл)	0.62	0.76
Критическая эмиссия денег, s_c (трлн долл)	2.91	2.67
Уровень монетизации долга, $s/b(s)$	0.55	0.35
Априорная вероятность кризиса, p	0.12	0.29
Условная вероятность перколяции, s/s_c	0.21	0.49
Вероятность «выживания», $u = 1 - {}^{s}/_{s_c}$	0.79	0.51
Периодичность, или время до перколяции от соответствующего года, $t = {}^{s_c}/_{s}$	4.8	2.05

Поведение конечномерной системы

В окрестности критической точки s_c стоимость эмиссии глобального долга составляет

$$f(s) = f(0)[1 - \frac{s}{s_c}]^{-\frac{\gamma}{\gamma+1}} \quad \text{или} \quad f(s) = 0.62[1 - \frac{s}{2.91}]^{-2.39}.$$

Разложение функции эмиссии глобального долга в ряд Тейлора (с точностью до линейного члена) в точке $\hat{s} \cong s_c$ дает

$$f(s) = f(\hat{s}) - \frac{df}{ds}(\hat{s})(\hat{s} - s) = f(\hat{s})[1 - \varepsilon(1 - \frac{s}{\hat{s}})],$$

где $\varepsilon = \dfrac{\hat{s}}{f(\hat{s})}\dfrac{df}{ds}(\hat{s})$ - эластичность эмиссии долга по эмиссии ликвидности, вычисленная в точке $\hat{s}$.

Смирнов А.Д. профессор
доктор экономических наук

Уравнение вероятности «выживания» системы

Для системы глобального долга конечного размера ***уравнение вероятности «выживания» долгового рынка*** или отсутствия глобального кризиса:

$$u^{-2.39} + \hat{\varepsilon}\, u - F = 0\,, \quad \text{или} \quad u^{-2.39} + 0.022u - 1.77 = 0$$

где $\hat{s} \cong s_c$; $u = 1 - \dfrac{s}{s_c}$ - вероятность «выживания» системы;

$F = \dfrac{f(\hat{s})}{f(0)}$ - параметр относительного долга;

$\hat{\varepsilon} = \dfrac{\hat{s}}{f(0)} \dfrac{df}{ds}(\hat{s})$ - «смещенная» эластичность.

Параметры системы долг-ликвидность

Elasticity of debt – to – liquidity for the model of percolation

(in \$ trln) $s = \$0.61$; $s_c = \$0.29$; $F(s) = \$1.1$; $F(0) = \$0.61$

$F(s)/F(0) = 1.77$; $s/s_c = 0.21$; $u = 1 - s/s_c = 0.79$; $\gamma = 43/18 \cong 2.39$

Find the skewed elasticity $\overline{\epsilon} = 0.022$

$$\text{Solve}\left[0.79^{-2.39} + 0.79\,x - \frac{1.1}{0.62} = 0,\ x\right]$$

{{x → 0.0222786}}

Find elasticity of debt – to – liquidity $\epsilon = 0.0136$

Solve[y / 0.62 = 0.022, y]

{{y → 0.01364}}

Find constant $F(s)/F(0) = 1.77$

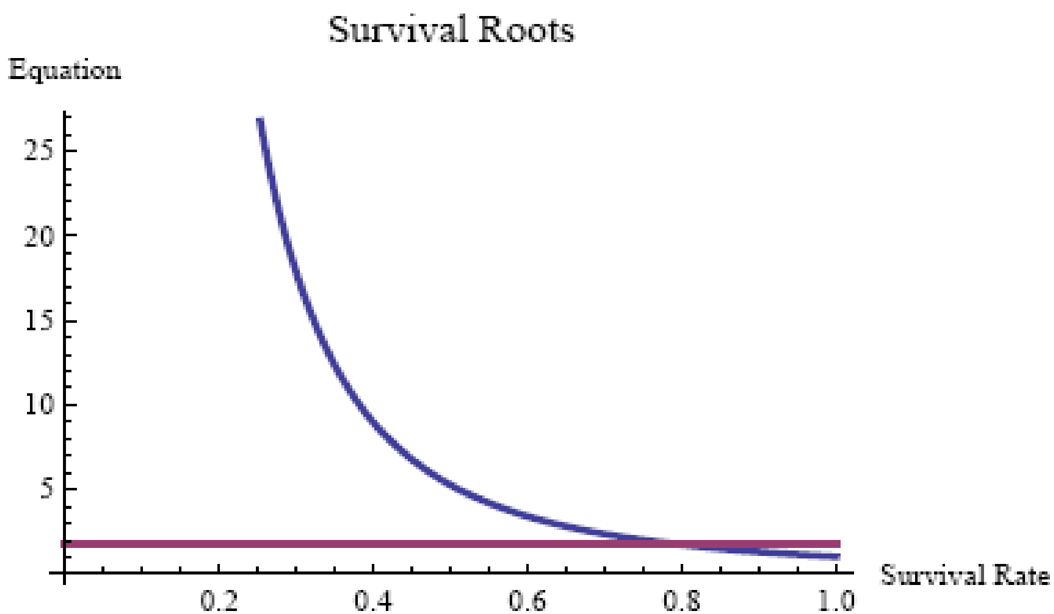
N[1.1 / 0.62]

