

ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

УДК: 33:005

№ госрегистрации: 01201165879

Инв.№:

УТВЕРЖДАЮ

Проректор НИУ ВШЭ, к.э.н.

М.М. Юдкевич

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В СОЦИАЛЬНЫХ
И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

(заключительный)

Шифр: ТЗ-53.0

Руководитель темы:

зав. Международной научно-учебной
лабораторией анализа и выбора решений, д.т.н.

Ф.Т. Алескеров

Москва 2011

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы,

зав. лабораторией, д.т.н., зав.
каф., проф.

_____ Ф.Т. Алескеров (пункт 3.1.2)

Исполнители темы

Ст.-исследователь, препода- вател, аспирант	_____	В.Ю. Белоусова	(пункты 3.1.1)
Ст.-исследователь, студент	_____	Ю.А. Веселова	(подраздел 1.1)
Ст.-исследователь, студент	_____	Ю.О. Гизингер	(пункт 4.3.2)
Вед. науч. сотр., д. ф.-м. н., проф.	_____	В.А. Гордин	(подраздел 5.3)
Ст.-исследователь, препода- вател, аспирант	_____	Л.Г. Егорова	(подраздел 2.2)
Ст. науч. сотр., к. э. н., доцент	_____	А.В. Захаров	(пункт 4.1.2)
Ст.-исследователь, студент	_____	А.А. Иванов	(пункт 4.2.3)
Ст.-исследователь, студент	_____	Р.У. Камалова	(пункт 4.2.1)
Мл. науч. сотр., преподава- тель, аспирант	_____	Д.С. Карабекян	(подраздел 1.2)
Ст.-исследователь, студент	_____	И.А. Каракунский	(пункт 4.2.2)
Мл. науч. сотр., преподава- тель, аспирант	_____	А.В. Карпов	(подраздел 1.3)
Мл. науч. сотр., преподава- тель, аспирант	_____	С.Г. Кисельгоф	(подраздел 4.2.4)
Ст.-исследователь, студент	_____	М.Б. Левкина	(пункт 4.3.1)
Ст. науч. сотр., д. ф.-м. н., проф.	_____	А.Е. Лепский	(заключение)

Вед. науч. сотр., д.т.н., проф. _____ Б.Г. Миркин (введение)
Ст.-исследователь, студент _____ Е.О. Митичкин (пункт 3.2.1)
Вед. науч. сотр., д.т.н., проф. _____ В.В. Подиновский (подраздел 2.1)
Ст. науч. сотр., к. т. н., доцент _____ А.А. Рубчинский (реферат)
Ст. науч. сотр., к. т. н., доцент _____ К.С. Сорокин (пункт 4.1.1)
Ст.-исследователь, студент _____ Ф.В. Срок (подраздел 5.1)
Ст. науч. сотр., к. ф.-м. н.,
доцент _____ А.Н. Субочев (пункт 4.2.4)
Ст.-исследователь, студент _____ Е.Л. Черняк (пункт 4.3.4)
Ст.-исследователь, студент _____ О.Н. Чугунова (пункт 4.3.3)
Мл..науч.сотр., преподава-
тель _____ Д.А. Шварц (пункт 3.1.3)
Ст.-исследователь, студент _____ С.В. Швыдун (пункт 3.2.2)

РЕФЕРАТ

Отчет 110 с., 1 ч., 12 рис., 14 табл., 124 источника.

ТЕОРИЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ, ТЕОРИЯ КОЛЛЕКТИВНОГО ВЫБОРА, ТЕОРИЯ ИГР, ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИЗДЕРЖЕК БАНКОВ, ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ГОЛОСОВАНИЯ, КОАЛИЦИОННЫЕ ПРЕДПОЧТЕНИЯ, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ, КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ.

Объектом исследования являлись модели и методы принятия решений.

Цель работы – получение новых теоретических результатов в ряде проблемных областей теории принятия решений с помощью моделей и методов теории колективного выбора и теории игр, а также применение некоторых теоретических моделей этих дисциплин в таких прикладных задачах, как анализ эффективности функционирования российских банков, исследование поведенческой модели биржи и др.

В частности, целями исследований были:

- теоретико-игровое представление задачи пропорционального представительства;
- разработка и исследование поведенческой модели биржи;
- анализ эффективности функционирования российских банков;
- применение теоретико-игровых методов и методов теории колективного выбора для моделирования коалиционных предпочтений и принятия решений политическими партиями;
- развитие моделей оперативного прогнозирования погоды.

Проект был связан, прежде всего, с исследованием теоретических проблем. Его методологической основой были теория рационального выбора и теория игр. Основными средствами и методами исследований стали процедуры оптимизации, различные численные и комбинаторные методы, методы статистического, корреляционного, регрессионного и кластерного анализа данных, методы эконометрического моделирования панельных данных.

Техническим средством исследования служили электронные вычислительные машины.

Для прикладных исследований использовались базы данных по голосованиям, государственная статистика, статистические данные негосударственных и международных организаций, сборники исторических документов.

В результате выполнения проекта получены **следующие результаты:**

- исследована задача определения среди кандидатов на выборах в совет директоров акционерной компании заранее известного числа победителей; показано, что равновесное распределение мест в совете директоров акционерной компании при заданном распределении уставного капитала определяется однозначно – акционеры могут заранее рассчитывать на определенное число мест;
- при исследовании поведенческой модели биржи показано, что обучение игрока на своих успешных действиях и получение определенной награды за «правильное» поведение может увеличить выигрыш игрока даже при некотором увеличении ошибочных решений;
- проведен анализ эффективности функционирования российских банков: выявлены характеристики российских банков, которые способствуют росту их эффективности издержек; проведен эконометрический анализ влияния на эффективность издержек банков, сравнимых по размеру, таких показателей, как размер и форма собственности банка, уровень достаточности капитала, структура активов и пассивов;
- представлен анализ бизнес-моделей российских банков в период финансового кризиса 2007-2009 гг.; показано, как меняются стратегии выстраивания банковского бизнеса этих финансовых посредников до и в период этого кризиса; выявлены доминирующие модели поведения ведущих кредитных организаций; определены группы банков, которые отличаются высокой частотой смены бизнес-моделей;
- исследована вероятностная модель голосования, в которой кандидаты обладают предпочтениями, отличающимися от максимизации математического ожидания числа голосов; проведен анализ сравнительной статистики для случая с двумя избирателями и одномерным множеством политических альтернатив; показано, что при увеличении ценности одного голоса кандидаты выбирают политические программы, расположенные ближе к наилучшим альтернативам избирателей, предпочи-

- тающих данных кандидатов; показано, что нелинейность и несимметричность выигрышер кандидатов может влиять на их равновесные политические программы;
- проведен количественный анализ согласованности позиций членов Политбюро в 1923-1927 гг.;
 - проведено моделирование распределения влияния в рейхстаге Веймарской Германии; показано, что отказ от вхождения в коалиции способен свести к нулю влияние партии в законодательном органе, даже в том случае, если она обладает значительной долей мест, а относительная идеологическая «размытость» способна увеличить влияние даже небольших фракций;
 - получено развитие моделей оперативного прогнозирования погоды с помощью, так называемых крупномасштабных трехмерных корреляционных функций.

Область применения полученных результатов – моделирование социально-экономических процессов, аналитические службы банковского и фондового секторов, управление крупными компаниями, политологические исследования.

Все полученные результаты являются новыми. Их значимость подтверждена многочисленными аprobациями на международных конференциях и авторитетных семинарах. Кроме того, практически все представленные результаты опубликованы, в том числе в реферируемых научных изданиях.

СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ	2
РЕФЕРАТ	4
СОДЕРЖАНИЕ	7
ВВЕДЕНИЕ	8
ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ	13
1 Теоретико-игровое представление задачи пропорционального представительства	13
1.1 Манипулируемость систем пропорционального представительства	15
1.2 Формальная модель и основные результаты	17
1.2.1 Метод д'Ондта.....	20
1.3 Пример: выборы в совет директоров.....	23
2 Разработка и исследование поведенческой модели биржи.....	30
2.1 Постановка задачи и обзор результатов	30
2.2 Новые поведенческие модели биржи	32
3 Анализ эффективности функционирования российских банков.....	38
3.1 Анализ эффективности издержек российских банков	41
3.1.1 Обзор литературы	41
3.1.2 Методология исследования.....	43
3.1.3 Анализ полученных результатов	48
3.2 Динамический анализ стереотипов поведения российских коммерческих банков	53
3.2.1 Методология исследования.....	53
3.2.2 Анализ паттернов поведения российских банков.....	54
4 Применение теоретико-игровых методов и методов теории коллективного выбора для моделирования коалиционных предпочтений и принятия решений политическими партиями	63
4.1 Вероятностная модель политической конкуренции при отсутствии нейтральности к риску у кандидатов	64
4.1.1 Постановка проблемы и обзор результатов	65
4.1.2 Основные результаты	70
4.2 Анализ согласованности позиций членов Политбюро в 1923-1927 гг.....	72
4.2.1 Особенности анализа стенограмм членов Политбюро в 1923-1927 гг.....	72
4.2.2 Анализ согласованности позиций членов Политбюро по стенограммам	75
4.2.3 Измерение влияние членов Политбюро	77
4.2.4 Некоторые выводы и перспективы исследований.....	81
4.3 Моделирование распределения влияния в рейхстаге Веймарской Германии.....	81
4.3.1 Особенности партийной системы Веймарской Германии	81
4.3.2 Позиции основных партий Веймарской Германии	82
4.3.3 Расчет мер близости и влияния фракций.....	83
4.3.4 Некоторые выводы.....	85
5 Развитие моделей оперативного прогнозирования погоды	86
5.1 Постановка задачи и основная гипотеза.....	86
5.2 Основные понятия и описание алгоритма	87
5.3 Результаты, применение и возможные обобщения.....	94
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	97
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	99

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование принятия решений в социальных и экономических системах в настоящее время представляет собой широкий спектр научных направлений, распределенных как по объектам своей применимости, так и по используемому математическому инструментарию. В соответствии с техническим заданием в данном проекте основные научные усилия планировалось сосредоточить в первую очередь на анализе принятия решений в конкретных социальных и экономических системах, опираясь на исследование разработанных в рамках проекта моделей функционирования этих систем. В последние десятилетия наблюдается научный бум развития количественных методов анализа различных систем «гуманитарной» сферы. В тоже время, в отличие от технических систем, моделирование в социальных и экономических системах имеет свои особенности:

- большая неопределенность исходных данных;
- уникальность экономических и социальных явлений;
- наличие «субъективных» факторов;
- плохой формализуемостью факторов (например, степеней предпочтений, важности критериев и пр.) социально-экономической сферы.

Необходимость учета этих и других особенностей делает актуальным разработку новых моделей функционирования социально-экономических систем, в которых была бы возможна формализация таких категорий, как «неопределенность и определенность», «субъективность и объективность», «的独特性和普遍性» и др. Как показывает опыт исполнителей проекта и анализ основных научных трендов в данной области знаний, такая формализация возможна при использовании теоретико-игровых методов («субъективность и объективность»), методов теории коллективного выбора («уникальность и общность»), различных моделей неопределенности (теории вероятности, теории возможностей, теории неточных вероятностей и пр.), теории интеллектуального анализа данных.

В ходе выполнения данного проекта были проведены исследования в следующих научных направлениях:

- теоретико-игровое представление задачи пропорционального представительства;

- разработка и исследование поведенческой модели биржи;
- анализ эффективности функционирования российских банков;
- применение теоретико-игровых методов и методов теории коллективного выбора для моделирования коалиционных предпочтений и принятия решений политическими партиями;
- развитие моделей оперативного прогнозирования погоды.

Работа над данным проектом является продолжением исследований, проводимых в научно-учебной Лаборатории анализа и выбора решений в 2010 г. в ходе реализации проекта "Модели и методы принятия решений". В частности, в 2010 г. были получены следующие новые теоретические результаты:

- дана общая постановка оптимизационных задач, возникающих при многокритериальном выборе методами теории важности критериев, разработаны точные и эффективные методы решения таких задач при интервальной информации о важности критериев и ценности шкальных оценок;
- предложены и апробированы методы автоматизации решения для дивизимных, бикластерных и трикластерных алгоритмов, предложены методы построения профилей для текстовых данных, проведена их экспериментальная проверка и выработаны рекомендации по улучшению, разработаны программы для подъема четких множеств запроса и визуализации результатов;
- разработан метод справедливого дележа при любом числе делимых и неделимых пунктов для двух участников;
- изучены реально используемые ординальные системы пропорционального представительства, реализующие правило передачи голосов, представленных выборами в Ирландии, Австралии, Новой Зеландии и др. странах;
- создан комплекс программ, позволяющий вычислять как ряд решений в задаче коллективного выбора, так и связанные с ними способы построения рейтингов, исследованы теоретико-множественные соотношения решения фон Неймана – Моргенштерна, двух версий множества Бэнкса и тринадцати решений в задаче коллективного выбора, строящихся с помощью правила большинства;

- выделены группы крупных, средних и малых банков по валюте баланса, проанализированы бизнес-модели, которые крупные, средние и малые банки выбирали на протяжении 2006-2009 гг., разработана модель оценки граничной эффективности издержек российских банков с учетом их неоднородности по объему активных операций и бизнес-моделям;
- построена "проективная" аксиоматика для индексов влияния, зависящих от предпочтений участников, построены алгоритмы для их вычисления;
- сопоставление позиционных правил принятия решений показало, что с точки зрения степени манипулируемости наилучшими являются система Хара и процедура Блэка для случая минимум 7 участников голосования, при меньшем числе участников результат сильно зависит от используемого метода расширения предпочтений, сравнение оценок для случая сильного и слабого манипулирования показывает, что соотношение мер манипулируемости практически неизменно в независимости от используемой концепции, в ряде случаев, при числе участников кратном количеству альтернатив, возможны несовпадения соотношения правил, однако общий характер зависимости – такой же;
- при исследовании сильной манипулируемости q-Паретовских правил принятия решений (случай линейного порядка расширенных предпочтений) было получено, что наименьшей манипулируемостью в рассматриваемом классе обладает *Сильнейшее* правило q-Парето простого большинства, важным фактом является то, что при этом низкая манипулируемость достигается не за счет серьезных потерь в разрешимости (доле однозначного выбора), в то же время *Сильное* правило q-Парето простого большинства демонстрирует очень низкую разрешимость и высокую манипулируемость не только среди своего класса правил, но и среди порядковых и мажоритарных правил;
- в рамках манипулирования при частичном порядке расширенных предпочтений (слабое манипулирование) получены предварительные результаты оценки степени манипулируемости с точки зрения индекса Келли.

Исследования 2011 года, выполненные в ходе реализации данного проекта, с одной стороны развиваются некоторые из указанных исследований прошлого года, а с другой стороны, используют предыдущие исследования.

Методологической основой исследований служат теория рационального выбора и теория игр. Основными средствами и методами исследований являются процедуры оптимизации, различные численные и комбинаторные методы, методы статистического, корреляционного, регрессионного и кластерного анализа данных, методы эконометрического моделирования панельных данных.

Техническим средством исследования служат электронные вычислительные машины.

Для прикладных исследований использовались базы данных по голосованиям, государственная статистика, статистические данные негосударственных и международных организаций, сборники исторических документов.

Данный отчет состоит из пяти разделов, соответствующих основным направлениям исследований, проводимых в ходе выполнения данного проекта.

В первом разделе рассматривается теоретико-игровое представление задачи пропорционального представительства. В частности, в этом разделе исследовалась задача определения среди кандидатов на выборах в совет директоров акционерной компании заранее известного числа победителей.

В втором разделе представлены основные результаты исследования поведенческой модели биржи. Показано, что обучение игрока на своих успешных действиях и получение определенной награды за «правильное» поведение может увеличить выигрыш игрока даже при некотором увеличении ошибочных решений.

В третьем разделе приведен анализ эффективности функционирования российских банков. В частности были выявлены характеристики российских банков, которые способствуют росту их эффективности издержек. Проведен эконометрический анализ влияния на эффективность издержек банков, сравнимых по размеру, таких показателей, как размер и форма собственности банка, уровень достаточности капитала, структура активов и пассивов. Кроме того, в этом же разделе представлен анализ бизнес-моделей российских банков в период финансового кризиса 2007-2009 гг.

Полученные результаты позволяют увидеть, как меняются стратегии выстраивания банковского бизнеса этих финансовых посредников до и в период этого кризиса, выявить доминирующие модели поведения ведущих кредитных организаций, а также определить группы банков, которые отличаются высокой частотой смены бизнес-моделей.

Четвертый раздел отчета посвящен применению теоретико-игровых методов и методов теории коллективного выбора для моделирования коалиционных предпочтений и принятия решений политическими партиями. В данном направлении были исследованы три задачи:

- исследование вероятностной модели политической конкуренции при отсутствии нейтральности к риску у кандидатов;
- анализ согласованности позиций членов Политбюро в 1923-1927 гг;
- моделирование распределения влияния в рейхстаге Веймарской Германии.

В последнем пятом разделе приведены результаты развития моделей оперативного прогнозирования погоды с помощью, так называемых крупномасштабных трехмерных корреляционных функций.

В Заключении приведены краткие выводы по результатам выполнении НИР и даны рекомендации по конкретному использованию их результатов.

Все полученные результаты являются новыми. Их значимость подтверждена многочисленными аprobациями на международных конференциях и авторитетных семинарах. Кроме того, практически все представленные результаты опубликованы, в том числе в реферируемых научных изданиях.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

В соответствии с техническим заданием проекта «Моделирование принятия решений в социальных и экономических системах» основной целью работы было решение ряда задач в области математического моделирования в социальной, экономической и политической сферах с использованием методов теории принятия решений, теории игр и интеллектуального анализа данных. Кроме того, в рамках указанного научного направления был выполнен ряд прикладных исследований по:

- применению разработанных теоретических моделей для решения задачи пропорционального представительства при выборе в управляющие органы крупных компаний;
- анализу эффективности функционирования российских банков;
- исследованию поведенческой модели биржи;
- анализу согласованности позиций партий, фракций и отдельных представителей в тот или иной исторический период в тех или иных странах.

1 Теоретико-игровое представление задачи пропорционального представительства

В рамках проекта исследовалась задача определения среди кандидатов на выборах в некоторую компанию заранее известного числа победителей. Поскольку решение данной задачи зависит от используемых процедур голосования, то в качестве важного частного случая была рассмотрена задача выбора в совет директоров акционерной компании. В этом случае решение вышеупомянутой задачи сводится к решению проблемы пропорционального представительства. Суть её заключается в том, чтобы структура совета директоров соответствовала структуре владения акционерным капиталом компании, т.е. основные игроки должны быть представлены в совете пропорционально количеству их акций.

Совет директоров акционерного общества осуществляет общее руководство деятельностью общества. Чтобы представлять интересы всех акционеров совет директоров избирается на общем собрании акционеров и процедура выборов зафиксирована в статье 66 Федерального закона «Об акционерных обществах» от 26.12.1995

г. № 208-ФЗ [1]. Согласно пункту 3 статьи 66 данного закона количественный состав совета директоров (наблюдательного совета) общества определяется уставом общества или решением общего собрания акционеров, но не может быть менее чем пять членов. Согласно пункту 4 той же статьи выборы членов совета директоров (наблюдательного совета) общества осуществляются кумулятивным голосованием. При кумулятивном голосовании число голосов, принадлежащих каждому акционеру, умножается на число лиц, которые должны быть избраны в совет директоров (наблюдательный совет) общества, и акционер вправе отдать полученные таким образом голоса полностью за одного кандидата или распределить их между двумя и более кандидатами.

Выборы в совет директоров представляют интерес, потому что они отличаются от классической задачи пропорционального представительства, широко рассмотренной в литературе: фундаментальное исследование задачи пропорционального распределения мест в Палате Представителей США проведено в [2], различные методы пропорционального представительства также рассмотрены в [3]. Основное отличие этой задачи состоит в том, что владельцы пакетов акций могут делить свои голоса между кандидатами. Этим они могут выразить свою степень предпочтения между кандидатами, в то время как на обычных выборах избиратель может указать только наилучшего для себя кандидата.

Более широкие возможности для отражения своих предпочтений могут повлечь и более широкие возможности для стратегических действий. В данной работе под стратегическими действиями понимается не демонстрация неискренних предпочтений, как иногда предполагается в литературе, а различные варианты использования своих голосов. Участники голосования выбирают не только за кого проголосовать, но и какую часть голосов отдать за того или иного кандидата. При этом различные варианты голосования могут соответствовать одним и тем же предпочтениям. Например, как стратегия «делить голоса между двумя кандидатами», так и стратегия «делить голоса между тремя кандидатами» может не противоречить стремлению иметь как можно больше мест в совете директоров. Какая из стратегий будет более

успешной, зависит от выбора стратегии другим игроком. Исследование этого вопроса было осуществлено в ходе выполнения проекта и отражено в этом разделе отчета.

В данном разделе будут приведены результаты анализа стратегического голосования при голосовании пакетами акций на выборах совета директоров акционерной компании, выполненного в ходе реализации проекта.

1.1 Манипулируемость систем пропорционального представительства

Манипулирование процедур коллективного выбора широко рассмотрено в литературе. Широко известна теорема Гиббарда-Саттертвейта [4,5] о невозможности построения процедуры, которая была бы полностью защищена от манипулирования. В классической постановке рассматривается проблема однозначного выбора. С проблемой манипулирования в условия множественного выбора можно ознакомиться в [6]. В этой работе изучался множественный выбор в качестве расширения однозначного выбора.

Проблема пропорционального представительства представляет собой множественный выбор, что влечет за собой соответствующую проблему сравнения наборов альтернатив (см. работу Карабекяна [7]). В зависимости от дополнительных предпосылках о способе моделирования процедуры и предпочтений работы по манипулируемости систем пропорционального представительства приводят к противоположным результатам.

Первые попытки анализа манипулирования систем пропорционального представительства строились на возможности свести задачу к уже известной проблеме однозначного выбора. Простейший случай выборов с тремя кандидатами в двухмандатном округе рассмотрен в работе Кокса [8]. Автор показывает, что двухмандатные округа были достаточно широко распространены в США и Англии, и рассмотрение этого случая представляет собой определенный интерес. На выборах, в которых конкурируют три кандидата, избиратель может столкнуться с 12 различными состояниями, характеризующими распределение голосов остальных избирателей. Различие распределений заключается в возможности избирателя повлиять на результат выборов при голосовании за своего наилучшего кандидата или за двух наилучших.

Этот выбор в некотором смысле аналогичен выбору, который делает избиратель при одобряющем голосовании. Более полный анализ выборов с тремя кандидатами в двухмандатном округе проведен Ордешуком и Зенгом [9]. Авторы находят условия того, чтобы все голосовали искренне, и приводят пример, когда неискреннее голосование является равновесием по Нэшу.

В более поздней работе Кокс [10] распространяет логику конкуренции в одномандатных округах на многомандатные. В мажоритарных системах выборы сводились к конкуренции двух партий, а стратегическое голосование проявлялось в следующем. Сторонник некоторой третьей партии, голосуя за свою наилучшую партию, никак не повлияет на результат выборов, но если он будет голосовать не за свою наилучшую альтернативу, а за одну из двух ведущих партий, более предпочтительную для него, то сможет повлиять на исход. В N -мандатных округах происходит острая конкуренция между $N+1$ кандидатами и избиратели, не желая тратить свои голоса впустую, голосуют в основном только за них.

Используя пространственную модель голосования можно предположить, что итоговая позиция парламента в политическом пространстве будет определяться как линейная комбинация позиций партий с количеством мест, определенных по результатам, выборов в качестве весов. В работах Де Синополи и Яннантуони [11] и [12] получены выводы о том, что при стратегическом поведением избирателей результатом будет голосование за экстремистские партии. Авторы объясняют, что, голосуя за экстремистскую партию, а не за партию с позицией, которая ближе всего к его идеальной точке, избиратель имеет больше возможностей повлиять на результат и сдвинуть итоговую позицию парламента ближе к его идеальной точке.

Слинко и Уайт [13] различают избирателей максимизирующих количество мест своей партии и максимизирующих её влияние, измеренного индексом влияния. В теоретической работе [13] показано, что если рассматривать избирателей, максимизирующих количество мест, то системы пропорционального представительства не манипулируемы (в отсутствие порога прохождения и проблем с целочисленностью мест). Для избирателей, максимизирующих влияние появляются возможности для манипулирования.

Данные работы в основном не опираются на конкретные процедуры систем пропорционального представительства, а рассматривают задачу, основываясь на соответствующих исследования проблемы однозначного выбора.

1.2 Формальная модель и основные результаты

Пусть N кандидатов борются за право занять место в совете директоров компании. Определяются S ($N > S$) победителей. Каждый из M избирателей (акционеров) имеет голоса v_i , $i = \overline{1, M}$, которые может делить между кандидатами. В модели голоса бесконечно делимы. На практике бывают некоторые ограничения, но при большом количестве акций это предположение достаточно правдоподобно.

Голосование происходит одновременно, то есть никто не должен знать предварительного итога, несмотря на то, что на практике распространено голосование по почте и эти заявки могут быть внесены до начала собрания акционеров.

Первые S кандидатов, набравшие наибольшее число голосов, объявляются победителями.

В проекте рассматривалось голосование при наличии крупных игроков, которые своими действиями влияют на итог голосования. Они хотят провести в совет директоров как можно больше «своих» представителей. Пусть C_i – множество кандидатов игрока i , а $E_i \subseteq C_i$, $E_i \subseteq C_i$ – множество кандидатов игрока i , которые выбраны в совет директоров. Если всего голосов V , то для того, чтобы гарантированно провести одного кандидата, необходимо набрать

$$\left\lfloor \frac{V}{S+1} \right\rfloor + 1. \quad (1.1)$$

Это минимальное количество голосов, которое не могут одновременно набрать $S+1$ кандидат. Если не все избиратели участвовали в голосовании, эта величина становится несколько ниже, но до конца голосования эта величина не известна. В проекте исследовался случай, когда все игроки участвуют в голосовании. У каждого из игроков достаточно «своих» кандидатов, чтобы заполнить совет директоров.

Множеством стратегий является множество распределений голосов между всеми возможными кандидатами $X_i = \left\{ x_i : \sum_j x_{ij} = v_i \right\}$, $X_i \subset R^N$. Выигрыш игроков – число

представителей в совете директоров $\pi_i(x_i, x_{-i}) = s_i$, $s_i = |E_i|$, $\sum_i s_i = S$. Множество наилучших ответов на профиль стратегий других игроков обозначим как $b_i(x_{-i}) \subseteq X_i$.

Эта игра отражает проблему стратегического распределения ресурсов, но отличается от игры Блотто, широко исследованной в данной области [14]. По аналогии с игрой Блотто можно рассматривать каждое место в совете директоров как отдельное поле «сражений», но основное отличие игры, рассмотренной в настоящей статье, в том, что в совете директоров нет места №1 или №2, акционеры сталкиваются на общем поле «сражений», где определяются S победителей.

Приведем пример, в котором Игрок 1 имеет 120 голосов, а игрок 2 – 100 голосов. Игрошки борются за 7 мест в совете директоров. Если Игрок 1 разделил голоса между пятью кандидатами, т.е. проголосовал (24, 24, 24, 24, 24), то одним из наилучших ответов Игрока 2 будет разделение голосов между четырьмя кандидатами (25, 25, 25, 25), что приведет к избранию четырех кандидатов Игрока 2; избрания более 4-х кандидатов при данной стратегии Игрока 1 Игрок 2 добиться не может.

Теорема 1.1. Для любого профиля стратегий других игроков x_{-i} стратегия разделения голосов поровну между победившими кандидатами является наилучшим

ответом, $x_i' = (x_{i1}' \dots x_{in}')$ $\in b_i(x_{-i})$, где $x_{ij}' = \begin{cases} v_i / s_i, & \text{если } j \in E_i \\ 0, & \text{если } j \notin E_i \end{cases}$.

