

Задачи 10 класса с решениями

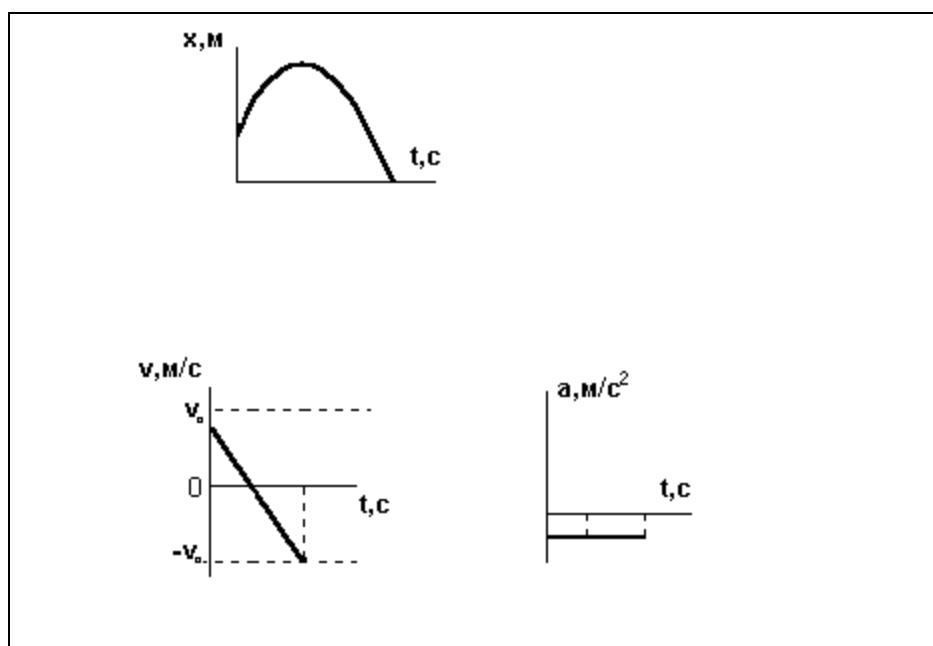
1. Тело малого размера, брошенное с некоторой высоты вертикально вверх, упало на землю. Нарисовать графики зависимости координаты, проекции скорости и ускорения от времени за все время движения

Решение

Рассмотрим движение материальной точки с постоянным ускорением вдоль прямой. В этом случае проекция вектора перемещения на направление движения – координата – в самом общем случае может быть записана следующим образом $x=x_0+v_0t+at^2/2$, а выражение для проекции скорости и ускорения $v=v_0+at$ и $a=a$ соответственно. Здесь x – координата, x_0 – начальная координата, v – скорость, v_0 – начальная скорость, a – ускорение. Выберем ось координат, направленную вертикально вверх, с началом на уровне земли. В этом случае для нашей задачи получим

$$x=h+v_0t-gt^2/2, v=v_0-gt \text{ и } a=-g,$$

здесь h – та высота с которой брошено тело, а g – ускорение свободного падения (других сил кроме силы тяготения при движении тела не действует). Отсюда и следуют графики



2. Машина массой $m=500$ кг движется по виражу радиуса $R=9,0$ м с постоянной скоростью. Когда она проходит путь $\pi R/2$ ее импульс меняется на величину $p=3000$ кгм/с. Найти коэффициент трения между машиной и покрытием дороги.

Решение

При движении по окружности скорость перпендикулярна к радиусу. Учитывая, что импульс – вектор сонаправленный скорости, и пользуясь законом вычитания векторов,

легко видеть, что $p = mv^2/R$. Далее, в данном случае сила

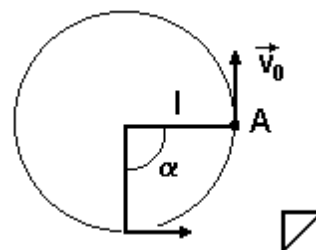
трения создает центростремительное ускорение

$F_{тр} = mv^2/R$ учитывая, что $F_{тр} = \mu N = \mu mg$, получим

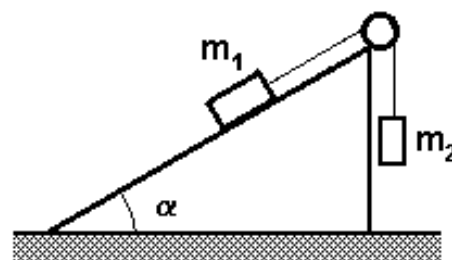
$mv^2/R = \mu mg$ или $p^2/2mR = \mu mg$,

отсюда для коэффициента трения между машиной и покрытием дороги

$$\mu = p^2/2m^2Rg = 0,20.$$



3. Тела массами $m_1 = 3,0$ кг и $m_2 = 2,0$ кг, связанные нитью, находятся на горке, как это указано на рисунке. Найти натяжение нити, если горка помещена в лифт, движущийся вертикально вверх с ускорением $a_0 = 2,0$ м/с². Коэффициент трения равен $\mu = 0,40$, угол наклона горы равен $\alpha = 30^\circ$.