1.77419

Вероятность «выживания» рынка глобального долга

In[1]:=
```
Plot[{u^-2.39 + 0.022 u, u = 1.77}, {u, 0, 1}, PlotLabel → "Survival Roots",
 AxesLabel → {"Survival Rate", "Equation"}, PlotStyle → {Thick}]
```

Out[1]=




```
FindRoot[u^-2.39 + 0.022 u - 1.77 = 0, {u, 0.7}]
```

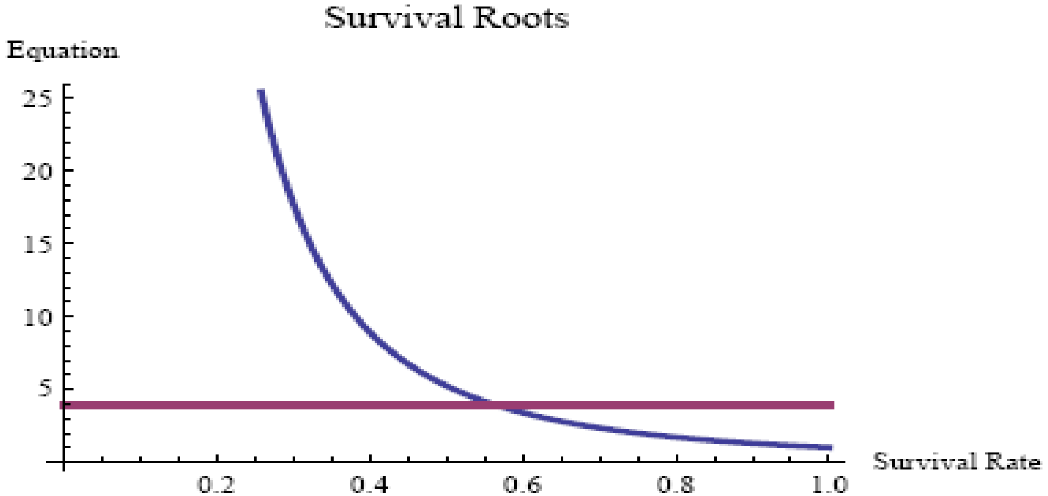
```
{u → 0.790752}
```

Рост объемов глобального долга сокращает вероятность «выживания» системы

```
Find constant F (s) / F (0) = 1.77

In[78]:= N[2.44 / 0.62]

Out[78]= 3.93548
```

In[79]:= Plot[{$u^{-2.39}$ + 0.022 u, u = 3.94}, {u, 0, 1}, PlotLabel → "Survival Roots", AxesLabel → {"Survival Rate", "Equation"}, PlotStyle → {Thick}]

Out[79]=



In[80]:= FindRoot[$u^{-2.39}$ + 0.022 u − 3.94 = 0, {u, 0.4}]

Out[80]= {u → 0.564172}

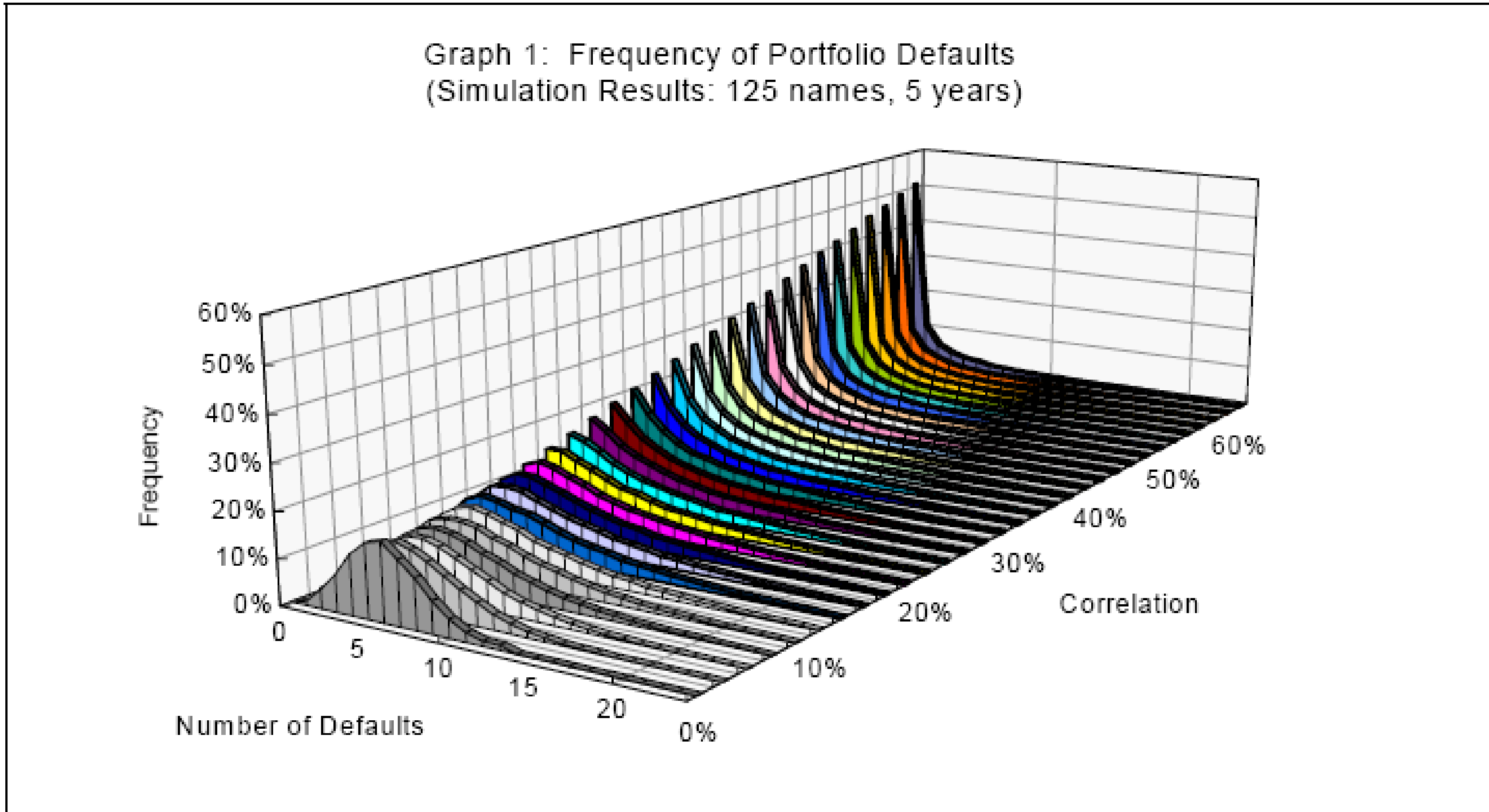
Феномен отсутствия «излишней» ликвидности