Доказательство. Рассмотрим некоторый наилучший ответ $x_i \in b_i(x_{-i})$, при котором игрок получает s_i представителей. Если он при данной стратегии отдавал голоса более чем s_i кандидатам, то стратегия отдать эти голоса прошедшему s_i кандидатам будет тоже наилучшим ответом, так как при этом количество представителей не уменьшится. Минимальное количество голосов, отданное за прошедшего в совет директоров кандидата – $\min_{i_i} \min_{j \in E_i} x_{ij}$, а $\min_{j \in E_i} x_{ij}$ – минимальное количество голосов, от-

данных игроком і за выигравшего кандидата, которое оказалось достаточным для прохождения в совет директоров. Так как $v_i/s_i \geq \min_{j \in E_i} x_{ij}$, то при стратегии $x_i' = (x_{i1}' \dots x_{in}')$ тоже будет избрано s_i кандидатов. Теорема доказана.

В проекте показано, что стратегия, когда каждый игрок делит свои голоса поровну между некоторым количеством кандидатов, является равновесной по Нэшу (обозначение NE) при выборе оптимального количества кандидатов, за которых надо голосовать.

Теорема 1.2. Если существует некоторое равновесие по Нэшу (x_1, \dots, x_m) , то су-

ществует равновесие по Нэшу (x_1', \dots, x_m') , при котором $x_{ij}' = \begin{cases} v_i/s_i, & \text{если } j \in E_i \\ 0, & \text{если } j \notin E_i \end{cases}$.

Доказательство. Рассмотрим некоторое NE, в котором игроки выбирают стратегии (x_1, \dots, x_m) , получая выигрыши (s_1, \dots, s_m) . Величина $\min_{i_1} \min_{j \in E_i} x_{ij}$ – минимальное количество голосов, отданное за прошедшего в совет директоров кандидата. Количество голосов $\min_{j \in E_1} x_{1j} \geq \min_{i_1} \min_{j \in E_i} x_{ij}$ оказалось достаточно для Игрока 1, чтобы получить место и при любом индивидуальном отклонении остальных игроков сохранить его. По теореме 1 $x_1' \in b_1(x_{-1})$, где $x_{1j}' = \begin{cases} v_1/s_1, & \text{если } j \in E_1 \\ 0, & \text{если } j \notin E_1 \end{cases}$. Так как $v_i/s_i \geq \min_{j \in E_i} x_{ij}$, то $\min_{i_1} \min_{j \in E_i} x_{ij}$ не уменьшилось и индивидуальное отклонение остальных игроков не приведет к увеличению их выигрыша, так как в равновесии (x_1, \dots, x_m) остальные игроки при отклонении не набирали $\min_{i_1} \min_{j \in E_i} x_{ij}$. Следовательно, (x_1', x_2, \dots, x_m) будет NE с выигрышами (s_1, \dots, s_m) . Аналогично рассуждая, получим, что (x_1', \dots, x_m') будет NE с выигрышами (s_1, \dots, s_m) . Теорема доказана.

При этом равновесий может быть несколько. Приведем пример, в котором Игрок 1 имеет 120 голосов, а игрок 2 – 48 голосов. Игроки борются за 7 мест в совете директоров. Так как среди оптимальных ответов есть стратегии разделения голосов поровну между несколькими кандидатами, то для нахождения равновесия рассмот-

рим только стратегии деления голосов поровну между некоторым количеством кандидатов. Игрок 1 может гарантированно получить 5 мест ($\frac{120+48}{7+1} + 1 = 22$ – число голосов, гарантирующее одно место), поэтому стратегия разделения голосов между четырьмя кандидатами будет строго доминироваться. Рассмотрим следующие стратегии Игрока 1: разделить голоса между 5, 6, 7 кандидатами. Так как Игрок 2 может гарантированно получить два места, то в качестве возможных успешных стратегий рассмотрим следующие стратегии: разделение голосов между двумя и между тремя кандидатами.

Таблица 1.1 – Матрица игры

И1 \ И2	2 кандидата	3 кандидата
5 кандидатов	(5,2) NE	(5,2)
6 кандидатов	(5,2) NE	(6,1)
7 кандидатов	(5,2) NE	(7,0)

По сути, это антагонистическая игра двух игроков, в которой в чистых стратегиях найден гарантированный выигрыш. Имеется три NE (среди стратегий с делением голосов поровну между некоторым количеством кандидатов, см. Таблицу 1.1):

1. Стратегия Игрока 1 – (24, 24, 24, 24, 24), стратегия Игрока 2 – (24, 24);
2. Стратегия Игрока 1 – (20, 20, 20, 20, 20, 20), стратегия Игрока 2 – (24, 24);
3. Стратегия Игрока 1 – (17.1, 17.1, 17.1, 17.1, 17.1, 17.1, 17.1,), стратегия Игрока 2 – (24, 24).

Покажем, что равновесное распределение мест единственно и находится с помощью метода д’Ондта распределения мест в задаче пропорционального представительства.

1.2.1 Метод д’Ондта

– для каждого игрока i выписать последовательность $a_i = \left\{ \frac{v_i}{1}, \dots, \frac{v_i}{k}, \dots \right\}$;

- найти q^d такое, что $|B| = S$, где $B = \left\{ \frac{v_i}{k} \mid \frac{v_i}{k} \geq q^d, k \in N, i = \overline{1, m} \right\}$. Иначе говоря, упорядочить v_i/k по убыванию и отобрать первые S членов;
- количество мест игрока i определяется по количеству элементов последовательности a_i , вошедших в множество B , $s_i = |B \cap a_i|$.

Для разрешения ситуации несравнимости, то есть возникновения равенства при выборе S наибольших v_i/k , вводится правило устранения несравнимости, например, алфавитное упорядочение имен, что делает решение по методу д’Ондта всегда однозначным.

Рассмотрим пример с 4 игроками и 6 местами в совете директоров, иллюстрирующий метод д’Ондта. В Таблице 1.2 голоса каждого игрока делятся на последовательность 1, 2, 3 и т.д., после этого среди полученных чисел выделяются 6 наибольших. Метод позволяет распределять места последовательно; первое (в Таблице 1.2 обозначается квадратными скобками [1]) достается игроку А с наибольшим количеством голосов, второе – игроку В, третье – игроку А, и так далее.

Таблица 1.2 – Метод д’Ондта

Игроки	Голоса	v/1	v/2	v/3	Распределение
A	41000	41000 [1]	20500 [3]	13667 [6]	3
B	29000	29000 [2]	14500 [5]	9667	2
C	17000	17000 [4]	8500		1
D	13000	13000			0
Сумма	100000				6

Таким образом, Игрок А получает 3 места, Игрок В – 2 места, Игрок С – 1 место и Игрок D остается без мест. Данное распределение можно получить с помощью квоты q^d . В качестве квоты q^d берется любое число между 6-ым и следующим по убыванию числом в Таблице 1.2, в данном случае между 13667 и 13000, например, 13250. Для нахождения количества мест с помощью квоты необходимо разделить количество мест на квоту и оставить целое

число, как представлено в Таблице 1.3. Описанный способ выбора квоты гарантирует распределение в точности необходимого числа мест, в данном примере шести.

Таблица 1.3. – Метод д’Ондта

Игроки	Голоса	Голоса/квота	Распределение мест
A	41000	3,09	3,00
B	29000	2,19	2,00
C	17000	1,28	1,00
D	13000	0,98	0,00

Пусть (s_1^d, \dots, s_m^d) – распределение мест по методу д’Ондта.

Теорема 1.3. Распределение мест (s_1^d, \dots, s_m^d) по методу д’Ондта – единственное равновесное по Нэшу распределение мест, которое образуется профилем стратегий

$$(x_1^d, \dots, x_m^d), \text{ где } x_{ij}^d = \begin{cases} v_i / s_i^d, & \text{если } j \in E_i^d \\ 0, & \text{если } j \notin E_i^d \end{cases} \text{ при } |E_i^d| = s_i^d.$$

Доказательство. Покажем, что (x_1^d, \dots, x_m^d) образует NE. Единственным возможным отклонением, которое потенциально может принести выгоду игроку, это разделение голосов между $s_i^d + 1$ кандидатами. Так как $S - s_i^d$ мест достаются кандидатам, за которых отдано более чем q^d голосов, и $\frac{v_i}{s_i^d} \geq q^d > \frac{v_i}{s_i^d + 1}$, то отклонение

не принесет дополнительного места.

Покажем, что другое распределение мест не может быть равновесным. Рассмотрим некоторое распределение мест $(s_1^{'}, \dots, s_m^{'}) \neq (s_1^d, \dots, s_m^d)$. По теореме 1.2 такое распределение может быть равновесным, если поддерживается профилем стратегий

$$(x_1^{'}, \dots, x_m^{'}), \text{ где } x_{ij}^{'} = \begin{cases} v_i / s_i^{'}, & \text{если } j \in E_i^{'} \\ 0, & \text{если } j \notin E_i^{'} \end{cases} \text{ при } |E_i^{'}| = s_i^{'}.$$

Так как найдется игрок, получивший больше, чем в распределении, найденном методом д’Ондта, то

$\min_i \frac{v_i}{s_i^{'}} < q^d$. Рассмотрим игрока h , для которого $s_h^{'} < s_h^d$. Так как $\frac{v_h}{s_h^d} \geq q^d$, то

$\frac{v_h}{s_h^{'} + 1} \geq q^d > \min_i \frac{v_i}{s_i^{'}}$. Таким образом, игрок h может выгодно отклониться, разделив

голоса между $s'_h + 1$ кандидатами и получив дополнительное место. Это означает, что (s_1', \dots, s_m') не может быть равновесным распределением. Теорема доказана.

1.3 Пример: выборы в совет директоров

В качестве примера в проекте было рассмотрено и исследовано голосование на выборах в Совет директоров ОАО «ГМК «Норильский никель». Выбор компании обусловлен наличием крупных игроков, способных выбором стратегии влиять на исход голосования и конфликтной ситуацией на выборах в Совет директоров Компании в июне 2010 года [15].

В силу того, что были использованы только открытые источники, не содержащие полной информации о структуре владения Компании, данный анализ не нацелен на всеобъемлющее исследование конфликта акционеров и голосования на годовом Общем собрании акционеров. Целью примера является иллюстрация применения теоретической модели.

По данным годового отчета ОАО «ГМК «Норильский никель» [16, С. 176] у Компании 2 основных акционера:

- всего по состоянию на 30 апреля 2009 года в бенефициарной собственности г-на Потанина В.О. находятся 44,83 миллиона акций и 28,31 миллиона депозитарных расписок ГМК «Норильский никель», что составляет 25%+1 акция уставного капитала Компании;
- всего по состоянию на 30 апреля 2009 года в бенефициарной собственности ОК РУСАЛ (через компанию Gershvin Investments Corp. Limited) находятся 47,66 миллиона акций ГМК «Норильский никель», что составляет 25,00% уставного капитала Компании.

Далее, для краткости, будем называть акционеров Потанин В.О. и РУСАЛ, в бенефициарной собственности которых находятся акции согласно Годовому отчету. Для сопоставления количества депозитарных расписок и акций следует учитывать, что с 19 февраля 2008 года конвертация акций Компании в АДР осуществляется в

соотношении – 1:10 [16, С. 172]. Кроме того, значительная доля акций находится в собственности дочерних предприятий Компании [16, С. 171]:

21 мая 2009 год Советом директоров было принято решение о передаче казначейских акций (около 4,12% от уставного капитала), находящихся на балансе ГМК «Норильский никель», в собственность дочерних предприятий Компании – ОАО «Норильский комбинат им. А. П. Завенягина» (2,5%) и ОАО «Кольская ГМК» (1,5%).

Остальные акционеры владеют меньшими пакетами акций. С конца 2008 года Совет директоров стал включать 13 человек [16, С. 10]. Первое годовое общее собрание акционеров, на котором избирался Совет директоров данного размера, состоялось в 2009 году. В выборах участвовало 23 кандидата.

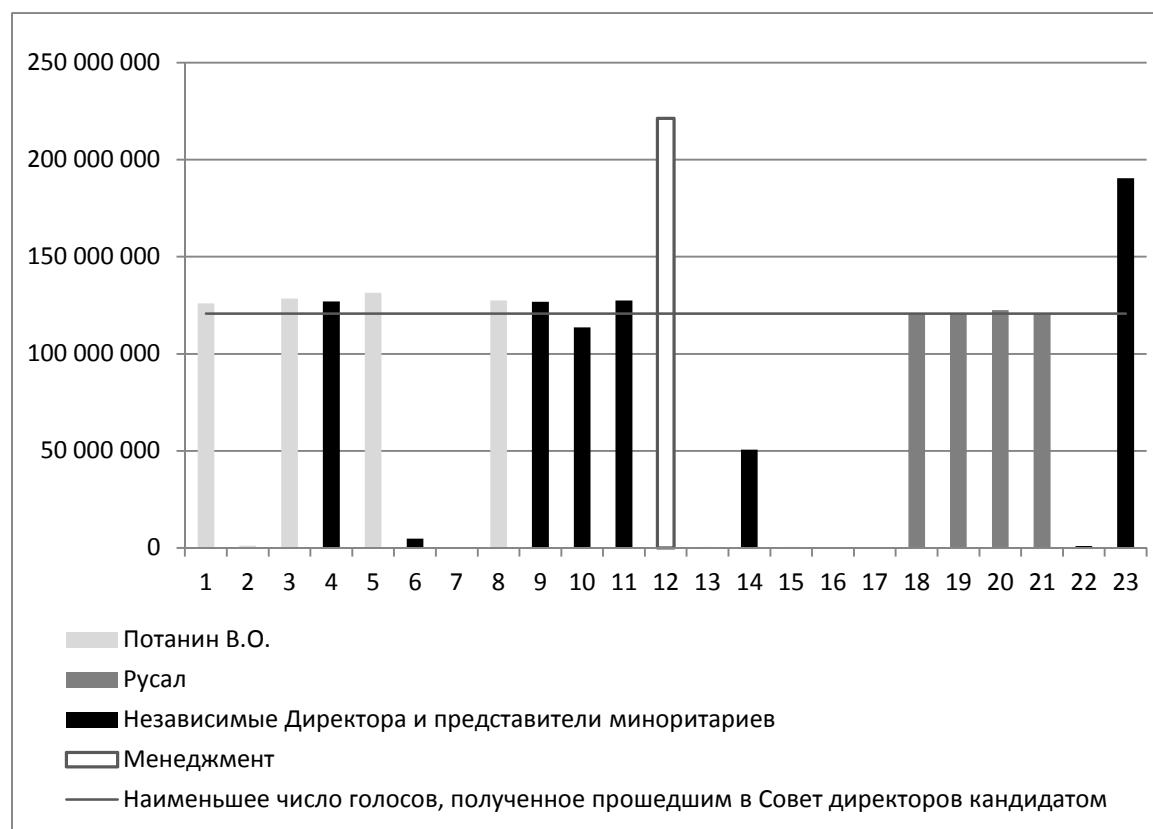


Рисунок 1.1 – Результаты голосования, июнь 2009, [17, С. 3]

На рисунке 1.1 величина столбцов отражает количество голосов, полученных кандидатом, которые представлены в порядке, указанном в Отчете об итогах голосования. Горизонтальная черта отражает наименьшее количество голосов, полученное прошедшим в Совет директоров кандидатом. Всего в голосовании участвовало 80% общего числа акций. В Совет директоров вошли 4 кандидата от РУСАЛА, 4

кандидата от Потанина В.О., 4 независимых директоров и представителей миоритарных акционеров, один из которых представитель ВТБ, один представитель Металлоинвеста, и один кандидат от менеджмента Компании. После выборов в Совет директоров в декабре 2008 года представительство основных игроков было тем же, хотя состав Совета директоров отличался.

Среди кандидатов, набравших менее 1 млн. голосов были как представители Потанина В.О., так и представители РУСАЛА, но из диаграммы видно, что крупные акционеры делили акции поровну между четырьмя своими кандидатами, не выделяя какого-либо кандидата, и не отдавая голоса не прошедшим кандидатам.

Два кандидата набрали значительно больше остальных кандидатов, избранных в Совет директоров. Стржалковский В.И., Генеральный директор – Председатель Правления Компании, за которого могли независимо проголосовать многие миоритарии, в том числе менеджмент и трудовой коллектив, владеющий частью акций. Мошири А., представитель Металлоинвеста, миноритарного акционера Норникеля, владеющего около 4% акций (99 млн. голосов) (Годовой отчет 2008, стр. 176).

Два кандидата набрали существенное, но недостаточное для прохождения в Совет директоров количество голосов. Холден Дж.Дж., соответствующий требованиям, предъявляемым к Независимому директору, собрал, вероятно, голоса несогласованных миноритариев, часто голосующих за независимых кандидатов. Балло А.Б., представитель ВЭБ, не смог консолидировать вокруг себя значительной поддержки.

Для основных акционеров такая ситуации оказалась равновесной. Стратегия делить голоса между большим количеством кандидатов не принесла бы дополнительного выигрыша. С точки зрения менеджмента и миноритариев много голосов было потрачено впустую, если бы они действовали как единые игроки, то у них были бы возможности для выгодного отклонения.

К 2010 году доли основных игроков изменились незначительно [18, С. 142]: – всего по состоянию на 30 апреля 2010 года в бенефициарной собственности Потанина В.О. находятся 44,8 млн акций и 28,3 млн депозитарных расписок ГМК «Норильский никель», что составляет 25,0013% уставного капитала Компании;

– всего по состоянию на 30 апреля 2010 года в бенефициарной собственности United Company RUSAL Plc. (через компании ООО «ОК Русал Управление инвестициями» и Rypotus Ltd.) находятся 47,7 млн акций и 2,5 млн депозитарных расписок ГМК «Норильский никель», что составляет 25,1299% уставного капитала Компании.

Используя информацию по голосованию в 2009 году, построим на основе теоретической модели гипотетическое распределение мест в 2010 году. При отсутствии информации об изменении состава акционеров предположим, что существенного изменения структуры собственности не произошло. При предположении устойчивости предпочтений те, кто голосовал за независимых кандидатов (Миллс Б.А., Холден Дж. Дж. Мошири А.) в 2009 году (430,86 млн. голосов) должны были голосовать также за независимых кандидатов. Голоса за Волошина А.С., соответствующего требованиям, предъявляемым к Независимому директору, не учитывались, так как известно, что он имеет поддержку со стороны РУСАЛА [19]. Голоса за Стржалковского В.И. (221,17 млн. голосов в 2009 году) по предположению также были отданы за кандидатов от менеджмента. Количество голосов у двух основных игроков рассчитывалось на основании информации Годового отчета. Таким образом, перечисленные игроки имеют 1894,57 млн. голосов, что составляет 76,45% от общего количества голосов (Таблица 1.4).

Таблица 1.4 – Гипотетическое распределение мест методом д’Ондта при явке 76,45%

Акционеры	Количество голосов (млн. голосов)	1	2	3	4	5	Количество мест
Потанин В.О.	619,19	619,19	309,60	206,40	154,80	123,84	4
РУСАЛ	623,35	623,35	311,68	207,78	155,84	124,67	5
Независимые	430,86	430,86	215,43	143,62	107,71	86,17	3
Менеджмент	221,17	221,17	110,59	73,72	55,29	44,23	1

В Таблице 1.4 в строке каждой группы акционеров указано количество голосов на одного кандидата при делении всего пакета голосов между 1, 2, 3, 4, 5 кандидатами. Полужирным выделено распределение по методу д’Ондта (количество выделенных чисел в строке соответствует количеству мест), при этом согласно теореме 3 это распределение является равновесным и любая другая стратегия не принесет иг-

рокам большего количества мест. Из Таблицы 1.4 видно, что РУСАЛ, имеющий наибольшее количество голосов, может рассчитывать на 5 мест. В июне 2010 года стратегия деления голосов между пятью кандидатами не находила объяснения. Руководствуясь логикой гарантированного числа мест, В.И. Стржалковский комментирует действия РУСАЛА [20]: «Соответственно, пять человек Дерипаска [Председатель правления, Генеральный директор РУСАЛА] гарантировано мог провести только при явке меньше 65%. На момент начала собрания кворум составлял 75,7%, что уже делало невозможным проведение пятерых человек».

На момент открытия годового Общего собрания акционеров акционерам было известно, что в собрании зарегистрировалось 75,07% от числа размещенных голосующих акций ОАО «ГМК «Норильский никель» [21, С. 3]. Таким образом, РУСАЛ мог выбирать стратегию, считая ситуацию близкой к описанной в Таблице 1.4 (с явкой 76,45%). Стратегия разделения голосов между пятью кандидатами в равном количестве, которая была использована РУСАЛОм на голосовании, показывает соответствие действий РУСАЛА представленной в статье модели. Проанализируем реальные результаты голосования на годовом Общем собрании акционеров в июне 2010 года. Явка составила 92,63%. Распределение голосов между 25 кандидатами представлено на рисунке 1.2.



Рисунок 1.2 – Результаты голосования, июнь 2010, [21, С. 7]

Минимальное число голосов необходимое для прохождения в Совет директоров (горизонтальная черта), оказалось равным 127 млн. голосов, что соответствует квоте посчитанной методом д’Ондта (наименьшее выделенное значение в Таблице 1.4). В Совет директоров вошли 3 кандидата от РУСАЛА, 4 кандидата от Потанина В.О., 3 – независимых директоров и представителей миноритарных акционеров, 1 из которых представитель ВТБ, 3 кандидата от менеджмента Компании. Кандидаты №6 и №18 не прошли в Совет директоров.

Три избранных Независимых директора набрали по 143-146 млн. голосов, что также соответствует Таблице 1.4. Практически равное количество голосов у независимых директоров Брэда Миллса и Джерарда Холдена (2 самых высоких столбца) объясняется тем, что голосовать за них акционерам рекомендовал Совет директоров Компании [21, С. 6]. Василий Титов, представитель ВТБ, мог получить поддержку Металлоинвеста [20] и ВТБ, вместе обладающих пакетом в 5,5% (около 136 млн. голосов).

Четыре представителя Потанина В.О. получили не по 154 млн. голосов, как рассчитано в Таблице 1.4, а по 128 млн. голосов, что указывает на то, что около 100

млн. голосов было потрачено на других кандидатов. Зная, что РУСАЛ поделит свой пакет по 125 млн. голосов, можно без уменьшения количества избранных кандидатов высвободить из своего пакета 100 млн. голосов. Для прохождения ещё одного своего кандидата этого количества голосов недостаточно, то есть увеличить представительство в Совете директоров, выбирая стратегию неравного разделения мест, невозможно. Высвободившиеся голоса можно использовать для поддержки кандидатов других игроков. Это имеет смысл, так как голосование за кандидатов других игроков может уменьшить представительство основного соперника и увеличить представительство более лояльных игроков. В ситуации с ОАО «ГМК «Норильский никель» при противостоянии РУСАЛА и Потанина В.О., третьей стороной оказывается менеджмент Компании, являющейся по расчетам в Таблице 1.4 самым слабым игроком. Поддержка голосами Потанина В.О. кандидата от менеджмента объясняет только увеличение представительства менеджмента с 1 до 2. Наличие третьего кандидата от менеджмента в Совете директоров объясняется несоблюдением ключевой предпосылки расчета – явки на уровне 76,45% от общего числа голосов. Реальная явка составила 92,63%. Акционеры, не голосовавшие в 2009 году, но принявшие участие в годовом Общем собрании акционеров в 2010 году, оказали достаточную поддержку для избрания третьего кандидата.

Данный пример показывает, что модель может быть использована для предсказания голосования на выборах в Совет директоров. Использование аппарата некооперативной теории игр предполагает, что игроки руководствуются при принятии решений только размером своего выигрыша, поэтому наличие возможностей коалиционирования или стремления изменить представительство других игроков за счет своих голосов, не было проанализировано в рамках данной модели.

Таким образом, по результатам исследования модели пропорционального представительства можно сделать следующие выводы.

Модель показывает, что равновесное распределение мест в совете директоров при заданном распределении уставного капитала определяется однозначно. В равновесии ни у одного из игроков нет стимулов изменить свою стратегию и пытаться получить большее количество мест, что означает отсутствие стратегических действий.

вий (манипулирования) на выборах в совет директоров. Акционеры могут заранее рассчитывать на определенное число мест, что является преимуществом существующей процедуры голосования.

Равновесное распределение мест в совете директоров реализует распределение мест по методу д'Ондта. Таким образом, модель представляет собой теоретико-игровое обоснование метода д'Ондта, широко использующегося на выборах в парламенты различных стран. Это показывает общность способов решения задачи пропорционального представительства, возникающих как при избрании парламента, так и при выборе совета директоров.

Разобранный пример голосования в ОАО «ГМК «Норильский никель» показывает важность моделирования голосования на выборах в совет директоров и при определенных предпосылках подтверждает связь теоретической модели и стратегий, реализуемых на практике. С помощью модели можно проанализировать возможный расклад голосов, исходя из размеров пакетов акций игроков. Пример показал границы применимости модели, которая не рассматривает стимулы к коалиционированию и предпочтения игроков относительно будущего состава Совета директоров.

Результаты исследований отражены в следующей публикации [22]:

Карпов А.В. Модель голосования на выборах совета директоров акционерной компании // Журнал Новой экономической ассоциации, 2011, №12, стр.10–23.

2 Разработка и исследование поведенческой модели биржи

Другим важным направлением исследований, осуществлявшимся в рамках выполнения проекта – исследование поведенческой модели биржи.

2.1 Постановка задачи и обзор результатов

В настоящее время в связи мировым финансовым кризисом и его последствиями биржа становится важнейшим элементом рыночной инфраструктуры, чутким «барометром» к малейшим изменениям в экономике. По этой причине возросла актуальность исследования процессов, происходящих с участниками торгов на бирже, и построения адекватных моделей биржевой игры. Классическая теория финансов

определяет рыночные механизмы на основании рационального поведения инвесторов, их разумного подхода к оценке ситуации и осознанных решений. Однако именно нерациональное поведение участников рынка может объяснить колебания цен на рынке и, более того, это нерациональное поведение имеет систематический характер. Поведенческие финансы – это новое направление теории финансов, которое объясняет процесс торговли на основе психологии инвесторов и влияния их поведения на рынок.

Нынешнее исследование поведенческой модели биржи является продолжением ранее начатых исследований, результаты которых нашли отражение в нескольких работах. В [23] была построена математическая модель фондовой биржи, в которой процессы на бирже моделируются через ее реакцию на поступающие сигналы о состоянии экономики. Сигналы представляют собой пуассоновские потоки событий двух типов – частые «регулярные» события, сигнализирующие о стабильной экономике и редкие «кризисные», сигнализирующие о кризисе. Игрок не знает заранее о типе пришедшего сигнала и должен распознать его. От того, насколько успешно игрок на бирже воспринимает поступающие сигналы, зависит его благосостояние. Было показано, что успешная идентификация частых событий чуть более чем в половине случаев, позволяет игроку иметь средний выигрыш положительным, а значит, ошибки в распознавании «кризисных» событий не смертельны. Таким образом, традиционная стратегия инвесторов вполне оправдана – ожидание кризиса и попытки заработать на нем могут принести прибыль, однако на рынке можно получить доход и не умей предсказывать кризисы.

В рамках выполнения настоящего проекта были разработаны новые модели, более полно учитывающие реальное поведение игроков на бирже. Каждая из новых моделей предполагает обучение игрока на своих успешных действиях и получение определенной награды за «правильное» поведение. В результате игрок может увеличить выигрыш и больше ошибаться в своих решениях, так как возможность анализировать свои действия и обучаться на них позволяет игроку для получения неотрицательного ожидаемого выигрыша успешно распознавать регулярные события даже меньше, чем в половине случаев.

В [24] дан большой обзор литературы на тему применения теории игр к экономике – начиная с ранних работ Марковица, фон Неймана и Моргенштерна, до исследований последних лет, посвященных проблемам асимметричной информации, инсайдерской информации и убеждений высоких порядков (higher order beliefs), и т.д. Есть работы, посвященные «эффекту толпы» (herding) [25], объясняющих подобное поведение инвесторов ожиданиями будущих прибылей, собственными побуждениями агентов или каскадной моделью, когда агент, даже имея негативную информацию относительно актива, но наблюдая за действиями других игроков, может изменить свое мнение и проигнорировать имеющуюся собственную информацию. Множество работ, например [26, 27, 28, 29, 30] посвящено финансовым кризисам и возможности их предсказания, в частности, теории финансовых пузырей и теории Черных лебедей.

