г. Нижний Новгород **Решения** 2010 г.

Городская олимпиада по экономике

10 класс

Ответы на вопросы тестов

По 4 балла за правильный ответ на каждый вопрос теста

	а	б	в	г
1			X	
2				X
3		X		
4				X
5			X	
6		X		
7			X	
8			X	
9			X	
10	X			

Решение теста 2

Условие максимизации прибыли фирмы при совершенной конкуренции имеет вид $P = MC(q) = TC'(q) = 2q$. Поэтому оптимальный объем производства одной фирмы в зависимости от цены составит $q = P/2$. Суммарный объем производства n таких фирм будет равен $Q = nq = nP/2$.Этот объем предложения должен быть равен спросу: $nP/2 = 100 - P$. Отсюда получим равновесную цену $P = 200/(n+2)$ и выпуск одной фирмы $q = 100/(n+2)$. Проверим, при каком числе фирм у каждой из них будет неотрицательная прибыль.

$$\pi = TR(q) - TC(q) = Pq - \left(4 + q^2\right) = \frac{200}{(n+2)}\frac{100}{(n+2)} - \left(\frac{100}{n+2}\right)^2 - 4 \geq 0\,.$$

В результате получим $n \leq 48$. Таким образом, на рынке будет присутствовать 48 фирм, каждая из которых будет получать нулевую прибыль.

Решение теста 3

При $Q < 5$ прибыль с ростом выпуска увеличивается, т.к. $MR > MC$.

При $Q > 5$ прибыль с ростом выпуска снижается, т.к. $MR < MC$ снижаться

При $Q = 5$ выполнены условия оптимальности I и II порядка.

Решение теста 5

$P = MC \rightarrow P = 4Q + 2 \rightarrow Q_S = P/4 - 0{,}5$.

Такая функция предложения при любой цене $P > 2$ имеет ценовую эластичность большую единицы.

Решение теста 8

При $P = AC$ естественная монополия производит наибольший объем продукции при условии, что экономическую прибыль неотрицательна.

Решение теста 10

Номинальная ставка процента i выражается через реальную ставку процента r и темп инфляции с помощью формулы

$$i = (1+r)(1+\pi) - 1 = 1{,}2 \cdot 1{,}25 - 1 = 0{,}5.$$

Решение задач

По 15 баллов за полное решение каждой задачи.

Задача 1

Решение:

1) На рис.1а и 1б показаны кривые производственных возможностей Иванова и Петрова. Приняты обозначения: x – количество пшеницы в центнерах, y – количество картофеля в центнерах.

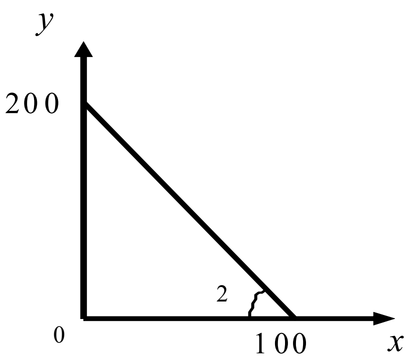

Рис. 1а. КПВ Иванова.

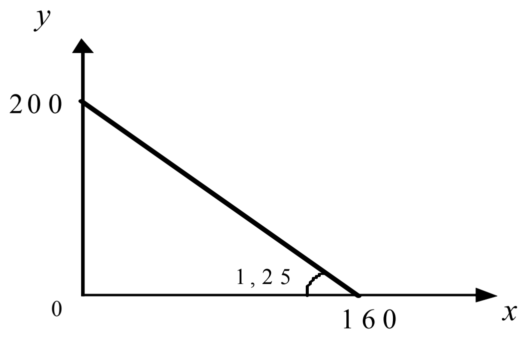

Рис. 1б. КПВ Петрова.

Совокупная граница производственных возможностей фермеров представлена на рис. 2.