- Действия центральных банков, причем очень интенсивные, перевели финансовую систему в «закритическое» состояние, «протащив» ее через критическую точку.
- Критическая точка, как отмечалось, идентифицируется по состоянию рынка на конец сентября - начало октября 2008 года, когда рынок кредитов перестал функционировать.
- Одновременно гигантская пирамида долгов продолжала сокращаться: потери, списания, монетизация, накопление денег банками.
- В краткосрочном периоде «излишних денег» нет, но в среднесрочном периоде риски гиперинфляции резко возросли.
- ФРС активно разрабатывает «стратегию выхода» (exit strategy) из фазы увеличения ликвидности.

Рост функции связности аналогичен увеличению корреляции в моделях дефолта

- Формирование перколационного кластера во многом аналогично расширению торговли рисками в портфелях долгов.
- Известно, что увеличение корреляции влечет формирование кластеров дефолтов;
- функция распределения (pdf) дефолтов активов становится U-образной;
- Это повышает вероятность отсутствия дефолтов, либо реализации дефолтов многих активов сразу. Иначе, вероятность дефолта одного актива снижается;
- рискованные транши (equity tranches CDO) становятся дешевле и более привлекательными для инвесторов;
- объемы торговли рискованными траншами и рисками растут.

Зависимость частоты дефолтов от их корреляции для индексов CDX, iTraxx



Based on simulations with 40,000 iterations assuming a 1% default probability. Source: Nomura

Лекция 8. 5 апреля 2011 года.

- Эмпирическая апробация модели
- Нелинейность и сингулярность финансового рынка
- Экономический механизм усиления положительной обратной связи
- Финансовый рычаг усиливает положительные обратные связи на

  финансовом рынке
- Вероятность и время кризиса
- Функции кризиса и «выживания» финансовой системы

Эмпирическая апробация модели

- Временные ряды за 2001-2005 гг :
- объемов мирового ВВП по неизменной покупательной способности валют; денежной базы; бюджетного дефицита; мировых заимствований

(World Outlook, Sept 2006, IMF);