Серия работ посвящена моделированию биржевой ситуации средствами теории игр, в частности, в [31] процессы на фондовом рынке рассматриваются как динамическая игра игроков, использующих разные типы поведения (фундаментальные, технические, эконометрические, игроки, использующие портфельный анализ, и стохастические) и доказывается, что то, как мы предсказываем цены и какой информацией пользуемся при этом, может заставить цены двигаться в том направлении, которое соответствует нашим убеждениям. Автор [32] разделяет множество игроков на бирже на тех, кто доволен сложившейся ситуацией и получает доход выше среднего, и тех, кто находится в «минусе». Недовольство последних, если таковых много, может стать причиной структурного сдвига и смены равновесного положения цен.

2.2 Новые поведенческие модели биржи

Кратко опишем новые математические модели и полученные результаты, построенные и полученные в ходе выполнения настоящего проекта.

На устройство поступает поток событий двух типов – типа Q и типа R . Каждый из них является простейшим, т.е. стационарным, ординарным и не имеет последей-

ствия [33]. Интенсивность потока событий типа Q равна λ , интенсивность потока событий типа R равна μ , причем $\lambda \gg \mu$, т.к. события типа Q происходят гораздо чаще событий типа R .

Задача устройства заключается в распознавании наступившего события X . Если наступило событие Q и устройство его идентифицировало верно, то оно поощряется получением небольшого вознаграждения a ; если же произошла ошибка, и событие Q было распознано как событие R , то устройство будет «оштрафовано» на величину b . Вероятности таких исходов известны и равны p_1 и q_1 , соответственно. Аналогично, для событий типа R , при правильной идентификации устройством наступившего события R выигрыш составляет величину c , причем $c \gg a$, а при неправильной – «проигрыш» составляет $-d$, и $d \gg b$. После каждого наступившего события величина полученного выигрыша/проигрыша прибавляется к предыдущей сумме. Сколько в среднем будет составлять сумма полученных за время t выигрышей?

Случайная величина Z суммы всех полученных за время t выигрышей/проигрышей является сложной пуассоновской величиной и ее ожидаемое значение равно $E[Z] = (\lambda(p_1a - q_1b) + \mu(p_2c - q_2d))t$.

Предложенная модель является основой для построения более сложных математических моделей поведения биржи.

Модели с обучением и поощрением основаны на том, что регулярные события часто появляются одно за другим и формируют последовательность таких «спокойных» событий вследствие того, что интенсивность регулярных событий Q намного больше интенсивности редких кризисных событий. Предположим, что устройство может «обучаться» на таких последовательностях и получать выгоду за счет распознавания подобных периодов.

В модели с поощрением, если событие типа Q было распознано устройством правильно k раз подряд, то оно получит премию за распознавание события Q , равную $a + \varepsilon$ (вместо a в базовой модели). Ожидаемое значение общего выигрыша в этой модели равно

$$E(Z) = E(X^{(1)}) \cdot \left[\lambda_{N_Z} \cdot \frac{\Gamma(k-1, \lambda_{N_Z})}{\Gamma(k-1)} + (k-1) \cdot \left(1 - \frac{\Gamma(k, \lambda_{N_Z})}{\Gamma(k)} \right) \right] + \\ + E(X^{(2)}) \cdot \left[\lambda_{N_Z} \cdot \left(1 - \frac{\Gamma(k-1, \lambda_{N_Z})}{\Gamma(k-1)} \right) + (1-k) \cdot \left(1 - \frac{\Gamma(k, \lambda_{N_Z})}{\Gamma(k)} \right) \right], \quad (2.1)$$

где $\lambda_{N_Z} = (\lambda + \mu)t$ – интенсивность потока неизвестных событий (и Q , и R), $X_i^{(1)}$ и $X_i^{(2)}$ – случайные величины выигрыша в случаях $i < k$ и $i \geq k$, соответственно.

Особенности модели со снижающимся поощрением: если событие типа Q было распознано устройством правильно k раз подряд, то оно поощряется увеличением премии за распознавание события Q , но эта премия снижается с ростом числа правильно распознанных регулярных событий. Математическое ожидание суммарного выигрыша в модели со снижающимся поощрением равно

$$E[Z] = E[X_i^{(1)}] \lambda_{N_Z} + \varepsilon p_a^{k+1} g \left(\frac{1-p_a}{g-p_a} \right) \left[\lambda_{N_Z} \left(1 - \frac{\Gamma(k-1, \lambda_{N_Z})}{\Gamma(k-1)} \right) + (1-k) \left(1 - \frac{\Gamma(k, \lambda_{N_Z})}{\Gamma(k)} \right) \right] + \\ + \varepsilon p_a^{k+2} g(g-1) \left[\left(1 - \frac{\Gamma(k, \lambda_{N_Z})}{\Gamma(k)} \right) - \left(\frac{p_a}{g} \right)^{1-k} e^{\left(\frac{p_a}{g} - 1 \right) \lambda_{N_Z}} \left(1 - \frac{\Gamma(k, \frac{p_a}{g} \lambda_{N_Z})}{\Gamma(k)} \right) \right],$$

параметр $g \geq 1$ отвечает за дисконт выигрыша.

Введем в нашу модель возможность для устройства обучаться на своих действиях: если событие типа Q было распознано устройством правильно k раз подряд (то есть k раз получен выигрыш a), то оно будет распознавать события Q правильно с большей вероятностью $p_1^* = p_1 + \delta > p_1$, причем $\delta \leq q_1$. Пусть S_i – функция опыта на i -м шаге, т.е. случайная величина, равная количеству подряд правильно распознанных событий типа Q . Нам необходимо знать вероятности $P\{S_i < k\}$ и $P\{S_i \geq k\}$, поскольку случайная величина единичного выигрыша X_i принимает значения $-d, -b, a, c$ с вероятностями

$$\Pr\{X_i = x\} = \begin{cases} p_R q_2, & \text{если } x = -d, \\ p_Q [q_1 \Pr\{S_i < k\} + q_1^* \Pr\{S_i \geq k\}], & \text{если } x = -b, \\ p_Q [p_1 \Pr\{S_i < k\} + p_1^* \Pr\{S_i \geq k\}], & \text{если } x = a, \\ p_R p_2, & \text{если } x = c. \end{cases}$$

В ходе выполнения проекта было доказано несколько теорем о сходимости последовательности вероятностей $P\{S_i < k\}$ и о значении предела:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} P\{S_i < k\} = \frac{(p_Q q_1^* + p_R)(1 - (p_Q p_1)^k)}{(p_Q q_1 + p_R) - p_Q(q_1 - q_1^*)(1 - (p_Q p_1)^k)}.$$

Чтобы подсчитать математическое ожидание суммарного выигрыша, можно воспользоваться формулой (2.1).

Кроме того, были найдены такие значения параметров, при которых суммарный выигрыш игрока неотрицателен. Для базовой модели решение было найдено аналитически, это область значений q_1 и q_2 , заданная следующим образом

$$\begin{cases} 0 \leq q_1 \leq \min \left\{ 1, \frac{\lambda a + \mu c}{\lambda(a+b)} \right\}, \\ 0 \leq q_2 \leq 1 \text{ при } 0 \leq q_1 \leq \min \left\{ 1, \frac{\lambda a - \mu d}{\lambda(a+b)} \right\}, \\ 0 \leq q_2 \leq -\frac{\lambda(a+b)}{\mu(c+d)} q_1 + \frac{\lambda a + \mu c}{\mu(c+d)} \text{ при } \max \left\{ 0, \frac{\lambda a - \mu d}{\lambda(a+b)} \right\} \leq q_1 \leq \min \left\{ 1, \frac{\lambda a + \mu c}{\lambda(a+b)} \right\}. \end{cases}$$

Для продвинутых моделей были построены численные примеры, показывающие зависимость математического ожидания выигрыша от ключевых параметров моделей.

Построенные математические модели были применены для анализа биржи. Пусть исследуемое устройство – это биржа, события Q и R – это «спокойная жизнь» и «кризис». Согласно модели, события Q происходят чаще, чем R , что соответствует тому, что кризис в нашей жизни, к счастью, явление редкое.

Событие X можно интерпретировать как некий сигнал, который поступает брокеру на бирже о состоянии экономики, о котором он должен решить, что означает этот сигнал – что экономика находится в «нормальном режиме», либо наступает кризис. Например, являются ли сведения о том, что снизились цены на нефть предвестником того, что экономика переживает спад, или это временное явление и на состояние экономики они не влияют?

Величины a, b, c, d также имеют свое значение в такой интерпретации. Если наступило событие Q (экономика стабильна) и брокер его правильно распознал, то он

может получить за это небольшой доход – величину a . Если событие Q будет принято за R , то он понесет небольшие потери – b . Если же наступило событие R (кризис) и оно не было распознано верно, то брокер понесет потери, намного большие – сумму – d . Если же он «угадает» наступление кризиса, то сможет на этом неплохо заработать – в случае правильной идентификации R брокер получает величину c .

В реальной работе трейдера такие исходы соответствуют открытию длинных и коротких позиций в период роста и спада. Длинная позиция означает покупку активов с целью продажи через некоторое время по более высокой цене. Короткая позиция подразумевает напротив продажу активов по завышенной цене с надеждой дальнейшей покупки по более низкой.

Длинная позиция принесет трейдеру умеренный доход a и значительный убыток $-d$, когда рынок растет («регулярное» событие) и падает («кризис»), соответственно. С короткой позицией наоборот: в случае роста экономики трейдер немного потеряет (величина $-b$), но при сильном падении в кризис сможет заработать значительную сумму c .

Параметры λ и μ , по сути, показатели состояния экономики, поэтому для их оценки были взяты данные несколько фондовых индексов S&P 500, Dow Jones, DAX, CAC 40, Nikkei 225, Hang Seng с 1999 по 2009 гг. и вычислены волатильность значений индекса со скользящим интервалом в 20 дней для нескольких пороговых значений. Величины отдельных выигрышей/проигрышней a, b, c, d были рассчитаны как по данным фондовых индексов (Таблица 2.1), так и для 10 топовых компаний (по капитализации) из списка S&P 500 (Таблица 2.2). Закрашенные клетки в Таблице 2.2 показывают, акции каких компаний более волатильны, чем индекс S&P 500 для регулярных Q - и кризисных R - событий соответственно (когда все параметры больше по абсолютной величине параметров S&P 500). Также можно отметить, что все выбранные компании имеют параметры, превышающие параметры средних рыночных оценок по S&P 500 для регулярных событий, причем некоторые имеют большие оценки также и для кризисных событий.

Таблица 2.1 – Оценки параметров по данным фондовых индексов

Сводные оценки параметров индексов (относительные изменения) для 6-процентного порога, %				
Индекс	a	$-b$	c	$-d$
S&P 500	0,6	-0,6	2,8	-2,9
Dow Jones	0,6	-0,6	1,9	-2,4
CAC 40	0,8	-0,8	3,0	-2,5
DAX	0,8	-0,9	2,1	-2,5
Nikkei 225	0,8	-0,9	2,6	-3,2
Hang Seng	0,9	-0,9	2,6	-3,0

Таблица 2.2 – Оценки параметров для компаний (порог 6%, $\lambda=246$, $\mu=4$)

	Компания	a	$-b$	c	$-d$
	S&P500	0,61	-0,64	2,81	-2,93
1	Exxon Mobil Corporation	0,84	-0,92	3,06	-3,82
2	Microsoft Corporation	1,14	-1,09	3,03	-3,28
3	General Electric Company	1,12	-1,11	5,02	-3,57
4	JPMorgan Chase & Co.	1,40	-1,34	7,30	-5,03
5	Proctor&Gamble Co.	0,73	-0,74	2,27	-2,12
6	Johnson&Johnson	0,73	-0,72	2,43	-2,32
7	Apple Inc.	1,76	-1,64	3,43	-2,83
8	AT&T Inc.	1,07	-1,04	3,52	-2,95
9	International Business Machines (IBM)	1,00	-0,95	2,48	-2,81
10	Bank of America Corporation	1,35	-1,36	7,98	-5,79

Для индекса S&P500 можно посмотреть, какими должны быть вероятности ошибиться при идентификации, так чтобы ожидаемый выигрыш брокера был неотрицательным. Для порога 6% область выглядит так, как показано на рисунке 2.1.

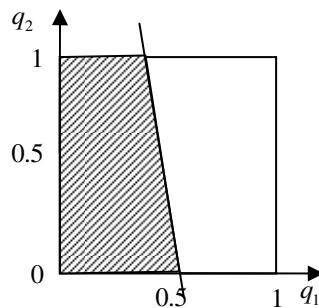


Рисунок 2.1 – Область параметров q_1, q_2 , дающих неотрицательный ожидаемый выигрыш

Как видно, вероятность ошибиться при распознавании частых событий оказывает несравненно более сильное влияние на ожидаемый выигрыш, что неудивительно.

но при таких значениях остальных параметров. Фактически, достаточно распознавать события типа Q в половине случаев для обеспечения положительного результата всей игры. Это главный вывод моделей – для того, чтобы «быть в плюсе», нужно уметь идентифицировать верно регулярные события, даже если игрок не в состоянии понять, когда наступает кризис.

Задача будущего исследования – разработать модели, отражающие процессы на бирже с точки зрения поведенческих финансов с целью изучения и понимания процессов принятия экономических решений инвесторами, и влияния действий инвестора на формирование рыночной цены. Для этого предполагается явным образом ввести в рассмотрение модели принятия решений инвесторов, учесть разные типы игроков и соответственно разные стратегии их поведения, а также проанализировать поведение инвесторов в зависимости от начальных условий, например, начального капитала.

Результаты исследований отражены в следующей публикации [34]:

Egorova L. Recognition of Stock Exchange Processes as a Poisson Process of Events of two types: Models with Stimulation and Learning. Working paper WP7/2011/02 [Text] / L. Egorova; Higher School of Economics. – Moscow: Publishing House of the Higher School of Economics, 2011. – 32 p.

3 Анализ эффективности функционирования российских банков

Важным направлением исследований, осуществлявшимся в рамках выполнения проекта, был анализ эффективности функционирования российских банков.

Важность решения этой задачи обусловлена тем, что в последнее время наблюдается ужесточение конкуренции между финансовыми посредниками и, как следствие, снижение прибыли, получаемой банками от традиционных операций. В этих условиях для управления банком особенно важно располагать информацией не только о доходности банковских операций, но и об определяющих ее факторах: характеристиках среды, в которой она получена; уровне производительности труда сотрудников и оптимальности распределения ограниченных ресурсов банка; особен-

ностях банка, которые позволяют ему стать более эффективным в конкурентной среде.

Более того, актуальность анализа эффективности работы банков обуславливается также тем, что многие центральные банки, в том числе и Банк России, в качестве одной из основных целей развития банковского сектора на среднесрочную перспективу рассматривают повышение эффективности деятельности по аккумулированию им денежных средств населения и организаций, трансформации этих средств в кредиты и инвестиции¹.

Несмотря на предпринимаемые в последнее время попытки оценить эффективность издержек российских банков², ряд вопросов в этой сфере и по сей день остается неисследованным: например, какова функциональная форма границы эффективности по издержкам, едина ли функция издержек для всех российских банков; какие внутренние факторы благоприятствуют успешной оптимизации издержек сравнимых банков? Наличие нерешенных проблем требует проведения дополнительного исследования эффективности издержек российских банков. В связи с этим цель первой части проекта по данному направлению исследований – построить модель стохастической границы оценки эффективности издержек российских банков с учетом мирового опыта и оценить влияние внутренних факторов, способствующие повышению эффективности работы сравнимых банков.

С другой стороны, в условиях растущего рынка исследования поведения банков были сфокусированы в первую очередь на том, как они будут расти, в каком направлении развиваться, какие использовать ресурсы и как это может повлиять на их состояние в будущем. В период кризиса, когда внешние условия совершенно противоположны: экономический рост сменился спадом, доступ к дешевым ресурсам из-за рубежа отсутствует, рынок межбанковских кредитов практически не работает, и

¹ Данная цель была заявлена в «Стратегии развития банковского сектора Российской Федерации на период до 2008 г.», принятой Правительством Российской Федерации и Банком России. Дальнейшее развитие она получила в «Концепции развития финансового рынка России до 2020 г.», подготовленной Ассоциацией региональных банков «Россия» и рейтинговым агентством «Эксперт РА».

² Одной из первых работ по оценке технической эффективности российских банков является исследование, проведенное экспертами Международного валютного фонда – [Grigorian, Manole 2002], а по оценке эффективности издержек российских банков – [60].

банки столкнулись с огромными проблемами с уже выданными кредитами – показатели устойчивости и надежности становятся приоритетными для оценки коммерческого банка как финансового посредника, а динамический анализ бизнес-моделей, выбираемых банками, может дать ответы на вопросы, которые в рамках обычного статистического исследования остаются неохваченными.

Финансовый кризис неизбежно приводит к потерям, как на уровне общества, так и на уровне отдельных организаций. Нестабильность функционирования отдельных элементов банковской системы в такой период особенно опасна. Однако именно на основе анализа информации о поведении банков до кризиса в сравнении с кризисным периодом можно делать выводы о наличии в системе неустойчивых элементов, вносящих наибольшую нестабильность. Анализируя такой период, когда условия функционирования банковского сектора резко меняются (доступ к дешевым ресурсам из-за рубежа ограничен, падает спрос на кредитные ресурсы, снижается доверие к банкам), а финансовые организации должны достаточно оперативно реагировать на эти изменения, намного проще выявить системные проблемы, характерные для российских коммерческих банков сегодня.

В частности, во второй части работы над проектом в данном направлении были учтены такие факторы, как:

- неадекватная оценка рисков заемщиков, что выражается в неполном формировании резервов под возможные потери по ссудам и приводит к росту просроченной задолженности с последующей необходимостью уменьшать текущий финансовый результат в связи с доформированием резервов;
- недостаточный объем капитализации российского банковского сектора;
- низкий уровень развития рынка ценных бумаг;
- возможное возникновение разрывов текущей ликвидности в результате несоответствия срочности активов и пассивов.

3.1 Анализ эффективности издержек российских банков

3.1.1 Обзор литературы

В эмпирических работах к определению эффективности функционирования организации подходят с двух сторон. В первом случае под эффективностью работы банка понимается управленческая результативность (performance), которая «означает выполнение планов, целей, превращение их в конкретные результаты, сравниваемые с определенными стандартами, нормами и/или заранее определенными значениями тех или иных показателей результата» [35]. В этом случае оцениваются результаты деятельности банков и их перспективы развития. Банки упорядочивают по типу, размеру и надежности. После этого тщательно анализируют показатели их функционирования путем рассмотрения основных индикаторов, определяющих уровень их доходности, надежности и ликвидности.

Однако при анализе управленческой результативности, несмотря на простоту и удобство данных расчетов, не учитываются многофакторность, относительность и стохастичность банковской эффективности. Во-вторых, большая часть традиционных количественных показателей (например, соотношение расходов и доходов банка, чистая процентная маржа) не раскрывает, какие факторы вызвали рост (или сокращение) финансовых результатов деятельности банка.

В 1990-х годах за рубежом это привело к оценке другого вида эффективности банковской деятельности – экономической эффективности (economic efficiency), которая показывает, насколько интенсивно используются ресурсы банка. В основе ее оценки лежит моделирование рационального выбора банка в процессе предоставления финансовых услуг в рамках теории поведения производителя. При этом также анализируется вклад конкретных факторов в результаты деятельности банка. К таким факторам относят объем и состав банковских операций, цены факторов производства, ключевые банковские риски, институциональные особенности рынка банковских продуктов и услуг, уровень развития технологий, условия внешней среды и др.

Среди всех видов экономической эффективности³ в последнее время в исследованиях большее внимание уделяется эффективности издержек, уровень которой характеризует отношение минимальных затрат банка к фактически понесенным [36]. При анализе функции издержек банк считается неэффективным, если его издержки превышают уровень расходов, характерный для наиболее эффективного банка, который использует ту же комбинацию продуктов и ресурсов при аналогичных рыночных условиях.

Так, было показано, что американские банки могут повысить свою эффективность издержек, в среднем, на 25% [37], а европейские банки – на 30% [38]. Однако рост эффективности издержек европейских банков за счет увеличения размера крайне малы. По оптимистическим прогнозам, удвоение размера банков приведет к сокращению средних издержек не более чем на 5% [38].

Если говорить о коммерческих банках из стран с переходной экономикой, то для них характерно недоиспользование ресурсов примерно на 25% и возможность повышения эффективности издержек за счет увеличения размера банков [39]. Наиболее эффективными финансовыми посредниками на территории Восточной Европы в конце 1990-х годов были польские и словенские банки. В свою очередь, российские коммерческие банки, как и банки из прибалтийских стран, были наименее эффективными [39]. В начале 2000-х годов между российскими и казахскими банками не было найдено различий в среднем уровне эффективности издержек [40]. При этом было показано, что для данных банков выбранный уровень объема предоставления банковских услуг неоптimalен. В то же время было получено, что средняя эффективность издержек турецких банков по сравнению с российскими повышается, а выбранный ими масштаб операций является оптимальным [41]

³ Следует отметить, что в зависимости от границы эффективности рассчитывают несколько видов экономической эффективности: если граница эффективности – производственная функция или кривая производственных возможностей, или кривая постоянного выпуска (изокванта), тогда оценивается техническая эффективность; если это кривая постоянных затрат (изокоста), функция издержек или функция прибыли, тогда соответственно определяются аллокативная эффективность, эффективность издержек или оптимальный уровень прибыли.

На основе анализа уровня эффективности издержек банков становится возможным изучить структурные изменения, происходящие в банковских системах; степень влияния на банковский сектор создания единого (например, европейского) рынка банковских продуктов и услуг, реакции банков на изменение конкурентной среды, включая продуктową и географическую диверсификацию, вертикальную продуктową интеграцию и консолидацию и др.

Все изучаемые факторы роста эффективности издержек банков можно разбить на две группы: на внешние факторы, которые характеризуют макросреду, где банки развиваются свой бизнес, и внутренние факторы, которые определяют особенности функционирования банков. К первой группе факторов можно отнести уровень развития банковских технологий, характеристики социально-экономического развития регионов (например, ВРП на душу населения, денежные доходы на душу населения, безработицу), финансовые показатели (уровень регионального финансового посредничества банков, номинальных процентных ставок, конкуренции финансовых посредников, финансовых рисков). Под воздействием данных факторов граница эффективности по издержкам может менять не только свое положение, но и форму (см., например, [42, 43]).

Вторая группа факторов включает в себя банковские характеристики, например, размер банка, уровень достаточности капитала, структуру активов и пассивов, форму собственности. Здесь оценивается, под влиянием каких внутренних факторов банки отклоняются от оптимальной траектории (границы минимальных издержек). Среди данных переменных, как правило, особое внимание обращают на влияние формы собственности и размера банков на эффективность издержек.

3.1.2 Методология исследования

При анализе эффективности функционирования российских банков в данном проекте использовалась квартальная информация о результатах деятельности российских банков, которая представлена в базе «Банки России» информационного

агентства «Интерфакс». Временной период охватывает три года: с 1 квартала 2006 г. (2006:1) по 1 квартал 2009 г. (2009:1).

В целях моделирования функции банков как финансовых посредников применялся подход на основе метода добавленной стоимости, который одновременно учитывает двойственную роль депозитов банков: как банковского продукта и как фактора производства [44]. В последнее время этот подход используется для анализа банков развитых стран и стран с переходной экономикой, в том числе российских банков (см., например, [45,47]).

Для оценки эффективности издержек использовался метод стохастической границы. Согласно данному методу, форма границы эффективности по издержкам задается аналитическим способом и представляет собой теоретический идеал, который оценивается эконометрическим путем. Чтобы граница эффективности была одинаковой для всех банков, банки должны предлагать однородные (сравнимые) банковские продукты и услуги. Это предположение, в свою очередь, означает, что целевые функции банков сравнимы, т.е. для них наблюдается единая технология производства банковских продуктов. В связи с этим при построении границы эффективности по издержкам во внимание принималась неоднородность российских банков по объему активных операций. Кроме этого, при моделировании функции издержек учитывался уровень развития банковских технологий.

Впервые метод стохастической границы был одновременно предложен в работе Д. Эйтгнера, Н. Ловелла и П. Шмидта [48] и в исследовании В. Мыюсена и Ж. ван ден Броека [49]. Поскольку в проекте рассматривалась эффективность издержек, то приведем уравнения для функции издержек. В общем виде функция издержек имеет вид⁴:

$$\ln TC_{it} = \ln TC(y, w, q, z,)_{it} + \varepsilon_{it}, i=1, \dots, N, t=1, \dots, T, \quad (3.1)$$

где TC – совокупные издержки, y – вектор выпусков, w – вектор цен факторов производства, q – объем фиксированных ресурсов или продуктов банка, которые могут

⁴ Как правило, спецификация функции издержек производится в логарифмах в целях получения эластичности в качестве коэффициентов, стоящих перед независимыми переменными.

повлиять на переменные издержки (например, величина собственного капитала), z – вектор других объясняющих переменных (характеристики среды, которые оказывают влияние на выпуск банка, например, уровень социально-экономического развития регионов, где он функционирует, влияние банковских технологий), ε – совокупная ошибка, i – номер банка, t – номер года или квартала.

Отметим, что если для детерминированной границы характерно наличие только компоненты неэффективности, то при построении стохастической границы эффективности учитывается и статистическая ошибка, которая позволяет границе изменяться случайным образом [50]. Таким образом, совокупная ошибка в стохастической функции издержек (3.1) включает в себя две компоненты (см. формулу (3.2)):

- случайную ошибку (v), имеющую нормальное распределение (нулевое математическое ожидание и дисперсию σ_v^2);
- неэффективность (u), характеризующуюся полунармальным распределением⁵.

$$\varepsilon_{it} = u_{it} + v_{it}; \quad u_{it} \geq 0. \quad (3.2)$$

Компонента неэффективности имеет неотрицательное значение, поскольку фактические издержки могут быть равны или быть больше потенциально возможных (минимальных) издержек.

Первые работы по анализу функции издержек банков появились в конце 1960-х годов. В них использовалась функция Кобба-Дугласа с постоянной отдачей от масштаба. В 1980-х годах на ее смену приходит транслогарифмическая функция, которая дополняет функцию Кобба-Дугласа квадратичными членами каждой из объясняющих переменных и включает их мультипликативные эффекты. Применение транслогарифмической функции основано на предположении о том, что функция средних издержек банков имеет *U*-образную форму [51].

С конца 1990-х годов широкое распространение получает гибкая функция Фурье⁶, которая дополнительно учитывает влияние тригонометрических членов на из-

⁵ Компонента неэффективности может иметь распределение, отличное от полунармального, например, усеченное нормальное, экспоненциальное или гамма – распределение. Однако в эмпирических исследованиях широко используется полунармальное или усеченное нормальное распределение.

держки банков⁷. В качестве их аргументов выступает скорректированное значение логарифма выпуска, принимающего значения от [0;2π]. В эмпирических исследованиях было выявлено, что именно функция Фурье более точно описывает данные по банкам развитых стран (см., например: [52, 53, 36]). Кроме этого, расчеты показывают, что функция Фурье дает более высокие оценки эффективности по сравнению с транслогарифмической функцией. Например, для американских банков прирост составляет 5–10% эффективности издержек [52], для банков из Центральной и Восточной Европы – 4 % эффективности издержек и 2.3% оптимального уровня прибыли [53].

В отечественной литературе наибольшее распространение получила функция Кобба-Дугласа, в зарубежных источниках по оценке эффективности издержек российских банков – транслогарифмическая форма. Статистический анализ видов функции прибыли, включая гибкую функцию Фурье, был ранее проведен для топ-100 российских банков за 2000–2004 гг. [43]. В результате была выбрана модель с транслогарифмической формой границы эффективности по прибыли.

