

Правительство Российской Федерации

**федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования**

**"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет менеджмента

Программа дисциплины

Математика (математический анализ и линейная алгебра)

для направления 080200.62 Менеджмент
подготовки бакалавра

Авторы программы: Е.Г. Плотникова, д.п.н., профессор, plotnikovaeg@mail.ru
А.В. Морозова, MorozovaAV@hse.perm.ru
(И.О. Фамилия, учёная степень, звание, электронный адрес)

Одобрена на заседании кафедры высшей математики «31» августа 2012 г.

Зав. кафедрой _____ А.П. Иванов

Утверждена Учебно-методическим Советом НИУ ВШЭ - Пермь «__» _____ 2012 г.

Председатель _____ Г.Е. Володина

Пермь, 2012

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями
университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 080200.62 Менеджмент подготовки бакалавра, изучающих дисциплину «Математика (математический анализ и линейная алгебра)».

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ (утвержден УС ГУ ВШЭ, протокол от 02.07.2010 г. № 15);
- Образовательной программой университета по направлению 080200.62 Менеджмент подготовки бакалавра;
- Рабочим учебным планом университета по направлению 080200.62 Менеджмент подготовки бакалавра, утвержденным в 2011 г.

2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математика (математический анализ и линейная алгебра)» по направлению подготовки 080200.62 Менеджмент являются:

2.1. В области обучения

- подготовка политических экспертов и аналитиков широкого профиля, способных в оперативном проектном режиме заниматься разработкой/участвовать в разработке различных политик и политических решений в институтах власти, бизнес-структурах, СМИ, организациях третьего сектора и т.д.

2.2. В области воспитания личности

- подготовка широко образованной, многосторонней личности с высоким уровнем общей культуры.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Знать основы математического анализа, линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач.
- Уметь применять методы математического анализа, линейной алгебры, моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач.
- Иметь навыки применения современного математического инструментария для решения экономических задач, владеть методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:



Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
умеет применять количественные и качественные методы анализа при принятии управленческих решений и строить экономические, финансовые и организационно-управленческие модели	ПК-35	Дает определение основных понятий, воспроизводит формулировку методов решения стандартных задач, распознает область применимости методов	Ознакомление с терминологией, формулировка типовых задач и методов их решения
способен выбирать математические модели организационных систем, анализировать их адекватность, проводить адаптацию моделей к конкретным задачам управления.	ПК-36	Дает определение основных понятий, воспроизводит формулировку методов решения стандартных задач, распознает область применимости методов. Использует стандартные математические модели, демонстрирует знание основных методов решений, владеет теорией	Ознакомление с терминологией, формулировка типовых задач и методов их решения. Решение типовых задач соответствующими мат. методами

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к математическому циклу дисциплин, базовой части дисциплин.

Изучение данной дисциплины предполагает наличие знаний у студентов по элементарной математике за курс средней школы, а также знаний и умений, предусмотренных программой курса «Алгебра и начала анализа».

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Методы оптимальных решений;
- Дискретные математические модели;
- Математические модели в экономике;
- Теория игр.

5. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1.	Введение в анализ	16	4	4		8
2.	Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной	30	6	8		16



3.	Функции нескольких переменных	18	4	4		10
4.	Интегральное исчисление	36	8	10		18
5.	Теория дифференциальных уравнений	14	4	2		8
6.	Введение в линейную алгебру	58	14	12		32
7.	Элементы аналитической геометрии плоскости и пространства	44	10	10		24
	Всего	216	50	50		116

6. Контроль знаний студентов

6.1. Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	1 год				Параметры
		1	2	3	4	
Текущий (неделя)	Контрольная работа		8	5,8		Письменные работы 80 минут
	Домашнее задание		5			Письменная работа
Итоговый	Зачет/ Экзамен		Э	Э		Письменные работы 80 минут

6.2. Критерии оценки знаний, навыков

По курсу в качестве форм текущего контроля предусмотрены три письменных контрольных работы в форме теста и одно письменное домашнее задание, выполняемых по индивидуальным вариантам, и защищаемых студентами на занятии.

Форма промежуточного контроля второго модуля – письменный экзамен в форме теста, который оценивается по результатам текущего и промежуточного контролей в течение первого и второго модулей учебного года.

Форма итогового контроля третьего модуля – письменный экзамен в форме теста, который оценивается по результатам текущего и промежуточного контроля в течение третьего модуля учебного года.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

7. Содержание дисциплины

Раздел 1. Введение в анализ.

Тема 1. Функции одной переменной.

