

## Городская олимпиада по экономике

9 класс

## Ответы на вопросы тестов

По 4 балла за правильный ответ на каждый вопрос теста

	а	б	в	г
1		X		
2			X	
3	X			
4				X
5		X		
6		X		
7			X	
8	X			
9				X
10		X		

## Решение теста 1

Если бы государство не участвовало в закупках, то равновесная цена на рынке сложилась бы равной  $P = 18$ , как показано на рис. 1а. После решения государства о закупках новая функция спроса имеет вид

$$Q^{D_2} = \begin{cases} 550 - 10P, & 0 \leq P \leq 25 \\ 500 - 10P, & P \geq 25 \end{cases}$$

Равновесие достигается при  $Q^{D_2}(P) = Q^S(P)$ ,  $550 - 10P = 50 + 15P$ ,  $P = 20$ ,  $Q = 350$  (см. рис. 1б).

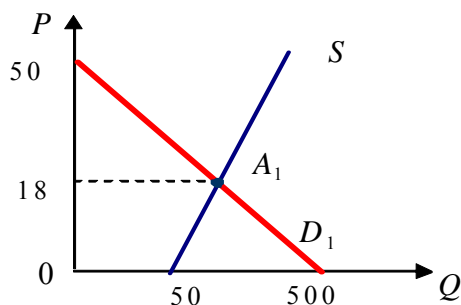


Рис. 1 а.

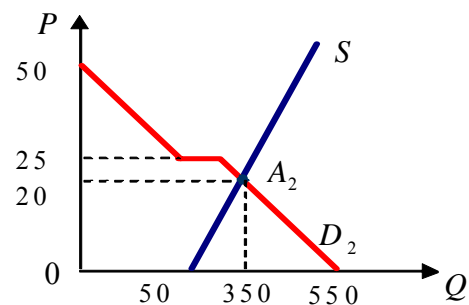


Рис. 1 б.

## Решение теста 2

Условие максимизации прибыли при совершенной конкуренции на рынке труда и на рынке продукции  $pMP_L = w$ . Если  $pMP_L > w$ , то фирме выгодно увеличивать число работников и прибыль при этом будет расти. Если  $pMP_L < w$ , то фирме для увеличения прибыли выгодно уменьшать число работников.

В тесте  $p = 50$ ,  $w = 150$ , поэтому чтобы прибыль уменьшилась предельный продукт должен удовлетворять условию

$$MP_L < w/p = 3.$$

Если средняя производительность труда равна  $AP_L = 3$  и убывает, то  $MP_L < AP_L$ , поэтому  $MP_L < 3$ .

### Решение теста 7

Затраты на строительство, пересчитанные к начальному периоду для различных фирм равны

$$TC_1 = 2,1; TC_2 = 1,4 + 1,4/2 = 2,1;$$

$$TC_3 = 2,6 \cdot 0,6 + 2,6 \cdot 0,4/2 = 1,56 + 0,52 = 2,08.$$

В случае третьей фирмы затраты меньше, поэтому ее предложение выгоднее.

### Решение теста 8

Средние издержки  $LAC = q^2 - 10q + 100$  достигают минимума при  $q = 5$ , при этом  $P = LAC_{\min} = 75$ . Рыночный спрос равен  $Q^D = 2000 - 20 \cdot 75 = 500$ . Поэтому количество фирм в отрасли  $N = Q^D / q = 500/5 = 100$ .

## Решение задач 9 класса

По 15 баллов за полное решение каждой задачи.

### Задача 1

Решение

1) На рис.1 а и 1 б показаны кривые производственных возможностей двух мастерских. Приняты обозначения:  $x$  – количество стеклянных шаров,  $y$  – количество стеклянных звездочек.