В нашем случае были проанализированы все три функции: функция Кобба-Дугласа, транслогарифмическая функция и функция Фурье. Из них была выбрана последняя, поскольку включение тригонометрических членов повышает качество построенной модели на 1%-м уровне значимости, согласно нижеследующим формулам:

$$\begin{aligned} \ln \frac{C}{w_1 k} = & a_0 + \sum_{i=1}^3 a_i \ln \frac{y_i}{k} + b_1 \ln \frac{w_2}{w_1} + r_q \ln \frac{q}{k} + \sum_{n=1}^3 \psi_n z_n + \mu_1 T + \frac{1}{2} \mu_2 T^2 + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 s_{ij} \ln \frac{y_i}{k} \ln \frac{y_j}{k} + \frac{1}{2} g_1 \ln^2 \frac{w_2}{w_1} + \frac{1}{2} r_{qq} \ln^2 \frac{q}{k} + \sum_{i=1}^3 d_i \ln \frac{w_2}{w_1} \ln \frac{y_i}{k} + \end{aligned}$$

⁶ Функция Фурье получила название «гибкая» за счет своего ключевого достоинства – наилучшего приближения к реальным данным.

⁷ Преобразование подобных аргументов осуществляется таким образом, чтобы косинус (синус) каждого порядка имел нулевую корреляцию с косинусами (синусами) других порядков и для синусов (косинусов) всех порядков. Использование функции Фурье предполагает наличие крупной выборки банков, поскольку требует оценки большого числа объясняющих переменных.

$$+\sum_{i=1}^3(\phi_i \cos(Y_i) + \omega_i \sin(Y_i)) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\phi_{ij} \cos(Y_i + Y_j) + \omega_{ij} \sin(Y_i + Y_j)) + \varepsilon; \quad (3.3)$$

$$Y_i = 1.8\pi \frac{y_i - \min y_i}{\max y_i - \min y_i} + 0.1\pi, \quad (3.4)$$

где C – сумма расходов на персонал и обслуживание заемных ресурсов банка; a_0 – свободный член; y_1 – выданные кредиты; y_2 – обязательства банка по депозитам клиентов из небанковского сектора (за исключением объема депозитов частных лиц); y_3 – вложения в ценные бумаги; w_1 – цена трудовых ресурсов; w_2 – цена привлеченных ресурсов; q – резервы под кредиты и векселя небанкам; k – собственный капитал банка; T – временной тренд; z_1, z_2, z_3 – дамми-переменные соответственно для I, II и III кв.; ε – совокупная случайная ошибка.

Это позволяет сделать вывод о желательности ввода в модель стохастической границы дополнительной гибкости, а также учета мультипликативных эффектов и нелинейной связи объясняющих переменных.

Функции издержек (3.3) учитывают эффект обучения банков на собственном опыте (*learning by doing*). Однако граница эффективности под влиянием развития применяемой в банке технологии может менять не только свое положение, но и форму. Чтобы учесть, насколько удельные издержки чувствительны к изменению масштаба производства и стоимости факторов производства, была оценена следующая модель по формуле:

$$\begin{aligned} \ln \frac{C}{w_1 k} = & a_0 + \sum_{i=1}^3 a_i \ln \frac{y_i}{k} + b_1 \ln \frac{w_2}{w_1} + r_q \ln \frac{q}{k} + \sum_{n=1}^3 \psi_n z_n + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 s_{ij} \ln \frac{y_i}{k} \ln \frac{y_j}{k} + \frac{1}{2} g_1 \left[\ln \frac{w_2}{w_1} \right]^2 + \frac{1}{2} r_{qq} \left(\ln \frac{q}{k} \right)^2 + \sum_{i=1}^3 d_i \ln \frac{w_2}{w_1} \ln \frac{y_i}{k} + \\ & + \sum_{i=1}^3 (\phi_i \cos(Y_i) + \omega_i \sin(Y_i)) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\phi_{ij} \cos(Y_i + Y_j) + \omega_{ij} \sin(Y_i + Y_j)) + \\ & + \mu_1 T + \frac{1}{2} \mu_2 T^2 + \mu_3 T \ln \frac{w_2}{w_1} + \sum_{i=1}^3 \tau_i T \ln \frac{y_i}{k} + \varepsilon, \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \ln \frac{C}{w_1 k}}{\partial T} = \mu_1 + \mu_2 T + \mu_3 \ln \frac{w_2}{w_1} + \sum_{i=1}^3 \tau_i \ln \frac{y_i}{k}, \quad (3.6)$$

где $\mu_1 + \mu_2 T$ – чистый технический эффект; $\sum_{i=1}^3 \tau_i T \ln \frac{y_i}{k}$ – мультипликативный эффект временного тренда с вектором продуктов; $\mu_3 T \ln \frac{w_2}{w_1}$ – мультипликативный эффект временного тренда с ценами факторов производства.

3.1.3 Анализ полученных результатов

Установлено, что для российских банков характерно снижение издержек за счет внедрения новых технологий. Наибольший вклад в сокращение издержек вносит изменение объема операций банка. Совокупный эффект снижения удельных издержек российских банков от изменения технологии составляет 0.80%, что выше, чем у европейских банков из стран с переходной экономикой (там наблюдается снижение издержек на 0.25–0.48% [55]. Однако он значительно ниже уровня, характерного для западноевропейских банков (2.8–3.6% [56] или 3.4% [57]).

Проверка адекватности использования трех отдельных функций издержек для сравнимых по размеру групп банков вместо единой границы эффективности с применением теста Чоу подтвердила гипотезу о том, что для крупных, средних и малых банков характерны свои границы эффективности. Для выделения сравнимых по размеру банков было проведено деление всех российских банков на однородные группы по валюте баланса в период со II кв. 2006 г. по I кв. 2009 г.; в основе деления банков лежит распределение Парето [58].

Далее в работе были выявлены факторы, способствующие повышению эффективности издержек сравнимых российских банков (см. Таблицу 3.1). Отметим, что в целях определения факторов роста банковской эффективности в литературе используются одна из моделей: двухступенчатая или одноступенчатая модель. В двухступенчатой модели на первом шаге оценивается граница эффективности по издерж-

кам, относительно которой для каждого банка вычисляется балл его неэффективности. На втором этапе полученный балл неэффективности регрессируют на ряд потенциальных факторов, которые могут объяснить изменение неэффективности.

В свою очередь, одноступенчатая модель предполагает использование системы одновременных уравнений, когда функция издержек оценивается одновременно с детерминантами неэффективности. Для российских банков широкое распространение получила первая модель (см.: [58, 59, 60, 39]). Вторая модель применяется лишь в трех работах по издержкам – [46, 61, 40] и в одной – по прибыли [43].

В данном проекте использовалась одноступенчатая модель, поскольку она позволяет избежать проблемы эконометрической оценки, свойственные для двухступенчатой модели. Первая проблема заключается в том, что при использовании двухступенчатой модели в функцию издержек могут быть включены не все значимые факторы. Это может привести к неточным оценкам. Во-вторых, на первом и втором шаге двухступенчатой модели могут не выполняться законы распределения случайных ошибок [62].

В связи с этим в оцениваемой модели одновременно с функциями (3.3-3.4), и учетом введенных предположений о полунаормальном распределении компоненты неэффективности оценивается следующая регрессия (см. формулу (3.6)). Данная функция включает факторы, которые объясняют разброс неэффективности издержек российских банков:

$$\sigma^2_{uit} = b_0 + \gamma_1 cap_{it} + \gamma_2 inter_{it} + \gamma_3 loan_{it} + \gamma_4 size_{it} + \gamma_5 state_{it} + \gamma_6 foreign_{it} + \omega,$$

где σ^2_{uit} – дисперсия неэффективности издержек; cap_{it} – темп роста достаточности капитала, $inter_{it}$ – уровень финансового посредничества банков для небанковского сектора экономики, $loan_{it}$ – уровень кредитования небанковского сектора экономики, $size_{it}$ – размер банка, $state_{it}$ – зависимость банка от государственных средств, $foreign_{it}$ – наличие иностранного инвестора в капитале банка (дамми-переменная), b_0 – свободный член, ω – случайная ошибка.

Таблица 3.1 – Результаты оценки параметров неэффективности стохастической модели по издержкам

Регрессоры	<i>Крупные банки</i>	<i>Средние банки</i>	<i>Малые банки</i>	<i>Объединенная выборка</i>
<i>cap</i>	-0.2780 (0.2946)	0.2088 (0.1442)	-0.3025*** (0.1113)	0.1015 (0.0750)
<i>inter</i>	-0.2362** (0.1083)	-0.0068 (0.0113)	0.0040 (0.0035)	0.0104** (0.0040)
<i>loan</i>	-1.5480*** (0.2559)	-1.9253*** (0.1651)	-1.7333*** (0.1136)	-1.9149*** (0.0780)
<i>size</i>	-0.4965*** (0.1076)	0.0310 (0.0754)	-0.1047** (0.0472)	-0.1445*** (0.0219)
<i>state</i>	5.4233* (2.9241)	0.2262 (1.0215)	-2.9907*** (1.0846)	-0.6044 (0.6905)
<i>foreign</i>	0.0099 (0.3312)	-0.6128*** (0.2329)	-0.6812 (0.5248)	-0.6419*** (0.1805)
<i>b₀</i>	3.0772** (1.4242)	0.7561 (0.6736)	0.6510* (0.3763)	2.0428*** (0.2393)

Примечание: ***, **, * означает соответственно значимость на 1%-м, 5%-м и 10%-м уровне. Знак “–“ показывает, что неэффективность издержек банков сокращается с увеличением соответствующего показателя.

Из Таблицы 3.1 видно, что для всех банков общим фактором повышения эффективности работы банков является предоставление кредитов реальному сектору экономики: чем выше доля вложений в кредиты небанковскому сектору экономики, тем ближе банки к границе эффективности. Однако для крупных, средних и малых банков набор факторов, которые вносят наибольший вклад в объяснение дисперсии неэффективности издержек, различен.

Для крупных банков наравне с их способностью размещать привлеченные ресурсы в кредитах ключевую роль играет зависимость от поступления бюджетных средств. Значимость этого фактора позволяет сделать вывод об отрицательном влиянии аффилированности банков с государственными структурами на эффективность работы крупных банков. Это заключение подтверждает результаты, полученные для банков в странах с переходной экономикой [45; 46].

Для малых банков, напротив, доступ к предприятиям, находящимся в федеральной или государственной собственности, служит решающим фактором, который способствует росту эффективности издержек. Вторым по значимости фактором, позволяющим малым банкам увеличить эффективность их издержек, является повышение уровня достаточности капитала. В свою очередь, чем меньше коэффициент достаточности капитала, тем выше финансовый рычаг и соответственно финансовый риск, в результате чего стоимость заимствований для банка возрастает, и как следствие – издержки тоже. Данный результат согласуется со многими известными работами [36, 46, 39].

Для средних банков, кроме структуры активов, к значимому фактору повышения эффективности издержек можно отнести привлечение иностранного инвестора в капитал банков. Данный вывод подтверждает гипотезу о более высокой эффективности банков с участием иностранных инвесторов (см.: [60, 39]). Среди дополнительных преимуществ банков, которыми владеют иностранные инвесторы, можно отнести опыт, технологии, системы управления, сравнительное дешевое фондирование [63].

Среди особенностей банков с иностранным капиталом, которые позволяют им быть более эффективными по сравнению с государственными и частными банками, в большей степени аналитики отмечают наличие у этой категории банков наиболее эффективного механизма корпоративного управления [64]. Во-первых, достижение высокого качества управления позволяет сформировать в банке четкую систему подотчетности, повысить качество надзора за работой менеджмента банка. Существование четкой системы подотчетности приводит к снижению риска несовпадения интересов менеджеров с интересами акционеров и к минимизации риска мошенничества должностных лиц банка и совершения ими сделок в собственных интересах. Доступность достоверной информации о текущем финансовом положении банка является важным и для инвесторов, поскольку даже в худшем случае, при наличии негативной финансовой информации о банке, инвесторы выигрывают за счет снижения риска неопределенности. В дополнение к этому, в основе разработки системы вознаграждения менеджеров лежат результаты функционирования банка, что со-

кращает издержки, связанные с перегревом экономики, когда заработная плата сотрудников банка не соответствует их производительности.

Во-вторых, доступ к достоверной и своевременной информации, повышение финансовой прозрачности позволяет совершенствовать процесс принятия решений советом директоров, а это, в свою очередь, создает благоприятные условия для устойчивого долгосрочного развития банка, поскольку упорядочиваются все бизнес-процессы, происходящие в банке.

В-третьих, в результате того что при эффективном внедрении основ корпоративного управления в банке действия, осуществляемые менеджментом банка, не входят в противоречие с нормами законодательства, стандартов, правил, прав и обязанностей, установленных центральным банком РФ, банк не обременен затратами, связанными с судебными процессами, исками акционеров и другими хозяйственными спорами. Дополнительно в данных условиях повышается степень разрешения корпоративных споров и конфликтов, которые возникают между миноритарными и контролирующими акционерами, между менеджерами и акционерами, а также между акционерами и заинтересованными лицами.

В проекте была также предпринята попытка учесть тенденцию последних лет – активное вовлечение государства в управление российскими банками. Вместо переменной «state», была использована информация не только о тех банках, которые зависимы от средств государства, но и о тех, которые находятся в собственности государства или подконтрольны ему, поскольку роль последних повышается. Напомним, что по состоянию на 01.07.2009 г. подобных банков стало 53, на них приходится 56% совокупных банковских активов страны [65]. Значимые результаты были получены только для группы средних банков. Выявлено, что государственное участие в среднем банке снижает его эффективность⁸.

И, наконец, найдено положительное статистически значимое влияние размера банка на эффективность малых и крупных банков. Оно может свидетельствовать о

⁸ Значение коэффициента перед переменной «state» при использовании информации о государственных банках для средних банков равно 0.63, стандартное отклонение составляет 0.33. Данный коэффициент является значимым на 10%-м уровне значимости.

присутствии экономии от масштаба у банков [39]. Заметим, что если сделки слияний и поглощений будут проходить между малыми банками, то это поможет повысить эффективность издержек. В то же время наибольший эффект от увеличения размера банка наблюдается для крупных банков. В связи с этим можно предполагать, что большая отдача от сделок слияния и поглощения будет присутствовать при участии в качестве инвесторов крупных банков.

3.2 Динамический анализ стереотипов поведения российских коммерческих банков

3.2.1 Методология исследования

Проведение динамического анализа стереотипов поведения банков включает в себя решение двух последовательных задач:

- кластеризацию объектов анализа: все банки, попавшие в выборку, разносятся по группам в соответствии со структурой их операций;
- выявление паттернов развития и формирование динамических групп: каждому кластеру ставится в соответствие уникальный паттерн, на основе динамики которых за все рассматриваемые периоды выявляются сходные траектории развития.

Каждый *кластер*, т.е. группа однородных по параметрам объектов, включает в себя банки, которые по ряду параметров в определенной степени близки друг другу, тогда как разные по параметрам банки не могут быть объединены в один кластер. Применяемый алгоритм кластеризации формирует кластеры на основе схожести кластерных кривых, при этом каждый кластер характеризуется особой структурой операций банка.

Паттерном назовем совокупность значений показателей системы CAMEL, характеризующих определенную в рамках кластерного анализа группу банков. Фактически каждому кластеру соответствует определенный уникальный паттерн, который будет представлять собой среднее значение показателей для всех банков входящих в данный кластер.

Для оценки тенденций развития банковского сектора и выявления долгосрочных тенденций развития банков подобный анализ проводится для всей совокупности объектов. По результатам анализа для каждого банка за весь промежуток времени выделяется траектория его развития (рисунок 3.1). При этом здесь под *траекторией развития* банка понимается упорядоченная совокупность номеров паттернов, каждый из которых определяет функционированием банка в соответствующий период времени [66, С. 52], [67].

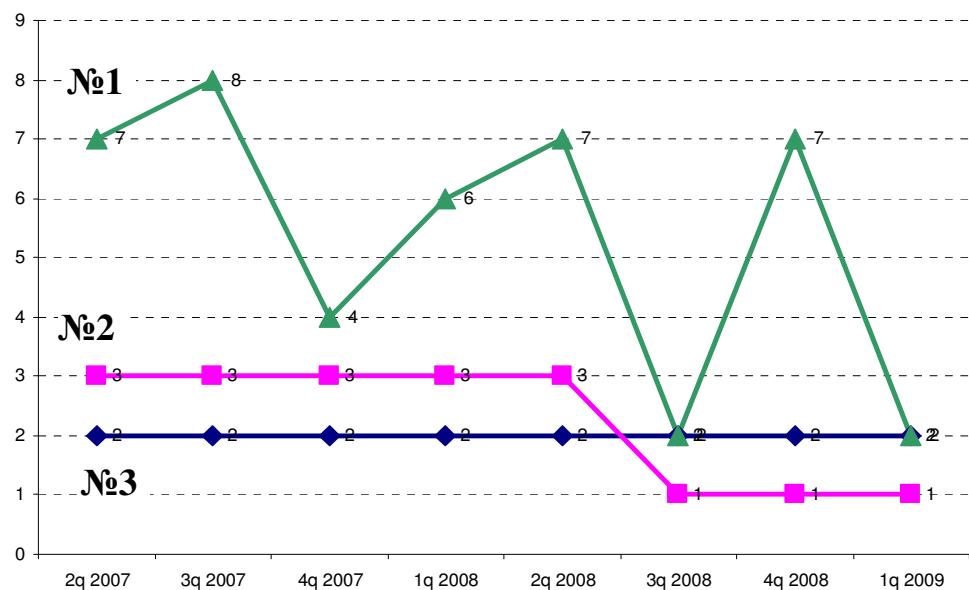


Рисунок 3.1 – Примеры выявленных динамических траекторий

3.2.2 Анализ паттернов поведения российских банков

В проекте методология проведения кластерного анализа использовалась для изучения динамики развития российского банковского сектора в период с апреля 2007 года по март 2009 года (8 квартальных периодов).

Классификация банковских кредитных организаций проводилась в соответствии с системой изменяющихся во времени показателей, которые с разных сторон характеризуют деятельность банка. В частности, наиболее полное представление о деятельности банка можно составить на основе модели CAMEL [68, 69, 70]. Эта модель позволяет получить комплексную оценку различных аспектов финансового института как традиционного банка.

Для выбора ключевых показателей в рамках модели CAMEL был проведен анализ различных показателей на некоррелированность по тем банкам, по которым имелась вся информация. В качестве порогового значения парного коэффициента был выбран уровень 0,75. В результате была сформирована следующая система финансовых коэффициентов, отвечающих модели CAMEL (Таблица 3.2).

Таблица 3.2 – система финансовых коэффициентов, отвечающих модели CAMEL

Показатель	Коэффициент
Достаточность капитала (С)	Собственный капитал/Валюта баланса
Качество активов (А)	Просроченная задолженность/Кредиты НБС
Качество управления (М)	Депозиты НБС/Кредиты НБС
Прибыльность (Е)	ROAE
Ликвидность (L)	НЗ

Источником информации о количественных параметрах, используемых для расчетов, послужила база данных Центра экономического анализа «Интерфакс» и данные с сайта Банка России.

Кластерный анализ был проведен для 366 банков на временном интервале, включающем 8 кварталов: с апреля 2007 года по март 2009 года. Применение рассмотренной выше методологии позволило выделить 30 паттернов поведения российских коммерческих банков.

Разброс банков по паттернам достаточно велик (рисунок 3.2). При этом первые по численности 10 паттернов включают 92,62% всех объектов. Каждый из первых 4 паттернов содержит более 7% наблюдений, а в сумме на них приходится 72,88% объектов. Такое распределение банков по паттернам говорит о том, что, несмотря на большие значения общего количества банков в российском банковском секторе, существует весьма небольшое число наиболее распространенных типов поведения.

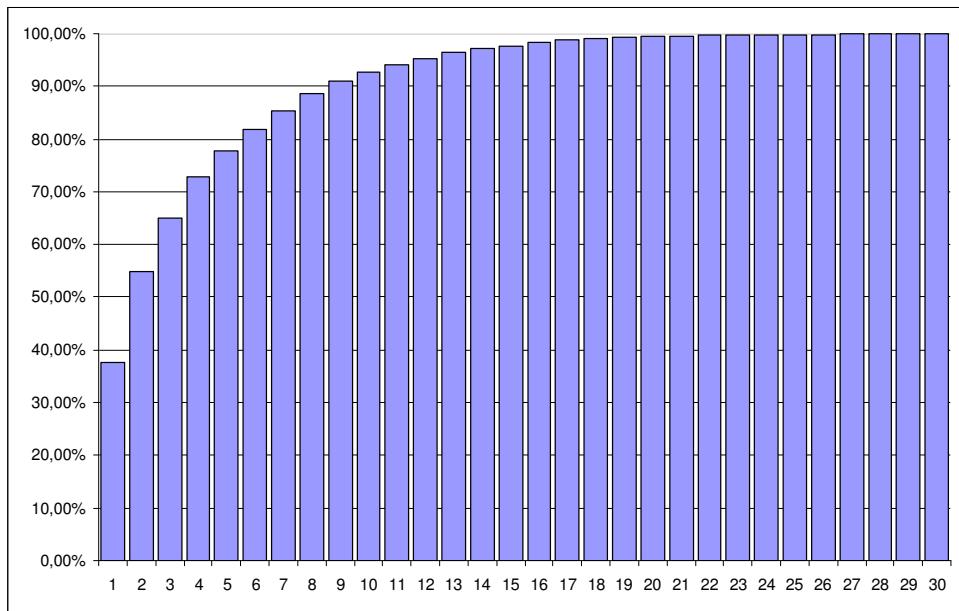


Рисунок 3.2 – Распределение российских коммерческих банков по паттернам

В Таблице 3.3 приведены характеристики 4 доминирующих паттернов, показатели по которым отображены на рисунке 3.3.

Таблица 3.3 – Характеристики 4 доминирующих паттернов

	C	A	M	E	L
1	0,1816	0,0169	0,6953	0,0557	0,7985
2	0,2088	0,0237	0,3499	0,1116	1,5818
3	0,1874	0,0146	1,1127	0,0879	0,6444
4	0,1764	0,0172	0,5086	6,4848	0,8562

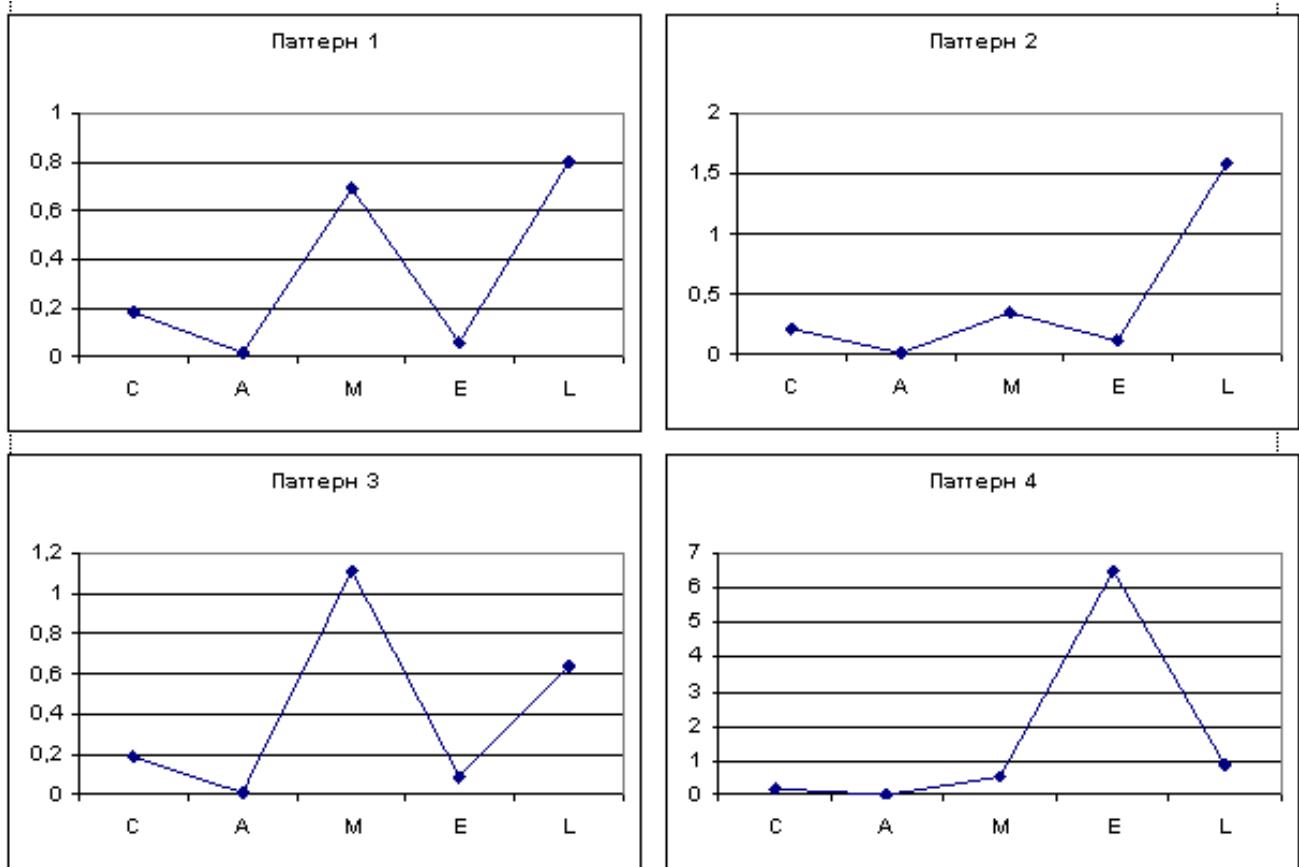


Рисунок 3.3 – Компоненты системы CAMEL для 4-х наиболее распространенных паттернов

В соответствии с проведенной кластеризацией и выявлением динамических траекторий развития коммерческих банков можно определить 4 группы банков в зависимости от частоты смены ими паттернов поведения (Таблица 3.4).

Таблица 3.4 – Четыре группы банков в зависимости от частоты смены ими паттернов поведения

Группы	Количество смен паттернов (из 8)	Количество банков	Доля банков
Абсолютно устойчивые	0	15	4%
Полуустойчивые	1-2	70	19%
Неустойчивые	3-4	135	37%
Абсолютно неустойчивые	5-7	146	40%

Таким образом, можно сделать вывод, что большая часть российских коммерческих банков за последние 8 кварталов попадает в категории неустойчивых и абсолютно неустойчивых (суммарно около 77% всех банков). Около 23% банков можно отнести к устойчивым категориям. При анализе банков в группах, сформированных по типам устойчивости, важно обратить внимание на наличие «аномальных» моделей.

лей развития. В данном случае под «аномальностью» понимается несоответствие структуры операций банков с возможностями долгосрочного устойчивого развития (без существенных проблем с ликвидностью, достаточностью капитала) в сочетании с поддержанием приемлемого для собственников уровнем прибыльности.

3.2.2.1 Анализ группы абсолютно устойчивых банков

Всего в данную группу попадает 15 банков, которые на протяжении всего рассматриваемого периода ни разу не меняли свой паттерн. К числу таких устойчивых моделей поведения банков относятся паттерны №1, 2, 3, 4.

Паттерн №1: данный паттерна характеризуется достаточно высокими показателями достаточности капитала (более 18%) и запасом ликвидности (значение для паттерна 0,79 при нормативе ЦБ РФ – 0,5). Банки данного паттерна достаточно однородны по своим характеристикам. Всего таких банков 7, большинство – это банки второй-третьей сотни, достаточно крупные игроки на региональных финансовых рынках, но не обладающие значительными ресурсами для содержания и развития филиальной сети, их деятельность сконцентрирована в основном в одном из «нестоличных» регионов России. Некоторые из таких банков входят в «Топ-100» самых «клиентских» (например, СДМ-банк), остальные несколько ниже, но также используют средства физических лиц в качестве ресурсов, размещая их затем в кредиты [72].

