

Городская олимпиада по экономике

11 класс

Ответы на вопросы тестов

По 3 балла за правильный ответ на каждый вопрос теста

	а	б	в	г
1			X	
2				X
3		X		
4				X
5			X	
6		X		
7			X	
8			X	
9			X	
10	X			

Решение теста 2

Условие максимизации прибыли фирмы при совершенной конкуренции имеет вид $P = MC(q) = TC'(q) = 2q$. Поэтому оптимальный объем производства одной фирмы в зависимости от цены составит $q = P/2$. Суммарный объем производства n таких фирм будет равен $Q = nq = nP/2$. Этот объем предложения должен быть равен спросу: $nP/2 = 100 - P$. Отсюда получим равновесную цену $P = 200/(n + 2)$ и выпуск одной фирмы $q = 100/(n + 2)$. Проверим, при каком числе фирм у каждой из них будет неотрицательная прибыль.

$$\pi = TR(q) - TC(q) = Pq - (4 + q^2) = \frac{200}{n+2} \frac{100}{n+2} - \left(\frac{100}{n+2}\right)^2 - 4 \geq 0.$$

В результате получим $n \leq 48$. Таким образом, на рынке будет присутствовать 48 фирм, каждая из которых будет получать нулевую прибыль.

Решение теста 3

При $Q < 5$ прибыль с ростом выпуска увеличивается, т.к. $MR > MC$.

При $Q > 5$ прибыль с ростом выпуска снижается, т.к. $MR < MC$ снижаться

При $Q = 5$ выполнены условия оптимальности I и II порядка.

Решение теста 5

$$P = MC \rightarrow P = 4Q + 2 \rightarrow Q_S = P/4 - 0,5.$$

Такая функция предложения при любой цене $P > 2$ имеет ценовую эластичность большую единицы.

Решение теста 8

При $P = AC$ естественная монополия производит наибольший объем продукции при условии, что экономическую прибыль неотрицательна.

Решение теста 10

Номинальная ставка процента i выражается через реальную ставку процента r и темп инфляции с помощью формулы

$$i = (1 + r)(1 + \pi) - 1 = 1,2 \cdot 1,25 - 1 = 0,5.$$

Решение задач

По 14 баллов за полное решение каждой задачи.

Задача 1

Решение:

1) На рис.1а и 1б показаны кривые производственных возможностей Иванова и Петрова. Приняты обозначения: x – количество пшеницы в центнерах, y – количество картофеля в центнерах.

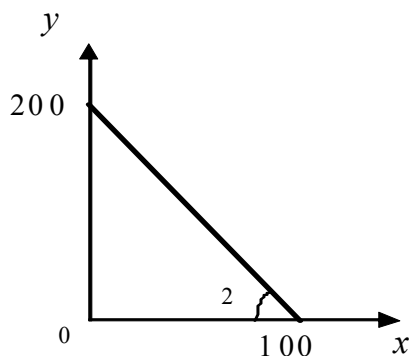


Рис. 1а. КПВ Иванова.

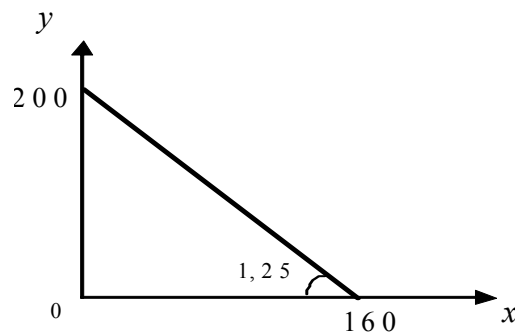


Рис. 1б. КПВ Петрова.

Совокупная граница производственных возможностей фермеров представлена на рис. 2.

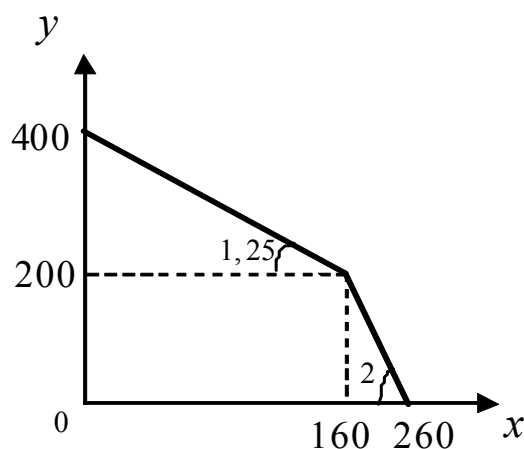


Рис. 2.