Решение

Два тела массами m_1 и m_2 расположены так, как это указано на рисунке. Найдем ускорение, с которым движутся тела, если предположить, что тела движутся вправо, а коэффициент трения о поверхность известен и равен μ . Наклонная плоскость составляет угол α с горизонтом. Как обычно укажем силы, действующие на каждое из тел, и напишем для каждого из них второй закон Ньютона. Тогда для первого и второго тела

$$N + T + m_1 g + F_{тр} = m_1(a + a_0); \quad m_2 g + T = m_2(a + a_0)$$

(здесь мы воспользовались фактом, что натяжение вдоль всей нити одинаково и равно T)

Для описания движения тела на наклонной плоскости выберем систему координат, в которой ось x направлена вдоль наклонной плоскости по направлению движения, а ось y к ней перпендикулярна. Спроектируем на них уравнение движения:

$$T - m_1 g_0 \sin \alpha - F_{тр} = m_1 a, \quad N - m_1 g_0 \cos \alpha = 0,$$

причем учитывая тот факт, что ускорение лифта нам известно и направлено вертикально как и сила тяжести удобно ввести величину $g_0 = g + a_0$. Для второго тела возьмем систему отсчета ось x которой направлена вертикально вниз (второй оси нам не понадобится т.к.

это тело не касается поверхности и реакции опоры находить не нужно). Проекция второго закона Ньютона на эту ось имеет вид:

$$m_2 g_0 - T = m_2 a.$$

Далее используем связь между силой трения и реакцией опоры, которую найдем из уравнения по y

$$F_{\text{тр}} = \mu m_1 g_0 \cos \alpha.$$

Подставляя выражение для силы трения в уравнение по x для первого тела и затем складывая оба уравнения по x , получим:

$$T - F - m_1 g_0 \sin \alpha - \mu m_1 g_0 \cos \alpha + m_2 g_0 - T = m_1 a + m_2 a.$$

Отсюда следует выражение для ускорения

$$a = (m_2 g_0 - m_1 g_0 \sin \alpha - \mu m_1 g_0 \cos \alpha) / (m_1 + m_2).$$

Для гладкой поверхности в этом случае

$$a = (m_2 g_0 - m_1 g_0 \sin \alpha) / (m_1 + m_2).$$

Подставляя численные значения масс и ускорения свободного падения, убедимся, что ускорение меньше нуля. Если бы трение отсутствовало, то ускорение было бы положительно. Но наличие трения не может изменить направление движения, а значит ускорение в нашем случае равно нулю. Отсюда найдем

$$T = m_2 (g + a_0) = 24 \text{ Н.}$$

4. Человек, стоящий на тележке, бросает горизонтально камень массы $m=1,0$ кг совершая при этом работу $A=100$ Дж. Какое расстояние пройдет после этого тележка до полной остановки, если коэффициент трения между тележкой и поверхностью равен $\mu=0,012$, а общая масса тележки и человека $M=79$ кг.

Решение

Напишем закон сохранения импульса для момента броска

$$mv - Mu = 0.$$

Учитывая, что работа расходуется на кинетические энергии камня и тележки, получим

$$A = mv^2/2 + Mu^2/2 = Mu^2(M/m + 1)/2.$$

Записав закон сохранения энергии для тележки, связывающий момент начала ее движения и момент остановки, найдем

$$Mu^2/2 = \mu Mgs.$$

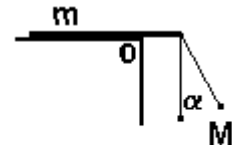
Из этих двух уравнений искомый путь равен

$$s = A / \mu M (1 + M/m) g = 13 \text{ см.}$$

5. Линейка массы $m=130$ г, лежит перпендикулярно краю стола, так что одна четвертая ее часть выступает. К выступающему концу привязывают нить с укрепленным на ней грузом массы $M=100$ г. На какой минимальный угол надо отклонить нить с грузом, чтобы при его последующих качаниях, конец линейки, лежащий на столе, мог приподняться?

Решение

Рассмотрим сумму проекций моментов сил, действующих на линейку, относительно края стола (точка O). В интересующем нас случае $mg/4 - Tl/4=0$,



причем сила натяжения T может быть получена из второго закона Ньютона, написанного для груза в момент прохождения им нижнего положения

$$T - Mg = Mv^2/R.$$

Скорость может быть найдена из закона сохранения энергии, связывающего нижнее положение груза с его начальным положением

$$Mv^2/2 = MgR(1 - \cos \alpha).$$

Объединяя записанные уравнения, получим

$$\alpha = \arccos((3M - m)/2M)$$

Приблизительное значения угла 30° .