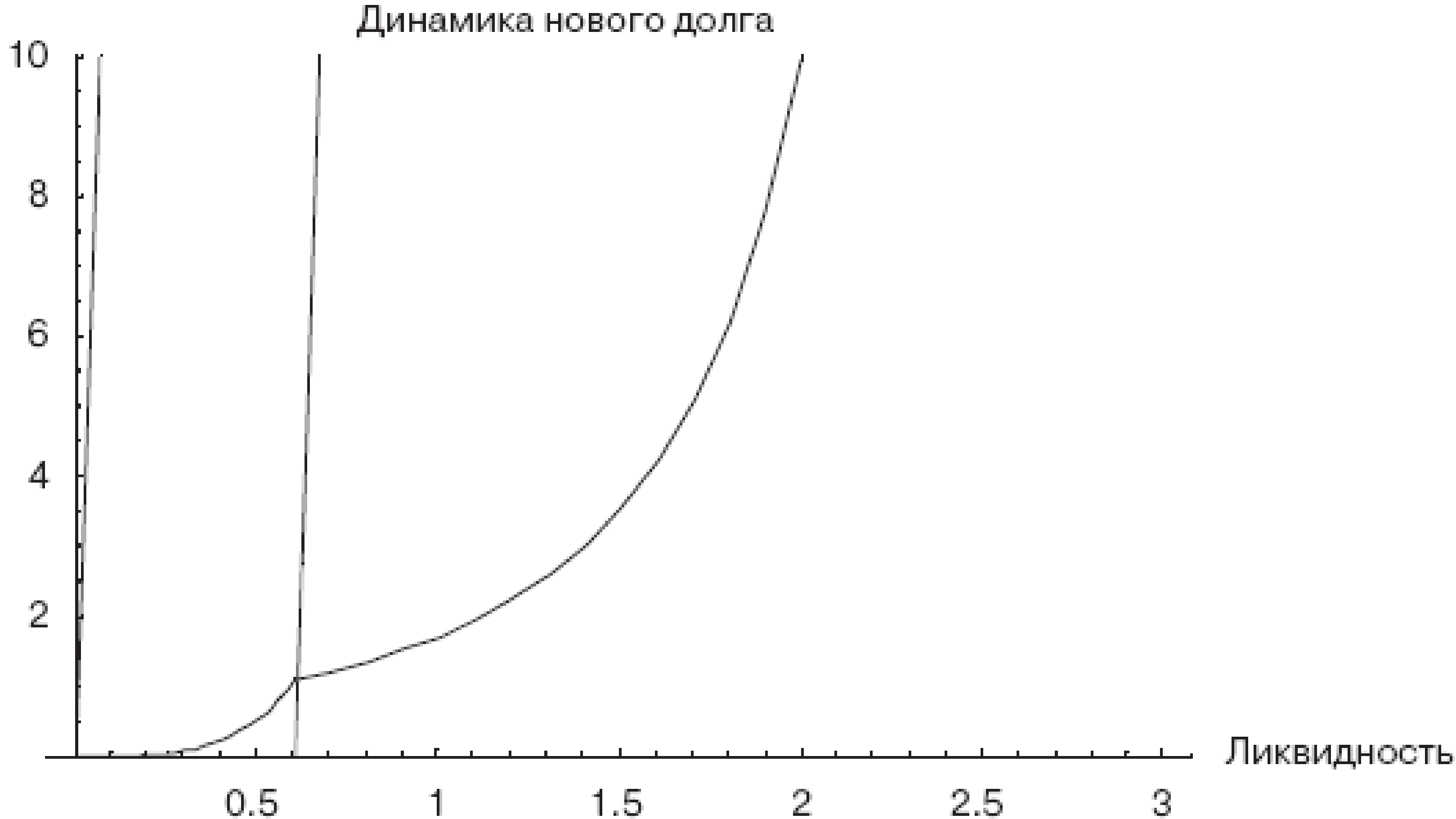
- Информация *Independent Strategy об объемах глобального секьюритизированного долга;*
- *Параметр (начальный долг) 0.62 трлн долларов*
- *Критическая экспонента a=1.42*
- *Критический объем эмиссии глобальной ликвидности 2.91 трлн долларов*

Возможная динамика глобального долга

Таблица 4. Состояние глобальных финансов (трлн долларов США) для $a = 1.42$

Мировой объем секьюритизированного долга, $B(s)$	Параметр «нового долга», $f(0)$	Критический объем эмиссии денег «повышенной мощности», S_c	Объем эмиссии денег «повышенной мощности», S	Объемы стоимости «нового долга», $f(s)$	Относительная стоимость денег, $\frac{s}{f(s)}$	Пределы заимствований, $q = \frac{f(s)}{F}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
84.3	$ 0.62	$ 2.91	$ 0.61	$ 1.1	0.55	0.01
			$ 1.22	$ 2.24	0.55	0.03
			$ 2.44	$ 47.6	0.05	0.56
			$ 2.54	$ 84.1	0.03	1.02
			$ 2.6	$ 128.2	0.02	1.52

Динамика глобальных новых заимствований



Нелинейность и сингулярность финансового рынка

- Природа нелинейности на финансовых рынках определяется возможностью оплаты существующих долгов новыми долгами
- Синтетические инструменты типа CDO, CPDO, ABCP, etc являются обеспечением долгами новых заимствований, причем с высокими значениями финансового рычага
- Решение нелинейного уравнения динамики долга имеет сингулярную точку
- Объяснение нелинейности состоит в качественных изменениях микроструктуры финансовых рынков

Экономический механизм усиления положительной обратной связи

- П**оложительная обратная связь** между увеличением общей стоимости долга и размерами эмиссии новых долгов объясняется массовой практикой **оплаты существующих долгов новыми долговыми обязательствами.**

- «В основе предположения, что старый долг оплачен, лежит то обстоятельство, что мы взяли новый заем, на гораздо большую сумму…»
 (***Д.Рикардо***, *Опыт фундированных займов*, с. 235 ;автор цитирует выступление Гескиссона в британском парламенте)

- В условиях избытка ликвидности широко используются различные формы секьюритизированного долга (CDOs, CPDOs), а также облегченного кредитования (*payments-in-kind, subprime and NINJA loans,* etc.)