Понятие функции. Способы задания функции: аналитический, логический, графический, табличный. Задача интерполяции. неявно заданная функция. Функции заданные параметрически. Общие свойства функций: область определения, множество значений, четность, периодичность, нули функции, ограниченность, монотонность, наибольшее, наименьшее значение функции на множестве. Операции над функциями. Композиция функций: сумма (разность), произведение, частное двух функций. Суперпозиция двух функций, сложная функция. Понятие обратной функции. Основные свойства взаимно-обратных функций. Необходимое условие существования обратной функции. Классификация функций. Простейшие элементарные функции (графики, основные свойства). Элементарные функции: целые рациональные (линейная, квадратичная функции),



дробно-рациональные (дробно-линейная функция), иррациональные, трансцендентные. Свойства и графики степенных функций. Функции в экономическом анализе.

Количество часов: 4.

Тема 2. Предел функции и непрерывность функции.

Предел функции. Определение предела функции на языке $\varepsilon - \delta$, на языке последовательностей. Правый, левый предел функции. Предел функции на бесконечности. Различные виды предельного перехода. Понятие бесконечно малых и бесконечно больших функций. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших. Ограниченные функции. Монотонные функции. Существование предела монотонной функции. Свойства функций, имеющих предел. Вычисление пределов: пределы основных элементарных функций, предел многочлена, рациональной дроби. Типы неопределенностей. Первый замечательный предел, его следствия. Второй замечательный предел, его следствия. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших в окрестности заданной точки. Функции одного порядка, функции высшего и низшего порядка малости и роста, эквивалентные бесконечно малые, главная часть функции, применение при вычислении пределов.

Различные определения непрерывности функций в точке. Непрерывность справа (слева). Взаимосвязь понятий. Точки разрыва, их классификация. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность функции на множестве. Свойства функций, непрерывных на множестве: теорема Больцано-Коши о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение, следствие теоремы о прохождении через нуль при смене знаков, теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и достижении верхней и нижней грани. Понятие обратной функции. Непрерывность обратной функции. Равномерная непрерывность функции. Связь с понятием непрерывности. Теорема Кантора.

Количество часов: 4.

Литература по разделу:

Базовый учебник

Общий курс высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2007.

Основная

Сборник задач по курсу высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2008.

Дополнительная

1. Красс М.С., Чупырнов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: Дело, 2008.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. М.: Высшая школа, 2009.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. М.: Высшая школа, 2009.

Формы и методы проведения занятий по разделу, применяемые учебные технологии: лекционные занятия, решение задач на семинарах, самостоятельная работа, проверка усвоенного материала микроконтролем.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной.

Тема 3. Производная и дифференциал функции одной переменной

Определение производной функции в точке, понятие правой и левой производной,



связь понятий. Вычисление производной по определению. Понятие дифференцируемости функции в точке, теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости, связь свойств дифференцируемости и непрерывности. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Уравнения касательной и нормали к графику функции. Физический смысл производной. Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции, инвариантность формы первого дифференциала. Производные основных элементарных функций (вывод по определению). Таблица производных. Логарифмическая производная, производная степенно-показательной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.

Количество часов: 8.

Тема 4. Основные теоремы дифференциального исчисления. Исследование функции.

Локальный экстремум функции. Теорема Ферма (необходимое условие локального экстремума). Теорема Ролля (о нуле производной). Теорема Лагранжа, формула конечных приращений. Условие постоянства функции. Теорема Коши, обобщенная формула конечных приращений. Правило Лопиталю, (случай $0/0$, случай ∞/∞). Раскрытие неопределенностей.

Возрастание, убывание функции. Признаки монотонности функции на интервале. Достаточное условие возрастания (убывания) функции в точке. Общая схема исследования функции на монотонность. Необходимое условие экстремума. Стационарные точки. Экстремум функции, не дифференцируемой на интервале, критические точки. Достаточные условия экстремума по первой производной, по старшим производным. Общая схема решения задачи на экстремум функции. Направление выпуклости графика функции. Признак направления выпуклости. Точки перегиба. Необходимые и достаточные условия перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графиков.

Количество часов: 6.

Литература по разделу:

Базовый учебник

Общий курс высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2007.

Основная

Сборник задач по курсу высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2008.

Дополнительная

1. Красс М.С., Чупыров Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: Дело, 2008.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. М.: Высшая школа, 2009.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. М.: Высшая школа, 2009.

Формы и методы проведения занятий по разделу, применяемые учебные технологии: лекционные занятия, решение задач на семинарах, самостоятельная работа, проверка усвоенного материала микроконтролем.

Раздел 3. Функции нескольких переменных.

Тема 5. Функции нескольких переменных. Дифференцирование функций нескольких переменных.



Понятие n -мерного евклидова пространства (R^n), интерпретация элемента пространства R^n как точки, как вектора. Окрестности точек в R^n . Понятие функции нескольких переменных, основные способы задания. График функции. Множества уровня. Предел функции n переменных. Непрерывность функции. Предел по множеству. Повторные пределы. Свойства пределов функции. Свойства непрерывных функций на множествах: аналоги теорем Вейерштрасса и Больцано-Коши.

