

Правительство Российской Федерации

Государственный университет  
Высшая школа экономики  
Санкт-Петербургский филиал

Кафедра институциональной экономики

Программа дисциплины  
Теория игр и принятия решений

Курс 1

Автор: профессор, д.ф.-м.н. Е.Б.Яновская

Согласовано УМО

\_\_\_\_\_

“\_” \_\_\_\_\_2009г.

Одобрено на заседании  
кафедры

Зав.кафедрой Заиченко Н.А.

\_\_\_\_\_

“\_” \_\_\_\_\_-2009г.

Утверждено Советом  
факультета

\_\_\_\_\_

“\_” \_\_\_\_\_2009г.

Санкт-Петербург

2009

**ЛЕКТОР:** профессор, доктор физ.-мат. наук, проф. Яновская Елена Борисовна.

1. Обязательный минимум содержания дисциплины  
Дисциплина соответствует Федеральному вузовскому компоненту.

## II. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

*Требования к студентам:* студенты должны владеть магистерскими курсами "Микроэкономика-3" и "Введение в математические методы экономического анализа" а также базовым вузовским курсом математики.

*Аннотация.* Курс "Теория игр и принятия решений" рассчитан на 2 модуля и читается студентам первого года обучения Магистратуры направления Экономика обучающимся по магистерской программе "...."

Теория игр это теория математического моделирования конфликтных ситуаций, таких как конкуренция в экономике, политические конфликты, проблемы, связанные с голосованием, военные конфликты и т.д. Курс предполагает знакомство с основными базовыми моделями, в основном, моделями ситуаций в экономике, принципами оптимальности в конфликтных ситуациях, аксиоматическому подходу к их характеристике и методами их нахождения для достаточно простых классов игр.

Теория принятия решений в данном курсе рассматривает математическое моделирование ситуаций принятия решений в условиях несовпадения различных (индивидуальных) интересов. Приводятся основы теории группового выбора с акцентом на проблемы, связанные с голосованием. Дается анализ основных известных правил голосования и их связь с теоретико-игровыми концепциями теории кооперативных игр.

Важная роль в курсе отведена семинарским занятиям. Для успешного освоения курса студентам необходимо не просто получить представление о математическом моделировании конфликтных ситуаций, но и уметь самим строить простейшие модели и находить оптимальные способы разрешения конфликтов. Для этого требуется постоянно ставить и решать задачи, а также ориентироваться в литературе по соответствующей проблематике, что приобретает при подготовке домашних заданий и участия в семинарах.

Студенты в ходе подготовки к семинарским занятиям осваивают и закрепляют базовые понятия по оригинальной научной литературе, в том числе, на английском языке. По курсу не предусмотрено написания курсовых работ.

*Учебная задача курса:*

Прослушав курс "Теория игр и принятия решений" студенты должны профессионально владеть основным понятийным, теоретическим и инструментальным аппаратом теории игр и принятия решений, уметь применять этот аппарат к анализу экономических ситуаций на микро и макро уровнях.

*Виды и формы контроля:*

- Текущий контроль - оценка за работу на семинаре: основными критериями служат посещение, выполнение домашних заданий, контрольных работ и активное участие в работе семинара - выступление с докладом и участие в обсуждении других докладов. Максимальная оценка работы - посещаемость и участие в обсуждениях - 10% общего балла, доклад - 20% общего балла, домашнее задание - 20% общего балла, контрольная работа - 25% общего балла,
- Итоговый контроль - письменный зачет - 25 % общего балла.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования накопленных и полученных на финальном зачете баллов.

Оценивается диф. зачет по 10 -балльной системе:

100 - 91 % выполнения     10 баллов

90- 81 % 9 баллов

80- 71% 8 баллов

70- 61 % 7 баллов

60- 53 % 6 баллов

52- 44 % 5 баллов

43 - 35% 4 балла

менее 35 % - незачет

### III. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

#### Раздел I.Бескоалиционные игры в нормальной форме (статические)

**Тема:** Антагонистические игры

Матричные игры.

Седловые точки, смешанные стратегии.

Теорема о минимаксах.

Методы решения матричных игр.

#### *Основная литература*

Воробьев Н.Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков. М., Наука, 1985 271 стр. (или 1-е издание, Ленинград, изд-во ЛГУ, 1974)

#### *Дополнительная литература*

Оуэн Г. Теория игр. М., Мир, 1971 230 с.

Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. М. Высш.шк., Книжный дом "Университет 1998, 304 с.

Партхасаратхи Т.,Рагхаван Т. Некоторые вопросы теории игр двух лиц. Мир, Москва, 1974 (пер. с англ.)

**Тема:**Бесконечные антагонистические игры.

Теоремы существования значения игры.

Выпуклые игры.

Игры с выбором момента времени.