Уравнение совокупной КПВ фермеров:

$$y = \begin{cases} 400 - 1,25x, & 0 \leq x \leq 160; \\ 520 - 2x, & 160 \leq x \leq 260; \end{cases}$$

2) Пропорции безубыточного обмена находятся с помощью углов наклона кривых производственных возможностей фермеров. Получим

$$1,25К \leq 1П \leq 2К \text{ или } 0,5П \leq 1К \leq 0,8П,$$

т.е. 1 центнер пшеницы (1П) можно обменять на количество картофеля, которое находится в интервале от 1,25 центнера (1,25К) до 2 центнеров (2К). Или 1 центнер картофеля (1К) можно обменять на количество пшеницы, которое находится в интервале от 0,5 центнера (0,5П) до 0,8 центнера (0,8П).

3) Петров специализируется на пшенице (x) и меняет x единиц пшеницы на kx единиц картофеля, где коэффициент k выбирается из интервала безубыточной торговли $1,25 \leq k \leq 2$, а величина x определяется производственными возможностями Петрова $0 \leq x \leq 160$. В результате Петров получает выгоду в часах в количестве $(8kx - 10x)$.

Иванов специализируется на картофеле (y), меняет $y = kx$ единиц картофеля на x единиц пшеницы. В результате Иванов получает выгоду в часах в количестве $(20x - 10kx)$.

Суммарная выгода в часах равна $(10x - 2kx) = 5x(2 - k)$, которая максимизируется при ограничениях $0 \leq x \leq 160$ и $1,25 \leq k \leq 2$. Оптимальное значение пропорции торговли равно $k = 1,25$. **Таким образом, 1 центнер пшеницы обменивается на 1,25 центнеров картофеля.** При этом к обмену предлагается максимальное количество пшеницы $x = 160$ центнеров, которое обменивается на $y = kx = 1,25 \cdot 160 = 200$ центнеров картофеля. **Максимальная суммарная выгода составляет 1200 часов.**

Задача 2

Решение:

1). Зависимость баллов ЕГЭ от рейтинга абитуриента $E_1 = 100 - Q_1$ можно интерпретировать как кривую спроса на поступление в 1 университет (см. рис. 3а). Кривая предложения определяется количеством мест $S_1 = \bar{Q}_1 = 50$.

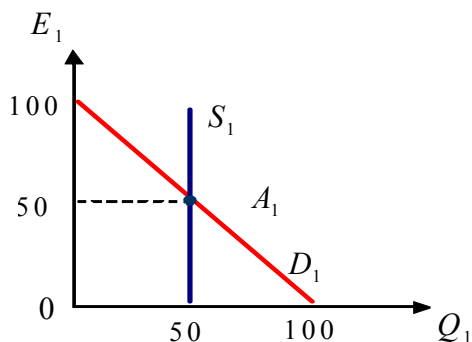


Рис. 3а. Университет Экономики

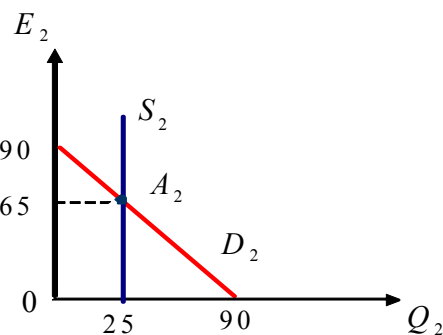


Рис. 3б. Университет Финансов

Равновесие кривых спроса и предложения определяет проходной балл в университете Экономики: $E_{1A_1} = 100 - 50 = 50$. Среднее значение балла ЕГЭ, поступивших в университет Экономики, найдем как среднее арифметическое баллов ЕГЭ первого и 50-го абитуриентов в списке поступающих: $AE_1 = (99 + 50)/2 = 74,5$.

Аналогично пересечение кривых спроса $E_2 = 90 - Q_2$ и предложения $S_2 = \bar{Q}_2 = 25$ на рис. 3б позволяют определить проходной балл в университете Финансов: $E_{2A_2} = 90 - 25 = 65$. Среднее значение баллов ЕГЭ, поступивших в университет Финансов, равно $AE_2 = (89 + 65)/2 = 77$.

2). Чтобы найти проходной балл, надо найти кривую суммарного спроса. При этом работает правило сложение индивидуальных кривых спроса «по горизонтали»:

$$D_{\Sigma}(E) = D_1(E) + D_2(E) = \begin{cases} 100 - E, & 90 \leq E \leq 100; \\ 190 - 2E, & 0 \leq E \leq 90, \end{cases}$$

роль цены выполняет балл ЕГЭ. На рис. 4 показано, что равновесие кривых спроса и предложения в объединенном университете достигается в точке A , координата которой равна $Q_A = 190 - 2E = 70$. Отсюда проходной балл равен $E_A = 60$.