Частные производные. Дифференцируемость функций многих переменных. Дифференциал. Геометрический смысл частных производных и дифференциала. Свойства дифференцируемых функций – связь непрерывности и дифференцируемости. Дифференцирование сложной функции, инвариантность формы дифференциала. Неявно заданные функции и отображения. Вычисление производных неявно заданных функций. Уравнения нормали и касательной плоскости к графику функции. Производная по направлению. Градиент, его свойства. Частные производные и дифференциалы высших порядков, теорема о равенстве смешанных производных.

Количество часов: 4.

Тема 6. Экстремум функции нескольких переменных

Понятие локального экстремума функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия. Случай двух переменных. Условный экстремум. Прямой метод отыскания условного экстремума. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Необходимые и достаточные условия относительного экстремума. Задача о нахождении наименьшего и наибольшего значения функции в области. Метод наименьших квадратов.

Количество часов: 4.

Литература по разделу:

Базовый учебник

Общий курс высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2007.

Основная

Сборник задач по курсу высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2008.

Дополнительная

1. Красс М.С., Чупырнов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: Дело, 2008.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. М.: Высшая школа, 2009.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. М.: Высшая школа, 2009.

Формы и методы проведения занятий по разделу, применяемые учебные технологии: лекционные занятия, решение задач на семинарах, самостоятельная работа, проверка усвоенного материала микроконтролем.

Раздел 4. Интегральное исчисление.

Тема 7. Неопределенный интеграл.

Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблицы интегралов. Непосредственное интегрирование. Методы интегрирования: замена переменной, формула интегрирования по частям. Интегрировании рациональных дробей. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.



Количество часов: 10.

Тема 8. Определенный интеграл и его приложения.

Задача о площади криволинейной трапеции. Определения интеграла. Интегральная сумма Римана, геометрический смысл интегральной суммы. Понятие интегрируемой функции. Свойства интегрируемых функций и определенного интеграла. Производная определенного интеграла с переменным верхним пределом по этому пределу. Теорема о существовании первообразной. Основная формула интегрального исчисления. Формула замены переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям. Приложения определенного интеграла. Интегральная теорема о среднем. Вычисление площади плоской фигуры. Вычисление длины дуги кривой. Вычисление объемов. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула прямоугольников, трапеций, Симпсона. Понятие о несобственных интегралах. Определения. Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов. Признаки сходимости: признаки сравнения, критерий Коши, признаки Дирихле и Абеля. Абсолютно и условно сходящиеся интегралы.

Количество часов: 8.

Литература по разделу:

Базовый учебник

Общий курс высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2007.

Основная

Сборник задач по курсу высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2008.

Дополнительная

1. Красс М.С., Чупырнов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: Дело, 2008.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. М.: Высшая школа, 2009.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. М.: Высшая школа, 2009.

Формы и методы проведения занятий по разделу, применяемые учебные технологии: лекционные занятия, решение задач на семинарах, самостоятельная работа, проверка усвоенного материала микроконтролем.

Раздел 5. Теория дифференциальных уравнений.

Тема 9. Комплексные числа.

Определение. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Геометрическая интерпретация, модуль, аргумент. Операции над комплексными числами: сложение, умножение, возведение в степень, извлечение корня. Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел.

Количество часов: 2.

Тема 10. Классы дифференциальных уравнений.

Классы дифференциальных уравнений и их характеристики. Методы решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнения с разделяющимися переменными. Первый интеграл. Однородные уравнения. Редукция однородного уравнения к уравнению с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнения Бернулли. Редукция уравнения Бернулли к



линейному дифференциальному уравнению. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

Уравнения высших порядков, понижение порядка. Линейные однородные уравнения с переменными коэффициентами. Структура множества решений. Фундаментальная система решений. Линейная зависимость решений от начальных значений. Определитель Вронского. Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Метод вариации произвольных постоянных. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Количество часов: 4.

Литература по разделу:

Базовый учебник

Общий курс высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2007.

Основная

Сборник задач по курсу высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2008.

Дополнительная

1. Красс М.С., Чупырнов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: Дело, 2008.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. М.: Высшая школа, 2009.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. М.: Высшая школа, 2009.

Формы и методы проведения занятий по разделу, применяемые учебные технологии: лекционные занятия, решение задач на семинарах, самостоятельная работа, проверка усвоенного материала микроконтролем.

Раздел 6. Введение в линейную алгебру.

Тема 11. Матричное исчисление.

Основные определения. Виды матриц. Линейные операции над матрицами: сложение вычитание, умножение на действительное число. Свойства, арифметические операции над матрицами. Умножение матриц, свойства. Многочлены от матриц. Транспонированная матрица, свойства. Применение матричного исчисления к решению прикладных задач.

Количество часов: 4.

Тема 12. Теория определителей.

Определители второго и третьего порядков, свойства. Перестановки и подстановки, виды. Определители n -го порядка, свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу), методом приведения к треугольному виду, по теореме Лапласа.