Паттерн №2: достаточность капитала высокая (20,87%), что совершенно не сказывается на прибыльности. Наоборот, рентабельность операций возрастает более чем в 2 раза по сравнению с 1 паттерном. Также стоит отметить очень высокий уровень избыточной ликвидности (НЗ более чем 1,58), что может быть связано либо со спецификой проводимых операций, либо с неустойчивостью пассивов банков.

На протяжении рассматриваемого периода данный паттерн устойчиво характерен для 3 банков. Два из них входят в сотню крупнейших по размеру активов российских банков (Центркредит банк и Банк Сосьете Женераль Восток), третий – банк Первомайский [68, 52], весьма крупный банк, основная деятельность которого сосредоточена в регионах. Банки данного паттерна активно развиваются как универ-

сальные клиентские банки с инвестиционной направленностью, поэтому в структуре их операций традиционные банковские услуги постепенно замещаются более рисковыми, но при этом и более доходными.

Паттерн №3: характеризуется высокой достаточностью капитала и очень высоким отношением полученных депозитов к кредитам (более 1,11). Такое распределение характеристик не характерно для банков, ориентированных на предоставление классических банковских услуг широкому кругу лиц.

Паттерн №4: достаточно средние показатели достаточности капитала и отношения депозитов к кредитам, сочетаются с высоким уровнем ликвидности (0,85) и огромным значением показателя прибыльности (648, 48%). Причем этот паттерн показал, что он является достаточно распространенным, а для 4-х банков устойчивым на протяжении всего рассматриваемого периода.

Вероятнее всего, для банков данного паттерна с подобной стабильной траекторией характерна ориентация на достаточно рисковое кредитование (высока доля просрочки в кредитном портфеле – почти 2%) в сочетании с высокодоходными операциями на рынке ценных бумаг (это подтверждает высокое значение коэффициента текущей ликвидности). Все банки, стablyно придерживающиеся данной модели поведения, обладают достаточно небольшими активами, их деятельность в основном сосредоточена в регионах (Дальний Восток и Юг России).

Общий анализ паттернов банков из группы абсолютно устойчивых показал, что только один из них может быть в полной мере отнесен к категории ориентированных исключительно на обеспечение работы реального сектора и удовлетворения потребностей населения в финансовых ресурсах, хотя банки паттернов №1,2,3 неплохо выполняют функции финансовых посредников. Банки этой группы в значительной степени ориентированы на получение прибыли от операций на рынке ценных бумаг и валюта и увеличение спектра предоставляемых услуг. Именно такие банки могут в первую очередь столкнуться с проблемами во время кризиса, когда доступ к международным рынкам капитала с некогда привлекательными условиями заимствования существенно ограничен так же, как и возможности привлечения капитала с

внутреннего рынка, а операции с ценными бумагами могут привести к существенным потерям в связи с нестабильностью российского фондового рынка.

3.2.2.2 Анализ группы абсолютно неустойчивых банков

Всего в данную группу попадает 146 банков, которые на протяжении всего рассматриваемого периода 6-7 раз меняли свой паттерн. Это достаточно разнородные банки. Часть их них является крупными розничными банками (входят в top-100 по активам и рейтинг РБК «самые розничные банки» [71]), с крупными портфелями кредитов физическим лицам («Банк Русский стандарт» и «Ренессанс-Капитал»), которые колеблются между 1, 2 и 4 паттернами в зависимости от значения показателя качества своего кредитного портфеля (компонент А в системе CAMEL). В зависимости от этого показателя (доля просрочки) и прибыльности данные банки могут менять паттерн (например, на №8, 10, 11 или 14): периодически риски по активам возрастают, что приводит к скачкам достаточности капитала в той или иной степени. Этот процесс сопровождается ростом отдачи на капитал, т.к. вкладываясь в более рисковые активы, банки могут получить больший доход за счет более высокой маржи (по потребительским кредитам, например).

Также в группу банков постоянно меняющих паттерн попадают небольшие банки (четвертая сотня и дальше), основная деятельность которых сосредоточена в регионах, специализирующиеся на обслуживании корпоративных клиентов различных отраслей (Морской банк, Дальневосточный банк, Читапромстройбанк [72]). Для них характерны периодические скачки просроченной задолженности (соответственно увеличение показателя качества активов), достаточности капитала и ликвидности, что может быть связано с высокой степенью нестабильности ресурсной базы и зависимостью от деятельности региональных компаний, функционирование которых в значительной степени подвергается действию сезонных факторов.

Таким образом, в проведенный анализа функционирования российских банков позволяет сделать следующий выводы.

1. Неоднородность банков, в том числе состав предлагаемых ими продуктов, играет особую роль. Это связано с тем, что когда различия в ассортименте банковских услуг не учитываются, источник различий в уровне издержек банков не может быть точно определен.
2. Для более точного анализа функционирования банков необходимо использовать в модели стохастическую границу дополнительной гибкости, а также учитывать мультипликативные эффекты и нелинейные связи объясняющих переменных.
3. Под воздействием развития технологии меняется не только форма границы эффективности по издержкам, но и ее положение. Полученные результаты свидетельствуют о том, в целом под воздействием изменения технологии удельные издержки российских банков сокращаются. Но влияние чистого технического эффекта и эффекта изменения технологии от масштаба операций на удельные издержки банков различно. Наибольший вклад в снижение издержек оказывает изменение объема операций банка.
4. На основе предложенной модели оценки граничной эффективности издержек российских банков с учетом их неоднородности определены факторы, позволяющие сравнимым банкам работать более эффективно. Установлено, что к таким факторам для крупных банков можно отнести сокращение зависимости от государственных средств и повышение кредитования реального сектора экономики. Для средних банков наиболее важными факторами являются активизация кредитования реального сектора экономики и привлечение иностранного инвестора, для малых банков – повышение достаточности капитала и доступ к государственным средствам.
5. Поведение российских банков было весьма неоднородным до кризиса, а после эта дифференциация усилилась еще больше.
6. С точки зрения стабильности и долгосрочного развития банковской системы страны наиболее опасно существование и устойчивость «аномальных» паттернов и динамических траекторий. В частности, паттерн №4, попадающий в группу Абсолютно устойчивых (для 4 банков на протяжении всех периодов) не может соответствовать нормальному развитию банка. Прибыльность на уровне 600% могут дать лишь сверхрисковые операции, возможно, в сочетании с очень узкой нишевой спе-

циализацией, что также усиливает концентрацию рисков на конкретном банке, которая в неблагоприятном случае может привести к убыточности и банкротству банка. Другой пример, когда для ряда банков наблюдается сочетание в ряде периодов паттерна №4 и паттерна №17, которому соответствует отрицательная прибыльность (убыточность) на уровне – 600%. С практической точки зрения это может быть связано с одновременным ростом просрочки по существующему кредитному портфелю, при сохранении прежних темпов и характера кредитования (высокорисковые сегменты) в сочетании с оттоком вкладчиков, о чем косвенно свидетельствует рост достаточности капитала, обусловленный увеличением доли собственных средств в пассивах. Также к числу «аномальных» можно отнести паттерны №16, 21 и 27, для которых наблюдаются убытки, хотя и не столь значительные как для паттерна №17. В период кризиса, когда многие банки столкнулись с существенными проблемами с финансовым результатом, убыточность в нескольких кварталах вполне объяснима, однако, ситуация, когда банк на протяжении большинства периодов придерживается подобного паттерна, – неблагоприятный сигнал уже не только для конкретного банка, но и для системы. Для ряда анализируемых банков характерно именно такое поведение: 18 банков (почти 5% от выборки) демонстрируют убытки на протяжении более чем 3 периодов.

7. Анализ выявил общее для большинства банков повышение волатильности паттернов к концу рассматриваемого периода, что говорит о снижении устойчивости банковской системы в целом. Несмотря на наличие «аномальных» паттернов и траекторий в развитии российского банковского сектора, можно говорить об адекватности большей части паттернов.

8. Большая часть российских коммерческих банков, по меньшей мере, банки 1 и 2-го паттернов, которые суммарно составляют около 54% банковского сектора, ориентирована на предоставление традиционных банковских услуг: либо стабильно придерживается подобной модели поведения, либо со временем выходят на такую траекторию. Данные паттерны являются превалирующими стереотипами поведения банков (число наблюдений 1100 и 507, соответственно). В целом данные паттерны могут рассматриваться как оптимальные стратегии развития банковского сектора на

сегодняшний день, поэтому траектории, выводящие банки на эти паттерны в большинстве случаев являются устойчивыми.

9. Существует достаточно большое количество банков (около 34%), в траекториях которых появляются паттерны, не характерные для банков, ориентированных на традиционные операции. Так, характеристики паттернов 3, 6, 7, 8, 15 свидетельствуют о том, что деятельность банков в меньшей степени ориентирована на кредитование и в большей степени носит инвестиционный характер. Частота проявления данных паттернов во времени до кризисных событий достаточно велика, так как банки, имея доступ к дешевым ресурсам, часто использовали возможности получения высоких прибылей от операций на рынке ценных бумаг и валюты.

Результаты исследования были отражены в следующих публикациях: [73], [74] и [75]:

Алескеров Ф.Т., Белоусова В.Ю., Кнурова А.А., Солодков В.М. Стереотипы поведения российских коммерческих банков в период финансового кризиса// В кн.: XI Международная научная конференция по проблемам развития экономики и общества. – М.: Издательский дом ГУ-ВШЭ. – 2011. – Кн. 1. – С. 583–593;

Белоусова В.Ю. Моделирование границы эффективности российских банков по издержкам: вопросы методологии// Лизинг. Технологии бизнеса. – 2011. – № 2. – С. 34—40;

Белоусова В.Ю. Эффективность издержек российских банков: факторы роста// Управление в кредитной организации. – 2011. – № 1. – С. 72—86.

4 Применение теоретико-игровых методов и методов теории коллективного выбора для моделирования коалиционных предпочтений и принятия решений политическими партиями

В проекте были продолжены исследования, проводимые в последние годы в Международной научно-учебной лаборатории анализа и выбора решений по моделированию коалиционных предпочтений и принятия решений политическими пар-

тиями. В этом году в данном научном направлении исследовательские усилия были на решение следующих задач:

- разработку и исследование вероятностной модели политической конкуренции при отсутствии нейтральности к риску у кандидатов;
- анализ согласованности позиций членов Политбюро в 1923-1927 гг;
- моделирование распределения влияния в рейхстаге Веймарской Германии.

4.1 Вероятностная модель политической конкуренции при отсутствии нейтральности к риску у кандидатов

В проекте в 2011 году было продолжено исследование вероятностных моделей политической конкуренции. Согласно теореме о средневзвешенном избирателе, в модели политической конкуренции кандидаты будут выбирать одинаковые политические программы в том случае, если голосование носит вероятностный характер. Было показано, что этот результат является артефактом и на самом деле основан на предположении, что кандидаты являются нейтральными к риску и максимизируют математическое ожидание получаемых голосов, что неверно для многих конкретных политических систем.

Поэтому в настоящем проекте была исследована вероятностная модель голосования, в которой кандидаты обладают предпочтениями, отличающимися от максимизации математического ожидания числа голосов. Был проведен анализ сравнительной статики для случая с двумя избирателями и одномерным множеством политических альтернатив. При этом предполагается, что каждый избиратель имеет предпочтения как относительно личности кандидата, так и относительно его предвыборной программы. Показано, что при увеличении ценности одного голоса (то есть при увеличении отвращения к риску) кандидаты выбирают политические программы, расположенные ближе к наилучшим альтернативам избирателей, предпочитающих данных кандидатов. Численное моделирование равновесия подтверждает полученные теоретические результаты для большего числа избирателей. Работа по-

казывает, что нелинейность и несимметричность выигрышей кандидатов может влиять на их равновесные политические программы.

4.1.1 Постановка проблемы и обзор результатов

Немногие из существующих политических систем можно описать как стопроцентно пропорциональные или мажоритарные; обычно, соотношение между числом голосов, полученным кандидатом или политической партией, и его выигрышем, более сложно. Во-первых, если один из кандидатов победит с большим отрывом, то возможно ему достанется более чем пропорциональный выигрыш. В парламентах большинства стран существует правило сверхбольшинства для утверждения особо важных законопроектов, таких, например, как принятие поправок к конституции. В американском сенате действует правило, согласно которому партия, находящаяся в меньшинстве, фактически в состоянии заблокировать обсуждение законопроекта, если она может набрать 40 голосов из 100 или больше. На выборах в исполнительные органы власти выигрыш победителя может нелинейно зависеть от числа голосов, так как победа с большим перевесом влияет на политическое участие, как со стороны избирателей, так и со стороны оппонентов [76]. Победа с очень большим отрывом снижает вероятность возникновения новых политических конкурентов, может мотивировать сторонников к более активной поддержке, или может привести к снижению явки среди избирателей, поддерживающих других кандидатов. Существование таких стимулов иногда является причиной обширных нарушений при ведении избирательных кампаний и подсчете голосов; цель таких нарушений – не изменить личность победителя, но увеличить его отрыв от конкурентов. Симпсер показал, что в большинстве развивающихся стран нарушения на выборах проводились в пользу кандидата, который все равно бы победил в отсутствие нарушений.

Еще одна причина – существование «утешительных призов» для кандидатов, проигравших с небольшим отрывом. Ходжман в [77] описывает существование таких призов на выборах в сенат Чили. Те кандидаты от правящей партии, которые проиграли, но набрали при этом достаточно много голосов, могут рассчитывать на

призы в виде престижных рабочих мест в публичном секторе, причем ценность этих мест может даже превосходить ценность победы на выборах.

В странах с парламентской политической системой могут существовать существенные нелинейности при переводе голосов в парламентские места [78, 79]. Настоящие системы пропорционального представительства, на самом деле не являются полностью пропорциональными в силу таких факторов, как существование региональных списков (Израиль и Нидерланды – единственные страны, в которых партии предлагают единые национальные списки), требования к минимальному числу голосов, и квотентные формулы, распределяющие голоса. Многопартийные выборы в странах с мажоритарной системой (таких, как Великобритания) – еще один пример того, как избирательная система может быть ни полностью пропорциональной, ни полностью мажоритарной (так как, например, получение 40% голосов не обязательно гарантирует победу в избирательном округе).

Наконец, в парламентской системе выигрыш политической партии – в том виде, в котором он следует из получения политической ренты – определяется вероятностью того, что данная партия сможет стать частью правящей коалиции. Очень часто партия, имеющая самое большое представительство, формирует правительство, в то время как следующая по размерам партия (возможно, имеющая лишь незначительно меньшее представительство) является аутсайдером и не участвует в формировании правительства. В то же самое время, малые партии могут претендовать на места в парламентской коалиции. Существуют различные подходы к моделированию возникновения парламентских коалиций [80, 81, 82]; ни один из этих подходов не предполагает того, что вероятность попадания в кабинет является линейной функцией от числа голосов. Ценность министерских портфелей, к тому же, зависит и от ожидаемой продолжительности существования правительства, что, в свою очередь, зависит от многих институциональных факторов [83, 84].

Предположим, что мы хотим построить модель предвыборной конкуренции между кандидатами (или партиями) при условии, что исход голосования – случайная величина, распределение которой зависит от действий, принимаемых каждой стороной. Если всего существует N избирателей, то возможно $(N - 1)$ исходов: Кан-

дидат 1 получает 0 голосов и Кандидат 2 – N голосов, Кандидат один получает 1 голос и Кандидат 2 – (N – 1) голосов, и так далее. Так как исход выборов – случайная величина, необходимо для каждого кандидата определить функцию полезностей на множестве возможных исходов. В общем случае, единственное ограничение для функции полезности – монотонность относительно числа голосов. Однако существующие модели предполагают либо полезность, линейную относительно числа голосов, либо ступенчатую функцию полезности, согласно которой кандидаты максимизируют вероятность получения большинства голосов.

Вероятностные модели политической конкуренции возникли в результате неспособности детерминистических моделей объяснить эlectorальное поведение в том случае, когда пространство политических альтернатив имеет размерность два или больше.

Вероятностные модели предполагают, что голос каждого избирателя – это случайная величина, причем вероятность голосования за каждого кандидата является непрерывной функцией от политических программ кандидатов. Такая постановка гарантирует существование равновесия в смешанных стратегиях и, при достаточно широких условиях, локального равновесия Нэша. Существование глобального равновесия, однако, не гарантировано и, как правило, условия существования собственно равновесия Нэша получить очень трудно, так как это требует вогнутости целевых функций кандидатов [85, 86, 87, 88, 89, 90]. Дополнительный плюс вероятностной модели – возможность ее интеграции с эконометрическими моделями множественного выбора, что позволяет оценить функции вероятности голосования для отдельных избирателей исходя из данных массовых социологических опросов [91].

Известный результат в этой теории – теорема о средневзвешенном избирателе, согласно которой в равновесии оба (или все) кандидаты выберут одну и ту же предвыборную программу. При предположении о том, что предпочтения избирателей относительно личности победившего кандидата одинаковы, программа, занимаемая кандидатами в равновесии, максимизирует суммарный выигрыш всех избирателей. В задаче с двумя кандидатами было показано, что при более общих условиях единственное равновесие, которое может существовать – это когда политические про-

граммы кандидатов одинаковы [90]. При помощи численных методов было показано, что другие, несимметричные равновесия могут существовать, если число кандидатов (или партий) больше двух [92, 82]. Однако, свойства таких несимметричных равновесий известны только в очень ограниченной мере. Например Скофильд в [91] показал, что в модели с несколькими кандидатами и многомерным пространством альтернатив все политические программы будут лежать на одной прямой. Тем не менее, можно утверждать, что вероятностные модели голосования (особенно модели с двумя кандидатами) пока не были способны генерировать равновесия, в которых кандидаты выбирают разные политические программы, и тем более объяснить сравнительную статику такого равновесия. Большая часть вероятностных моделей предполагала наличие политических агентов, максимизирующих математическое ожидание числа голосов, что соответствует линейной функции полезности. Оставшиеся работы предполагали ступенчатую функцию полезности. Эквивалентность поведения кандидатов при этих двух предположениях привлекла внимание ряда исследователей. Хинич в [87], Лэдиярд (1984) и Дюган (2000) аргументировали в пользу стратегической эквивалентности этих двух предположений при евклидовых предпочтениях избирателей. Однако Пэтти в [93, 94] показал, что при более общих предположениях относительно функций вероятности голосования, функции отклика для политических агентов, максимизирующих вероятность победы, отличаются от функций отклика агентов, максимизирующих матожидание голосов.

В недавней работе Захаров [95] показал, что для вероятностной модели голосования с двумя кандидатами политические программы в равновесии совпадают, если и только если выполняются достаточно сильные условия симметричности на целевые функции кандидатов. И ступенчатая, и линейная функция удовлетворяют этим условиям. Большинство других функций, в том числе и все выпуклые функции, не удовлетворяют.

В данном проекте было продолжено предыдущее исследование. В работе [95] доказывалось несуществование равновесия с одинаковыми предвыборными программами при несоблюдении условий симметричности функций полезностей. В настоящем проекте находится несимметричное равновесие и проводится анализ срав-

нительной статики. Аналитически это делается для простейшего случая с двумя избирателями. Численные методы используются для большего числа избирателей. Основной результат состоит в выявлении взаимосвязи между политическими программами кандидатов, их целевыми функциями, и степенью симпатии отдельных групп избирателей к кандидатам – так называемой валентности.

Валентность одного кандидата может быть разной для разных групп избирателей. Одни избиратели могут считать кандидата более компетентным, другие – менее компетентным. Существует несколько источников такой неоднородности. Во-первых, это партийная идентификация. Исследования электорального поведения в США показали, что партийная идентификация – наиболее значимый фактор, влияющий на голоса избирателей, даже если контролировать идеологические и политические предпочтения избирателей [96]. Существует противоречивые данные относительно того, как меняется со временем партийная идентификация избирателей и ее магнитуда ее влияния на электоральное поведение [97].

Во-вторых, это предрасположенность какой-то конкретной этнической, культурной, или религиозной подгруппы к данному кандидату или к данной партии. Например, в США многие афро-американские избиратели предпочитают кандидатов Демократической партии, даже если контролировать такие факторы, как политические предпочтения и доход [98].

Третья причина – многомерная природа валентности. Например, двух кандидатов могут воспринимать как имеющих разные черты характера: один может быть «умным», «другой» – «сильным». Те избиратели, которые считают, что ум – более важное качество, будут иметь более высокую валентность в отношении первого кандидата; другая группа избирателей – в отношении второго. Этот феномен тесно связан с так называемым *issue ownership*, когда отдельные политические партии рассматриваются избирателями, как имеющие компетенцию в реализации тех или иных аспектов политики (внешняя политика, борьба с преступностью, и т.д.). Уитни и др. в [99] показали, что численный эффект таких предпочтений может быть сильнее, чем эффект предпочтений относительно традиционных «пространственных» вопросов – таких, например, как налоги.

В проекте исследовались причинно-следственные связи между валентностью кандидатов, их предпочтениями, и их предвыборными программами. Показано, что если целевые функции кандидатов в достаточной степени выпуклы, то они будут выбирать политические программы, расположенные достаточно близко к наилучшим альтернативам предлагающих их избирателей. Если целевые функции вогнуты – например, если существует дополнительный стимул победить с большим отрывом – то тогда каждый кандидат будет выбирать программу ближе к наилучшей альтернативе избирателей из противоположной группы. При увеличении валентности этот эффект усиливается.

4.1.2 Основные результаты

Рассмотрим игру, в которой два политика выбирают предвыборные программы y_1, y_2 из $[0, 1]$. Существуют два избирателя, 1 и 2. Пусть $P_i(y_1, y_2)$ – вероятность того, что избиратель $i=1, 2$ проголосует за кандидата 1 – $P_i(y_1, y_2)$ – вероятность того, что он проголосует за кандидата 2. Представим себе, что голоса независимы, и

$$P_i(y_1, y_2) = P(u_{i1} - u_{i2}),$$

где u_{ij} – полезность избирателя i , ассоциируемая с выбором кандидата j , $P(\cdot)$ – непрерывно дифференцируемая функция. Пусть

$$u_{ij} = e_{ij} - \psi(y_j - v_i),$$

где e_{ij} – валентность кандидата j , для избирателя i , $v_i \in [0, 1]$ – наилучшая альтернатива избирателя i , $\psi(\cdot)$ – дважды дифференцируемая функция, такая, что $\psi(d) = \psi(-d)$, $\psi'(0) = 0$ и $\psi''(d) > 0$. Пусть $v_1 = 0$ и $v_2 = 1$. Без потери общности предположим, что $e_{12} = e_{21} = 0$.

Выигрыш каждого кандидата зависит от числа получаемых им голосов. Пусть 0 – выигрыш от 0 голосов, x – от 1 голоса, 1 – от 2 голосов. Ожидаемая полезность кандидатов будет

$$U_1 = x((1 - P_1)P_2 + P_1(1 - P_2)) + P_1P_2,$$

$$U_2 = x((1 - P_2)P_1 + P_2(1 - P_1)) + (1 - P_1)(1 - P_2).$$

Основной аналитический результат этой работы можно сформулировать так.

Предложение 4.1. Пусть $e_{11} = e_{22} = e$ и $P(x) = 1 - P(-x)$. Тогда существует локальное равновесие Нэша, в котором $y = y_1 = 1 - y_2$. Это равновесие описывается как

$$\psi'(y)(P + x - 2Px - 1) + \psi'(1-y)(x + P - 2Px) = 0.$$

Основной результат сравнительной статики описывается так.

Предложение 4.2. Пусть $(y, 1 - y)$ – симметричное равновесие. Тогда y убывает с x при $x \leq \frac{1}{2}$ и возрастает с e при $x < \frac{1}{2}$. Пусть также

$$P'(e - \psi(y) + \psi(1 - y)) < \frac{\psi'(y)\psi''(1 - y) + \psi'(1 - y)\psi''(y)}{(\psi'(y) + \psi'(1 - y))^3}$$

для всех $y < \frac{1}{2}$. Тогда y убывает с x для всех $x \in [0, 1]$. Также, y возрастает с e при $x < \frac{1}{2}$ и убывает с e при $x > \frac{1}{2}$.

Следующее утверждение показывает свойства равновесия в предельном случае.

Предложение 4.3. Пусть $\psi_k(\cdot)$ – семейство дважды дифференцируемых функций полезности при $k = 1, 2, \dots$ таких, что $\psi_k(d) = \psi_k(-d)$, $\psi'(d) > 0$ для $d > 0$, $\psi'_k(0) = 0$, и для какого-то $\eta > 0$ мы имеем

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \psi'_k(d) = \eta$$

для всех $d > 0$. Тогда если $x > \frac{1}{2}$, то существует последовательность равновесий $(y_k, 1 - y_k)$ такая, что

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y_k = 0.$$

Если $e > \eta$ и $x < \frac{1}{2}$, то существует последовательность равновесий $(y_k, 1 - y_k)$ такая, что

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y_k = 1.$$

Результаты исследований отражены в следующих публикациях [100; 101]:

Schofield N., Claassen C., Ozdemir U., Zakharov A. Estimating the effects of activists in two-party or multi-party systems: comparing the United States and Israel // Social choice and welfare, 2011, 36, No 3-4, p.483–518.

Zakharov A. Probabilistic voting equilibria under nonlinear candidate payoffs // Journal of Theoretical Politics, 2011 (in print).

4.2 Анализ согласованности позиций членов Политбюро в 1923-1927 гг.

В этой части выполнения проекта была исследована согласованность позиций членов Политбюро в 1923-1927 годах и изменение степени согласованности по результатам анализа стенограмм. Кроме того, были проанализированы попарные меры близости позиций членов Политбюро.

4.2.1 Особенности анализа стенограмм членов Политбюро в 1923-1927 гг.

Политбюро – это фактически высший орган партийно-государственной власти. На заседаниях Политбюро реально обсуждались и принимались решения, либо получали формальное одобрение те решения, которые определяли судьбу государства. «Характерно то, что стенограммы не велись на заседаниях, посвященных таким вопросам первостепенной важности, как внешняя политика, военное строительство, управление карательными органами» [102, С. 8].

Стенографирование заседаний Политбюро в межвоенный период проводилось нерегулярно. Процедура, его регламентировавшая, была введена 14 июня 1923 года. Тогда партийное руководство «осталось без Ленина, непререкаемый авторитет которого гасил немало споров, служил истиной последней инстанции» [102, С. 8]. У руководителей партии был свой аргумент в пользу того, чтобы ограничить стенографирование своих заседаний – острые противоречия в высших эшелонах власти при необходимости осуществления «коллективного руководства». Как правило, стенографировались лишь некоторые заседания – по тем вопросам, о которых руководство партии собиралось проинформировать сравнительно широкие круги руководящих партийно-государственных работников.

В 1930-е гг. по мере утверждения диктатуры И.В. Сталина стенографирование заседаний становилось все более редким. «Большинство решений принималось опросом

или на заседаниях разного рода узких групп высших чиновников, которые проводились в кабинете вождя» [102, С. 8]. С конца 30-х гг. и до смерти Сталина стенографирование вообще не проводилось.

Стенографирование велось как для придания большей коллегиальности, так и «для борьбы» по инициативе оппозиции. Именно стенограммы зачастую использовались как инструмент агитации и внутрипартийной борьбы:

«Дзержинский. Я считаю преступлением, что у нас имеются стенограммы, что у нас говорят для документов.

Троцкий. Что у нас вообще говорят. Надо дать директиву ГПУ прекратить вообще разговоры, тогда все упростится» [102, С. 11].

«Редакторы стенографического отчета заседания Политбюро 3 июня 1926 г. в специальном письме отмечали, что Троцкий *post factum* увеличил объем собственных выступлений почти в два раза. Stalinская фракция не преминула опубликовать и это специальное письмо в "красной книжке"» [102, С. 11].

Подобный метод «стенограммной дискредитации» использовался Сталиным против троцкистско-зиновьевской оппозиции, «правых» Бухарина, Рыкова и Томского, а также других политических противников. «С развалом системы "коллективного руководства" тексты стенограмм все больше превращались в оружие внутрипартийной борьбы» [102, С. 29].