**Основная литература**

Воробьев Н.Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков// М., Наука, 1985 271 стр. (или 1-е издание, Ленинград, изд-во ЛГУ, 1974)

**Дополнительная литература**

Дюбин Г.Н., Суздаль В.Г. Введение в прикладную теорию игр// М.,Наука, 1981, 336 с.

Воробьев Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры// М., Наука, 1984, 495с.

**Тема:** Бескоалиционные игры  $n$  лиц

Принципы оптимальности в бескоалиционных играх: доминирование стратегий, оптимальность по Парето, ситуации равновесия.

Теорема о существовании ситуаций равновесия в играх двух лиц. (вогнутые функции выигрыша)

Смешанные расширения бескоалиционных игр. Теорема Нэша.

Игровая модель олигополии.

Ситуации совершенного равновесия в бескоалиционных играх.

Ситуации коррелированного равновесия.

Модели аукционов

Информационные расширения бескоалиционных игр (метаигры)

Иерархические игры (принципал-агент)

Байесовское равновесие.

Игры с неполной информацией.

**Основная литература**

Воробьев Н.Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков// М., Наука, 1985 271 стр. (или 1-е издание, Ленинград, изд-во ЛГУ, 1974)

Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр// М. Высш.шк., Книжный дом "Университет 1998, 304 с.

Мулен Э. Теория игр. С примерами из математической экономики// М., Мир, 1985.

**Дополнительная литература**

Myerson R. Game Theory. Analysis of Conflict. Harvard Univ. Press, 1991, 568 p.

Харшаньи Д., Зельтен Р. Общая теория равновесия в играх. Экономическая школа, СПбГУ, ф-т менеджмента, Санкт-Петербург, 2001, 406 с. (пер. с англ.)

Friedman J. Game Theory with Applications to Economics// Oxford University Press. 1990

**Раздел II.Бескоалиционные игры в позиционной форме (динамические)**

**Тема:** Позиционные игры.

Определение, примеры.

Теорема Цермело-Неймана о существовании ситуаций равновесия в чистых стратегиях

в позиционных играх с полной информацией.  
Разложение позиционной игры по позициям с полной информацией.  
Ситуации совершенного под-игрового равновесия.  
Понятие полной памяти. Стратегии поведения. Теорема Куна

***Основная литература***

Оуэн Г. Теория игр// М. Мир, 1971.- 230 с.

Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр// М. Высш.шк. Книжный дом "Университет 1998, 304 с.

***Дополнительная литература***

Позиционные игры. Н.Н.Воробьев (ред.)// Москва.-"Наука". 1967.

Myerson R. Game Theory. Analysis of Conflict// Harvard Univ. Press.- 1991. 568 p.

Харшаньи Д., Зельтен Р. Общая теория равновесия в играх// Экономическая школа, СПбГУ, ф-т менеджмента, Санкт-Петербург, 2001, 406 с. (пер. с англ.)

**Тема:** Динамические игры.

Стохастические и рекурсивные игры.

Повторяющиеся игры с полной информацией

Фольклорная теорема

***Основная литература***

Оуэн Г. Теория игр// М. Мир, 1971.- 230 с.

Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр// М. Высш.шк. Книжный дом "Университет 1998, 304 с.

***Дополнительная литература***

Партхасаратхи Т., Рагхаван Т. Некоторые вопросы теории игр двух лиц. Мир, Москва, 1974 (пер. с англ.)

**Раздел III. Кооперативная теория принятия решений**

**Тема:** Методы распределения затрат и прибылей

Эгалитарные решения.

Утилитарные решения.

**Тема:** Арбитражные схемы

Аксиоматическая характеристика арбитражных решений.

Решение Нэша.

Решение Калаи-Смординского.

***Основная литература***

Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели// М., Мир, 1991. (пер. с англ.)

***Дополнительная литература***

**Тема:** Кооперативные игры

Кооперативные игры с трансферабельными полезностями  
Определение кооперативной игры по заданной бескоалиционной игре.  
Понятие с-ядра. С-ядро в выпуклых играх.  
Необходимые и достаточные условия существования с-ядра.  
Простые игры. Условия существования в них с-ядра.  
Значение Шепли.  
к-ядро и п-ядро.  
Кооперативные игры с нетрансферабельными полезностями.

### *Основная литература*

Воробьев Н.Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков // М., Наука, 1985 271 стр. (или 1-е издание, Ленинград, изд-во ЛГУ, 1974)

Печерский С.Л. Яновская Е.Б., Кооперативные игры: решения и аксиомы // Европейский университет в С-Петербурге, 2004, 460 с.

### *Дополнительная литература*

Дюбин Г.Н., Суздаль В.Г. Введение в прикладную теорию игр // М., Наука, 1981, 336 с.

