ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ — ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИНСТИТУТ

ЭКОНОМИКИ И ФИНАНСОВ

Программа дисциплины

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

для направления 080100.62 “Экономика”

подготовки бакалавра

специализация по внешней программе “Экономика”, “Банковское дело и финансы”,

“Экономика и финансы”, “Экономика и менеджмент”

к.ф-м.н. Д.Д. Первушин

Москва, 2009 г.

Общие сведения

Название курса: Линейная алгебра

Лекторы: Первушин Дмитрий Давидович, Качковский Иван Олегович

Преподаватели семинарских занятий: Первушин Дмитрий Давидович, Качковский Иван Олегович, Есаулов Даниил Михайлович, Кальченко Артем Олегович, Проворников Степан Александрович.

Описание курса

Линейная алгебра - полусеместровый курс, являющийся обязательным элементом учебной программы МИЭФ для студентов второго года обучения. По своей сути этот курс является инструментальным, так как его отдельные разделы затем используются в курсах “Методы оптимальных решений”, “Анализ временных рядов” и “Эконометрика”. Изучаемый материал входит в экзаменационные программы Лондонского университета по “Mathematics 1”, “Mathematics 2” и “Further mathematics for economists”. Тем не менее линейная алгебра является самостоятельным предметом, прямое назначение которого - донести до слушателей основные принципы классического матричного исчисления. С широкой точки зрения, основной задачей курса является ознакомление слушателей с математическим языком для выражения одной из самых общих естественно-научных идей - идеи линейности.

Курс естественно подразделяется на три части:

1. Вопросы, непосредственно связанные с решением систем линейных уравнений и расширением геометрической интуиции двумерного и трехмероного пространств на произвольные конечномерные векторные пространства: базис, ранг, размерность, линейные подпространства итд.
2. Вопросы, в широком смысле относящиеся к кососимметрическим полилинейными формам: определитель и его приложения, собственные значения и собственные векторы, диагонализация итд. В этот раздел предполагается также включить комплексные числа.
3. Вопросы, связанные с симметрическими билинейными формам: исследование квадратичных форм, ортогонализация и другие геометрические вопросы пространств со скалярным произведением.

С практической точки зрения, самой важной задачей является не просто научить слушателей производить действия над векторами и матрицами, а подготовить к использованию линейно-алгебраических методов для решения, например, линейных дифференциальных или линейных конечно-разностных уравнений.

Основные изменения

По сравнению с аналогичными курсами прошлых лет, настоящий курс предполагает следующие изменения:

1. Определитель матрицы вводится только после изучения всех основных методов матричного исчисления, не задействующих определители, а не параллельно с ними. Это естественно как с обще-алгебраической точки зрения, так и с точки зрения последовательного изложения материала.
2. Для решения характеристических уравнений, возникающих при нахождении собственных значений, необходимы элементарные сведения о комплексных числах. Представляется естественным обсуждать этот вопрос в курсе линейной алгебры, а не в каком-либо другом курсе, для чего потребуется одна дополнительная лекция.

Формы занятий

1. Лекции (2 часа в неделю)
2. Семинары (2 часа в неделю)
3. Выполнение домашних заданий
4. Самостоятельная работа

Формы контроля

- Домашние задания (еженедельно)
- Тренировочный домашний экзамен (онлайн)
- Промежуточный экзамен.
- Финальный экзамен

Промежуточный экзамен, проводимый после 5 лекций, и финальный экзамен, проводимый после окончания курса, имеют сходный формат, состоящий из двух частей (Multiple choice и Free response). Продолжительность промежуточного экзамена - 90 минут. Продолжительность финального экзамена - 150 минут. Темы промежуточного экзамена также включаются и в финальный экзамен. Тренировочный домашний экзамен состоит только из

одной части Multiple choice и будет доступен через интернет. Оценка за тренировочный домашний экзамен не входит в финальную оценку.

Определение оценок

В ходе изучения курса студенты выполняют домашние задания, сдают промежуточный и финальный экзамен. Еженедельные домашние работы составляют 10% финальной оценки. Промежуточный экзамен составляет 40% финальной оценки. Финальный экзамен составляет 50% финальной оценки.