Рост стоимости глобального долга сопровождается увеличением финансового рычага

- Показатели (6) колонки приведенной выше таблицы характеризуют увеличение размеров ***финансового рычага*** от 1.8 до 50, и выше.
- Это соответствует гипотезе ***Т. Адриана и С.Х. Шина*** о проциклическом поведении данного индикатора в зависимости от изменения стоимости активов

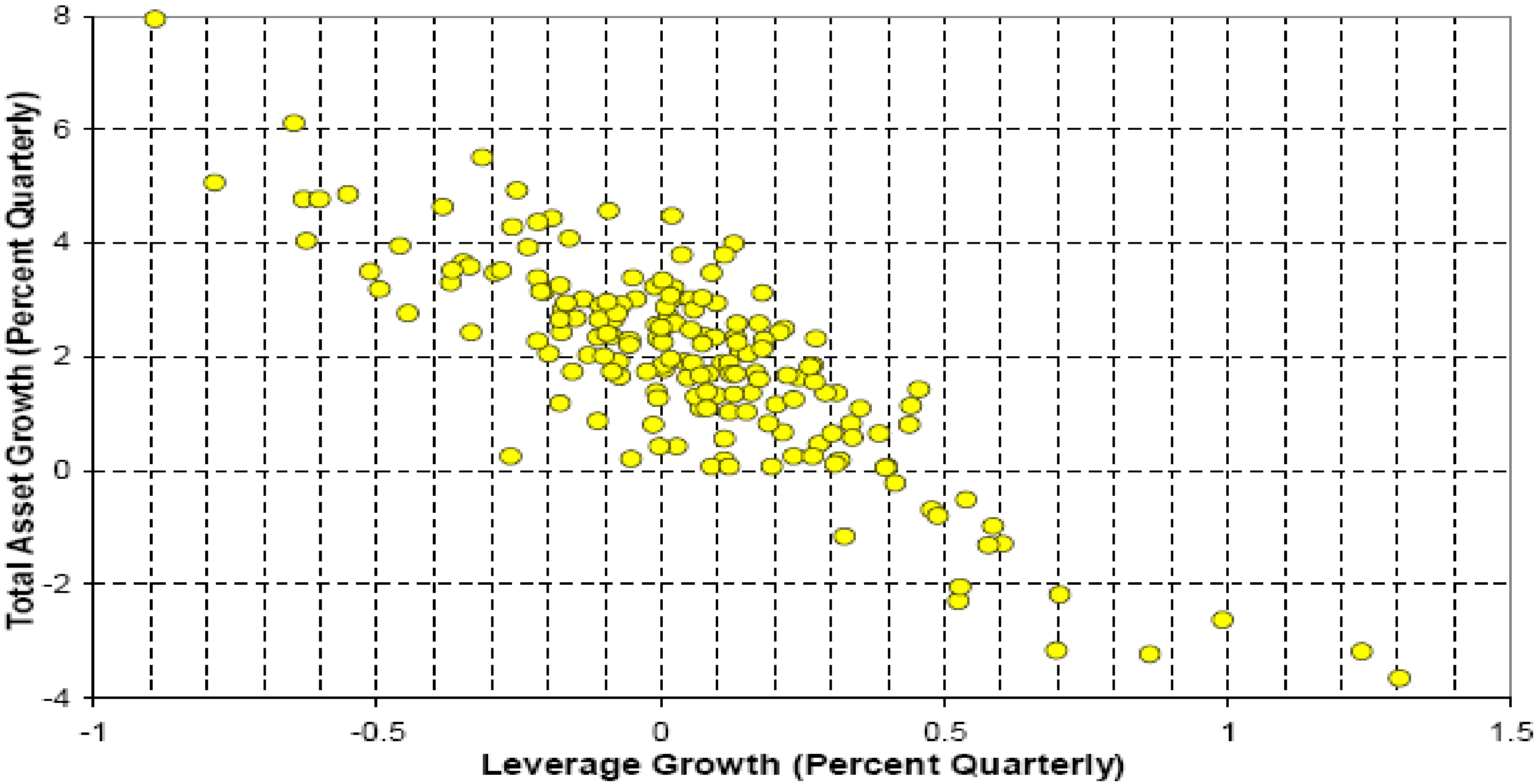
Финансовый рычаг усиливает положительные обратные связи на финансовом рынке

- В ряде работ, опубликованных в 2005-2008гг американские исследователи *Т. Адриан и Х.С. Шин*

4. Adrian, T., Shin, H., S. (2008) Liquidity and financial contagion, Banque de France, *Financial Stability Review*, February.