Peleg B., Sudhölter P. Introduction to the theory of cooperative games // Kluwer Acad. Publishers.-2003.

Оуэн Г. Теория игр // М., Мир, 1971 230 с.

**Тема:** Теория группового выбора и задачи голосования

Задачи группового выбора. Теорема Эрроу

Правила голосования и их свойства

Стратегическая устойчивость правил голосования.

### *Основная литература*

Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели // М., Мир, 1991. (пер. с англ.)

### *Дополнительная литература*

Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. – Москва, – ГУ ВШЭ. – 2006г. – 300С. // Миркин Б.Г. Проблема группового выбора // Москва. – "Наука". – 1974. – 256С.

### **Семинарские занятия**

1. Нахождение седловых точек матриц и функций
2. Решение матричных игр размера  $2 \times 2$ ,  $2 \times n$ ,  $3 \times 3$
3. Решение биматричных игр размера  $2 \times 2$
4. Решение выпуклых игр на единичном квадрате
5. Модели олигополий. Нахождение ситуаций равновесия
6. Аукционы. Нахождение ситуаций равновесия
7. Решение позиционных игр с полной информацией. 8. Решение позиционных игр методом разложения. 9. Определение дисконтированного множителя в повторяющейся игре с заданной ситуацией равновесия.
10. Нахождение с-ядра в кооперативных играх трех лиц.
11. Вычисление вектора Шепли для специальных классов игр.
12. Решение многокритериальных задач принятия решений по утилитарному и эгалитарному

правилам;

13. Нахождение арбитражных решений конкретных задач по правилам Нэша, Калаи-Смородинского;

14. Проверка на наличие или отсутствие свойств монотонности, независимости устойчивости и участия для различных правил голосования.

### Тематический план

№ п/п	Наименование разделов и тем	Итого часов	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа
1-2.	<b>Раздел: Бескоалиционные игры в нормальной форме</b>	56	10	12	34
1.	Тема: Матричные игры	16	2	4	10
2.	Тема: Бесконечные антагонистические игры	16	2	2	4
3.	Тема: Бескоалиционные игры n лиц	32	6	6	20
4-5.	<b>Раздел: Бескоалиционные игры в позиционной форме</b>	30	4	6	20
4.	<b>Тема: Позиционные игры</b>	14	2	2	10
5.	<b>Тема: Динамические игры</b>	16	2	4	10
6-9	<b>Раздел: Кооперативная теория принятия решений</b>	58	10	12	36
6.	Тема: Методы распределения затрат и прибылей	10	2	2	6
7.	Тема: Арбитражные схемы	2	2	6	4
8.	Тема: Кооперативные игры	24	4	6	14
9.	Тема: Теория группового выбора и задачи голосования	14	2	2	12
	<b>ИТОГО:</b>	144	24	30	90

## Темы для выступлений на семинаре

1. Доказать свойства оптимальных стратегий матричных игр, приведенные на с.4-5 Лекции 1.

2. Определить доминирование смешанных стратегий в матричных играх и привести примеры матричных игр, в которых использование доминирования в смешанных стратегиях помогает найти оптимальные стратегии.

3. Рассказать про класс выпуклых игр на единичном квадрате (с.5-7 Лекция 2).

4. Выбрать любую из тем на с.10 лекции 2.

5. Выбрать любую из тем на с.9 лекции 3.

6. Построить пример позиционной игры, в которой совершенное равновесие этой игры в нормальной форме (см.лекцию 5) не является совершенным под-игровым равновесием (т.е. равновесием в каждой под-игре, лекция 6)

7. Для биматричной игры определить бесконечно повторяющуюся игру с предельными средними выигрышами  $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T a_{i_t j_t}$ , где  $i_t, j_t$  – стратегии, выбираемые игроками на шаге  $t$ . Аналогично определяются выигрыши для игрока 2.

Показать, что если в матрицах выигрышей существуют элементы  $a_{i_0 j_0}, b_{i_0 j_0}$ , такие что

$$a_{i_0 j_0} > \min_j \max_i a_{ij}, \quad b_{i_0 j_0} > \min_i \max_j b_{ij},$$

то в бесконечно повторяющейся игре с дисконтированными выигрышами и с достаточно большими коэффициентами дисконтирования существуют ситуации равновесия с выигрышами  $a_{i_0 j_0}, b_{i_0 j_0}$ .

*Указание:* Использовать стратегии наказания.

8. Для конечных бескоалиционных игр доказать существование симметричных ситуаций равновесия.

*Указание.* Доказательство аналогично доказательству теоремы Нэша о существовании ситуаций равновесия в смешанных стратегиях (лекция 4)

9. Построить примеры арбитражных решений, которые удовлетворяли бы всем аксиомам, характеризующих решение Нэша, кроме любой одной. Тот же вопрос для решения Калаи-Смординского.