

УДК 519.4

В. Л. ПОПОВ

### КРИТЕРИЙ СТАБИЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЯ ПОЛУПРОСТОЙ ГРУППЫ НА ФАКТОРИАЛЬНОМ МНОГООБРАЗИИ

В работе доказывается, что для регулярного действия полупростой неприводимой алгебраической группы  $G$  в аффинном пространстве существование замкнутой орбиты максимальной размерности эквивалентно существованию инвариантного открытого множества, у любой точки которого стационарная подгруппа редуцируема. Этот результат устанавливается для действия  $G$  на многообразиях специального вида (так называемых факториальных многообразиях). Дано несколько других условий, эквивалентных существованию замкнутой орбиты максимальной размерности для действия  $G$  на произвольном аффинном многообразии.

Пусть  $k$  — алгебраически замкнутое поле характеристики нуль, которое в дальнейшем рассматривается как универсальная область.

**О п р е д е л е н и е 1.** Неприводимое аффинное многообразие  $X$  называется факториальным, если кольцо  $k[X]$  регулярных на нем функций факториально и всякая обратимая регулярная функция есть константа.

Пусть  $G$  — неприводимая полупростая алгебраическая группа, действующая регулярно на  $X$ . Это действие индуцирует  $k$ -автоморфизмы кольца  $k[X]$  и поля  $k(X)$  рациональных функций на  $X$ . Обозначим через  $O_x$  орбиту точки  $x \in X$ . Пусть  $m_G$  — максимум размерностей орбит действия  $G$  на  $X$ . Нетрудно показать, что каждая орбита является гладким квази-проективным многообразием. Точки, для которых  $\dim O_x = m_G$ , называются точками общего положения. Стандартные рассуждения, связанные с рассмотрением касательных пространств, показывают, что точки общего положения образуют в  $X$  открытое подмножество. Обозначим его  $\Omega$ . Пусть  $\Pi = X - \Omega$ . Как следует из определения,  $\Pi$  —  $G$ -инвариантное подмногообразие в  $X$ , для всякой точки  $x$  которого  $\dim O_x < m_G$ .

**О п р е д е л е н и е 2.** Действие называется локально-транзитивным, если  $\dim X = m_G$ .

Очевидно, если действие локально-транзитивно, то в  $X$  существует единственная орбита размерности  $m_G$ , и она совпадает с множеством  $\Omega$ . Поскольку  $\dim G \geq m_G$ , то при  $\dim X > \dim G$  действие не может быть локально-транзитивным.

**О п р е д е л е н и е 3.** Действие называется стабильным, если в  $X$  существует такое  $G$ -инвариантное открытое множество, что всякая орбита, лежащая в этом множестве, замкнута в  $X$  [см.(?)].