Значение стенограмм по экономическим вопросам, которые обсуждались более открыто, чем политические, состоит в том, что они показывают информационную базу, на которую опиралось руководство при принятии решений (обычно подробные материалы были вынесены в приложение к стенографическому отчету), а также степень некомпетентности советских лидеров в экономической сфере: «Всякий хозяин знал бы это. А тут хозяина нет. Никто не знает, сколько денег надо вложить в это дело», – однажды в 1923 г. высказался член ЦК РКП(б)-ВКП(б), член президиума исполкома Коминтерна Н.И. Бухарин [102, С. 12]. Стенограммы хорошо иллюстрируют борьбу в «узких» интересах различных ведомств, нагнетание и запугивание. «Нужно проводить определенную линию, обеспечивающую общий интерес от ве-

домственных эгоизмов», – настаивал нарком финансов Г.Я. Сокольников [102, С. 14].

Помимо членов Политбюро, число которых не было постоянным, на заседаниях зачастую присутствовали кандидаты в члены Политбюро, руководители среднего звена, специалисты и практики (иногда даже беспартийные).

Несмотря на то, что трехтомник стенограмм тоже в значительной степени содержит фрагментарные сведения о становлении сталинской системы в СССР, он существенно дополняет комплекс уже опубликованных источников. Частично фрагменты стенограмм Политбюро были известны ранее по архиву Л.Д. Троцкого. В ряде случаев, в стенограммах фиксировалась важная секретная информация относительно внутрипартийных столкновений, принятия решений на ранних этапах советской истории, «взятках» от государственных лиц или органов, протоколы допросов ЦКК и ОГПУ и другие ранее неизвестные факты не для всеобщего потребления.

Восстановить эту информацию помогли стенографические записи «с голоса», отражавшие картину заседаний, вплоть до эмоциональных выкриков с места, покашливания, панибратских обращений, общего оживления присутствующих и др. Отдельного внимания заслуживает тот факт, что последующая авторская правка текстов, которая не была ничем ограничена, могла носить не только технический редакторский характер, но и смысловой. Нередко сказанное на заседании потом изменялось до неузнаваемости.

Третья версия стенограммы представляла собой «стенографический отчет – результат дополнительного редактирования авторского экземпляра в аппарате ЦК, предназначенного для рассылки более широкому кругу партийных функционеров» [102, С. 41]. Нередко рассылка стенографического отчета членам ЦК и другим партийным функционерам не производилась по устному распоряжению руководителей Политбюро либо список получателей был сильно ограничен. Решение по этому поводу принималось исходя из текущей политической конъюнктуры.

«Как исторический источник публикуемые стенограммы представляют собой единый завершенный комплекс, формирование которого было обусловлено практи-

кой стенографирования заседаний Политбюро в период с 1923 по 1938 г.» [102, С. 41].

4.2.2 Анализ согласованности позиций членов Политбюро по стенограммам

Решения высшего органа партийно-государственной власти определяли характер развития советского государства и потому степень их проработанности и согласованности имела большое значение.

Взаимоотношения в органе, принимающем решения, отражаются как в позициях по различным проблемам, так и на результатах голосований. Не всегда в Политбюро по итогам заседания принималось конкретное постановление, однако отношение присутствующего к обсуждаемому вопросу, как правило, выявлялось в дискуссии, если он брал слово.

На основе текста стенограммы выявлялись группы, придерживающиеся противоположных взглядов на основной вопрос заседания, а также те, кто не имеет однозначной позиции, т.е. был по ходу обсуждения разных сторон проблемы, склонялся к поддержке разных «групп». Такие ситуации возникали, когда обсуждались сложные многоаспектные вопросы, как правило, экономического характера, либо в тех случаях, когда у участника дискуссии не было сформировавшегося мнения по вопросу, и он рассуждал в меру собственной осведомленности и заинтересованности в узкой проблеме. В подобных случаях для расчета доли проголосовавших «За» участник учитывался с коэффициентом 0.5, а не 1.

На заседаниях Политбюро присутствовали и спорили не только члены Политбюро, которых зачастую было очень немного, но и кандидаты в члены Политбюро, члены ЦК и другие группы ответственных членов партии. Ввиду того что степень остроты вопроса и несогласия присутствующих друг с другом раскрывалась именно в общей дискуссии, для расчетов степени согласованности в высшем руководящем органе мы будем учитывать всех выступавших.

Доли проголосовавших «За» на заседаниях Политбюро в период 1923 – 1926 гг. представлены на рисунке 4.1.

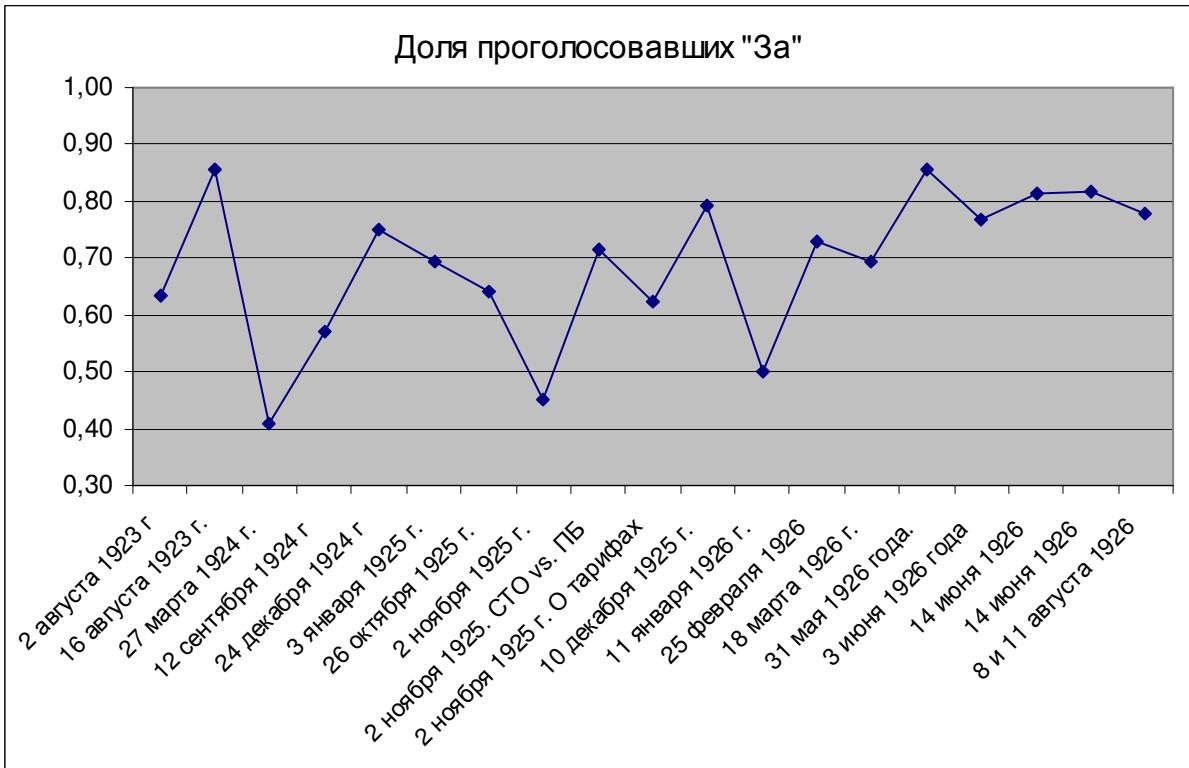


Рисунок 4.1 – Доля проголосовавших «За» на заседаниях Политбюро в период 1923-1926 гг

Наибольшей степенью согласованности характеризуются последние заседания Политбюро (см. Таблицу 4.1), на время которых пришелся развал системы коллективного руководства, и четкой оппозицией выступали Каменев, Зиновьев, Троцкий и в меньшей степени – Сокольников, Евдокимов и Пятаков. Показательны в этом смысле стенограммы «О председателе Ленинградского совета» и «О внутрипартийном положении». Как правило, основными критиками в это время были члены сталинской команды (В.М. Молотов, К.Е. Ворошилов, Н.И. Бухарин, А.И. Рыков, Томский). Последние трое позже сами оказались на месте тех, кого будут «громить» генсек И.В. Сталин и его ближайшие соратники. В 1927 г. Н.К. Крупская произнесла общеизвестную в партии фразу: «Живи сегодня Ильич, Сталин посадил бы его в тюрьму!» [103, С. 432.]. В 1927-1928 гг. произошла замена интеллектуального ядра руководства ВКП(б) аппаратным. (Как уже было отмечено, многие стенограммы по политическим вопросам не вошли в сборник).

Таблица 4.1 – Степени согласованности решений Политбюро в период 1923-1926 гг

2 августа 1923 г.	«Об экспорте хлеба»	0,63
16 августа 1923 г.	«О едином сельскохозяйственном налоге».	0,86
27 марта 1924 г.	«О внутренней торговле и потребкооперации».	0,41
12 сентября 1924 г	«О металлопромышленности».	0,57
24 декабря 1924 г	«О бывших помещичьих имениях».	0,75
3 января 1925 г.	«О кооперации».	0,69
26 октября 1925 г.	«О хлебозаготовках и экспортно-импортно-валютном плане».	0,64
2 ноября 1925 г.	«О хлебозаготовках и экспортно-импортно-валютном плане».	0,45
2 ноября 1925 г.	Дискуссия о полномочиях СТО и Политбюро (удалена из текста стенографического отчета).	0,71
2 ноября 1925 г.	«О тарифах и новой системе оплаты служащих».	0,63
10 декабря 1925 г.	«О работе ЦСУ в области хлебоффурражного баланса».	0,79
11 января 1926 г.	«О плане хлебозаготовок и экспортно-импортном и валютном плане».	0,50
25 февраля 1926	«О необходимых хозяйственных мероприятиях на ближайший период».	0,73
18 марта 1926 г.	«О председателе Ленинградского совета».	0,69
31 мая 1926 г.	«Итоги и план рабочего жилищного строительства».	0,86
3 июня 1926 г.	«Об уроках Английской всеобщей стачки».	0,77
14 июня 1926 г.	«Доклад Главметалла».	0,81
14 июня 1926 г.	«Доклад МК партии об итогах политической и хозяйственной работы».	0,82
8 и 11 августа 1926	«О внутрипартийном положении».	0,78

Заседания, на которых велись споры между самыми авторитетными членами, в основном были посвящены хозяйственными вопросам и характеризуются ведомственной борьбой, где тот или иной выступающий обвинял смежные ведомства в плохой работе и организации или объяснял, почему в нынешнем плохом экономическом положении невозможно сокращать финансирование его ведомства. Наиболее показательны в данном случае были выступления председателя ВСНХ Ф.Э. Дзержинского, например, в стенограмме «О металлопромышленности». Во время заседания по состоянию и перспективах валютных ресурсов и возможностей Я.Э. Рудзутак так прокомментировал выступление наркомфина Г.Я. Сокольникова: «Мне валютные прения немножко напоминают гадания на святцах под Новый год» [102, С. 550].

4.2.3 Измерение влияние членов Политбюро

Инструменты измерения влияния – индексы – основываются на подсчете доли коалиций, в которых участник является ключевым, т.е. без участия которого выиг-

рывающая коалиция перестает быть таковой. Такова, например, логика индекса Банцафа. Большинство индексов влияния скорее отражают потенциальное влияние участников в отсутствии ограничений на создание коалиций, чем то реальное влияние, которое участники имели [104, С. 41]. В связи с этим возникает задача оценки влияния на принятие решений с учетом ограничений. Индексы влияния, учитывающие предпочтения по созданию коалиций, были предложены в работе [105]. Они позволяют ввести в анализ систему отношений в органе, принимающем решение, и своего рода вероятность того, что участники могут сформировать коалицию.

По результатам анализа стенограмм в период с 1923 по 1926 были получены таблицы, на основании которых можно получить упорядочения, представляющие желание того или иного члена Политбюро поддерживать высказывания другого и соглашаться с его предложениями. Пример такого упорядочения представлен в Таблице 4.2, и в качестве примера взято заседание 14 июня 1926 г., посвященное докладу Главметалла.

Таблица 4.2 – Попарные меры близости позиций членов Политбюро на заседании 14 июня 1926 г

	Межлаук	Лепсе	Шмидт	Толоконцев	Кржижановский	Дзержинский	Шейман	Троцкий	Зиновьев	Рыков	Молотов	Ворошилов
Межлаук					1							
Лепсе	1											
Шмидт	0,8	0,7										
Толоконцев						0,4						
Кржижановский	0,6	0,7	1		0,4							
Дзержинский	1		0,7		0,4		0,4		0,2			
Шейман	0,4		0,7		0,4							
Троцкий					0,5	0,6						
Зиновьев					0,2		0,2		0,2	0,2	0,2	
Рыков					0,8				0,2			
Молотов					0,8				0,2			
Ворошилов					0,8				0,2			

Ниже показано, на основании, каких высказываний агентам были присвоены данные меры близости.

14 июня 1926 г. О Главметалле

Межлаук – доклад

Лепсе: Межлаук

1 – «относительно выводов, которые Главметалл [*Межлаук – Р.К.*] сделал в своем докладе, мы вполне согласны и считаем, что подходы здесь правильные ... ». С. 39

Шмидт: Межлаук

0,8 – «... общехозяйственная конъюнктура сложилась так, что Главметалл [*Межлаук – Р.К.*] вынужден был в этом году сильно свернуть программу развертывания своего производства ... ». С. 40

«Он не смог выполнить этой программы и благодаря невыполнению импортного плана». С. 40

«... нужно пересмотреть цены на готовые изделия, ... с тем чтобы убыток был покрыт Главметаллу». С. 41

Шмидт: Лепсе

0,7 – «Здесь тов. Лепсе правильно отметил, что та система управления [*и отчетности – Р.К.*], которая существует сейчас, вредно отражается на развитии металлопромышленности»

Кржижановский: Межлаук

0,6 – «... они [*профессора – Р.К.*] не верили, что мы вообще создадим дееспособный механизм во всей промышленности ». С. 42

«Когда т. Межлаук утверждает, что мы рассчитывали на импорт в тракторном деле, то надо ему сказать, что это совершенно неверно». С. 44.

Кржижановский: Лепсе

0,7 – «Я думаю, тов. Лепсе был прав в своем резюме». С. 43

Кржижановский: Дзержинский

0,4 – «Величайшая опасность, тов. Дзержинский, заключается в том уклоне, который имеется у вас, в вашей политике». С. 43.

Кржижановский: Шмидт

1 – «Всеследуя поддерживая предложения комиссии т. Шмидта [*СТО*], остановлюсь на вопросах кредита». «... я заявляю, по-моему, анализ комиссии СТО сделан правильно». С. 44.

Толоконцев: Шейнман

0,4 – «При таком отношении т. Шейнмана [*нарком финансов СССР*] мы не можем проводить партийные директивы». С. 46.

Шейнман, Дзержинский, Шейнман

«Шейнман. ... я буду говорить о недостатках...

Дзержинский. А вы о них знаете? Вы будете защищаться. Это метод тактики.

Шейнман. Я буду защищаться, но может быть, буду вынужден нападать.

Троцкий. Он напал на вас прежде, чем Вы начали.» с. 46.

Шейнман: Дзержинский, Межлаук

0,4 – «металлопромышленность начала развертываться тогда, когда мы уже не могли ей предоставить средства так, как в свое время предоставляли их другим отраслям промышленности, т.е. почти бесконтрольно, почти безгранично, в расчете на то, что из запрашиваемых средств что-нибудь толковое да выйдем. Металлопромышленность стала развиваться в такое время, когда уже каждый рубль, каждая копеечка были или, по крайней мере, должны быть на учете». «... может быть, виновата верхушка металлопромышленности, виноваты отдельные тресты.» С. 47.

«Металлопромышленность должна перейти на строгий расчет». С. 48.

Шейнман: Шмидт

0,7 – верно отмеченные «в постановлении СТО [...]» вопросы обеспечения зарплаты решаются по телеграфу и не хозяйственниками, а политиками. Самый убедительный довод такой: присылают телеграмму, что на Макеевском, скажем, заводе нет денег для выдачи зарплаты. Ничего не остается, как Шейману послать миллион рублей». С. 48.

Дзержинский: Шейнман

0,4 – «Смею утверждать, что громаднейшая доля вины в этом несоответствии падает на неправильное совершенно кредитование нашей промышленности, на совершенно ненормальное кредитование» С. 49.

«...я тов. Шейнмана в отношении заработной платы приветствую целиком». С. 49.

«Тов. Шейнману для удержания его червонца нужен товарооборот, а вы денежек нам не дадите, и мы вам не дадим товаров». С. 50.

«НФК должна быть дана директива, что, когда он будет составлять бюджет на будущий год, он не должен скупиться на ассигнования для металлопромышленности». С. 51.

Дзержинский: Кржижановский

0,4 – «... тов. Кржижановский, ... разве он составил хоть 2-летнюю программу Госплана в отношении увязки между НКПС и металлопромышленностью». С. 51.

Кржижановский: Дзержинский

0,4 «Она есть. ... Значит, Вы не читаете». С. 51.

Дзержинский: Шмидт

0,7 – «Я не возражаю против постановления СТО. У нас в частностях есть разногласия, ... ». С. 52.

Рыков: Дзержинский

0,8 – «Имеется пункт 1 Феликс, это то самое ведь, что ты и хотел сказать». С. 52.

Дзержинский: Межлаук

1 – «Рыков: я получил добавление, подписанное тт. Межлауком и Дзержинским». С. 52.

Молотов, Рыков, Ворошилов: Дзержинский

0,8 – «Это же можно и без Политбюро. Это какая-то плановая мера.

Дзержинский. Может быть, передать этот пункт в Секретариат?

Рыков. Ты сам это можешь сделать». С. 53.

Зиновьев: голосование

0,2 – «Кто против? Нет. ... Воздержался тов. Зиновьев». С. 54.

Записка в Секретариат ЦК от Зиновьева: «Ограничились принятием чисто формального постановления, николько не гарантирующего от повторения таких тяжелых историй. Вот почему я вынужден был воздержаться при голосовании». С. 55.

4.2.4 Некоторые выводы и перспективы исследований

Для решения задачи присвоения членам Политбюро позиций предлагается продолжить поиск метода, который мог бы с меньшей степенью субъективности присваивать показатели меры близости членам Политбюро (возможно, с применением методов количественного и качественного контент-анализа). Далее на основе матриц предпочтений будут построены индексы, отражающие распределение влияния в Политбюро в период с 1923 по 1932 гг. и проанализированы полученные результаты.

4.3 Моделирование распределения влияния в рейхстаге Веймарской Германии

В проекте была предпринята попытка моделирования коалиционных предпочтений и анализа распределения влияния между партиями на примере выборов в рейхстаг Веймарской Германии в 1933г. Для оценки влияния использовались индексы, учитывающие предпочтения фракций по созданию коалиций. Коалиционные предпочтения моделировались в одномерном идеологическом пространстве.

4.3.1 Особенности партийной системы Веймарской Германии

Партийная система Веймарской Германии – парламентской республики с пропорциональной системой представительства – была крайне плюралистичной и дробной, ни одна из партий не обладала абсолютным большинством в парламенте. В такой ситуации было возможно только коалиционное правление [106]. Влияние же фракций на принятие решений в парламенте далеко не всегда пропорционально доле мест, которой она обладает.

Рейхстаг – нижняя палата парламента Веймарской Германии – являлся высшим законодательным органом и избирался на четыре года по пропорциональной системе всеобщим, прямым и тайным голосованием. Для принятия обычного закона было

достаточно простого большинства голосов депутатов. Для принятия закона, изменяющего конституцию, требовалось квалифицированное большинство, предполагавшее 2/3 голосов и участие не менее 2/3 действующих депутатов [107].

Политических партий, хотя бы единожды получивших место в рейхстаге, было 29, но основными являлись шесть. Коммунистическая партия Германии (КПГ) и Социал-демократическая партия Германии (СДПГ), представляют собой группу левых партий. К центристским относят Немецкую демократическую партию (НДП) и партию Центра (ПЦ), к правым – Немецкую народную партию (ННП), Немецкую национальную народную партию (НННП) и Национал-социалистическую немецкую рабочую партию (НСДАП). Последние характеризовались значительной долей национализма в своих идеологических платформах. Большинство депутатов тех партий, которые составляли основу партийной системы – СДПГ, НДП, ПЦ, ННП, – были либо приверженцами республиканского строя, либо «республиканцами разума» [108, С. 25].

4.3.2 Позиции основных партий Веймарской Германии

Для того чтобы оценить предпочтения фракций в парламенте по отношению друг к другу, необходимо расположить их в идеологическом континууме. Адекватной для задачи количественной оценки идеологической позиции является использование одномерной шкалы «левые – правые» [109, 110]. В основе шкалы лежит направление экономической политики, за которое выступала партия. Отношение к таким ценностям, как религия, семья, нация и т.д., в значительной мере связано с экономическими установками политических акторов, поэтому для описания многообразия политических партий Германии в 20-30 гг. XX в. достаточно «классической» лево-правой шкалы. Основанием для присвоения отдельных партиям конкретных позиций служит «обзор программ и практических мероприятий основных общенемецких акторов избирательного процесса» [111, С. 82] (см. Таблицу 4.3).

Таблица 4.3 – Позиции основных партий Веймарской Германии

Партия i	позиция r_i
Коммунистическая партия Германии (КПГ)	1
Независимая социал-демократическая партия Германии (НСДПГ)	2
Социал-демократическая партия Германии (СДПГ)	3
Немецкая демократическая партия (НДП)	4
Немецкая государственная партия (НГП)	4
Партия Центра (ПЦ)	5
Немецкая народная партия (ННП)	6
Баварская народная партия (БНП)	7
Немецкая национальная народная партия (НННП)	8
Боевой фронт «Черный-белый-красный» (ЧБК)	9
Национал-социалистическая немецкая рабочая партия (НСДАП)	10

В соответствии с описаниями партий, «левее» всех находилась КПГ, $r_{\text{КПГ}} = 1$, но фракция Коммунистической партии Германии не вступала в коалиции в течение всего периода своего присутствия в рейхстаге, поэтому у нее отсутствуют какие-либо коалиционные предпочтения.

Члены «Веймарской коалиции», приверженцы социал-демократии, социал-реформизма и левого либерализма, находились слева от центра: $r_{\text{СДПГ}} = 3$, $r_{\text{НДП}} = 4$, $r_{\text{ПЦ}} = 5$. Ближе всех к ним справа находилась «системная» ННП, $r_{\text{ННП}} = 6$. Далее – менее значительная и более радикальная Баварская народная партия, $r_{\text{БНП}} = 7$.

До 1930 года в состав кабинета редко входили представители партий с националистической риторикой, например, НННП.

Далее можно расположить партии с правой и националистической риторикой по мере увеличения степени их радикализма: $r_{\text{НННП}} = 8$, $r_{\text{ЧБК}} = 9$, $r_{\text{НСДАП}} = 10$.

Моделирование коалиционных предпочтений для мелких партий, вроде Сельско-хозяйственного союза или Саксонской народной партии, затруднительно и содержательно не имеет смысла, потому что они, как правило, получали менее 5% мест в рейхстаге и попадали в категорию «Прочие».

4.3.3 Расчет мер близости и влияния фракций

За 14 лет существования республики сменилось два десятка кабинетов, которые обычно формировались из членов идеологически близких друг другу партий. В таком случае могут ожидаться общая позиция по вопросу и консолидированное голо-

сование, а чем «дальше» партии друг от друга на идеологической шкале, тем меньше их желание договариваться и вступать в коалицию. Исключениями были «большие коалиции», правоцентристский кабинет 1925-26 гг. и ситуация доминирования НСДАП в 1933 г.

Для того чтобы рассчитать насколько близкими друг к другу были партии, мы предполагаем наличие предпочтений у каждой партии i к партии j , p_{ij} . Введем меру $\lambda = |r_i - r_j|$ и примем, что если $\lambda > 3$, то фракции не вступают в коалицию, и тогда $p_{ij} = 0$; $\lambda = 3$, то $p_{ij} = 1$; $\lambda = 2$, то $p_{ij} = 2$; $\lambda = 0$ или $\lambda = 1$, то $p_{ij} = 3$ – желание вступить в коалицию велико.

Для каждой партии можно определить силу связи с той или иной выигрывающей коалицией по формулам функций связи $f(i, \omega)$. Разные методы расчета функций связи представлены в [105].

$$f^+(i, \omega) = \sum_{j \in \omega} p_{ij} / |\omega|.$$

Используя значения полученных связей между фракциями, можно посчитать соответствующее влияние каждой фракции, для чего суммируются всех значения $f(i, \omega)$ в выигрывающих коалициях, где i – ключевой участник:

$$\chi_j = \sum_{\omega} f(i, \omega).$$

Чтобы ограничить область возможных значений в границе от 0 до 1, осуществляется нормировка:

$$\alpha_j = \chi_j / \sum_j \chi_j.$$

Рассмотрим пример (Таблица 4.4). В результате выборов 5 марта 1933 г. в рейхстаг прошли более 8 партий. Общее количество мест равнялось 647. В данном созыве рейхстага некоторые взаимные предпочтения были асимметричны: $p_{ПЦ-СДПГ} = 2$ и $p_{СДПГ-ПЦ} = 3$; $p_{НСДАП-ПЦ} = 1$ и $p_{ПЦ-НСДАП} = 1$.

Таблица 4.4 – Значения индексов влияния по результатам выборов 5 марта 1933 г.

Партия i	Число	Доля мест	Позиция r_i	β	α_{1j}	α_{2j}
------------	-------	-----------	---------------	---------	---------------	---------------

	мест					
БНП	18	0.028	$r_{БНП} = 7$	0	0	0
ННП	2	0.003	$r_{ННП} = 7$	0	0	0
ПЦ	74	0.114	$r_{ПЦ} = 5$	0.091	0.161	0.174
ЧБК	52	0.080	$r_{ЧБК} = 9$	0.091	0.132	0.132
КПГ	81	0.125	$r_{КПГ} = 1$	0.091	0	0
НГП	5	0.008	$r_{НГП} = 4$	0	0	0
НСДАП	288	0.445	$r_{НСДАП} = 10$	0.636	0.625	0.625
СДПГ	120	0.185	$r_{СДПГ} = 3$	0.091	0.082	0.070
Прочие	7	0.010		0	0	0

4.3.4 Некоторые выводы

В марте 1933 г., несмотря на то, что НСДАП не обладала абсолютным большинством, она занимала доминирующее положение в парламенте, что показывают все индексы.

КПГ имела 81 место и по-прежнему не вступала в коалиции. Значение индекса Банцафа, показывающего потенциал влияния на принятие решений, равно 0.091. Однако реальное влияние партии отсутствовало, что подтверждают значения индексов α_{1j} и $\alpha_{2j} = 0$.

После аннуляции всех мандатов фракции КПГ – в связи с обвинением в поджоге здания рейхстага – квота для конституционных изменений составляла 378 голосов. С помощью партии Центра коалиция националистов набрала конституционное большинство (414 голос). Людвиг Каас, председатель ПЦ, принял решение поддержать А. Гитлера в обмен на полученные устные гарантии, включавшие уважение свободы церкви со стороны правительства, признание её права на вмешательство в сферу культуры и образования.

На примере КПГ мы можем сделать вывод о том, что отказ от вхождения в коалиции способен свести к нулю влияние партии в законодательном органе, даже в том случае, если она обладает значительной долей мест. Аналогично, относительная идеологическая «размытость» способна увеличить влияние даже небольших фракций. Отказ потенциально влиятельных игроков вступать в коалиции может привести политическую систему к коллапсу, что и произошло в 20-30 гг. XX века, когда неспособность КПГ и СДПГ, а также партий политического центра

объединиться против крайних правых сил не воспрепятствовала приходу к власти в Германии режима национал-социалистов.