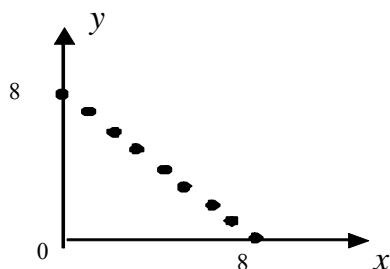


Рис. 1 а. КПВ 1.

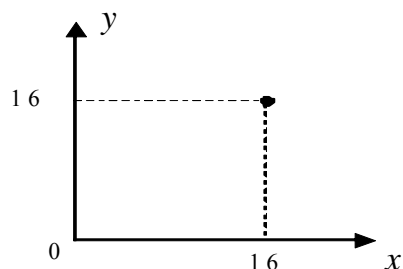


Рис. 1 б. КПВ 2.

Первая мастерская за 1 день может изготовить  $x$  стеклянных шаров и  $8 - x$  стеклянных звездочек, где  $x$  – любое целое число от 0 до 8. КПВ состоит из 9 точек, показанных на рис. 1 а. Для второй мастерской КПВ состоит всего из одной точки с координатами  $x = 16$  стеклянных шаров и  $y = 16$ .

Совокупная граница производственных возможностей двух мастерских представлена на рис. 2. Она также состоит из 9 отдельных точек с координатами  $(x, 24 - x)$ , где  $x$  – целое число от 0 до 8.

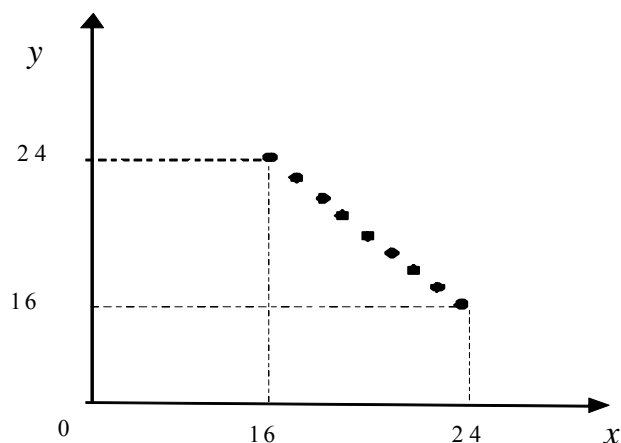


Рис. 2.

2).

Пропорции взаимовыгодного обмена 1 шара (товар  $x$ ) на  $k$  звездочек (товар  $y$ ):  
**любое значение  $k > 0$ , но  $k \neq 1$ .**

Пропорции безубыточного обмена 1 шара (товар  $x$ ) на  $k$  звездочек (товар  $y$ ):  
**любое значение  $k \geq 0$ .**

Если учитывать, что продукты обмениваются в целых количествах, то надо также предполагать, что  $k$  должны быть рациональными числами.

3).

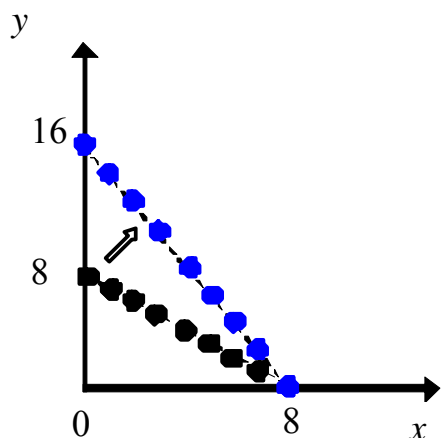


Рис.3 а. Кривая торговых возможностей для 1-ой мастерской.

