Государственный университет –

Высшая школа экономики

##### Международный институт экономики и финансов

Программа дисциплины

Методы оптимальных решений

для направления 080100.62 экономика

подготовки бакалавра

Автор Букин К.А., доцент, к.ф.-м.н.

Москва, 2012 г.

**1. Лектор**: Кирилл Букин

Преподаватели практических занятий: Борис Демешев, Даниил Есаулов, Артем Кальченко

**2. Описание курса:**

Математика для экономистов – односеместровый курс для студентов второго курса МИЭФ.

Это курс является важной составной частью бакалаврского уровня образования экономиста. Помимо приобретения студентами в ходе обучения математических навыков и знаний, курс приучает слушателей к практике применения полученных знаний к анализу проблем как теоретического, так и прикладного характера. Студент до начала занятий по данному предмету должен владеть навыками дифференциального исчисления одной переменной, а также иметь понятия о решении систем линейных алгебраических уравнений и уметь работать с матрицами.

В состав курса входят оптимизационные задачи при ограничениях типа равенств или неравенств, задача линейного программирования и элементы теории игр.

Материал курса должен научить слушателей исследовать разнообразные по содержанию экономические задачи сравнительной статики, оптимизации, а также задачи, использующие игровые концепции, в рамках исследуемого класса моделей.

В конце четвертого семестра студенты сдают письменный экзамен.

Программа курса предусматривает чтение лекций и проведение семинарских занятий, а также регулярную самостоятельную работу студентов. Самостоятельная работа предполагает осмысление теоретического материала предложенного на лекциях, и решение домашних заданий. В течение весеннего семестра проводится промежуточная поточная контрольная работа.

Курс ставит следующие задачи:

* - приобретение математических навыков и умений, необходимых для анализа модельных и реальных экономических ситуаций;
* - усвоение основных методов оптимизации, что позволит анализировать и успешно решать большой класс задач, возникающих в экономике.

**3. Тематический план учебной дисциплины**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Наименование****тем и разделов** | **Всего** **(в часах)** | **Аудиторные** **занятия**  | **Самостоя-тельная работа**  |
| **Лекции** | **Семинары** |
|  | **Раздел 1. Методы решения оптимизационных задач с ограничениями типа неравенств** |  |  |  |  |
| 1. | Однородные функции. | 9 | 2 | 1 | 6 |
| 2. | Максимизация функции двух переменных при ограничении в виде неравенства. Условия первого порядка. Обобщение на случай нескольких переменных и нескольких ограничений. | 16 | 6 | 3 | 7 |
| 3. | Формулировка Куна-Таккера. Экономические приложения задачи нелинейного программирования. | 16 | 6 | 3 | 7 |
| 4. | Экономический смысл множителей Лагранжа. Теорема об огибающей. | 9 | 2 | 1 | 6 |
| 5. | Задача линейного программирования. Теоремы линейного программирования (теоремы двойственности). Экономическая интерпретация двойственной задачи. | 31 | 8 | 4 | 19 |
|  | **Раздел 2. Элементы теории игр.** |  |  |  |  |
| 6. | Представление статической игры в нормальной форме. | 9 | 2 | 1 | 6 |
| 7. | Равновесие по Нэшу. Игры со строго доминируемыми стратегиями. Существование равновесия. Понятие о смешанных стратегиях. Теорема Нэша (без доказательства). | 12 | 4 | 2 | 6 |
| 8. |  Методы исследования матричных антагонистических игр | 6 | 2 | 2 | 2 |
|  | **Всего:** | **108** | **32** | **17** | **59** |

**4. Формы контроля знаний, определение результирующей оценки**

В курсе используются следующие формы контроля знаний:

* письменные домашние задания (11 заданий в течение четвертого семестра),
* контрольная работа в весеннем семестре (120 мин.),
* итоговый письменный экзамен (120 мин.).