Результаты исследований отражены в следующей публикации [112]:

Камалова Р.У. Моделирование коалиционных предпочтений в рейхстаге Веймарской Германии (“Simulation of the coalition preferences in the Reichstag Weimar Germany”)// Математическое моделирование политических систем и процессов. Под ред. А.С. Ахременко. вып. 1. М.: Издательство Московского Университета, 2011, с.165-183.

5 Развитие моделей оперативного прогнозирования погоды

В проекте также исследовались модели оперативного прогнозирования погоды с помощью, так называемых крупномасштабных трехмерных корреляционных функций.

5.1 Постановка задачи и основная гипотеза

Корреляционные функции (КФ) – эффективное статистическое средство исследования скалярных и векторных полей и процессов. Этот математический аппарат применяется в гидродинамике в течение последнего века, в первую очередь для описания турбулентности. Большой вклад в теорию случайных процессов внесли Н. Винер, А.Н. Колмогоров и А.Я. Хинчин. Затем этот аппарат стали применять и в геофизике. А.Н. Колмогоров и его ученики внесли большой вклад (например, закон Колмогорова – Обухова) в изучение корреляционной и фурье-двойственной ей спектральной структур метеорологических полей [113], [114]. Статистические данные получались в тот период (середина XX века) преимущественно на полигонах и отвечали малым пространственным масштабам. Оказался успешным подход, связанный с применением корреляционных функций, разработанный Л.С. Гандиным [115], для интерполяции крупномасштабных метеорологических полей. Основной использовавшийся аппарат: обработка статистических данных и теория автомодельности. По

мере накопления знаний о статистической структуре атмосферы Земли КФ оценивались на основе все более сложных и точных гипотез [116, 117, 118, 119].

В проекте были получены оценки КФ метеорологических полей при весьма общих предположениях о статистической структуре этих полей. В алгоритме оценки использовалась ранее разработанная авторами проекта вариационная техника с использованием теории возмущений самосопряженных операторов, позволяющая гарантировать положительную определенность полученных КФ, [116 Гордин, 1987], [120, 118, 121, 122].

Далее этот подход был применен к задаче об оптимальном алгоритме построения атмосферных фронтов по прогностическим полям ветра, геопотенциала и температуры в регулярной сетке. Основная гипотеза: когда пара точек разделена фронтом, корреляция значений метеополей в этих точках меньше, чем в случае, когда эти точки не разделены фронтом и принадлежат к общей синоптической массе. Этот подход является новым [123, 124].

5.2 Основные понятия и описание алгоритма

Развитие метеорологии, в том числе мировой наблюдательной метеорологической сети под эгидой Всемирной метеорологической организации позволило за несколько последних десятилетий накопить надежный и представительный архив. На предварительном этапе все данные измерений проходили так называемый комплексный контроль, позволяющий отбросить грубые и средние ошибки наблюдений.

Был разработан математические методы и программные коды оценки трехмерных корреляционных функций и проведена соответствующая оценка (включая кросскорреляционные функции) для полей геопотенциала, температуры и ветра для различных сезонов и различных широтных поясов. Характерный горизонтальный масштаб: от десятков до трех тысяч километров. Наличие фронта часто связано с крупномасштабной границей облачности, выпадением осадков и т. п. синоптическими явлениями.

Рассмотрим фиксированный уровень давления p и при всевозможных горизонтальных аргументах $\langle x, y \rangle$ вектор-функцию $\langle H, T, w_L, w_N \rangle$ на нем, где H – геопотенциал (изоповерхность давления, отвечающая значению p), T – температура, $\langle w_L, w_N \rangle$ – продольная и поперечная составляющая ветра. В результате оценки получается матрично-значная функция расстояния, где каждый блок матрицы имеет размерность равную числу стандартных барических уровней (в нашем случае 15):

$$K(r) = \begin{pmatrix} K^{HH}(r) & K^{HT}(r) & K^{Hw_L}(r) & K^{Hw_T}(r) \\ K^{TH}(r) & K^{TT}(r) & K^{Tw_L}(r) & K^{Tw_T}(r) \\ K^{w_L H}(r) & K^{w_L T}(r) & K^{w_L w_L}(r) & K^{w_L w_T}(r) \\ K^{w_T H}(r) & K^{w_T T}(r) & K^{w_T w_L}(r) & K^{w_T w_T}(r) \end{pmatrix},$$

r – расстояние по горизонтали между парой точек.

В основе методики оценки лежит регуляризация «прямых» оценок, необходимая ввиду неполноты и зашумленности данных измерений. «Прямые» оценки демонстрируют недостаточность даже сорокалетнего архива наблюдений. Полученные в результате таких оценок корреляционные функции не обладают свойством положительной определенности. Алгоритм регуляризации основан на вариационном подходе и теории возмущений самосопряженных операторов. Все корреляционные функции представляются в виде линейной комбинации функций Бесселя J_0 или ее производных с различными горизонтальными масштабами ρ_j . Например, для скаляров (температура и геопотенциал) автокорреляционные функции раскладываются по функциям Бесселя с индексом 0, а для продольной и поперечной компонент ветра – по их вторым производным. По вертикали здесь используется дискретная структура, связанная с 15 стандартными барическими уровнями в тропосфере и нижней стратосфере.

$$A_j(r) = \begin{pmatrix} a_{11}^j \beta_j J_0(\rho_j r) & a_{12}^j \beta_j J_0(\rho_j r) & a_{13}^j v_j J'_0(\rho_j r) & a_{14}^j v_j J'_0(\rho_j r) \\ a_{21}^j \beta_j J_0(\rho_j r) & a_{22}^j \beta_j J_0(\rho_j r) & a_{23}^j v_j J'_0(\rho_j r) & a_{24}^j v_j J'_0(\rho_j r) \\ a_{31}^j v_j J'_0(\rho_j r) & a_{32}^j v_j J'_0(\rho_j r) & -a_{33}^j \varepsilon_j J''_0(\rho_j r) & -a_{34}^j \varepsilon_j J''_0(\rho_j r) \\ a_{41}^j v_j J'_0(\rho_j r) & a_{42}^j v_j J'_0(\rho_j r) & -a_{43}^j \varepsilon_j J''_0(\rho_j r) & -a_{44}^j \varepsilon_j J''_0(\rho_j r) \end{pmatrix},$$

$$\beta_j = \|J_0(\rho_j r)\|^{-1}, \quad \varepsilon_k = \|J''_0(\rho_j r)\|^{-1}, \quad v_j = \sqrt{\beta_j \varepsilon_j}.$$

Мы должны обеспечить положительную определенность всех матриц $\{A_j\}_{j=0}^N$ и минимизировать при этом L^2 -норму невязки с прямыми оценками корреляционной функции.

Для поиска наиболее адекватного набора горизонтальных масштабных множителей в функциях Бесселя использовался метод градиентного спуска (оптимизация проводилась на почти сорокалетнем глобальном (т.е. с метеорологических зондов, запускавшихся в этот период со всей Земли) архиве аэрологических наблюдений). Современные компьютеры позволяют и накапливать подобные архивы, и проводить такие, довольно затратные вычисления.

Оценки показали (см. рисунки 5.1, 5.2), что реальные крупномасштабные корреляционные функции далеки от какой бы то ни было автомодельности. Также неверной оказалась гипотеза о монотонном увеличении радиуса корреляции с высотой. Объяснением этой старой гипотезы может служить только недостаточность данных регулярных метеоизмерений в верхней тропосфере и нижней тропосфере – поневоле при анализе данных приходилось сглаживать поля.

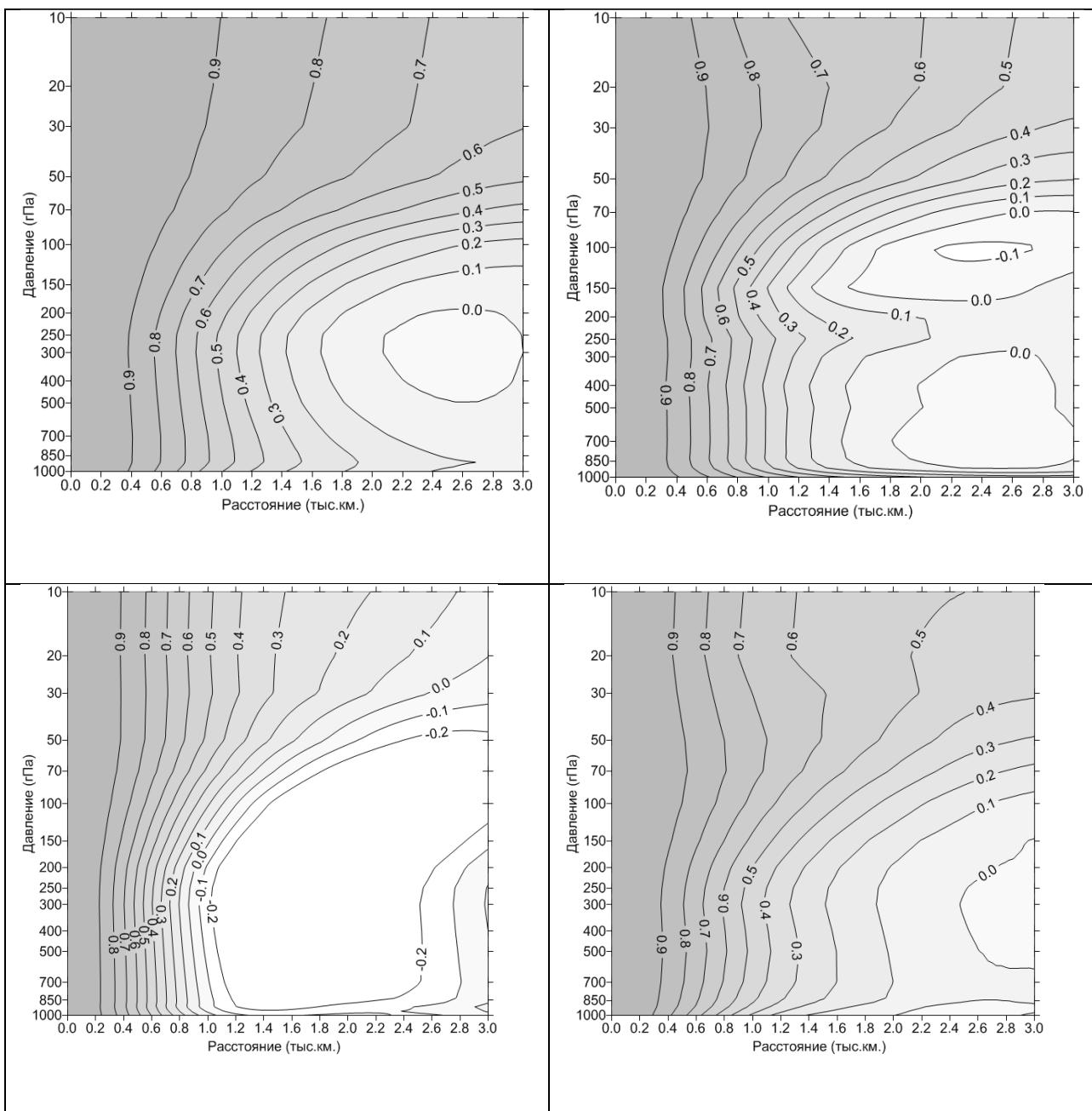


Рисунок 5.1 – Автокорреляционные функции геопотенциала (**H**), температуры (**T**) и ветра (продольная **WL** и поперечная компоненты **WN**) по данным умеренных широт Северного полушария за июль 1964 – 1998 гг. Здесь обе точки, в которых производились измерения, имеют одинаковые вертикальные координаты, а горизонтальные у них различаются

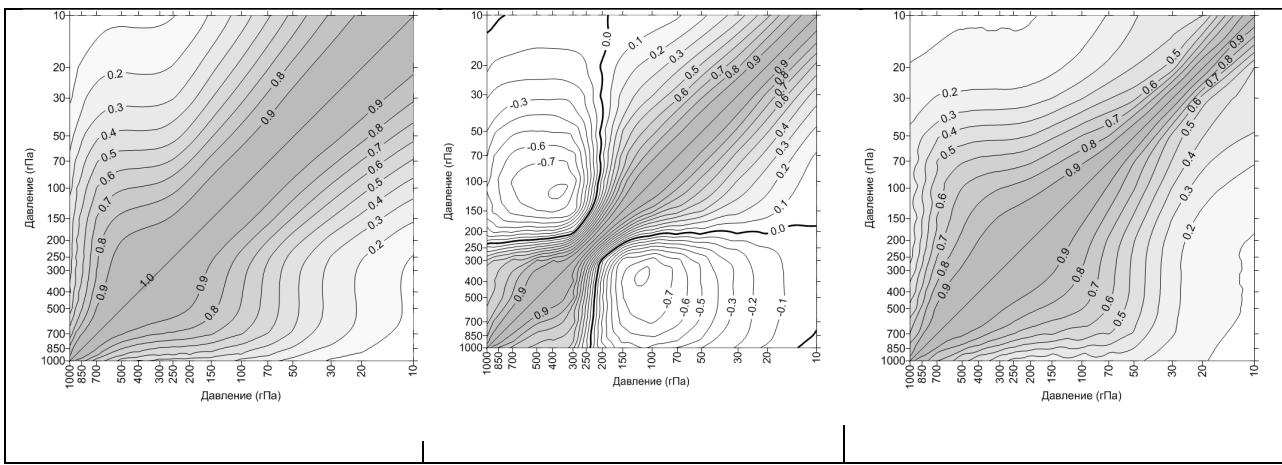


Рисунок 5.2 – Те же автокорреляционные функции. Пара точек имеет одинаковые горизонтальные координаты, а вертикальные различаются. Для обеих компонент ветра в этом случае КФ совпадают

На следующем этапе исследований проверялась гипотеза изотропности соответствующих полей, т.е. адекватности гипотезы: корреляционные функции по горизонтали зависят только от радиуса. В основном эта гипотеза подтвердилась. Исключение составили приземные и стратосферные (рассматривались барические уровни не выше 10 гПа) высоты в экваториальной области, где коэффициент анизотропии сильно отличается от единицы.

Была проверена и подтверждена гипотеза увеличения радиуса корреляции внутри одной синоптической массы воздуха и его уменьшения в случае, когда пара точек разделена атмосферным фронтом. Проверка проводилась также на большом архиве, в котором присутствовали как поля объективного анализа, по которым (по разработанной нами же методике) строились линии атмосферных фронтов, так и исходные наблюдения. На рисунке 5.3 видно заметное превышение автокорреляционных функций, отвечающих одной синоптической массе воздуха над аналогичными функциями, отвечающими разным. На малых расстояниях по горизонтали (менее 50 км) данные статистически недостоверны, поскольку пары столь близко расположенных аэрологических (т.е. таких, которые регулярно запускают метеорологические зонды) метеостанций крайне редки. На очень больших расстояниях (около 3000 км, где корреляционные связи в любом случае слабы) неравенство между КФ для обоих типов пар точек утрачивается. Соотношение между кросс-корреляционными функциями носит совсем иной характер.

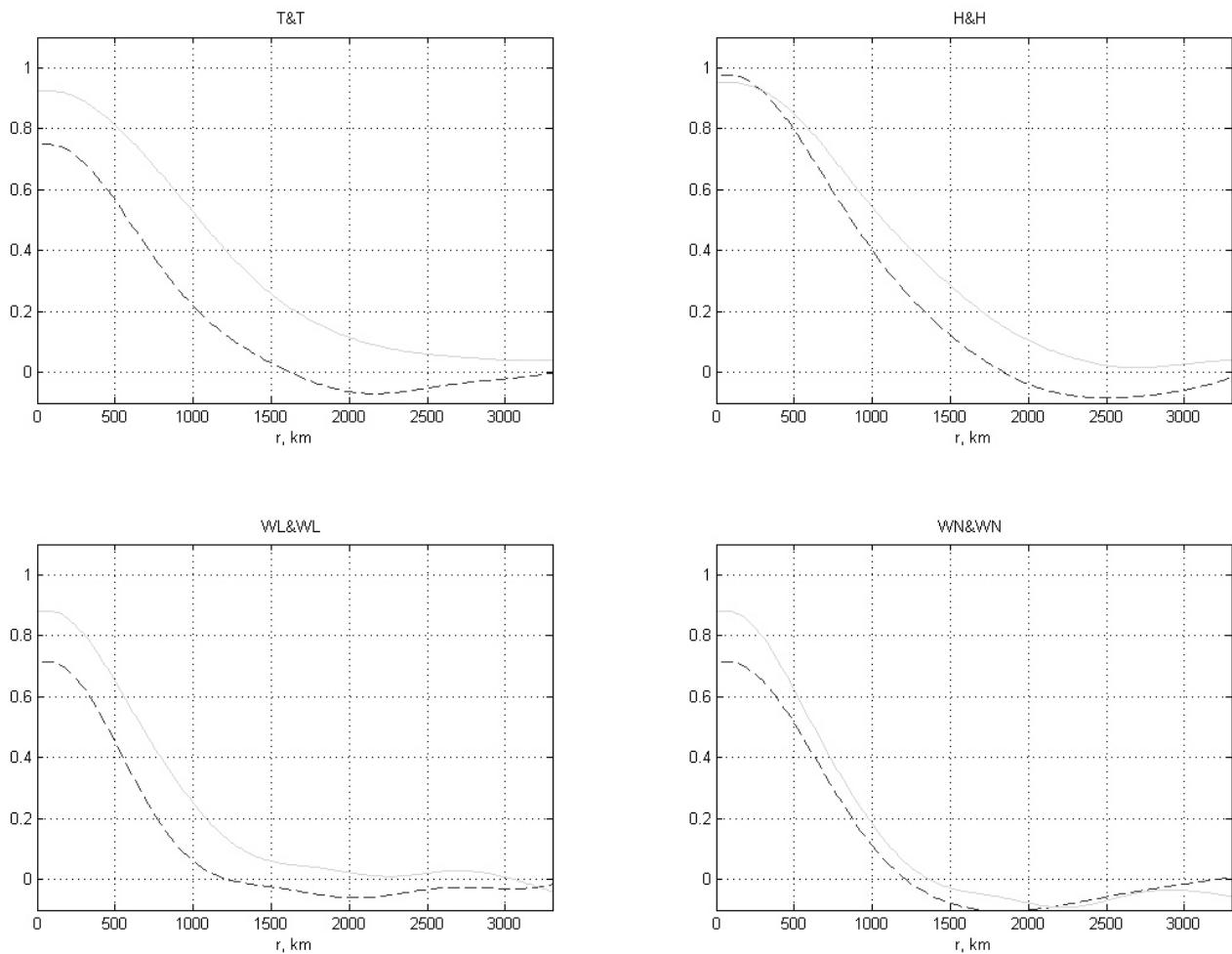
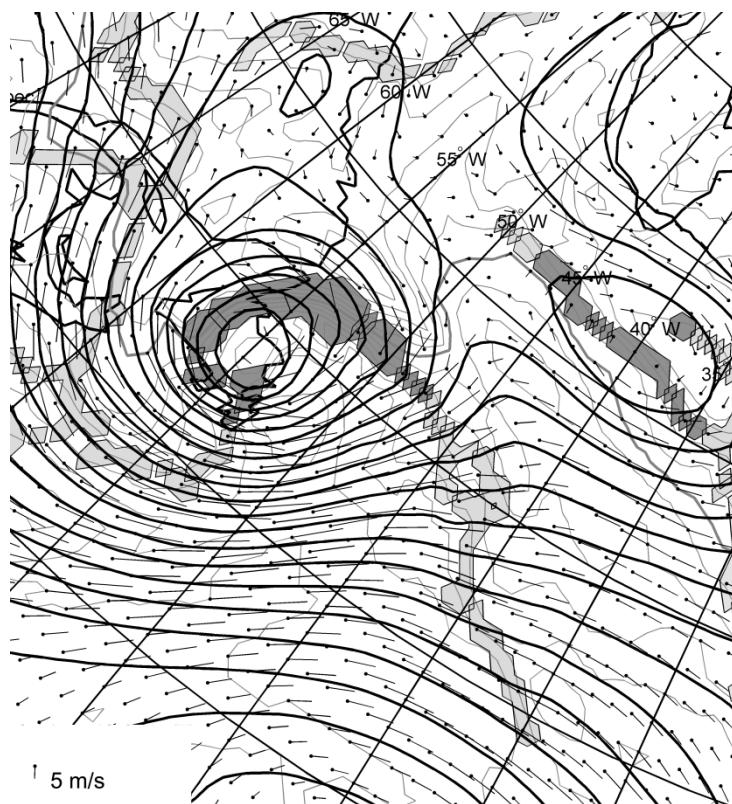
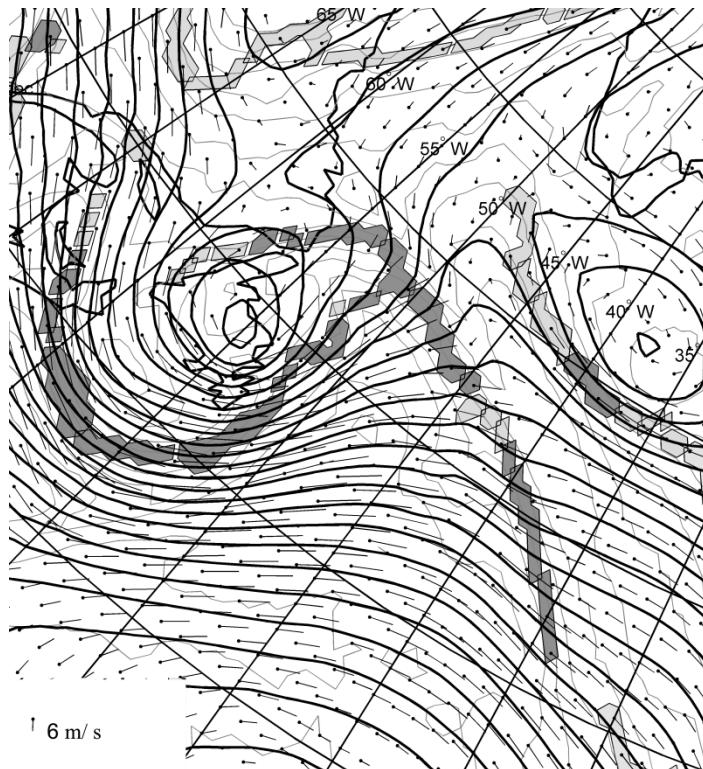


Рисунок 5.3 – Авто- и кросс-корреляционные функции для различных метеополей на уровне 400гПа. Пунктирные линии – КФ между точками, разделенными линией фронта, сплошные – КФ между точками, не разделенными фронтом

Таким образом, переход одной из точек пары в другую синоптическую массу для автокорреляционных функций метеополей эквивалентен уменьшению радиуса корреляции. Аналогичное уменьшение радиуса корреляции можно видеть на рисунке 5.2б, где корреляция температуры в районе тропопаузы (примерно 300 гПа) резко уменьшается. Как мы видим, эта невидимая глазом условная граница между тропосферой и стратосферой статистически вполне просматривается.

При усвоении измерительной метеоинформации прогностическими схемами, использующими регулярную сетку точек, необходима интерполяция. КФ основных метеополей традиционно используются для такой интерполяции (метеополя или их отклонения от полей предыдущего прогноза на срок анализа трактуются как слу-

чайные поля). Различие при такой интерполяции ситуаций, когда пара точек разделена и когда не разделена атмосферным фронтом, позволяет использовать в каждом конкретном случае более адекватные КФ.



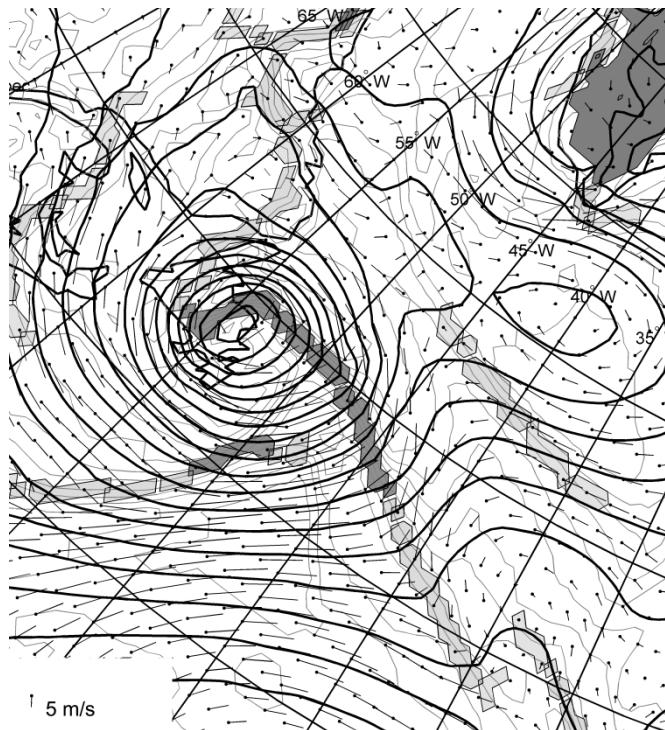


Рисунок 5.4 – Фрагмент метеорологической карты с атмосферными фронтами для уровней 500, 700 и 950 гПа. 12 СЕВ 10 июля 2011г. Эти поля 12-часового прогноза получены по модели NCEP с сеткой $0.5^\circ \times 0.5^\circ$. Исходный момент для прогноза 00 10 июля, 2011г. Серые линии – изотермы, черные – изогипсы. Отрезки характеризуют скорость и направление ветра в жирной точке, из которой они выпущены. Масштаб приведен в нижних левых углах. На последнем рисунке темная область справа вверху – Скандинавия, где уровень 950гПа проходит ниже поверхности Земли. В данном случае линии фронтов на соседних уровнях весьма схожи, но в других ситуациях возможны более существенные различия

5.3 Результаты, применение и возможные обобщения

Разработаны алгоритм и коды оценки КФ (включая кросс-корреляционные функции) однородных и изотропных по горизонтальным переменным случайных полей, гарантирующий положительную определенность результата. Оценки проводились по глобальному (вся атмосфера) архиву аэрологических наблюдений за 39 лет.

Отдельно проводилась проверка гипотезы изотропности и были указаны области в атмосфере Земли, где эта гипотеза существенно нарушается.

При отладке численных гидродинамических моделей циркуляции атмосферы с дальнейшей целью прогнозирования изменения климата при том или ином сценарии

внешних воздействий на атмосферу, производится сравнение результатов численного моделирования с климатическими метеополями. Поскольку в таких моделях имеется огромное количество подгоночных параметров, обеспечить совпадение средних (по большому времени интегрирования) полей и полей, полученных при осреднении многолетних наблюдений, удается вне зависимости от степени адекватности численной модели. Однако сравнение КФ, полученных при длительном численном интегрировании циркуляционной или климатической модели, с КФ, полученными по нашей методике, позволит надежнее проверять адекватность такой модели.

Полученные корреляционные функции могут применяться для оптимальной интерполяции метеорологических полей. Здесь оптимальность понимается в смысле минимальности математического ожидания квадрата ошибки интерполяции.

Метод максимального различия корреляционных функций был применен для оптимизации параметров алгоритма построения атмосферных фронтов. Этот метод может быть применен в других задачах, в частности, в задачах геофизики, где по большим архивам наблюдений требуется произвести кластеризацию трехмерных или двумерных областей.

На рисунке 5.5 приведен фрагмент той же метеорологической карты с облачностью, полученной со спутника МЕТЕОСАТ-8 в тот же момент времени, что и на рисунке 5.4. Геометрия фронтов на рисунке 5.4 этой фотографией полностью подтверждается. Однако бывают фронты, которые в облакости проявляются намного слабее.



Рисунок 5.5 – Фрагмент той же метеорологической карты с облачностью, полученной со спутника МЕТЕОСАТ-8 в тот же момент времени

Результаты исследований отражены в следующей публикации [124]:

Алдухов О.А., Ф.Л.Быков, Гордин В.А. Крупномасштабные трехмерные корреляционные функции для атмосферы Земли// Ярославский педагогический вестник, Серия Естественных наук, 2011, №4, С. 36–43.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Исследование модели пропорционального представительства при выборе в управляющие органы крупной акционерной компании показало, что равновесное распределение мест в совете директоров при заданном распределении уставного капитала определяется однозначно. В равновесии ни у одного из игроков нет стимулов изменить свою стратегию и пытаться получить большее количество мест, что означает отсутствие стратегических действий (манипулирования) на выборах в совет директоров. Акционеры могут заранее рассчитывать на определенное число мест, что является преимуществом существующей процедуры голосования.