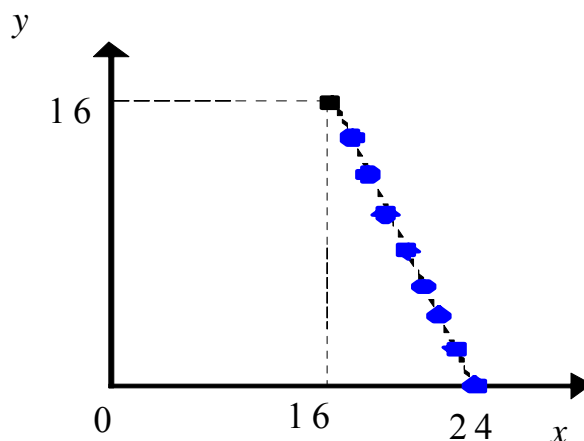


Рис. 3 б. Кривая торговых возможностей для 2-ой мастерской.

Кривые торговых возможностей мастерских нарисована на рис. 3. Максимально можно обменять 8 стеклянных шаров на 16 стеклянных звездочек.

## Задача 2

### Решение

По условию задачи обратная функция спроса задается линейной функцией  $P = a - bQ$ . Себестоимость единицы продукции  $c$  не зависит от объема выпуска, поэтому издержки равны  $TC = cQ$ . Выпишем функцию прибыли:

$$\pi = TR - TC = PQ - cQ = (P - c)Q = (a - c - bQ)Q \rightarrow \max.$$

Условие максимизации прибыли:  $MR = MC$ , учитывая, что  $MR = a - 2bQ$  и  $MC = c$  можно представить в виде  $a - 2bQ = c$ . Отсюда

$$Q_M = 0,5(a - c)/b, P_M = a - bQ_M = a - 0,5(a - c) = 0,5(a + c).$$

Поскольку известно, что  $P_M = 3c$ , то отсюда можно получить:  $0,5(a + c) = 3c$  или  $a = 5c$ . Прямую функцию спроса и прибыль фирмы можно записать в виде

$$Q = (a - P)/b = (5c - P)/b,$$

$$\pi = (a - c - bQ)Q = (5c - c - (5c - P))(5c - P)/b = (P - c)(5c - P)/b.$$

Эластичность спроса по цене равна

$$E = Q'_P \frac{P}{Q} = -\frac{1}{b} \frac{P}{Q} = -\frac{P}{5c - P}.$$

Используем условие, что при цене 60 руб. эластичность спроса по цене равна  $(-2/3)$ :

$$-\frac{P}{5c - P} = -\frac{2}{3}.$$

Таким образом, в этой точке  $P = 2c = 60$ , откуда  $c = 30$ , а прибыль

$$\pi = (P - c)(5c - P)/b = (2c - c)(5c - 2c)/b = 3c^2/b = 3 \cdot 30^2/b = 2700/b = 3000,$$

следовательно,  $b = 2700/3000 = 0,9$ . В результате оптимальный выпуск, цена и прибыль будут равны

$$Q_M = 0,5(a-c)/b = 0,5(5c-c)/b = 2 \cdot 30/0,9 = 200/3, \quad P_M = 0,5(a+c) = 3c = 90.$$

$$\pi = (P-c)(5c-P)/b = (3c-c)(5c-3c)/b = 4c^2/b = 4 \cdot 30^2 / 0,9 = 4000.$$

**Ответ: максимальная прибыль может быть равна 4000 руб.**

### Задача 3

Решение

1). Предельные издержки каждой фирмы равны  $MC = Q$ . Поскольку условие максимизации прибыли одной фирмы при заданной цене имеет вид  $P = MC(Q) = Q$ , то отсюда получим функцию предложение фирмы  $Q_1^S = P$ . Суммарное предложение 20 фирм будет иметь вид:

$$Q_\Sigma^S = 20Q_1^P(P) = 20P.$$

Фейерверки выступают общественным благом для населения, поэтому суммарный спрос найдем сложением «по вертикали» кривых индивидуального спроса. Обратный спрос имеет вид

$$P_1^D = 1 + \frac{120}{Q}, \quad P_2^D = 2 + \frac{90}{Q}, \quad P_3^D = 3 + \frac{170}{Q}, \quad P_4^D = 4 + \frac{100}{Q}.$$