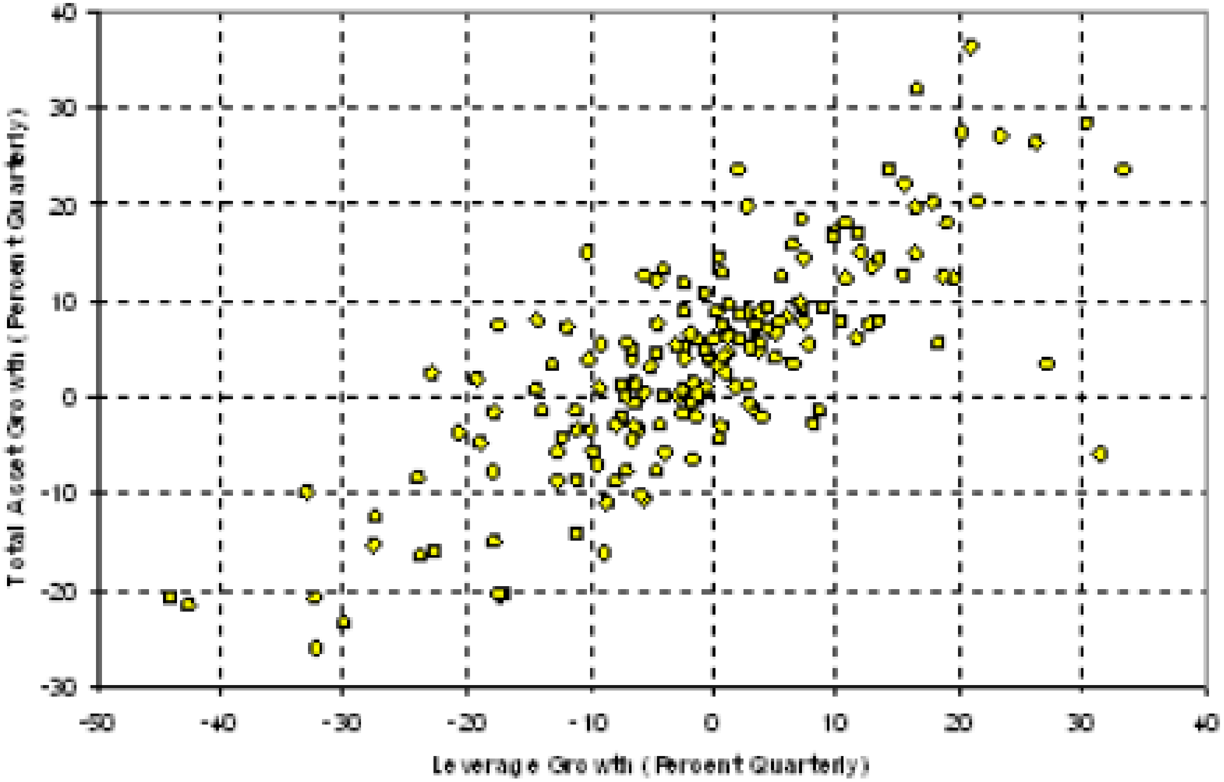
- Г
- домашние хозяйства и нефинансовые корпорации, как правило, «пассивны» в использовании финансового рычага
- инвестиционные банки и хедж-фонды, напротив, увеличивали финансовый рычаг по мере роста стоимости активов

Антициклический характер изменений рычага у домашних хозяйств (Adrian & Shin)



U.S. Flow of Funds (1963 - 2006)

Проциклический характер изменений финансового рычага у инвестиционных банков и хедж-фондов (Adrian & Shin)



Расчет условной вероятности перколации финансовой системы

- Априорная вероятность формирования «рынка покупателей», p= 0.592, соответствует объему эмиссии ликвидности в 2.91 трлн долларов;
- Априорная вероятность текущего положения системы p=0.12 соответствует эмиссии ликвидности в объеме 0.61 трлн долларов;
- Вероятность перколации существующей системы 0.21;
- Условная вероятность перколации системы:

$$p_{cond} = \frac{0.21}{1-0.21} = 0.27$$

Вероятность и время кризиса

Уровень глобального внутреннего долга x_t на конец 2007 года составлял 57.1 триллиона долларов (78 BIS Report). x_t - случайная величина, которая на момент дефолта (глобального кризиса) t равна

$$x_t = x_{\min} \exp[rt],$$

где r - темп изменения глобального внутреннего долга за месяц.

Минимальная величина глобального долга $x_{\min}$ равна 40 триллионам долларов.

Из соотношения:

$$(1+r)^3 = \frac{57.1}{55.3},$$

среднемесячный темп прироста глобального внутреннего долга r составляет 1.1 процента.

Условная вероятность наступления кризиса

Кризисы достаточно далеко, порядка 10 лет, разнесены во времени, что позволяет считать их независимыми друг от друга. Из эмпирических соображений следует, что вероятность кризиса на длинном временном интервале выше, чем на коротком, а ранний кризис - более вероятен, чем отдаленный. Поэтому время кризиса - случайная величина T, имеющая экспоненциальное распределение вероятностей:

$$P(t) \equiv \Pr[T \le t] = \int_0^t h \exp[-hz]dz = 1 - \exp[-ht],$$

где h - условная вероятность (hazard rate) наступления кризиса ликвидности.

Для известной из модели перколяции вероятности $p \equiv P(t^*) = 0.12$ и времени «возврата события» $t^* = [P(t^*)]^{-1} \cong 8$ *лет* из уравнения:

$$P(t^*) = 1 - \exp[-ht^*]$$

находится параметр $h = 0.016$, имеющий размерность месяца.

Комбинация экспоненциального распределения и экспоненциальной функции процесса порождает распределение *Парето*.