Основная литература

1. Chernyak V. Lecture Notes on Linear Algebra. Introductory course. Dialog, MSU, 1998, 2000 (Chernyak)
2. Pervouchine DD Lecture Notes in Linear Algebra. ICEF MOSCOW 2011
3. Carl P. Simon and Lawrence Blume. Mathematics for Economists, W.W. Norton & Company, 1994 (Simon, Blume)

Дополнительная литература

1. Chiang, Fundamental Methods of Mathematical Economics, McGraw-Hill, 3rd ed., 1984
2. R.O.Hill, Elementary Linear Algebra, Academic Press, 1986
3. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре Москва, Наука, 1999.
4. Кострикин А.И., Манин Ю.И., Линейная алгебра и геометрия, Москва, Наука 1986.
5. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре, Москва, Наука, 1985.

Содержание курса

1. Системы линейных уравнений в матричной форме. Обозначения, базисные понятия. Геометрическая интерпретация. Определенные, неопределенные и несовместные

системы. Элементарные операции над уравнениями. Методы исключения переменных Гаусса и Гаусса-Жордана. (Chernyak, глава 1-5; Simon & Blume, глава 7)

2. Линейное пространство. Линейная независимость и ее связь с системами линейных уравнений. Ранг. Полнота. Линейная оболочка. Базис и размерность линейного пространства. Координаты в базисе. Замена базиса. Свойства линейно зависимых и линейно независимых векторов. Примеры. (Chernyak, глава 9-11; Simon & Blume, глава 7,11)

3. Операции над подпространствами. Решение однородной системы как подпространство. Представление общего решения неоднородной системы с помощью подпространства. Фундаментальный набор решений.(Chernyak, глава 11; Simon & Blume, глава 11)

4. Матрица как система векторов-строк и векторов-столбцов. Линейные операции над матрицами. Транспонированная матрица. Законы матричной алгебры. Специальные виды матриц. Матрицы элементарных преобразований. (Chernyak, глава 2-3; Simon & Blume, глава 8)

5. Определитель системы векторов. Геометрическая интерпретация. Определитель матрицы. Вычисление и основные свойства определителей. Правило Крамера. Приложение к нахождению ранга системы векторов. (Chernyak, глава 6-8; Simon & Blume, глава 9)

6. Обратная матрица. Вырожденные и невырожденные матрицы. Определение обратной матрицы. Способы вычисления обратной матрицы: способ приписывания единичной матрицы и алгебраические дополнения. (Chernyak, глава 12; Simon & Blume, глава 8)

7. Линейные преобразования как алгебраический и как геометрический объект. Матрица линейного преобразования. Примеры линейных преобразований, в том числе в функциональных пространствах (на примере оператора дифференцирования). Преобразование координат векторов и матриц линейного преобразования при замене базиса. Сопряженные матрицы. (Chernyak, глава 15)

8. Комплексные числа и операции над ними. Основная теорема алгебры. Решение полиномиальных уравнений. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплекского числа. Возведение в степень. Примеры. (Simon & Blume, appendix A3)

9. Собственные значения и собственные векторы. Свойства собственных векторов. Характеристическое уравнение. Базис и размерность собственных подпространств. Диагонализация матрицы. Приложения. (Chernyak, глава 13-14; Simon & Blume, глава 23)

10. Билинейные и квадратичные формы. Канонический вид. Приведение к каноническому виду выделением полных квадратов. Симметрические матрицы. Определенность. Критерий Сильвестра. (Simon & Blume, глава 16)

11. Линейные пространства со скалярным произведением. Скалярное произведение. Норма вектора. Измерение расстояний и углов. Проекция вектора на подпространство. Ортогонализация базиса. Уравнения прямых и плоскостей. (Chernyak, глава 16, Simon & Blume, глава 10)

Тематический план учебной дисциплины

	Название темы	Всего часов по дисциплине		Аудиторные часы		Самостоятельная работа	
		для спец. БдиФ, ЭиФ, ЭиМ	для спец. Э	Лекции	Сем. и практ. занятия	для спец. БдиФ, ЭиФ, ЭиМ	для спец. Э
1.	Системы линейных уравнений	9	12	2	2	5	8
2.	Векторы и векторные пространства	9	12	2	2	5	8
3.	Фундаментальная система решений	9	12	2	2	5	8
4.	Линейная зависимость и ранг	9	12	2	2	5	8
5.	Определители	9	12	2	2	5	8
6.	Обратная матрица	9	12	2	2	5	8
7.	Комплексные числа	9	12	2	2	5	8
8.	Собственные значения и собственные векторы	9	12	2	2	5	8
9.	Квадратичные формы	9	12	2	2	5	8
10.	Геометрия линейного пространства	9	12	2	2	5	8
	ИТОГО	90	120	20	20	50	80