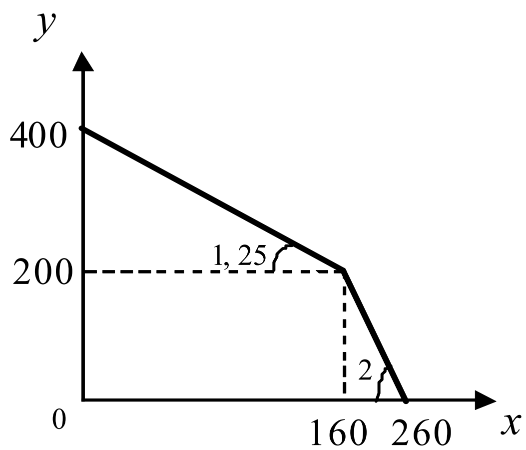

Рис. 2.

Уравнение совокупной КПВ фермеров:

$$y = \begin{cases} 400 - 1,25x, & 0 \le x \le 160; \\ 520 - 2x, & 160 \le x \le 260; \end{cases}$$

2) Пропорции безубыточного обмена находятся с помощью углов наклона кривых производственных возможностей фермеров. Получим

1,25К $\le$ 1П $\le$ 2К или 0, 5П $\le$ 1К $\le$ 0,8П ,

т.е. 1 центнер пшеницы (1П) можно обменять на количество картофеля, которое находится в интервале от 1,25 центнера (1,25К) до 2 центнеров (2К). Или 1 центнер картофеля (1К) можно обменять на количество пшеницы, которое находится в интервале от 0,5 центнера (0,5П) до 0,8 центнера (0,8П).

3) Петров специализируется на пшенице (x) и меняет x единиц пшеницы на kx единиц картофеля, где коэффициент k выбирается из интервала безубыточной торговли $1,25 \le k \le 2$, а величина x определяется производственными возможностями Петрова $0 \le x \le 160$. В результате Петров получает выгоду в часах в количестве ($8\,kx - 10\,x$).

Иванов специализируется на картофеле (y), меняет $y = kx$ единиц картофеля на x единиц пшеницы. В результате Иванов получает выгоду в часах в количестве ($20\,x - 10\,kx$).

Суммарная выгода в часах равна $(10x - 2kx) = 5x(2 - k)$, которая максимизируется при ограничениях $0 \le x \le 160$ и $1,25 \le k \le 2$. Оптимальное значение пропорции торговли равно k = 1,25. **Таким образом, 1 центнер пшеницы обменивается на 1,25 центнеров картофеля.** При этом к обмену предлагается максимальное количество пшеницы x = 160 центнеров, которое обменивается на y = kx = 1,25·160 =200 центнеров картофеля. **Максимальная суммарная выгода составляет 1200 часов**.

Задача 2

Решение:

1). Зависимость баллов ЕГЭ от рейтинга абитуриента $E_1 = 100 - Q_1$ можно интерпретировать как кривую спроса на поступление в 1 университет (см. рис. 3а). Кривая предложения определяется количеством мест $S_1 = \bar{Q}_1 = 50$.

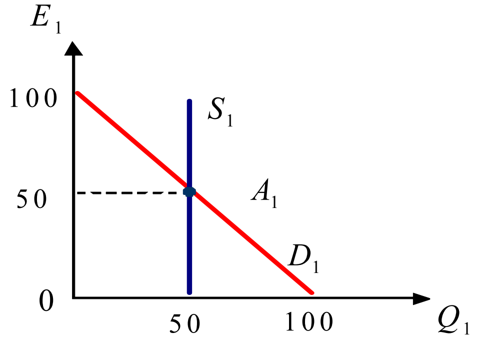

Рис. 3а. Университет Экономики

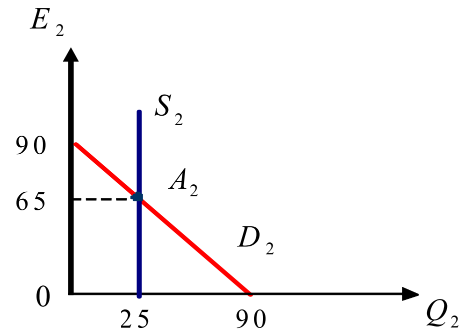

Рис. 3б. Университет Финансов

Равновесие кривых спроса и предложения определяет проходной балл в университете Экономики: $E_{1A_1} = 100 - 50 = 50$. Среднее значение балла ЕГЭ, поступивших в университет Экономики, найдем как среднее арифметическое баллов ЕГЭ первого и 50-го абитуриентов в списке поступающих: $AE_1 = (99 + 50)/2 = 74{,}5$.

