г. Нижний Новгород **Решения** 2011 г.

Городская олимпиада по экономике

10 класс

Ответы на вопросы тестов

По 4 балла за правильный ответ на каждый вопрос теста

	а	**б**	**в**	**г**
1		X		
2			X	
3	X			
4				X
5		X		
6		X		
7			X	
8	X			
9				X
10		X		

Решение теста 1

Если бы государство не участвовало в закупках, то равновесная цена на рынке сложилась бы равной $P = 18$, как показано на рис. 1 а. После решения государства о закупках новая функция спроса имеет вид

$$Q^{D_2} = \begin{cases} 550 - 10P, & 0 \le P \le 25 \\ 500 - 10P, & P \ge 25 \end{cases}$$

Равновесие достигается при $Q^{D_2}(P) = Q^S(P)$, $550 - 10P = 50 + 15P$, $P = 20$, $Q = 350$ (см. рис. 1 б).

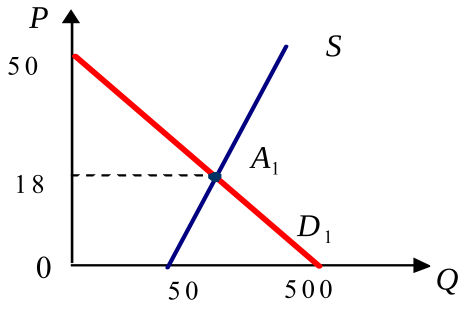

Рис. 1 а.

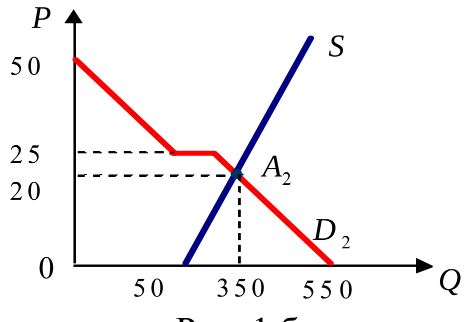

Рис. 1 б.

Решение теста 2

Условие максимизации прибыли при совершенной конкуренции на рынке труда и на рынке продукции $pMP_L = w$. Если $pMP_L > w$, то фирме выгодно увеличивать число работников и прибыль при этом будет расти. Если $pMP_L < w$, то фирме для увеличения прибыли выгодно уменьшать число работников.

В тесте $p = 50$, $w = 150$, поэтому чтобы прибыль уменьшилась предельный продукт должен удовлетворять условию

$$MP_L < w/p = 3.$$

Если средняя производительность труда равна $AP_L = 3$ и убывает, то $MP_L < AP_L$, поэтому $MP_L < 3$.

Решение теста 7

Затраты на строительство, пересчитанные к начальному периоду для различных фирм равны

$TC_1 = 2{,}1$; $TC_2 = 1{,}4 + 1{,}4/2 = 2{,}1$;

$TC_3 = 2{,}6 \cdot 0{,}6 + 2{,}6 \cdot 0{,}4/2 = 1{,}56 + 0{,}52 = 2{,}08$.

В случае третьей фирмы затраты меньше, поэтому ее предложение выгоднее.

Решение теста 8

Средние издержки $LAC = q^2 - 10q + 100$ достигают минимума при $q = 5$, при этом $P = LAC_{\min} = 75$. Рыночный спрос равен $Q^D = 2000 - 20 \cdot 75 = 500$. Поэтому количество фирм в отрасли $N = Q^D / q = 500/5 = 100$.

Решение задач 10 класса

По 15 баллов за полное решение каждой задачи.

Задача 1

Решение

1) На рис.1 а и 1 б показаны кривые производственных возможностей двух мастерских. Приняты обозначения: x – количество стеклянных шаров, y – количество стеклянных звездочек.

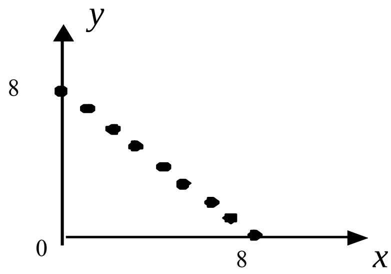

Рис. 1 а. КПВ 1.

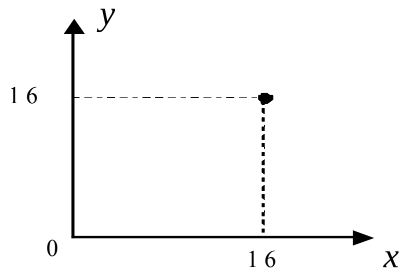

Рис. 1 б. КПВ 2.