Используя известное соотношение

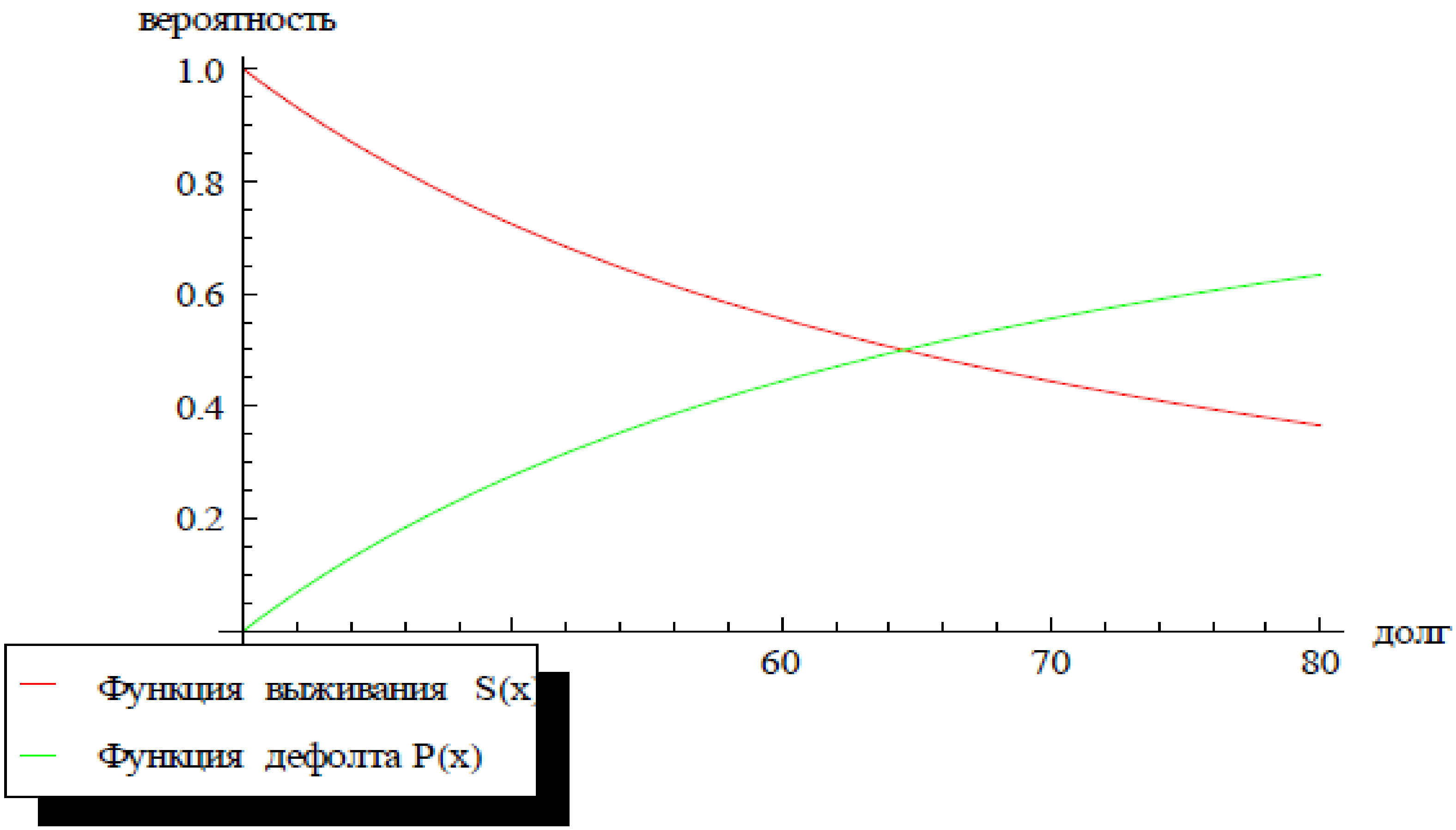
$$p(x) = p(t)\left|\frac{dt}{dx}\right|,$$

находим плотность распределения вероятностей размеров долга на момент кризиса:

$$p(x) = \frac{\beta}{x_{\min}}\left(\frac{x}{x_{\min}}\right)^{-\alpha},$$

где $\alpha = 1 + \beta = 1 + \frac{h}{r}$, а с учетом найденных значений параметров h и r, $\alpha = 2.45$ и $\beta = 1.45$.

Функции кризиса и «выживания» финансовой системы



Равновероятная ситуация

Увеличение глобальных заимствований повышает вероятность кризиса. Так, на отметке примерно в 64 триллиона долларов шансы осуществления, либо отсутствия, кризиса глобальной системы уравняются и составят 50:50. Решение уравнения

$$S(x) = P(x),$$

где функция $S(x) = [x/x_{\min}]^{-\beta}$ определяет вероятность «выживания» системы глобального долга, а $P(x) = 1 - [x/x_{\min}]^{-\beta}$ дает распределение вероятностей кризиса.