Ранг матрицы. Ранг матрицы, ранг ступенчатой матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Обратимость элементарных преобразований. Теоремы о ранге матрицы. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов). Приведение матрицы к ступенчатому виду элементарными преобразованиями. Определитель



произведения матриц. Ранг произведения матриц. Обратная матрица. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями.

Количество часов: 4.

Тема 13. Системы линейных уравнений

Матричные уравнения. Основные определения. Решение систем линейных уравнений. Совместная и несовместная системы линейных уравнений. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Равносильность (эквивалентность) системы линейных уравнений. Элементарные преобразования. Матрица и расширенная матрица системы. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных. Метод Гаусса. Решение системы линейных уравнений со ступенчатой матрицей системы. Общее решение системы линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные. Решение системы линейных уравнений с помощью определителей (теореме Крамера) однородной системы линейных уравнений. Исследование и решение линейных систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы уравнений. Структура множества решений системы линейных уравнений. Теорема о выборе главных и свободных неизвестных.

Количество часов: 8.

Тема 14. Собственные векторы и собственные значения матрицы

Характеристическое уравнение. Характеристические корни матриц. Собственные векторы и собственные значения матрицы. Определения, примеры, способ нахождения. Свойства собственных векторов с одинаковыми и различными собственными значениями. Базис из собственных векторов линейного преобразования.

Количество часов: 4.

Тема 15. Квадратичные формы

Квадратичные формы, определение, примеры, виды. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределение квадратичной формы. Критерий Сильвестра для определения вида квадратичной формы.

Количество часов: 4.

Литература по разделу:

Базовый учебник

Общий курс высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2007.

Основная

Сборник задач по курсу высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2008.

Дополнительная

1. Красс М.С., Чупыринов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: Дело, 2008.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. М.: Высшая школа, 2009.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. М.: Высшая школа, 2009.



Формы и методы проведения занятий по разделу, применяемые учебные технологии: лекционные занятия, решение задач на семинарах, самостоятельная работа, проверка усвоенного материала микроконтролем.

Раздел 7. Элементы аналитической геометрии плоскости и пространства.

Тема 16. Векторная алгебра

Направленные отрезки. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Свойства. Умножение вектора на действительное число. Свойства. Теорема о коллинеарных векторах. Базис. Разложение вектора на плоскости по двум неколлинеарным векторам. Линейная зависимость векторов. Теоремы, раскрывающие её геометрический смысл. Трёхмерное векторное пространство. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам ортонормированный базис. Координат вектора. Смешанное произведение векторов. Свойства. Длина вектора. Операции с векторами, заданными своими координатами. Угол между векторами. Векторное произведение векторов. Свойства. Смешанное произведение векторов. Свойства. Применение векторов к решению задач.

Количество часов: 8.

Тема 17. Аналитическая геометрия.

Аффинная и прямоугольная системы координат. Деление отрезка в данном отношении. Расстояние между точками. Формулы преобразования координат при переходе от явной системы координат к другой. Полярные координаты. Метод координат на плоскости и его применение.

Уравнение прямой. Прямая линия. Общее уравнение прямой на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Параметрическое и каноническое уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Уравнения прямой с угловым коэффициентом и в отрезках.

Плоскости и прямые в пространстве. Уравнение плоскости. Общее уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трёх плоскостей. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Углы между прямыми; между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость.

Количество часов: 8.

Тема 18. Кривые второго порядка

Кривые второго порядка, определение, виды. Окружность и его характеристики: центр, радиус. Эллипс и его характеристики: центр, вершины, фокусы, эксцентриситет. Гипербола и его характеристики: центр, вершины, фокусы, эксцентриситет, асимптоты. Парабола и его характеристики: центр, вершины, фокусы, эксцентриситет, асимптоты.

Количество часов: 4.

Литература по разделу:

Базовый учебник

Общий курс высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2007.

Основная

Сборник задач по курсу высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2008.



Дополнительная

1. Красс М.С., Чупырнов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: Дело, 2008.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. М.: Высшая школа, 2009.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. М.: Высшая школа, 2009.

Формы и методы проведения занятий по разделу, применяемые учебные технологии: лекционные занятия, решение задач на семинарах, самостоятельная работа, проверка усвоенного материала микроконтролем.

8. Образовательные технологии

Программа предусматривает проведение семинарских занятий, на которых решаются расчётные задачи, использующие теоретический материал, данный на лекциях; проводится обсуждение и анализ прикладных задач с применением активных методов обучения.

На каждом семинарском занятии студент получает домашнее задание, выполнение которого является обязательным. Студенту рекомендуется следующая схема подготовки домашнего задания:

- изучить лекционный материал;
- прочитать основную и дополнительную литературу;
- решить заданные задачи;
- при затруднениях сформулировать вопросы преподавателю.