Первая мастерская за 1 день может изготовить x стеклянных шаров и $8 - x$ стеклянных звездочек, где x – любое целое число от 0 до 8. КПВ состоит из 9 точек, показанных на рис. 1 а. Для второй мастерской КПВ состоит всего из одной точки с координатами $x = 16$ стеклянных шаров и $y = 16$.

Совокупная граница производственных возможностей двух мастерских представлена на рис. 2. Она также состоит из 9 отдельных точек с координатами $(x, 24 - x)$, где x – целое число от 0 до 8.

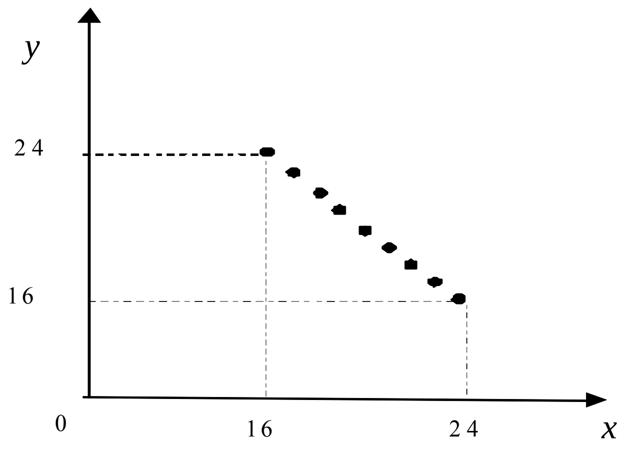

Рис. 2.

2).

Пропорции взаимовыгодного обмена 1 шара (товар x) на k звездочек (товар y):

любое значение $k > 0$, но $k \neq 1$.

Пропорции безубыточного обмена 1 шара (товар x) на k звездочек (товар y):

любое значение $k \geq 0$.

Если учитывать, что продукты обмениваются в целых количествах, то надо также предполагать, что k должны быть рациональными числами.

3).

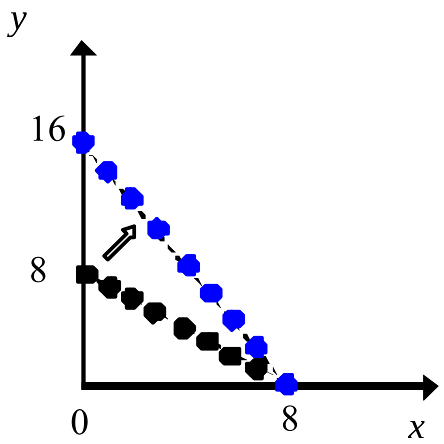

Рис.3 а. Кривая торговых возможностей для 1-ой мастерской.

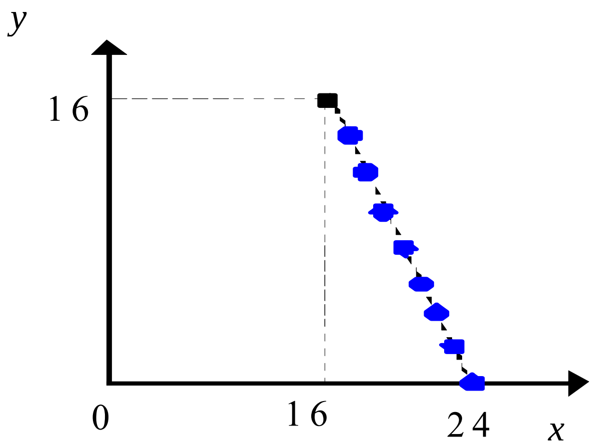

Рис. 3 б. Кривая торговых возможностей для 2-ой мастерской.

Кривые торговых возможностей мастерских нарисована на рис. 3. Максимально можно обменять 8 стеклянных шаров на 16 стеклянных звездочек.

Задача 2

Решение

По условию задачи обратная функция спроса задается линейной функцией $P = a - bQ$. Себестоимость единицы продукции c не зависит от объема выпуска, поэтому издержки равны $TC = cQ$. Выпишем функцию прибыли:

$$\pi = TR - TC = PQ - cQ = (P - c)Q = (a - c - bQ)Q \to \max.$$

Условие максимизации прибыли: $MR = MC$, учитывая, что $MR = a - 2bQ$ и $MC = c$ можно представить в виде $a - 2bQ = c$. Отсюда

$$Q_M = 0{,}5(a - c)/b,\ P_M = a - bQ_M = a - 0{,}5(a - c) = 0{,}5(a + c).$$

Поскольку известно, что $P_M = 3c$, то отсюда можно получить: $0{,}5(a + c) = 3c$ или $a = 5c$. Прямую функцию спроса и прибыль фирмы можно записать в виде