Оценка времени до глобального коллапса

Если полагать, что степенное распределение с данными параметрами существует в окрестности точки перколяции, то из уравнения

$$0.592 = 1 - [x/40]^{-1.45}$$

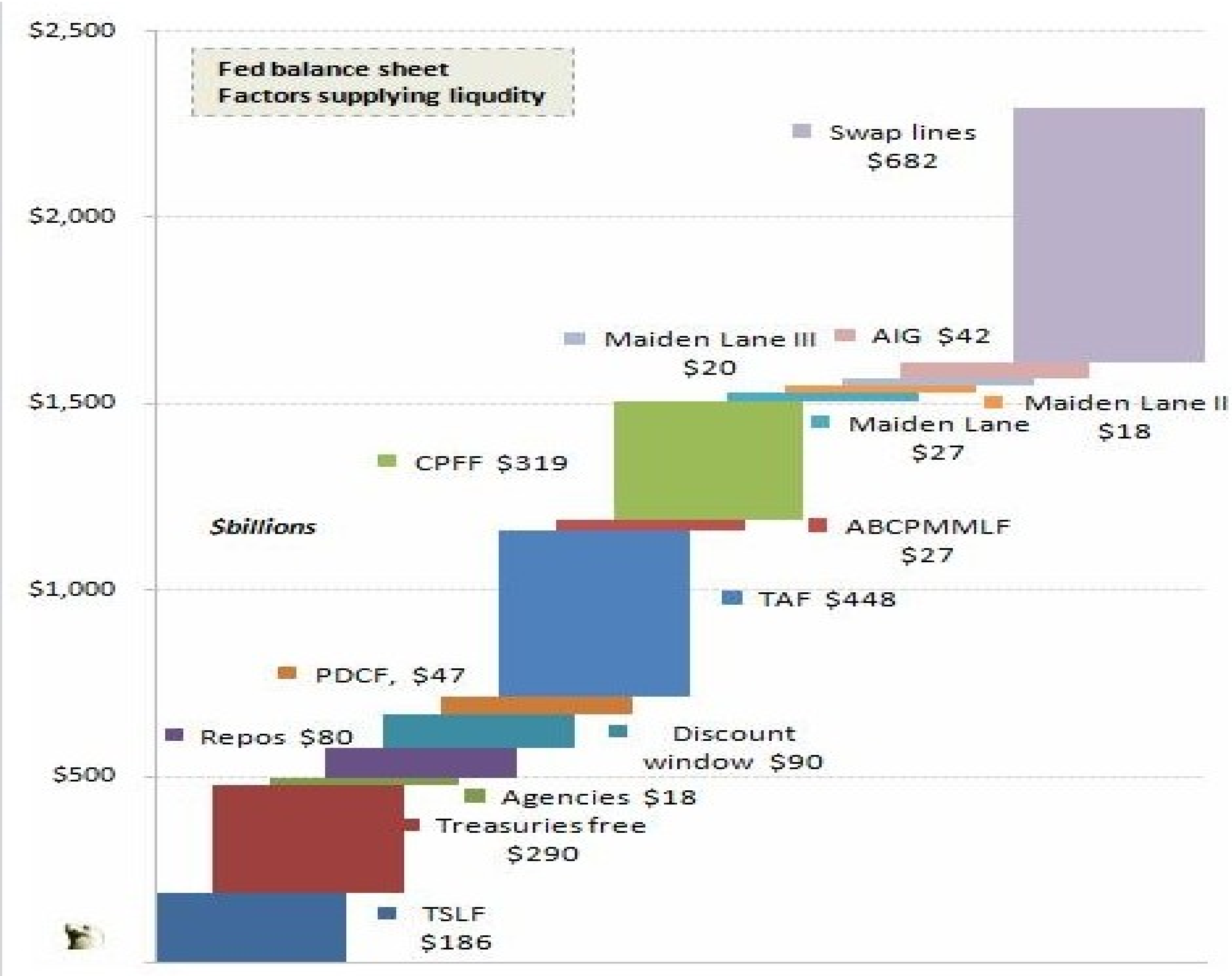
следует, что для глобального внутреннего долга в 74 триллиона долларов система претерпевает качественную перестройку. Величины $x_t = 74.32$ и $r = 0.011$ в уравнении $S(x) = P(x)$ дают период времени, оставшийся до глобального кризиса. Он составляет 56 месяцев, или примерно четыре с половиной года.

Динамика кризиса: сентябрь 2008 - март 2009 гг

- Спасение финансовой системы: «избыточная» ликвидность вместо сокращения - возросла, причем быстро и в беспрецедентных масштабах.
- Действия ФРС и правительства на «коротком» и «длинном» концах кривой доходности: гигантское увеличение ликвидности в сочетании с наращиванием государственных долгов.
- За сентябрь-октябрь 2008 года баланс ФРС увеличился с 0.9 трлн долларов до 2.2 трлн долларов.
- В 2009 году ликвидность возрастет минимум на 1.2 трлн долларов (0.75 трлн долл – токсичные ипотечные долги, 0.4 трлн долл– государственные долги).
- ***Б.Бернанке*** неоднократно подтверждал обязательства ФРС покупать долги правительства в необходимых размерах.

- Перколационная модель раскрывает эти процессы.

Структура активов the Fed (December, 2008)



О роли кредита в обществе

- «Замечательный кредит. Основа современного общества… Кто будет отрицать, что он обеспечил наступление золотого века всеобщего доверия и безграничной уверенности в выполнимости обещаний?… ***Два года тому назад я не стоил и цента, а сегодня задолжал уже два миллиона долларов***.»
- ***Марк Твен***