Самостоятельная работа студентов включает в себя освоение теоретического материала на основе лекций, основной и дополнительной литературы; подготовку к семинарским занятиям в индивидуальном и групповом режиме. Советы по самостоятельной работе с точки зрения использования литературы, времени, глубины проработки темы и др., а также контроль за деятельностью студента осуществляется во время семинарских занятий.

Целью преподавателя является стимулирование самостоятельного, углублённого изучения материала курса, хорошо структурированное, последовательное изложение теории на лекциях, отработка навыков решения задач и системного анализа ситуаций на семинарских занятиях, контроль знаний студентов.

Методические рекомендации преподавателю

1. Изучив глубоко содержание учебной дисциплины, преподавателю целесообразно разработать матрицу наиболее предпочтительных методов обучения и форм самостоятельной работы студентов, адекватных видам лекционных и семинарских занятий.
 2. Необходимо предусмотреть развитие форм самостоятельной работы, выводя студентов к завершению изучения учебной дисциплины на её высший уровень.
 3. Пакет заданий для самостоятельной работы следует выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из обязательной и факультативной частей.
1. Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.
 2. Вузовская лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:



- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Преподаватель, читающий лекционные курсы в вузе, должен знать существующие в педагогической науке и используемые на практике варианты лекций, их дидактические и воспитывающие возможности, а также их методическое место в структуре процесса обучения.

6. Семинар проводится по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы. Он может быть построен как на материале одной лекции, так и на содержании обзорной лекции, а также по определённой теме без чтения предварительной лекции. Главная и определяющая особенность любого семинара – наличие элементов дискуссии, проблемности, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами.

а) разработка учебно-методического материала:

- ü формулировка темы, соответствующей программе и госстандарту;
- ü определение дидактических, воспитывающих и формирующих целей занятия;
- ü выбор методов, приемов и средств для проведения семинара;
- ü подбор литературы для преподавателя и студентов;
- ü при необходимости проведение консультаций для студентов;

б) подготовка обучаемых и преподавателя:

- ü составление плана семинара из 3-4 вопросов;
- ü предоставление студентам 4-5 дней для подготовки к семинару;
- ü предоставление рекомендаций о последовательности изучения литературы (учебники, учебные пособия, законы и постановления, руководства и положения, конспекты лекций, статьи, справочники, информационные сборники и бюллетени, статистические данные и др.);
- ü создание набора наглядных пособий.

Подводя итоги семинара, можно использовать следующие критерии (показатели) оценки ответов:

- ü полнота и конкретность ответа;
- ü последовательность и логика изложения;
- ü связь теоретических положений с практикой;
- ü обоснованность и доказательность излагаемых положений;
- ü наличие качественных и количественных показателей;
- ü наличие иллюстраций к ответам в виде исторических фактов, примеров и пр.;
- ü уровень культуры речи;
- ü использование наглядных пособий и т.п.

В конце семинара рекомендуется дать оценку всего семинарского занятия, обратив особое внимание на следующие аспекты:

- ü качество подготовки;
- ü степень усвоения знаний;
- ü активность;
- ü положительные стороны в работе студентов;
- ü ценные и конструктивные предложения;
- ü недостатки в работе студентов;
- ü задачи и пути устранения недостатков.



После проведения первого семинарского курса, начинающему преподавателю целесообразно осуществить общий анализ проделанной работы, извлекая при этом полезные уроки.

7. При изложении материала важно помнить, что почти половина информации на лекции передается через интонацию. Учитывать тот факт, что первый кризис внимания студентов наступает на 15-20-й минутах, второй – на 30-35-й минутах. В профессиональном общении исходить из того, что восприятие лекций студентами младших и старших курсов существенно отличается по готовности и умению.

8. При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

Методические указания студентам

- При подготовке к семинарским занятиям и выполнении контрольных заданий студентам следует использовать литературу из приведенного в данной программе списка, а также руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя.
- Перед каждым семинарским занятием студент изучает план семинарского занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием по вынесенному на семинар материалу. Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к семинарскому занятию:
 1. проработать конспект лекций;
 2. проанализировать основную и дополнительную литературу, рекомендованную по изучаемому разделу;
 3. изучить решения типовых задач;
 4. решить заданные домашние задания;
 5. при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.
- Домашние задания необходимо выполнять к каждому семинарскому занятию. Сложные вопросы можно вынести на обсуждение на семинар или на индивидуальные консультации. Контрольные работы состоят из вопросов и задач, аналогичным задачам домашних заданий.
- Для более глубокого освоения дисциплины студентам рекомендуется больше решать задач из базового учебного пособия и задачника с тестами из списка основной литературы
- На семинарских занятиях приветствуется способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективное решение поставленных проблем

9. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

9.1. Тематика заданий текущего контроля

1. Контрольная работа по теме «Функции одной переменной».
2. Домашнее задание по теме «Интегралы».
3. Контрольная работа по теме «Матрицы, определители. Системы линейных уравнений».
4. Контрольная работа «Элементы аналитической геометрии плоскости и пространства».