$$Q = (a - P)/b = (5c - P)/b,$$

$$\pi = (a - c - bQ)Q = (5c - c - (5c - P))(5c - P)/b = (P - c)(5c - P)/b.$$

Эластичность спроса по цене равна

$$E = Q'_P \frac{P}{Q} = -\frac{1}{b}\frac{P}{Q} = -\frac{P}{5c - P}.$$

Используем условие, что при цене 60 руб. эластичность спроса по цене равна (–2/3):

$$-\frac{P}{5c - P} = -\frac{2}{3}.$$

Таким образом, в этой точке $P = 2c = 60$, откуда $c = 30$, а прибыль

$$\pi = (P - c)(5c - P)/b = (2c - c)(5c - 2c)/b = 3c^2/b = 3 \cdot 30^2/b = 2700/b = 3000,$$

следовательно, $b = 2700/3000 = 0{,}9$. В результате оптимальный выпуск, цена и прибыль будут равны

$$Q_M = 0{,}5(a-c)/b = 0{,}5(5c-c)/b = 2\cdot 30/0{,}9 = 200/3\ ,\ P_M = 0{,}5(a+c) = 3c = 90.$$

$$\pi = (P-c)(5c-P)/b = (3c-c)(5c-3c)/b = 4c^2/b = 4\cdot 30^2\ /0{,}9 = 4000.$$

Ответ**: максимальная прибыль может быть равна 4000 руб.**

Задача 3

Решение

1). Предельные издержки каждой фирмы равны $MC = Q$. Поскольку условие максимизации прибыли одной фирмы при заданной цене имеет вид $P = MC(Q) = Q$, то отсюда получим функцию предложение фирмы $Q_1^S = P$. Суммарное предложение 20 фирм будет иметь вид:

$$Q_\Sigma^S = 20Q_1^P(P) = 20P.$$

Фейерверки выступают общественным благом для населения, поэтому суммарный спрос найдем сложением «по вертикали» кривых индивидуального спроса. Обратный спрос имеет вид

$$P_1^D = 1 + \frac{120}{Q},\ P_2^D = 2 + \frac{90}{Q},\ P_3^D = 3 + \frac{170}{Q},\ P_4^D = 4 + \frac{100}{Q}.$$

Суммарный обратный спрос равен

$$P = P_1^D(Q) + P_2^D(Q) + P_3^D(Q) + P_4^D(Q) = 10 + \frac{480}{Q}.$$

Отсюда найдем суммарный спрос

$$Q_\Sigma^D = \frac{480}{P-10},\ P > 10.$$

Найдем равновесие, приравняв функции суммарного спроса и предложения (см. рис. 4):

$$Q_\Sigma^D(P) = Q_\Sigma^S(P),$$

или

$$\frac{480}{P-10} = 20P.$$

Квадратное уравнение

$$P^2 - 10P - 24 = 0$$

имеет единственный положительный корень $P = 12$. При этом всего будет $Q = \dfrac{480}{12-10} = 240$ фейерверков. Каждая фирма продаст 12 фейерверков и получит прибыль $\pi = 12\cdot 12 - 0{,}5\cdot 12^2 - 32 = 40$. Суммарная прибыль всех фирм будет 800.

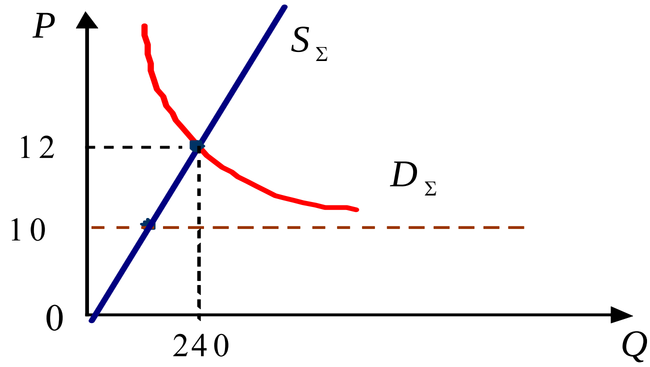

Рис. 4.

2). В случае объединения всех фирм в картель все фирмы продают снова одинаковое число фейерверков $Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_{20} = Q/20$ и суммарная функция издержек всех фирм будет равна $TC_\Sigma = Q^2/40 + 640$, где Q – общий выпуск. Картель максимизирует суммарную прибыль, если

$$\pi_c = P(Q)Q - TC_\Sigma(Q) \to \max .$$

Подставив обратную функцию спроса и функцию издержек картеля, получим

$$\left(10 + \frac{480}{Q}\right)Q - \frac{Q^2}{40} - 640 \to max .$$

Максимум прибыли достигается при $MR = MC_c$, где предельная выручка и предельные издержки картеля соответственно имеют вид (см. рис. 5):

$$MR = 10,\ MC_c = Q/20 .$$

В результате новые параметры равновесия $Q = 200$, $P = 12{,}4$. Каждая фирма продает по 10 фейерверков, прибыль картеля будет равна $\pi_c = 840$.