Суммарный обратный спрос равен

$$P = P_1^D(Q) + P_2^D(Q) + P_3^D(Q) + P_4^D(Q) = 10 + \frac{480}{Q}.$$

Отсюда найдем суммарный спрос

$$Q_\Sigma^D = \frac{480}{P-10}, \quad P > 10.$$

Найдем равновесие, приравняв функции суммарного спроса и предложения (см. рис. 4):

$$Q_\Sigma^D(P) = Q_\Sigma^S(P),$$

или

$$\frac{480}{P-10} = 20P.$$

Квадратное уравнение

$$P^2 - 10P - 24 = 0$$

имеет единственный положительный корень  $P = 12$ . При этом всего будет

$Q = \frac{480}{12-10} = 240$  фейерверков. Каждая фирма продаст 12 фейерверков и получит

прибыль  $\pi = 12 \cdot 12 - 0,5 \cdot 12^2 - 32 = 40$ . Суммарная прибыль всех фирм будет 800.

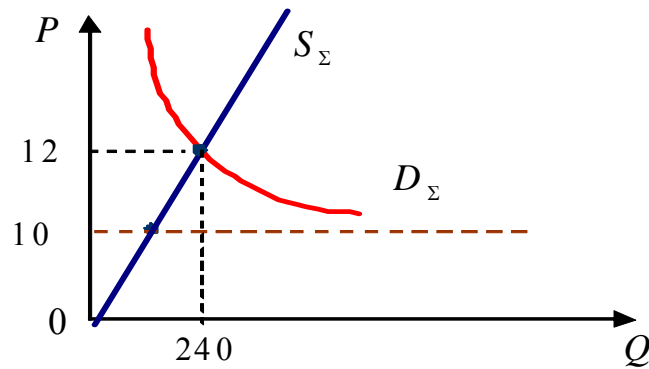


Рис. 4.

2). В случае объединения всех фирм в картель все фирмы продают снова одинаковое число фейерверков  $Q_1 = Q_2 = \dots = Q_{20} = Q/20$  и суммарная функция издержек всех фирм будет равна  $TC_{\Sigma} = Q^2/40 + 640$ , где  $Q$  – общий выпуск. Картель максимизирует суммарную прибыль, если

$$\pi_c = P(Q)Q - TC_{\Sigma}(Q) \rightarrow \max.$$

Подставив обратную функцию спроса и функцию издержек картеля, получим

$$\left(10 + \frac{480}{Q}\right)Q - \frac{Q^2}{40} - 640 \rightarrow \max.$$

Максимум прибыли достигается при  $MR = MC_c$ , где предельная выручка и предельные издержки картеля соответственно имеют вид (см. рис. 5):

$$MR = 10, MC_c = Q/20.$$

В результате новые параметры равновесия  $Q = 200$ ,  $P = 12,4$ . Каждая фирма продает по 10 фейерверков, прибыль картеля будет равна  $\pi_c = 840$ .

Таким образом, по сравнению со случаем независимых фирм цена увеличится на 0,4 ден. единицы, число фейерверков уменьшится на 40. Прибыль всех фирм возрастет на 40 ден. единиц.

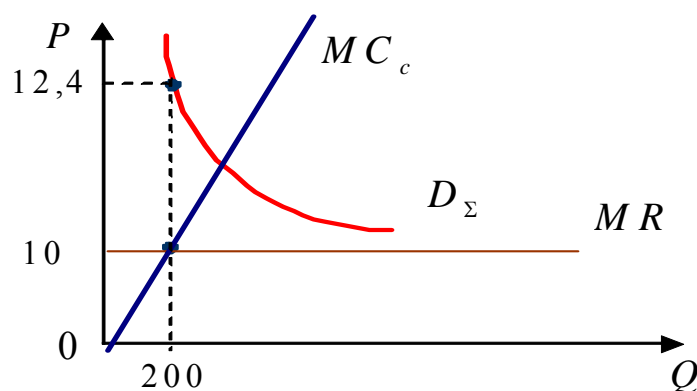


Рис. 5.