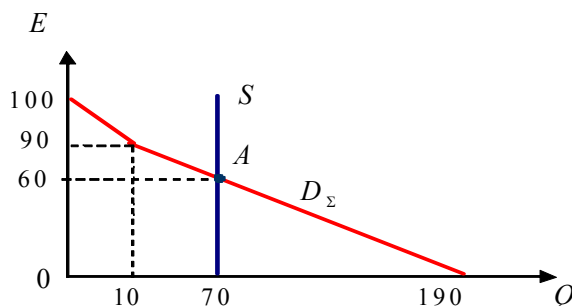


Рис. 4. Университет Экономики и Финансов.

Среднее значение балла ЕГЭ, поступивших в объединенный университет Экономики и Финансов, будет равно

$$AE = \frac{[10 \cdot (99 + 90)/2 + 60 \cdot (89 + 60)/2]}{70} = \frac{5415}{70} = \frac{1083}{14} = 77,357.$$

Ответ: проходной балл в университет Экономики равен 50, в университет Финансов 65, в объединенный университет 60; средний балл поступивших в университет Экономики равен 75,5, в университет Финансов 77, в объединенный университет 77,357.

Задача 3

Решение:

Условия задачи позволяют предположить, что обратные кривые спроса и предложения описываются линейными уравнениями

$$P_D = 80 - aQ; P_{S_1} = 10 + bQ,$$

где a и b – положительные коэффициенты. После введения потоварного налога для продавцов новая кривая предложения S_2 описывается уравнением $P_{S_2} = 10 + t + bQ$ (см. рис. 5).

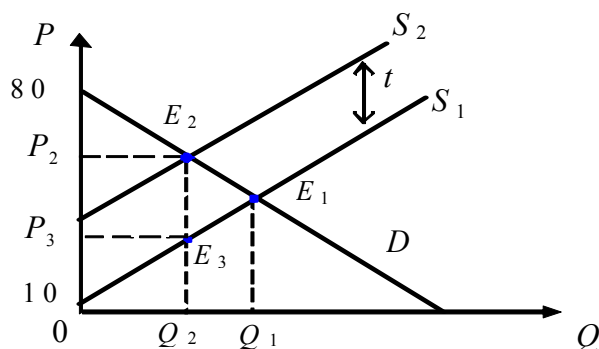


Рис. 5.

Новое равновесие достигается в точке E_2 , координату которой Q_2 найдем, приравняв цены спроса и нового предложения: $80 - aQ = 10 + t + bQ$, откуда

$Q_2 = \frac{70-t}{a+b}$. Налоговый сбор государства равен площади трапеции $P_2E_2E_3P_3$ на

рисунке. Подставляя координату точки Q_2 , получим $T = tQ_2 = \frac{t(70-t)}{a+b}$. Максимум данной величины достигается при величине налога $t = 35$.

Ответ: $t = 35$ руб.

Задача 4

Решение:

Обозначим выручку фирмы от продажи товара покупателям первой и второй группы через TR_1 и TR_2 . Из уравнений кривых спроса получим $TR_1 = P_1Q_1 = 120 + Q_1$; $TR_2 = P_2Q_2 = 90 + 2Q_2$. Прибыль фирмы равна $\pi = TR_1 + TR_2 - TC = 120 + Q_1 + 90 + 2Q_2 - 200 = 10 + Q_1 + 2Q_2$.

1). Если фирма не проводит ценовую дискриминацию, то задача максимизации прибыли сводится к нахождению такой цены, при которой

$$f = Q_1(P) + 2Q_2(P) \rightarrow \max \text{ и выполняются ограничения } Q_1(P) + Q_2(P) \leq 60, \\ 2 < P \leq 11, Q_1(P) = \frac{120}{P-1}, Q_2(P) = \frac{90}{P-2}.$$

Поскольку функции спроса убывают с ростом цены на исследуемом интервале цен, то ограничение $Q_1(P) + Q_2(P) \leq 60$ не может выполняться в оптимуме как строгое неравенство, т.к. иначе можно немного уменьшить цену, соответственно $Q_1(P)$ и $Q_2(P)$ увеличатся и прибыль возрастет. Поэтому ищем оптимальное решение, предполагая равенство $Q_1(P) + Q_2(P) = 60$, т.е. $\frac{120}{P-1} + \frac{90}{P-2} = 60$. Отсюда

получаем квадратное уравнение $2P^2 - 13P + 15 = 0$. Корни уравнения равны $P_1 = 1,5$ и $P_2 = 5$. В необходимый интервал попадает второй корень, поэтому оптимальная цена $P = 5$. При этом покупки покупателей первой и второй группы равны $Q_1 = 30$, $Q_2 = 30$, и фирма получает прибыль $\pi_1 = 100$.