Таким образом, по сравнению со случаем независимых фирм цена увеличится на 0,4 ден. единицы, число фейерверков уменьшится на 40. Прибыль всех фирм возрастет на 40 ден. единиц.

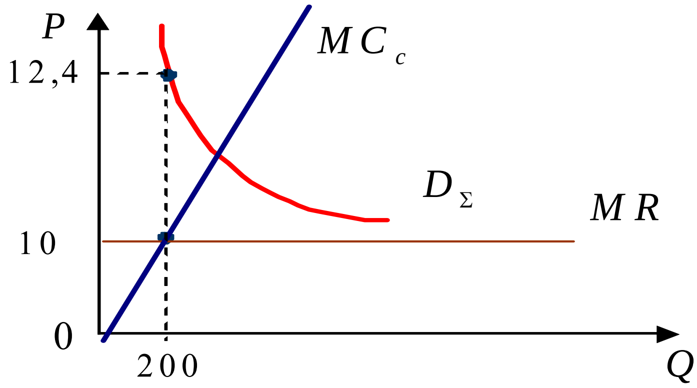

Рис. 5.

Задача 4

Решение

Найдем функцию издержек фирмы, владеющей двумя фабриками. Для этого надо решить сначала задачу минимизации суммарных издержек двух фабрик

$$TC_I = \min\left(TC_1(q_1) + TC_2(q_2)\right)$$

при условии, что $q_1 + q_2 = Q$. Эту задачу можно представить в виде

$$q_1^2 + q_2^2 = q_1^2 + (Q - q_1)^2 \to \min.$$

Отсюда получим, что минимум достигается, если каждая фабрика будет производить ровно половину общего выпуска:

$$q_1 = q_2 = 0{,}5Q.$$

В этом случае общие издержки производства будут равны

$$TC_I = TC_1(q_1) + TC_2(q_2) = q_1^2 + q_2^2 = (0{,}5Q)^2 + (0{,}5Q)^2 = 0{,}5Q^2.$$

Поскольку транспортные издержки постоянны и для каждого региона равны 100 ден. ед., то функция издержек фирмы равна

$$TC = TC_I + 100 + 100 = 0{,}5Q^2 + 200$$

при условии, что фирма будет продавать товар и на севере и на юге, т.е. $Q_1 > 0$ и $Q_2 > 0$. Если поставки товара будут производиться только в один регион, то транспортные издержки составят всего 100 ден. ед. В этом случае издержки фирмы будут равны

$$TC = TC_I + 100 = 0{,}5Q^2 + 100.$$

1). Найдем суммарный спрос на товар фирмы

$$D(P) = D_1(P) + D_2(P) = \begin{cases} 100 - 2P, & 40 \le P \le 50; \\ 180 - 4P, & 0 \le P \le 40. \end{cases}$$

Максимум прибыли будет достигаться при равенстве предельных издержек предельной выручке:

$$MR(Q) = MC(Q).$$

Предельные издержки найдем, вычисляя производную функции общих издержек фирмы

$$MC(Q) = TC'(Q) = \left(0{,}5Q^2 + 100\right)' = Q.$$

Предположим сначала, что фирма продает товар в оба региона.

Запишем функцию обратного спроса

$$P = D_1(P) + D_2(P) = \begin{cases} 50 - 0{,}5Q, & 0 \le Q \le 20; \\ 45 - 0{,}25Q, & 20 \le Q \le 180 \end{cases}$$

и вычислим предельную выручку

$$MR = \begin{cases} 50 - Q, & 0 \le Q < 20; \\ 45 - 0{,}5Q, & 20 < Q \le 180. \end{cases}$$

Равенство предельных издержек и предельной выручки достигается при $Q = 45 - 0{,}5Q$, откуда получаем $Q = 30$ (см. координату точки 1 на рис. 6). При этом цена в точке 1 определяется по кривой суммарного спроса: $P = 45 - 0{,}25Q = 45 - 0{,}25 \cdot 30 = 37{,}5$.