#### Задача 4

##### Решение

Найдем функцию издержек фирмы, владеющей двумя фабриками. Для этого надо решить сначала задачу минимизации суммарных издержек двух фабрик

$$TC_I = \min(TC_1(q_1) + TC_2(q_2))$$

при условии, что  $q_1 + q_2 = Q$ . Эту задачу можно представить в виде

$$q_1^2 + q_2^2 = q_1^2 + (Q - q_1)^2 \rightarrow \min.$$

Отсюда получим, что минимум достигается, если каждая фабрика будет производить ровно половину общего выпуска:

$$q_1 = q_2 = 0,5Q.$$

В этом случае общие издержки производства будут равны

$$TC_I = TC_1(q_1) + TC_2(q_2) = q_1^2 + q_2^2 = (0,5Q)^2 + (0,5Q)^2 = 0,5Q^2.$$

Поскольку транспортные издержки постоянны и для каждого региона равны 100 ден. ед., то функция издержек фирмы равна

$$TC = TC_I + 100 + 100 = 0,5Q^2 + 200$$

при условии, что фирма будет продавать товар и на севере и на юге, т.е.  $Q_1 > 0$  и  $Q_2 > 0$ . Если поставки товара будут производиться только в один регион, то транспортные издержки составят всего 100 ден. ед. В этом случае издержки фирмы будут равны

$$TC = TC_I + 100 = 0,5Q^2 + 100.$$

1). Найдем суммарный спрос на товар фирмы

$$D(P) = D_1(P) + D_2(P) = \begin{cases} 100 - 2P, & 40 \leq P \leq 50; \\ 180 - 4P, & 0 \leq P \leq 40. \end{cases}$$

Максимум прибыли будет достигаться при равенстве предельных издержек предельной выручке:

$$MR(Q) = MC(Q).$$

Предельные издержки найдем, вычисляя производную функции общих издержек фирмы

$$MC(Q) = TC'(Q) = (0,5Q^2 + 100)' = Q.$$

Предположим сначала, что фирма продает товар в оба региона.

Запишем функцию обратного спроса

$$P = D_1(P) + D_2(P) = \begin{cases} 50 - 0,5Q, & 0 \leq Q \leq 20; \\ 45 - 0,25Q, & 20 \leq Q \leq 180 \end{cases}$$

и вычислим предельную выручку

$$MR = \begin{cases} 50 - Q, & 0 \leq Q < 20; \\ 45 - 0,5Q, & 20 < Q \leq 180. \end{cases}$$

Равенство предельных издержек и предельной выручки достигается при  $Q = 45 - 0,5Q$ , откуда получаем  $Q = 30$  (см. координату точки 1 на рис. 6). При

этом цена в точке 1 определяется по кривой суммарного спроса:  $P = 45 - 0,25Q = 45 - 0,25 \cdot 30 = 37,5$ .

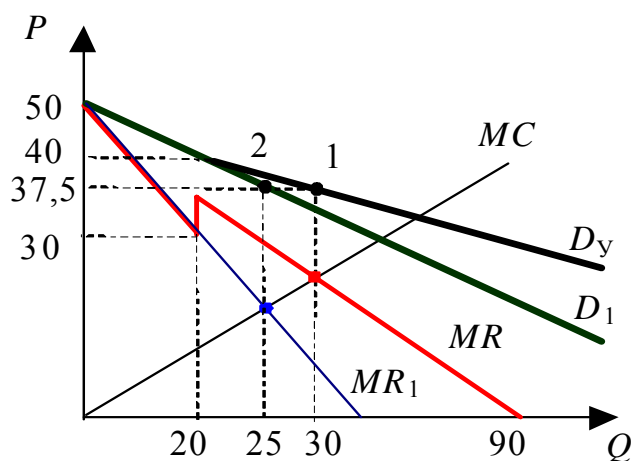


Рис. 6.