2. В рамках выполнения настоящего проекта были разработаны новые поведенческие модели биржи. Показано, что игрок может увеличить выигрыш и больше ошибаться в своих решениях, так как возможность анализировать свои действия и обучаться на них позволяет игроку для получения неотрицательного ожидаемого выигрыша успешно распознавать регулярные события даже меньше, чем в половине случаев.

3. Проведение динамического анализа паттернов поведения российских коммерческих банков в период кризиса и до него позволило оценить сходства и различия в динамике функционирования коммерческих банков, выявить особенности функционирования различных типов банков, выявить общие траектории развития, а также идентифицировать банки, которые являются источниками повышенной волатильности банковского сектора.

4. Исследована вероятностная модель голосования, в которой кандидаты обладают предпочтениями, отличающимися от максимизации математического ожидания числа голосов. Был проведен анализ сравнительной статики для случая с двумя избирателями и одномерным множеством политических альтернатив. При этом предполагается, что каждый избиратель имеет предпочтения как относительно личности кандидата, так и относительно его предвыборной программы. Показано, что при увеличении ценности одного голоса кандидаты выбирают политические программы, расположенные ближе к наилучшим альтернативам избирателей, предлагающих данных кандидатов. Численное моделирование равновесия подтверждает

полученные теоретические результаты для большего числа избирателей. Показано, что нелинейность и несимметричность выигрышей кандидатов может влиять на их равновесные политические программы.

5. Из исследования влияния партий в рейхстаге Веймарской Германии можно сделать вывод о том, что отказ от вхождения в коалиции способен свести к нулю влияние партии в законодательном органе, даже в том случае, если она обладает значительной долей мест. Аналогично, относительная идеологическая «размытость» способна увеличить влияние даже небольших фракций. Отказ потенциально влиятельных игроков вступать в коалиции может привести политическую систему к коллапсу, что и произошло в 20-30 гг. XX века, когда неспособность КПГ и СДПГ, а также партий политического центра объединиться против крайних правых сил не воспрепятствовала приходу к власти в Германии режима национал-социалистов.

6. Из исследования моделей оперативного прогнозирования погоды с помощью крупномасштабных трехмерных корреляционных функций следует, что полученные корреляционные функции могут применяться для оптимальной интерполяции метеорологических полей, если оптимальность понимается в смысле минимальности математического ожидания квадрата ошибки интерполяции. Разработанный метод максимального различия корреляционных функций может быть применен в других задачах, в частности, в задачах геофизики, где по большим архивам наблюдений требуется произвести кластеризацию трехмерных или двумерных областей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Федеральный закон "Об акционерных обществах" от 26.12.1995 г. N 208-ФЗ // Собрание законодательства Российской Федерации. – 1996.– № 1.– ст. 1.
2. **Balinski M.**, Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote [Text] / Balinski M., Young P. // New Haven, CT: Yale University Press, 1982.
3. **Алескеров, Ф.Т.** Выборы. Голосование. Партии [Текст] / Ф.Т. Алескеров, П. Ортешук. – М.: Academia, 1995.
4. **Gibbard, A.** Manipulation of voting schemes [Text] // Econometrica. – 1973. – № 41. – Р. – 587–601.
5. **Satterthwaite, M.** Strategy-proofness and Arrow's conditions: existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions [Text] // Journal of Economic Theory. – 1975. – № 10. – Р. 187–217.
6. **Алескеров, Ф.Т.** Оценка степени манипулируемости известных схем агрегирования в условиях множественного выбора [Текст] / Д.С. Карабекян, Р.М. Санвер, В.И Якуба // Журнал Новой экономический ассоциации. – 2009. – Т. 1. – № 1. – С. 37–61.
7. **Карабекян, Д.С.** О расширенных предпочтениях в задаче голосования [Текст] // Экономический журнал Высшей школы экономики. – 2009. – Т. 13. – № 1. – С. 19–34.
8. **Cox, G.W.** Strategic Electoral Choice in Multi-Member Districts: Approval Voting in Practice? [Text]// American Journal of Political Science. – 1984. – Vol. 28. – №. 4. – Р. – 722–738.
9. **Ordeshook, P.C.** Some Properties of Hare Voting with Strategic Voters [Text] / P.C. Ordeshook, L. Zeng // Public Choice. – 1994. – Vol. 78. – No. 1. – Essays at the Interface of Political Science and PublicChoice. – Р. 87–101.
10. **Cox, G.W.** Strategic Voting Equilibria Under the Single Nontransferable Vote [Text] // The American Political Science Review. – 1994. – Vol. 88. – No. 3. – Р. 608–621.

11. **De Sinopoli, F.** Some results on strategic voting and proportional representation with multidimensional policy space [Text] / F. De Sinopoli, G. Iannantuoni // Universidad Carlos III de Madrid Working. Economics Series. – 2002. – №. 21. – P. 02–57.
12. **De Sinopoli, F.** Extreme voting under proportional representation: the multidimensional case [Text] / F. De Sinopoli, G. Iannantuoni // Universidad Carlos III de Madrid Working. Economics Series. – 2005. – 21 May. – P. 05–34.
13. **Slinko, A.** Proportional Representation and Strategic Voters [Text] / A. Slinko, S. White // Journal of Theoretical Politics. – 2010. – No. 22(3). – 301–332.
14. **Golman, R.** General Blotto: games of allocative strategic mismatch [Text] / R. Golman, S.E. Page // Public Choice. – 2009. – Vol. 138. – P. – 279–299.
15. **Ямбаева, Р.** Форс-минор [Текст] / Р. Ямбаева, Р. Асанкин, А. Мазунин // Газета «Коммерсантъ». – № 114 (4414). – 29.06.2010.
16. Годовой отчет 2008. ОАО «ГМК «Норильский никель». Предварительно утвержден решением Совета директоров ОАО «ГМК «Норильский никель» от 21 мая 2009 года. Протокол № ГМК/11-пр-сд.
17. Отчет об итогах голосования на годовом общем собрании акционеров Открытого Акционерного Общества «Горно-металлургическая компания «Норильский никель». 30 июня 2009 года.
18. Годовой отчет 2009. ОАО «ГМК «Норильский никель». Предварительно утвержден решением Совета директоров ОАО «ГМК «Норильский никель» от 27 мая 2010 года, протокол № ГМК/20-пр-сд.
19. **Асанкин, Р.** "Норникель" не попал под Уголовный кодекс [Текст] / Р. Асанкин, П. Смородская, Н. Сергеев // Газета «Коммерсантъ». – № 172 (4472). – 17.09.2010.
20. **Асанкин Р.** Обвинения со стороны "Русала" не только беспочвенные, они нелогичны [Текст] / Р. Асанкин, И. Булавинов // Газета «Коммерсантъ». – № 126 (4426). – 15.07.2010.
21. Протокол годового Общего собрания акционеров ОАО «ГМК «Норильский никель» 2010.

22. **Карпов, А.В.** Модель голосования на выборах совета директоров акционерной компании [Текст] // Журнал Новой экономической ассоциации. – 2011. – № 12. – С. 10–23.
23. **Алескеров, Ф.Т.** Черные лебеди и биржа [Текст] / Ф.Т Алескеров, Л.Г. Егорова // Экономический журнал Высшей школы экономики. – 2010. – № 4(14). – С. 492–506.
24. **Chatterjee, K.** Game theory and business applications [Text] / K. Chatterjee, W.F Samuelson. – Kluwer Academic Publishers, 2011.
25. **Devenow, A.** Rational herding in financial economics [Text] / A Devenow, I. Welch // European Economic Review, 40, 1996.
26. **Allen F.** Finite bubbles with short constraints and asymmetric information [Text] / F. Allen, S. Morris, A. Postlewaite // Journal of Economic Theory. – 1993
27. **Estrada, J.** Black swans in emerging markets // Journal of Investing, Vol. 18. – № 2. – Summer 2009. – P. 50-56. <http://ssrn.com/abstract=1262723>.
28. **Sornette, D.** Dragon-Kings, Black Swans and the Prediction of Crises // International Journal of Terraspace Science and Engineering 2 (1). – 2009 – P.1–18. <http://ssrn.com/abstract=1470006>.
29. **Taleb, N.N.** Common errors in interpreting the ideas of the Black Swans and associated papers. Critical Review, Vol 21. – No 4. <http://ssrn.com/abstract=1490769>.
30. **Талеб, Н.Н.** Черный лебедь. Под знаком непредсказуемости [Текст]. – М.: Издательство Колибри, 2010. – 528 с.
31. **Wiszniewska-Matyszkiel, A.** Stock market as a dynamic game with continuum of players. Control and Cybernetics, Vol. 37. – No. 3 (2008): P. 617–647.
32. **Wasniewski, K.** Dynamic equilibrium of a market and corporate strategies – a game theoretic approach. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1402570>.
33. **Феллер, В.** Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1, Т. 2. [Текст]. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
34. **Egorova, L.** Recognition of Stock Exchange Processes as a Poisson Process of Events of two types: Models with Stimulation and Learning [Text] / L. Egorova // Work-

ing paper WP7/2011/02. Higher School of Economics. – Moscow: Publishing House of the Higher School of Economics, 2011. – 32 p.

35. **Ойнер, О.К.** Оценка результативности маркетинга с позиций системы управления бизнесом [Текст] // Российский журнал менеджмента. – 2008. – Т. 6. – № 2. – С. 32.

36. **Berger, A.** Inside the Black Box: What Explains Differences in the Efficiencies of Financial Institutions? [Text] / A. Berger, L. Mester // Journal of Banking and Finance. – 1997. – 21. – P. 895–947.

37. **Berger, A.N.** The Dominance of Inefficiencies over Scale and Product Mix Economies in Banking [Text] / A.N. Berger, D.B. Humphrey // Journal of Monetary Economics. – 1991. – 28. – P. 117–148.

38. **Goddard, J.** European banking: An overview [Text] / J. Goddard, P. Molyneux, J.O.S. Wilson, M. Tavakoli // Journal of Banking & Finance. – 2007. – 31. – P. 1911–1935.

39. **Yildirim, H.S.** Efficiency of Banks: Evidence from Transition Economies in Europe [Text] / H.S. Yildirim, G.C. Philippatos // The European Journal of Finance. – 2007. – Vol. 13. – Issue 2. – P. 123–143.

40. **Peresetsky, A.** Bank cost efficiency in Kazakhstan and Russia [Text] // BOFIT Discussion Paper. – 2010. – №. 1. – P. 29.

41. **Головань, С.В.** Сравнение эффективности банков России и Турции // Доклад на X Международной научной конференции по проблемам развития экономики и общества. ГУ-ВШЭ. г. Москва. 2009. 7–9 апреля. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: http://conf.hse.ru/2009/sessions.html?open_sections=1

42. **Caner, S.** Efficiency of the Banking Sector in the Russian Federation with International Comparison [Text] / S. Caner, V. Kontorovich // HSE Economic Journal. – 2004. – №. 3. – P. 357–375.

43. **Павлюк, Д.В.** Модель эффективности деятельности российских банков [Текст] // Прикладная эконометрика. – 2006. – № 3. – С. 3–8.

44. **Berger, A.N.** Measurement and efficiency issues in commercial banking in Output Measurement in the Service Sectors, National Bureau of Economic Research Studies

in Income and Wealth [Text] / A.N. Berger, D.B. Humphrey // Edited by Z. Griliches. Chicago, IL: The University of Chicago Press. – 1992. – P. 245–300.

45. **Bonin, J.** Bank Performance Efficiency and Ownership in Transition Countries [Text] / J. Bonin, I. Hasan, P. Wachtel // Journal of Banking and Finance. – 2005. – №. 29(1). – P. 31–53.

46. **Fries, S.** Cost Efficiency of Banks in Transition: Evidence from 289 Banks in 15 Post-Communist Countries [Text] / S. Fries, A. Taci // Journal of Banking and Finance. – 2005. – 29. – P. 55–81.

47. **Konstandina, N.** Measuring Efficiency and Explaining Failures in Banking: Application to the Russian Banking Sector// Dissertation. – 2007. URL: <http://ir.library.oregonstate.edu/jspui/bitstream/1957/5963/1/KonstandinaNatalia.pdf>

48. **Aigner, D.J.** Formulation and estimation of stochastic frontier production function models [Text] / D.J. Aigner, C.A.K. Lovell, P. Schmidt // Journal of Econometrics. – 1977. – № 6. – P. 21–37.

49. **Meeusen, W.**, Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Productions with Composed Error [Text] / W. Meeusen, J.van den Broeck // International Economic Review. – 1977. – Vol. 18. – 2. – P. 435–444.

50. **Coelli, T.J.** An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis. 2nd edition [Text] / T.J. Coelli, D.S.P. Rao, C.J. O'Donnell, G.E. Battese – Springer, 2005. – 349 p.

51. **Lawrence, C.** Banking Costs, Generalized Functional Forms, and Estimation of Economies of Scale and Scope [Text] // Journal of Money, Credit and Banking. – 1989. – Vol. 21. – 3. – P. 368–379.

52. **Berger, A.** Problem Loans and Cost Efficiency in Commercial Banks [Text] / A. Berger, R. DeYoung // Journal of Banking and Finance. – 1997. – 21. – P. 849–870.

53. **Berger, A.N.** Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Directions for Future Research [Text] / A.N. Berger, D.B. Humphrey // European Journal of Operational Research. – 1997. – 98. – P. 175–212.

54. **Iršová, Z.** Transitional Countries: Sensitivity to Stochastic Frontier Design [Text] // Institute of Economic Studies Working Paper. Charles University in Prague. – 2010. – 13. – 34 p.

55. **Kasman, A.** Technical Change in Banking: Evidence From Transition Countries [Text] / A. Kasman, S. Kirbas-Kasman // International Journal of the Economics of Business. – 2006. – Vol.13. – 1. – P. 129–144.
56. **Altunbas, Y.** Bank ownership and efficiency [Text] / Y. Altunbas, L. Evans, P. Molyneux // Journal of Money, Credit, and Banking. – 2003. – 33(4). – P. 926–954.
57. **Carbo, S.** A note on technical change in banking: the case of European savings banks [Text] / S. Carbo, E.P.M. Gardener, J. Williams // Applied Economics. – 2003. – 35. – P. 705–719.
58. **Белоусова, В.Ю.** Эффективность издержек однородных российских коммерческих банков: обзор проблемы и новые результаты [Текст] // Экономический журнал Высшей школы экономики. – 2009. – Т. 13. – № 4. – С. 489–519.
59. **Головань, С.В.** Эффективность российских банков с точки зрения минимизации издержек [Текст] / С.В. Головань, А.М. Карминский, А.А. Пересецкий // Экономика и математические методы. – 2008. – Т. 44. – № 4. – С. 28–38.
60. **Styrin, K.** What Explains Differences in Efficiency Across Russian Banks? [Text] // EERC. – 2005. – 29 p.
61. **Karas, A.** Are private banks more efficient than public banks? [Text] / A. Karas, K. Schoors, L. Weill // Economics of Transition. – 2010. – 18. – Issue 1. – P. 209–244.
62. **Kumbhakar S.** Stochastic Frontier Analysis [Text] / S. Kumbhakar, C.A.K. Lovell. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000. – 327 p.
63. **Донских, А.М.** Повышение эффективности банковской системы России [Text] // Банковское дело. – 2007. – № 7. – С. 60–62.
64. **Грачева, М.** Корпоративное управление основные понятия и результаты исследования российской практики / М. Грачева, Д. Карапетян // Управление компанией. – 2004. – № 2. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: http://www.iteam.ru/publications/corporation/section_96/article_3294/
65. **Верников, А.В.** Рыночная доля банков с государственным участием в России [Текст] // MPRA Paper №17897: University Library of Munich, 2009. – October. – 22 c.

66. **Алескеров, Ф.Т.** Динамический анализ паттернов поведения коммерческих банков России [Текст] / Ф.Т. Алескеров, В.М. Солодков, Д.С. Челнокова // Экономический журнал ВШЭ. – 2006. – № 1. – С. 48–61.
67. **Aleskerov, F.** Dynamic Analysis of the Behavioural Patterns of the Largest Commercial Banks in the Russian Federation [Text] / F. Aleskerov, V. Belousova, M. Serdyuk, V. Solodkov // Working paper, International Center for Economic Research. – 2008. – P. 17.
68. **Bedingfield, J.** Distributions of Financial Ratios in the Commercial Banking Industry [Text] / J. Bedingfield, P. Reckers and A. Stagliano // Journal of Financial Research. – 1985. – 8. – P. 77– 81.
69. **Bodla, B.S.** Evaluating Performance of Banks through Camel Model [Text] / B.S. Bodla, R. Verma // Icfai University Journal of Bank Management. – 2006. – P. 49–63.
70. **Cole R.A.** A CAMEL Rating's Shelf Life [Text] / R.A. Cole, J.W. Gunther // Studies (Financial Industry), Federal Reserve Bank of Dallas. – December 1995.
71. Информационный портал Банки.ру. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.banki.ru
72. РБК. Рейтинг [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://rating.rbc.ru/category.shtml?banks>
73. **Алескеров, Ф.Т.** Стереотипы поведения российских коммерческих банков в период финансового кризиса [Текст] / Ф.Т. Алескеров, В.Ю. Белоусова, А.А. Кнурова, В.М. Солодков // В кн.: XI Международная научная конференция по проблемам развития экономики и общества. – М.: Издательский дом ГУ-ВШЭ. – 2011. – Кн. 1. – С. 583–593.
74. **Белоусова, В.Ю.** Моделирование границы эффективности российских банков по издержкам: вопросы методологии// Лизинг. Технологии бизнеса. – 2011. – № 2. – С. 34–40.
75. **Белоусова, В.Ю.** Эффективность издержек российских банков: факторы роста// Управление в кредитной организации. – 2011. – № 1. – С. 72–86.

76. **Simpser, A.** Cheating Big: On the Logic of Electoral Corruption in Developing Countries // Typescript, 2008.
77. **Hojman D.** So, Do You Really Want to Be a Senator? The Political Economy of Candidate Motivation and Electoral Defeat in Chile// Typescript, University of Liverpool, 2004.
78. **Lijphart, A.** The Political Consequences of Electoral Laws [Text] // American Political Science Review 84. – 1990. – P. 481–496.
79. **Gallagher, M.** Comparing Proportional Representation Electoral Systems: Quotas, Thresholds, Paradoxes and Majorities [Text] // British Journal of Political Science 22. – 1992. – P. 469–496.
80. **Snyder, J.** Legislative Bargaining under Weighted Voting [Text] / J. Snyder, J. Ting, M. Ansolabehere // The American Economic Review 95(4). – 2005. – P. 981–1004.
81. **Laver, M.** Making and Breaking Governments: Cabinets and Legislatures in Parliamentary Democracies [Text] / M. Laver, K. Shepsle // Cambridge University Press, 1996.
82. **Schofield, N.**, Multiparty Democracy: Elections and Legislative Politics.[Text] / N. Schofield, I. Sened // Cambridge University Press, 2006.
83. **King, G.** A Unified Model of Cabinet Dissolution in Parliamentary Democracies [Text] / G. King, J.E. Alt, N.E. Burns, M. Laver // American Journal of Political Science 34(3). – 1990. – P. 846–871.
84. **Warwick, P.** Government Survival in Parliamentary Democracies [Text] // Cambrisge University Press, 1994.
85. **Hinich, M.** Nonvoting and the existence of equilibrium under majority rule [Text] / M. Hinich, J. Ledyard, P .Ordeshook P // Journal of Economic Theory, 4. – 1972. – P. 144–153.
86. **Hinich, M.** A Theory of Electoral Equilibrium: A Spatial Analysis Based on the Theory of Games [Text] / M. Hinich, J. Ledyard, P. Ordeshook // Journal of Politics, 35. – 1973. – P. 154–193.
87. **Hinich, M.** Equilibrium in spatial voting: The median voter result is an artifact [Text] // Journal of Economic Theory, 16. – 1977. – P. 208–219.

88. **Lindbeck, A.** Balanced-budget redistribution as the outcome of political competition [Text] / A. Lindbeck, J. Weibull // Public Choice, 52. – 1987. – P. 273–297.
89. **Coughlin, P.** Probabilistic voting theory [Text] // Cambridge University Press, 1992.
90. **Banks, J.** Probabilistic Voting in the Spatial Model of Elections: The Theory of Office-Motivated Candidates [Text] / J. Banks, J. Duggan // in David Austen-Smith and John Duggan, eds., Social Choice and Strategic Decisions. Springer, New York, NY, 2005.
91. **Schofield, N.** The Mean Voter Theorem: Necessary and Sufficient Conditions for Convergent Equilibrium [Text]// Review Of Economic Studies, 74. – 2007. – P. 965–980.
92. **Quinn, K.M.** An Integrated Computational Model of Multiparty Electoral Competition [Text] / K.M. Quinn, A.D. Martin // Statistical Science, 17(4). – 2002. – P. 405–419.
93. **Patty, J.W.** Local Equilibrium Equivalence in Probabilistic Voting Models [Text] // Games and Economic Behavior, 51(1). – 2005. – P. 523–536.
94. **Patty, J.W.** Generic Difference of Expected Vote Share and Probability of Victory Maximization in Simple Plurality Elections with Probabilistic Voters [Text] // Social Choice and Welfare, 29(1). – 2007. – P. 149–173.
95. **Zakharov, A.** Policy convergence in a two-candidate probabilistic voting model [Text] // Typescript, 2009.
96. **Ansolabehere, S.** The Strength of Issues: Using Multiple Measures to Gauge Preference Stability, Ideological Constraint, and Issue Voting [Text] / Ansolabehere Stephen, Jonathan Rodden, and James M. Snyder // American Political Science Review 102. – 2008. – P. 215–232.
97. **Bartels, L.** Partisanship and Voting Behavior, 1952-1996 [Text] // American Journal of Political Science, 44(1). – 2000. – P. 35–50.
98. **Adams, J.** The political consequences of alienation based and indifference-based voter abstention: Applications to Presidential Elections [Text] / J. Adams, J. Dow, S. Merrill // Political Behavior, 28(1). – 2006. – P. 65–86.

99. **Whiteley, P.** The Issue Agenda and Voting in 2005 [Text] / P. Whiteley, M.C. Stewart, D. Sanders, H.D. Clarke // Parliamentary Affairs, 58(4). – 2005. – P. 802–817.
100. **Schofield, N.** Estimating the effects of activists in two-party or multi-party systems: comparing the United States and Israel [Text] / N. Schofield, C. Claassen, U. Ozdemir, A. Zakharov // Social choice and welfare, 2011. – 36. – No 3–4, P. 483–518.
101. **Zakharov, A.** Probabilistic voting equilibria under nonlinear candidate payoffs [Text] // Journal of Theoretical Politics, 2011 (in print).
102. Стенограммы заседаний Политбюро ЦК РКП(б)-ВКП(б). 1923-1938гг. (комплект из 3 книг) / ред. А.Ю. Ватлин, П.Грегори. – М.: Российская политическая энциклопедия, 2007.
103. **Авторханов, А.Г.** Технология власти [Текст]. – М.: Посев, 2007. – 432 с.
104. **Соколова, А.В.** Модифицированные индексы влияния, учитывающие предпочтения участников по коалиционированию [Текст] // Моделирование в социально-политической сфере, 2009. – Т. № 3.– С. 41–46.
105. **Aleskerov, F.** Power Indices Taking into Account Agents' Preferences, in Simeone, Bruno and Friedrich Pukelsheim (eds.), Mathematics and Democracy. Recent Advances in Voting Systems and Collective Choice [Text]. – Berlin – Heidelberg: Springer, 2006. – P. 1–18.
106. **Aleskerov, F.** Power Distribution in the Weimar Reichstag in 1919–1933 [Text] / F. Aleskerov, M.J. Holler., R. Kamalova // Working paper WP7/2010/08. – Moscow: Publishing House of the University – Higher School of Economics. – 2010. – 54 p.
107. The Constitution of the German Federation of August 11, 1919. http://www.zum.de/psm/weimar/weimar_vve.php (дата обращения: 20.08.2011).
108. **Нефедова, Т.Г.** Веймарская демократия: Опыт коалиционного правления в Германии в 1919-1928 гг. [Текст] – М.: РИЦ «Альфа» МГОПУ. – 2001. – 160 с.
109. **Каспэ, С.И.** Измерения свободы: парламентский электоральный процесс в постсоветской России [Текст] / С.И Каспэ., А.М. Салмин // Полития. – 2000. – № 3. – С. 5–54.
- [110] **Granberg, D.** The Perception of Ideological Distance [Text] / D. Granberg, T. Brown // The Western Political Quarterly, Vol. 45. – No. 3. – 1992. – P. 727–750.

111. **Яхлов, А.В.** Веймарская республика: партийная система, политические силы и их программы [Текст] // Политическая экспертиза. – 2005. – № 3. – С. 80–89.
112. **Камалова, Р.У.** Моделирование коалиционных предпочтений в рейхстаге Веймарской Германии (“Simulation of the coalition preferences in the Reichstag Weimar Germany”) [Текст] // Математическое моделирование политических систем и процессов; под ред. А.С. Ахременко. – вып. 1. – М.: Издательство Московского Университета, 2011. – С. 165–183.
113. **Монин, А.С.** Статистическая гидромеханика. Т. 1 [Текст] / А.С. Монин, А.М. Яглом. – Л.: Гидрометеоиздат, 1992.
114. **Монин, А.С.** Статистическая гидромеханика. Т. 2 [Текст] / А.С. Монин, А.М. Яглом. – М.: Наука, 1996.
115. **Гандин, Л.С.** Статистические методы интерпретации метеорологических данных [Текст] / Л.С. Гандин, Р.Л. Каган. – Л.: Гидрометеоиздат, 1976.
116. **Гордин, В.А.** Математические задачи гидродинамического прогноза погоды. Вычислительные аспекты [Текст]. – Л.: Гидрометеоиздат, 1987.
117. **Гордин, В.А.** Усвоение метеорологической информации как задача прикладной математики [Текст] // Сборник трудов Гидрометцентра России, посвященный 70-летию Гидрометцентра. – 1999. – № 334. – С. 69–78.
118. **Алдухов, О.А.** Трехмерные корреляционные функции основных аэрологических величин [Текст] / О.А. Алдухов, В.А. Гордин // Изв. РАН. Сер. «Физика атмосферы и океана». – 2001. – № 37(1). – С.3–23.
119. **Алдухов О.А.** Оценки анизотропии корреляционной структуры полей метеорологических величин по наблюдениям глобальной аэрологической сети [Текст] / О.А. Алдухов, В.А. Гордин // Изв. РАН. Сер. «Физика атмосферы и океана». – 2005. – № 41(3). – С. 399–409.
120. **Gordin, V.A.** Mathematical Problems and Methods in Hydrodynamical Weather Forecasting [Text] // Gordon & Breach Publ. House, 2000, 842p.
121. **Гордин, В.А.** Как это посчитать? Обработка метеорологической информации на компьютере [Текст]. – М.: МЦНМО, 2005.

122. **Гордин, В.А.** Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики [Текст]. – М.: Физматлит, 2010.
123. **Быков, Ф.Л.** Объективный анализ трехмерной геометрии атмосферных фронтов [Текст] / Ф.Л. Быков, В.А Гордин // Серия «Математическое моделирование и современные информационные технологии», выпуск 5 «Современные проблемы математического моделирования». Сборник трудов XIII Всероссийской школы-семинара. – Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2009.
124. **Алдухов О.А.** Крупномасштабные трехмерные корреляционные функции для атмосферы Земли [Текст] / О.А. Алдухов, Ф.Л. Быков, В.А. Гордин // Ярославский педагогический вестник. Сер. Естественных наук. – 2011.– № 4. – С. 36–43.