Аналогично пересечение кривых спроса $E_2 = 90 - Q_2$ и предложения $S_2 = \bar{Q}_2 = 25$ на рис. 3б позволяют определить проходной балл в университете Финансов: $E_{2A_2} = 90 - 25 = 65$. Среднее значение баллов ЕГЭ, поступивших в университет Финансов, равно $AE_2 = (89 + 65)/2 = 77$.

2). Чтобы найти проходной балл, надо найти кривую суммарного спроса. При этом работает правило сложение индивидуальных кривых спроса «по горизонтали»:

$$D_\Sigma(E) = D_1(E) + D_2(E) = \begin{cases} 100 - E, & 90 \le E \le 100; \\ 190 - 2E, & 0 \le E \le 90, \end{cases}$$

роль цены выполняет балл ЕГЭ. На рис. 4 показано, что равновесие кривых спроса и предложения в объединенном университете достигается в точке A, координата которой равна $Q_A = 190 - 2E = 70$. Отсюда проходной балл равен $E_A = 60$.

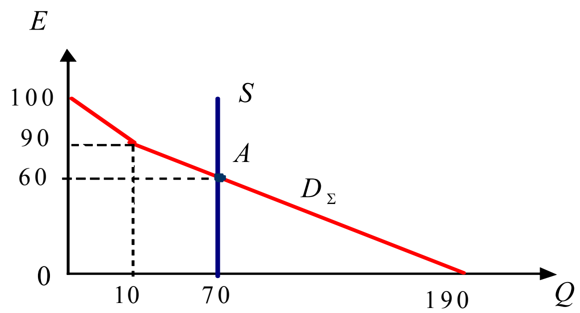

Рис. 4. Университет Экономики и Финансов.

Среднее значение балла ЕГЭ, поступивших в объединенный университет Экономики и Финансов, будет равно

$$AE = \frac{[10 \cdot (99 + 90)/2 + 60 \cdot (89 + 60)/2]}{70} = \frac{5415}{70} = \frac{1083}{14} = 77{,}357.$$

Ответ: проходной балл в университет Экономики равен 50, в университет Финансов 65, в объединенный университет 60; средний балл поступивших в университет Экономики равен 75,5 , в университет Финансов 77, в объединенный университет 77,357.

Задача 3

Решение:

Условия задачи позволяют предположить, что обратные кривые спроса и предложения описываются линейными уравнениями

$$P_D = 80 - aQ;\ P_{S_1} = 10 + bQ,$$

где a и b – положительные коэффициенты. После введения потоварного налога для продавцов новая кривая предложения S_2 описывается уравнением $P_{S_2} = 10 + t + bQ$ (см. рис. 5).

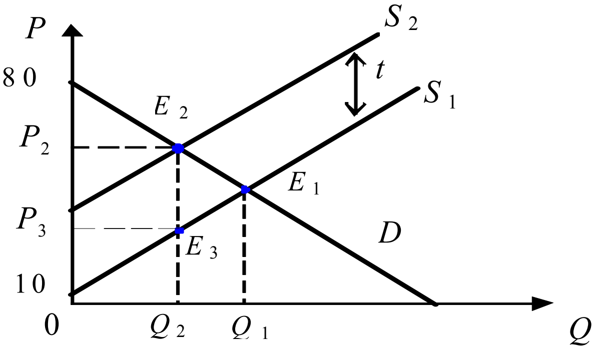

Рис. 5.

Новое равновесие достигается в точке E_2 , координату которой Q_2 найдем, приравняв цены спроса и нового предложения: $80 - aQ = 10 + t + bQ$, откуда $Q_2 = \dfrac{70 - t}{a + b}$. Налоговый сбор государства равен площади трапеции $P_2E_2E_3P_3$ на рисунке. Подставляя координату точки Q_2, получим $T = tQ_2 = \dfrac{t(70 - t)}{a + b}$. Максимум данной величины достигается при величине налога $t = 35$.