2). Если фирма проводит ценовую дискриминацию, то она может выбирать цены P_1 и P_2 не обязательно одинаковые для двух групп потребителей из интервала $2 < P_{1,2} \leq 11$. Это означает, что величины Q_1 и Q_2 должны удовлетворять ограничениям $12 \leq Q_1 < 120$; $10 \leq Q_2$; $Q_1 + Q_2 \leq 60$ и при этом должны выбираться так, чтобы сумма $f = Q_1 + 2Q_2$ была максимальной.

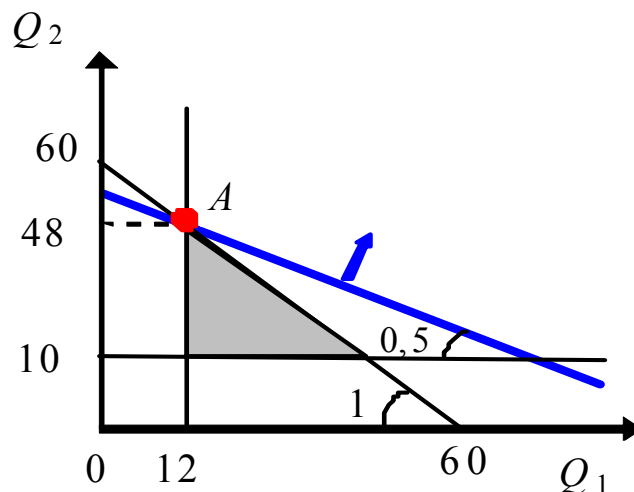


Рис. 6.

На рисунке допустимая область обозначена серым цветом, а стрелка показывает направление увеличения целевой функции. Оптимальная точка A имеет координаты $Q_1 = 12$, $Q_2 = 48$. При этом цены равны $P_1 = 11$, $P_2 = 2 + \frac{90}{48} = 3,875$. Фирма получает прибыль $\pi_2 = 10 + 12 + 2 \cdot 48 = 118$.

Ответ:

- 1). Без ценовой дискриминации фирма назначит цену $P = 5$ и получит прибыль $\pi_1 = 100$.
- 2). При ценовой дискриминации фирма назначит цены $P_1 = 11$, $P_2 = 3,875$ и получит прибыль $\pi_2 = 118$.

Задача 5

Решение:

Найдем закупочную цену автомобилей Mitsubishi в рублях, используя значение курса доллара: $30 \cdot 20\,000 = 600\,000$ (рублей). Вычислим изменения величины валового внутреннего продукта России (Δ ВВП) двумя способами.

I способ (по конечным продажам)

2009 год

Изменение потребительских расходов и государственных закупок:

$$\Delta C + \Delta G = 20 \cdot 800 + 20 \cdot 330 = 22\,600 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$\text{Изменение инвестиций в запасы: } \Delta I = 10 \cdot 600 + 20 \cdot 230 = 10\,600 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$\text{Изменение экспорта: } \Delta Ex = 0$$

$$\text{Изменение импорта: } \Delta Im = 30 \cdot 600 = 18\,000 \text{ (руб.)}$$

$$\Delta \text{ВВП} = \Delta C + \Delta G + \Delta I + \Delta Ex - \Delta Im = 22\,600 + 10\,600 + 0 - 18\,000 = \underline{\underline{15\,200}} \text{ (тыс. руб.)}$$

2010 год

Изменение потребительских расходов и гос. закупок:

$$\Delta C + \Delta G = 10 \cdot 770 + 20 \cdot 300 = 13\,700 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$\text{Изменение инвестиций в запасы: } \Delta I = -(10 \cdot 600 + 20 \cdot 230) = -10\,600 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$\text{Изменение экспорта: } \Delta Ex = 0$$

$$\text{Изменение импорта: } \Delta Im = 0$$

$$\Delta \text{ВВП} = \Delta C + \Delta G + \Delta I + \Delta Ex - \Delta Im = 13\,700 - 10\,600 + 0 + 0 = \underline{\underline{3\,100}} \text{ (тыс. руб.)}$$

II способ (по добавленной стоимости)

2009 год

$$\text{Добавленная стоимость дилера } 20 \cdot (800 - 600) + 20 \cdot (330 - 230) = 6\,000 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$\text{Добавленная стоимость автозавода (и поставщиков сырья и материалов для производства автомобилей) } 40 \cdot 230 = 9\,200 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$\Delta \text{ВВП} = 6\,000 + 9\,200 = \underline{\underline{15\,200}} \text{ (тыс. руб.)}$$

2010 год

$$\text{Добавленная стоимость дилера } 10 \cdot (770 - 600) + 20 \cdot (300 - 230) = 3\,100 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$\Delta \text{ВВП} = \underline{\underline{3\,100}} \text{ (тыс. руб.)}$$

Ответ:

Изменения величины валового внутреннего продукта России в 2009 г. составили **15 200** (тыс. руб.); в 2010 г. составили **3 100** (тыс. руб.).