9.2. Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Понятие множества, элемента множества.



2. Пустое множество, подмножество.
3. Операции над множествами: пересечение, объединение, разность, декартовое произведение.
4. Конечные и бесконечные множества. Равномощные множества. Счетные множества.
5. Структура множества действительных чисел: натуральный ряд, целые, рациональные, иррациональные числа.
6. Подмножества множества действительных чисел: отрезок, интервал, полуинтервал, окрестность.
7. Понятие наибольшего (наименьшего) элемента числового множества, грани множеств, точные грани множеств.
8. Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани.
9. Понятие числовой последовательности. Основные способы задания последовательностей.
10. Предел числовой последовательности, конечный и бесконечный, сходящаяся последовательность, предел справа (слева).
11. Свойства сходящихся последовательностей.
12. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Основные свойства бесконечно малых.
13. Понятие монотонной последовательности. Существование предела ограниченной монотонной последовательности.
14. Число «е». Экономический смысл числа «е» и экспоненты.
15. Лемма Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности.
16. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
17. Понятие функции.
18. Способы задания функции: аналитический, логический, графический, табличный.
19. Задача интерполяции.
20. неявно заданная функция.
21. Функции заданные параметрически.
22. Общие свойства функций: область определения, множество значений, четность, периодичность, нули функции, ограниченность, монотонность, наибольшее, наименьшее значение функции на множестве.
23. Операции над функциями.
24. Сложная функция.
25. Понятие обратной функции.
26. Основные свойства взаимно-обратных функций.
27. Простейшие элементарные функции (графики, основные свойства).
28. Элементарные функции: целые рациональные (линейная, квадратичная функции), дробно-рациональные (дробно-линейная функция), иррациональные, трансцендентные.
29. Функции в экономическом анализе.
30. Предел функции. Определение предела функции в терминах $\varepsilon - \delta$, в терминах последовательностей.
31. Понятие бесконечно малых и бесконечно больших функций. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших.
32. Существование предела монотонной функции.
33. Критерий Коши существования предела функции.
34. Вычисление пределов: пределы основных элементарных функций, предел многочлена, рациональной дроби. Типы неопределенностей.
35. Первый замечательный предел, его следствия.
36. Второй замечательный предел, его следствия.



37. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших в окрестности заданной точки.
38. Различные определения непрерывности функций в точке.
39. Точки разрыва, их классификация.
40. Свойства функций, непрерывных в точке: непрерывность суммы, произведения, частного непрерывных функций; теорема о непрерывности сложной функции.
41. Равномерная непрерывность функции. Связь с понятием непрерывности. Теорема Кантора.
42. Определение производной функции в точке, понятие правой и левой производной.
43. Вычисление производной по определению.
44. Понятие дифференцируемости функции в точке, теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости.
45. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной и дифференциала.
46. Уравнения касательной и нормали к графику функции. Физический смысл производной.
47. Производная суммы, разности, произведения и частного функций.
48. Производная обратной функции.
49. Производная и дифференциал сложной функции, инвариантность формы первого дифференциала.
50. Производные основных элементарных функций.
51. Таблица производных.
52. Производные и дифференциалы высших порядков.
53. Локальный экстремум функции. Теорема Ферма (необходимое условие локального экстремума).
54. Теорема Ролля (о нуле производной).
55. Теорема Лагранжа, формула конечных приращений. Условие постоянства функции.
56. Теорема Коши, обобщенная формула конечных приращений.
57. Правило Лопиталю, (случай $0/0$, случай ∞/∞). Раскрытие неопределенностей.
58. Формула Тейлора.
59. Различные формы остаточного члена формулы Тейлора (Лагранжа, Пеано).
60. Формула Маклорена.
61. Общая схема исследования функции на монотонность.
62. Необходимое условие экстремума. Стационарные точки. Экстремум функции, не дифференцируемой на интервале, критические точки.
63. Достаточные условия экстремума по первой производной, по старшим производным. Общая схема решения задачи на экстремум функции.
64. Возрастание, убывание функции в точке. Достаточное условие возрастания (убывания) функции в точке.
65. Направление выпуклости графика функции. Признак направления выпуклости. Точки перегиба. Необходимые и достаточные условия перегиба.
66. Асимптоты графика функции.
67. Общая схема исследования функции и построения графиков.
68. Понятие n -мерного евклидова пространства (R^n). Окрестности точек в R^n .
69. Последовательности точек в n -мерном пространстве. Сходящиеся последовательности. Теорема о сходимости последовательностей координат для сходящейся последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности в R^n , теорема Больцано–Вейерштрасса.
70. Множества в n -мерном евклидовом пространстве.
71. Внутренние и граничные точки, предельные точки и точки прикосновения. Открытые, замкнутые множества в R^n .
72. Понятие функции нескольких переменных. График функции. Множества уровня.