Продукция жителям севера и юга в этом случае продается в количествах

$$Q_1^D = 100 - 2P = 100 - 2 \cdot 37,5 = 25, \quad Q_2^D = 80 - 2P = 80 - 2 \cdot 37,5 = 5.$$

Прибыль фирмы равна

$$\pi_1 = TR - TC = PQ - (0,5Q^2 + 200) = 37,5 \cdot 30 - (0,5 \cdot 30^2 + 200) = 475.$$

Теперь предположим, что костюмы продаются только в один регион. В этом случае предпочтительнее выбрать тот регион, в котором цена за одно и то же количество выше, т.е. северный регион, где спрос выше по сравнению с югом.

Тогда  $MR = MR_1 = 50 - Q$  при  $0 \leq Q \leq 50$ . Равенство предельных издержек и предельной выручки достигается в этом случае при  $Q = 50 - Q$ , что приводит к решению  $Q = 25$ , как видно из рисунка. Цена в этом случае определяется по кривой спроса  $D_1$  в точке 2 и снова будет равна

$$P = 50 - 0,5Q = 50 - 0,5 \cdot 25 = 37,5.$$

Прибыль фирмы достигает значения

$$\begin{aligned} \pi_2 = TR - TC = PQ - (0,5Q^2 + 100) &= 37,5 \cdot 25 - (0,5 \cdot 25^2 + 100) = \\ &= 937,5 - 412,5 = 525. \end{aligned}$$

Так как  $\pi_2 > \pi_1$ , то делаем вывод, что выгоднее товар продавать только жителям севера.

**Ответ: максимальная прибыль равна 525 ден. ед., фирма производит  $Q = 25$  единиц продукции и продает их жителям юга по цене  $P = 37,5$ .**

2). При ценовой дискриминации предельные издержки на рынках севера и юга должны быть равны между собой и равны предельным издержкам фирмы, если фирма поставляет товар в оба региона. Из уравнений кривых спроса получим функции обратного спроса

$$P_1 = 50 - 0,5Q_1, \quad P_2 = 40 - 0,5Q_2$$

и затем функции предельной выручки фирмы от продаж жителям юга и севера



$$MR_1 = 50 - Q_1, \quad MR_2 = 40 - Q_2.$$

Условие оптимальности принимает вид

$$MR_1(Q_1) = MR_2(Q_2) = MC(Q),$$

где  $Q = Q_1 + Q_2$  – общее количество продаваемой продукции. Подставляя в это уравнение функции предельной выручки и издержек фирмы, получим

$$50 - Q_1 = 40 - Q_2 = Q_1 + Q_2.$$

Отсюда

$$Q_1 = 20, \quad Q_2 = 10, \quad Q = 30, \quad P_1 = 50 - 0,5 \cdot 20 = 40, \quad P_2 = 40 - 0,5 \cdot 10 = 35.$$

Прибыль фирмы будет равна

$$\begin{aligned} \pi_3 &= TR_1 + TR_2 - TC = P_1 Q_1 + P_2 Q_2 - (0,5Q^2 + 200) = \\ &= 40 \cdot 20 + 35 \cdot 10 - (0,5 \cdot 30^2 + 200) = 1150 - 650 = 500. \end{aligned}$$

Можно заметить, что  $\pi_3 > \pi_1$ , т.е. ценовая дискриминация приносит прибыль в большем количестве, чем продажи без ценовой дискриминации. Но  $\pi_2 > \pi_3$ , т.е. еще выгоднее фирме отказаться от продажи товара жителям северного региона (т.к. слишком велики транспортные издержки) и продать товар только жителям юга, как и в первом пункте задачи.

**Ответ: максимальная прибыль равна 525 ден. ед., фирма производит  $Q = 25$  единиц продукции и продает их жителям юга по цене  $P = 37,5$ .**