Итоговая оценка за курс состоит из:

* оценки за итоговый письменный экзамен (60%),
* оценки за контрольную работу (20%),
* оценки за промежуточную контрольную работу весеннего семестра (20%).

**5. Основная литература:**

Carl P. Simon and Lawrence Blume. Mathematics for Economists, W.W. Norton and Co, 1994.

A.C. Chiang. Fundamental Methods of Mathematical Economics, McGrow-Hill, 1984., 2008.

**6. Дополнительная литература:**

**Учебники**

1. Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, М., «Наука», 1966.
2. А.Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., «Наука», 1973.
3. Anthony M., and Biggs N., Mathematics for Economics and Finance, Cambridge University Press, UK, 1996.
4. Anthony M., Reader in Mathematics, LSE, University of London; Mathematics for Economists, Study Guide, University of London.
5. Robert Gibbons. A Primer in Game Theory. Harvester Wheatsheaf, 1992.
6. M. Anthony. Further Mathematics for Economists. University of London, 2005.

7. Содержание курса:

**Раздел 1. Методы решения оптимизационных задач с ограничениями типа неравенств.**

**1.** Однородные функции. Производственная функция Кобба-Дугласа. Свойства однородных функций. Теорема Эйлера.

 ***(SL Section 20.1; C Section 12.6)***

**2.** Максимизация функции двух переменных при ограничении в виде неравенства. Модификация условия первого порядка для функции Лагранжа. Условие дополняющей нежесткости.

***(SL Section 18.3; C Section 21.1)***

**3.** Обобщение условий первого порядка на случай функции нескольких переменных и нескольких ограничений типа неравенств. Квалификация ограничений.

***(SL Section 18.3; C Sections 6, 21.3-21.4)***

**4.** Задача минимизации при ограничениях типа неравенств. Смешанные ограничения в виде неравенств и равенств. Формулировка Куна-Таккера условий первого порядка при ограничениях неотрицательности переменных.

 ***(SL Sections 18.4-18.6; C Sections 6, 21.2-21.4)***

**5.** Приложения нелинейного программирования в экономике. Задача потребителя. Задача о максимизации выручки с учетом расходов на рекламу.

***(SL Sections 18.4-1876; C Section 21.6)***

**6.** Экономический смысл множителей Лагранжа. Теорема об огибающей. Гладкая зависимость оптимального значения целевой функции от параметров.

***(SL Sections 19.1-19.2, 19.4; C Section 6)***

7. Задача линейного программирования. Задача о диете. Задача оптимизации производства при ограничениях на ресурсы. Графическое решение в случае двух переменных.

***(C Section 19.1)***

**8.** Стандартная форма общей задачи линейного программирования. Условия первого порядка для задачи линейного программирования.. Свойства решений. Понятие о симплекс-методе.

***( C Sections 6, 19.2-19.6)***

**9.** Двойственная задача линейного программирования. Теорема существования. Теоремы двойственности.

***(C Sections 6, 20.2)***

**10.** Экономическая интерпретация двойственной задачи. Двойственные переменные и теневые цены. Максимизация прибыли и минимизация издержек.

***( C Sections19.2-19.6)***

**Раздел 2. Элементы теории игр.**

**11.** Дилемма заключенного. Представление статической игры в нормальной форме. Принцип удаления строго доминируемых стратегий. Решение игры.

***(R. Gibbons, Section 1.1)***

**12.** Равновесие по Нэшу. Модель Курно. Модель Бертрана. Понятие о смешанных стратегиях. Существование и нахождение равновесий в чистых и смешанных стратегиях. Теорема Нэша (без доказательства).

***(R. Gibbons, Sections 1.1-1.3)***

**13.** Игры с нулевой суммой. Теорема Неймана. Оптимальные стратегии в играх с нулевой суммой.

***(M. Anthony. Further Mathematics for Economists. pp. 167-171)***

Автор программы: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ Букин К.А./