73. Предел функции n переменных.
74. Непрерывность функции. Предел по множеству. Повторные пределы. Свойства пределов функции.
75. Свойства непрерывных функций на множествах: аналоги теорем Вейерштрасса и Больцано–Коши. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
76. Частные производные. Дифференцируемость функций многих переменных.
77. Дифференциал.
78. Геометрический смысл частных производных и дифференциала.
79. Дифференцирование сложной функции, инвариантность формы дифференциала.
80. Производная по направлению. Градиент, его свойства.
81. Частные производные и дифференциалы высших порядков, теорема о равенстве смешанных производных.
82. Формула Тейлора (Маклорена) для функций многих переменных.
83. Понятие локального экстремума функции нескольких переменных.
84. Необходимые и достаточные условия. Случай двух переменных.
85. Метод наименьших квадратов.
86. неявно заданные функции и отображения. Теоремы о разрешимости. Вычисление производных неявно заданных функций.
87. Уравнения нормали и касательной плоскости к графику функции.
88. Условный экстремум. Прямой метод отыскания условного экстремума.
89. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
90. Необходимые и достаточные условия относительного экстремума.
91. Задача о нахождении наименьшего и наибольшего значения функции в области.
92. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
93. Основные свойства неопределенного интеграла.
94. Таблицы интегралов.
95. Приемы интегрирования: замена переменной, формула интегрирования по частям.
96. Понятие об интегрировании рациональных дробей, простейших иррациональных функций, простейших трансцендентных функций..
97. Интегральная сумма Римана, геометрический смысл интегральной суммы. Понятие интегрируемой функции. Определения интеграла.
98. Ограниченность интегрируемых функций. Верхние и нижние суммы Дарбу, их свойства. Нижний и верхний интегралы.
99. Свойства интегрируемых функций и определенного интеграла. Производная определенного интеграла с переменным верхним пределом по этому пределу.
100. Теорема о существовании первообразной.
101. Основная формула интегрального исчисления.
102. Формула замены переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
103. Приложения определенного интеграла.
104. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула прямоугольников, трапеций, Симпсона.
105. Понятие о несобственных интегралах. Определения. Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов.
106. Простейшие дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной.
107. Уравнения с разделяющимися переменными и сводящиеся к ним.
108. Однородные уравнения 1-го порядка и сводящиеся к ним.
109. Линейные уравнения 1-го порядка и сводящиеся к ним.
110. Уравнения Бернулли и Риккати.
111. Уравнения в полных дифференциалах.



112. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.
113. Общая теория линейных однородных дифференциальных уравнений n -го порядка.
114. Общая теория линейных неоднородных дифференциальных уравнений n -го порядка.
115. Комплексные числа. Определение. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа.
116. Геометрическая интерпретация, модуль, аргумент.
117. Операции над комплексными числами: сложение, умножение, возведение в степень, извлечение корня.
118. Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел.
119. Виды матриц.
120. Линейные операции над матрицами: сложение вычитание, умножение на действительное число.
121. Свойства, арифметические операции над матрицами.
122. Умножение матриц, свойства.
123. Транспонированная матрица, свойства.
124. Определители второго и третьего порядков, свойства.
125. Перестановки и подстановки, виды.
126. Определители n -го порядка, свойства.
127. Миноры и алгебраические дополнения.
128. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу), методом приведения к треугольному виду, по теореме Лапласа.
129. Ранг матрицы, ранг ступенчатой матрицы.
130. Элементарные преобразования матрицы.
131. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов).
132. Обратная матрица. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями.
133. Совместная и несовместная системы линейных уравнений.
134. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений.
135. Равносильность (эквивалентность) системы линейных уравнений.
136. Матрица и расширенная матрица системы.
137. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных. Метод Гаусса.
138. Решение системы линейных уравнений со ступенчатой матрицей системы.
139. Общее решение системы линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные.
140. Решение системы линейных уравнений с помощью определителей (теореме Крамера) однородной системы линейных уравнений.
141. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Свойства. Умножение вектора на действительное число.
142. Базис. Разложение вектора на плоскости по двум неколлинеарным векторам.
143. Линейная зависимость векторов. Теоремы, раскрывающие её геометрический смысл.
144. Трёхмерное векторное пространство. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам ортонормированный базис.
145. Смешанное произведение векторов. Свойства.
146. Длина вектора.
147. Операции с векторами, заданными своими координатами.
148. Угол между векторами.
149. Векторное произведение векторов. Свойства.
150. Аффинная и прямоугольная системы координат.
151. Формулы преобразования координат при переходе от явной системы координат к другой.
152. Полярные координаты.
153. Метод координат на плоскости и его применение.