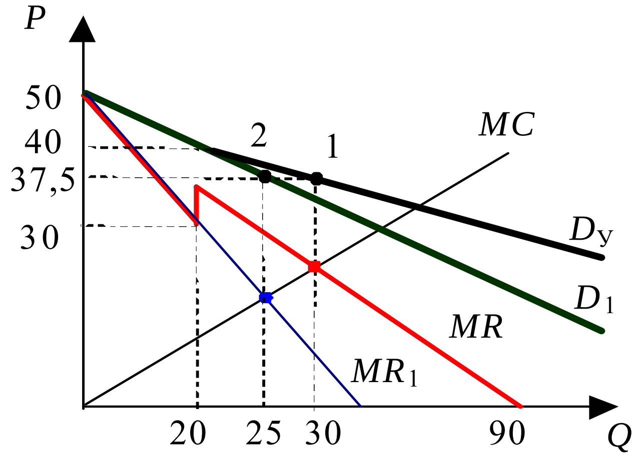

Рис. 6.

Продукция жителям севера и юга в этом случае продается в количествах

$$Q_1^D = 100 - 2P = 100 - 2 \cdot 37{,}5 = 25, \; Q_2^D = 80 - 2P = 80 - 2 \cdot 37{,}5 = 5.$$

Прибыль фирмы равна

$$\pi_1 = TR - TC = PQ - \left(0{,}5Q^2 + 200\right) = 37{,}5 \cdot 30 - \left(0{,}5 \cdot 30^2 + 200\right) = 475.$$

Теперь предположим, что костюмы продаются только в один регион. В этом случае предпочтительнее выбрать тот регион, в котором цена за одно и то же количество выше, т.е. северный регион, где спрос выше по сравнению с югом.

Тогда $MR = MR_1 = 50 - Q$ при $0 \le Q \le 50$. Равенство предельных издержек и предельной выручки достигается в этом случае при $Q = 50 - Q$, что приводит к решению $Q = 25$, как видно из рисунка. Цена в этом случае определяется по кривой спроса D_1 в точке 2 и снова будет равна

$$P = 50 - 0{,}5Q = 50 - 0{,}5 \cdot 25 = 37{,}5.$$

Прибыль фирмы достигает значения

$$\pi_2 = TR - TC = PQ - \left(0{,}5Q^2 + 100\right) = 37{,}5 \cdot 25 - \left(0{,}5 \cdot 25^2 + 100\right) =$$
$$= 937{,}5 - 412{,}5 = 525.$$

Так как $\pi_2 > \pi_1$, то делаем вывод, что выгоднее товар продавать только жителям севера.

Ответ: максимальная прибыль равна 525 ден. ед., фирма производит $Q = 25$ единиц продукции и продает их жителям юга по цене $P = 37{,}5$.

2). При ценовой дискриминации предельные издержки на рынках севера и юга должны быть равны между собой и равны предельным издержкам фирмы, если фирма поставляет товар в оба региона. Из уравнений кривых спроса получим функции обратного спроса

$$P_1 = 50 - 0{,}5Q_1, \; P_2 = 40 - 0{,}5Q_2$$

и затем функции предельной выручки фирмы от продаж жителям юга и севера

$$MR_1 = 50 - Q_1, \quad MR_2 = 40 - Q_2.$$

Условие оптимальности принимает вид

$$MR_1(Q_1) = MR_2(Q_2) = MC(Q),$$

где $Q = Q_1 + Q_2$ – общее количество продаваемой продукции. Подставляя в это уравнение функции предельной выручки и издержек фирмы, получим

$$50 - Q_1 = 40 - Q_2 = Q_1 + Q_2.$$

Отсюда

$$Q_1 = 20,\ Q_2 = 10,\ Q = 30,\ P_1 = 50 - 0{,}5 \cdot 20 = 40,\ P_2 = 40 - 0{,}5 \cdot 10 = 35.$$

Прибыль фирмы будет равна

$$\pi_3 = TR_1 + TR_2 - TC = P_1Q_1 + P_2Q_2 - \left(0{,}5Q^2 + 200\right) =$$
$$= 40 \cdot 20 + 35 \cdot 10 - \left(0{,}5 \cdot 30^2 + 200\right) = 1150 - 650 = 500.$$

Можно заметить, что $\pi_3 > \pi_1$, т.е. ценовая дискриминация приносит прибыль в большем количестве, чем продажи без ценовой дискриминации. Но $\pi_2 > \pi_3$, т.е. еще выгоднее фирме отказаться от продажи товара жителям северного региона (т.к. слишком велики транспортные издержки) и продавть товар только жителям юга, как и в первом пункте задачи.

Ответ: **максимальная прибыль равна 525 ден. ед., фирма производит $Q = 25$ единиц продукции и продает их жителям юга по цене $P = 37{,}5$.**