Ответ: t = 35 руб.

Задача 4

Решение:

Обозначим выручку фирмы от продажи товара покупателям первой и второй группы через TR_1 и TR_2. Из уравнений кривых спроса получим $TR_1 = P_1Q_1 = 120 + Q_1$; $TR_2 = P_2Q_2 = 90 + 2Q_2$. Прибыль фирмы равна $\pi = TR_1 + TR_2 - TC = 120 + Q_1 + 90 + 2Q_2 - 200 = 10 + Q_1 + 2Q_2$.

1). Если фирма не проводит ценовую дискриминацию, то задача максимизации прибыли сводится к нахождению такой цены, при которой

$f = Q_1(P) + 2Q_2(P) \to \max$ и выполняются ограничения $Q_1(P) + Q_2(P) \le 60$, $2 < P \le 11$, $Q_1(P) = \dfrac{120}{P - 1}$, $Q_2(P) = \dfrac{90}{P - 2}$.

Поскольку функции спроса убывают с ростом цены на исследуемом интервале цен, то ограничение $Q_1(P)+Q_2(P)\le 60$ не может выполняться в оптимуме как строгое неравенство, т.к. иначе можно немного уменьшить цену, соответственно $Q_1(P)$ и $Q_2(P)$ увеличатся и прибыль возрастет. Поэтому ищем оптимальное решение, предполагая равенство $Q_1(P)+Q_2(P)=60$, т.е. $\frac{120}{P-1}+\frac{90}{P-2}=60$. Отсюда получаем квадратное уравнение $2P^2-13P+15=0$. Корни уравнения равны $P_1=1{,}5$ и $P_2=5$. В необходимый интервал попадает второй корень, поэтому оптимальная цена $P=5$. При этом покупки покупателей первой и второй группы равны $Q_1=30$, $Q_2=30$, и фирма получает прибыль $\pi_1=100$.

2). Если фирма проводит ценовую дискриминацию, то она может выбирать цены P_1 и P_2 не обязательно одинаковые для двух групп потребителей из интервала $2<P_{1,2}\le 11$. Это означает, что величины Q_1 и Q_2 должны удовлетворять ограничениям $12\le Q_1<120$; $10\le Q_2$; $Q_1+Q_2\le 60$ и при этом должны выбираться так, чтобы сумма $f=Q_1+2Q_2$ была максимальной.

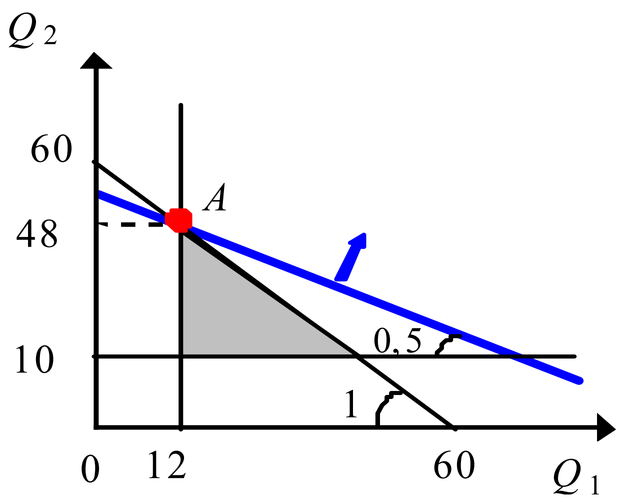

Рис. 6.

На рисунке допустимая область обозначена серым цветом, а стрелка показывает направление увеличения целевой функции. Оптимальная точка A имеет координаты $Q_1=12$, $Q_2=48$. При этом цены равны $P_1=11$, $P_2=2+\frac{90}{48}=3{,}875$. Фирма получает прибыль $\pi_2=10+12+2\cdot 48=118$.

Ответ:

1). Без ценовой дискриминации фирма назначит цену $P=5$ и получит прибыль $\pi_1=100$.

2). При ценовой дискриминации фирма назначит цены $P_1=11$, $P_2=3{,}875$ и получит прибыль $\pi_2=118$.