154. Общее уравнение прямой на плоскости.
155. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
156. Параметрическое и каноническое уравнение прямой.
157. Расстояние от точки до прямой.
158. Угол между двумя прямыми.
159. Уравнения прямой с угловым коэффициентом ив отрезках.
160. Общее уравнение плоскости.
161. Взаимное расположение двух и трёх плоскостей.
162. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
163. Уравнение прямой в пространстве.
164. Углы между прямыми; между прямой и плоскостью.
165. Линейная зависимость векторов. Базис, размерность, координаты векторов.
166. Характеристические корни матрицы.
167. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
168. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
169. Закон инерции квадратичных форм.
170. Знакоопределение квадратичной формы.
171. Критерий Сильвестра положительной определённости квадратичной формы.

10. Порядок формирования оценок по дисциплине:

В НИУ ВШЭ – Пермь принята следующая система весов:

20% результирующей оценки – оценка за работу на семинарских занятиях;

40% результирующей оценки – взвешенная сумма оценок за контрольные мероприятия;

40% результирующей оценки – оценка за итоговый (или промежуточный контроль).

Таким образом, 60% результирующей оценки – это накопительная оценка и 40% – это оценка за итоговый (или промежуточный контроль).

Результирующая оценка рассчитывается с помощью взвешенной суммы накопительной оценки и оценки за экзамен (или зачет).

Накопительная оценка рассчитывается с помощью взвешенной суммы оценок за отдельные формы текущего контроля. К формам текущего контроля относятся: работа на семинарских занятиях, контрольные мероприятия (контрольные работы, эссе, коллоквиумы и пр.), которые определены учебным планом.

Формулы расчета оценок:

$$O_{\text{текущая}} = n_1 \cdot O_1 + n_2 \cdot O_2 + n_3 \cdot O_3 + \dots$$

где O_i – оценки за контрольные мероприятия (эссе, контрольная работа, реферат и пр.)

n_i – вес контрольных мероприятий (определяются преподавателем и $\sum n_i = 1$ или 100%), при этом веса по контрольным мероприятиям:

$n_1 = 50\%$ - контрольная работа перед проведением промежуточного контроля в форме экзамена,

$n_2 = 50\%$ - домашняя работа перед проведением промежуточного контроля в форме экзамена.

$n_1 = 50\%$ - контрольная работа перед проведением итогового контроля в форме экзамена,

$n_2 = 50\%$ - контрольная работа перед проведением итогового контроля в форме экзамена.

$$O_{\text{накопительная}} = k_1 \cdot O_{\text{текущая}} + k_2 \cdot O_{\text{аудиторная}}$$

где k_i – вес текущей и аудиторной оценки, при этом $k_1 = 2/3$, $k_2 = 1/3$

$$O_{\text{результующая}} = q_1 \cdot O_{\text{накопительная}} + q_2 \cdot O_{\text{итог. контроль}}$$



где q_i – вес накопительной оценки и оценки за итоговый контроль, при этом $q_1=0,6$, $q_2=0,4$

Весы по контрольным мероприятиям (третий модуль учебного года): Формулы расчета оценок:

$$O_{\text{текущая}} = n_1 \cdot O_1 + n_2 \cdot O_2 + n_3 \cdot O_3 + \dots$$

где O_i – оценки за контрольные мероприятия (эссе, контрольная работа, реферат и пр.)

n_i – вес контрольных мероприятий (определяются преподавателем и $\sum n_i=1$ или 100%), при этом веса по контрольным мероприятиям:

$n_1 = 50\%$ - контрольная работа,

$n_2 = 50\%$ - контрольная работа.

$$O_{\text{накопительная}} = k_1 \cdot O_{\text{текущая}} + k_2 \cdot O_{\text{аудиторная}}$$

где k_i – вес текущей и аудиторной оценки, при этом $k_1=2/3$, $k_2=1/3$

$$O_{\text{результующая}} = q_1 \cdot O_{\text{накопительная}} + q_2 \cdot O_{\text{итог. контроль}}$$

где q_i – вес накопительной оценки и оценки за итоговый контроль, при этом $q_1=0,6$, $q_2=0,4$.

11. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

11.1. Базовый учебник

Общий курс высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2007.

11.2. Основная литература

Сборник задач по курсу высшей математики для экономистов / Под ред. В. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2008.

11.3. Дополнительная литература

1. Красс М.С., Чупырных Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: Дело, 2008.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. М.: Высшая школа, 2009.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. М.: Высшая школа, 2009.

11.4. Справочники, словари, энциклопедии

Справочник по математике / Под ред. М.Я. Выгодского. М.: АСТ, 2010.

11.5. Программные средства

Для успешного освоения дисциплины, студент использует следующие программные средства: Mathcad, Mathematica и др.

11.6. Дистанционная поддержка дисциплины

Задания для самостоятельной работы, пробный вариант контрольной и итоговой работы размещены на lms.hse.ru.

12. Материально-техническое обеспечение дисциплины

В рамках отдельных лекционных занятий необходимо наличие проектора.