6. Идеальный газ совершает замкнутый цикл, состоящий из двух адиабат и двух изобар. Точки 1 и 3 находятся на одной изотерме. Найти температуру, соответствующую изотерме 13, если температуры точек 2 и 4 соответственно равны $T_2 = 400$ и $T_4 = 280$ градусов, а КПД цикла равен $\eta = 20\%$.

Решение

Газ получает теплоту при изобарном расширении

$$Q_{12} = 3\nu R(T_2 - T_1)/2 + p(V_2 - V_1).$$

Учитывая уравнение состояния $pV = \nu RT$, получим

$$Q_{12} = 5\nu R(T_2 - T_1)/2.$$

Аналогично найдем теплоту отданную при процессе изобарного сжатия

$$Q_{34} = 5\nu R(T_3 - T_4)/2.$$

Коэффициент полезного действия цикла можно представить как

$$\eta = A/Q_{12} = (Q_{12} - Q_{34})/Q_{12} \text{ или } \eta = 1 - Q_{34}/Q_{12}.$$

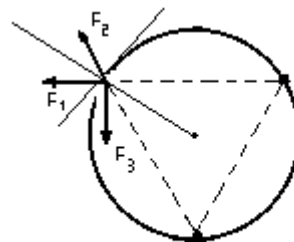
Подставляя сюда выражения для Q_{34} и Q_{12} , и учитывая, что $T = T_3 = T_1$ получим

$$T = (T_2(1 - \eta) + T_4)/(2 - \eta) = 333$$

7. Три заряженных бусинки надеты на вертикально стоящее гладкое непроводящее кольцо так, что они образуют равносторонний треугольник со стороной $a=30$ см. Одна бусинка находится внизу, а две другие лежат на одной горизонтали и имеют одинаковую массу $m=10$ г и одинаковый заряд $q=1$ мкКл того же знака, что и нижняя бусинка. Найти силу давления на кольцо со стороны верхних бусинок.

Решение

Рассмотрим силы, действующие на каждую из верхних бусинок. Это сила действующая со стороны такой же бусинки $F_1=kq^2/a^2$, $F_2=kQq/a^2$ действующая со стороны нижней бусинки и $F_3=mg$ сила тяжести. На рисунке не указана еще одна сила, действующая на бусинку – сила реакции N со стороны кольца, она направлена по направлению радиуса. Именно эта сила по третьему закону Ньютона и равна искомой силе давления. Поскольку бусинка неподвижна сумма приложенных к ней сил равна нулю



$$F_1+F_2+F_3+N=0.$$

Рассмотрим проекции сил на взаимно перпендикулярные оси. Одна ось направлена по радиусу, а другая по касательной.

Получим $F_1\cos60+F_3\cos30-F_2\cos60=0$ по направлению касательной, и $F_1\cos30-F_3\cos60+F_2\cos30+N=0$ по направлению радиуса.

Выражая из первого уравнения F_2 , и подставляя его во второе уравнение, получим искомую величину

$$F=kq^23^{1/2}/a^2 +mg=0,27 \text{ Н.}$$

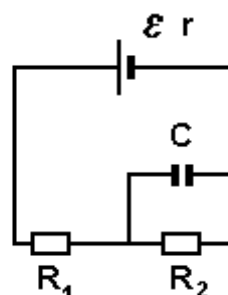
8. Найти напряжение на сопротивлении R_1 , если энергия, запасенная на конденсаторе $W=3 \cdot 10^{-10}$ Дж. $R_1=10$ Ом, $R_2=5,0$ Ом, $C=6,0$ пФ, $r=1,0$ Ом

Решение

На основании закона Ома напряжение на сопротивлениях соответственно равно

$$U_1=IR_1 \text{ и } U_2=IR_2, \text{ а ток через них одинаков.}$$

Энергия, запасенная в конденсаторе



$$W = CU^2/2,$$

а напряжение на нем

$$U = U_2.$$

Учитывая, что токи через оба сопротивления одинаковы, получим

$$U_1 = (2W/C)^{1/2} R_1/R_2 = 20 \text{ В}.$$

9. Из проволоки постоянного сечения спаян правильный тетраэдр. К двум его вершинам приложено напряжение 220 вольт, а к двум другим подключен идеальный вольтметр. Найти показания вольтметра.

Решение

Если к двум вершинам такого тетраэдра подключить напряжение, то две другие совершенно эквивалентны, а значит и потенциалы их одинаковы. Учитывая, что идеальный вольтметр не вносит изменений и показывает разность потенциалов, то ответ – ноль.

10. Какую максимально возможную полезную мощность можно получить от источника тока с внутренним сопротивлением $r = 2,0$ Ом, заряженного от подзарядного устройства с коэффициентом полезного действия $\eta = 80\%$ и напряжением $U = 10$ В?

Решение

Коэффициент полезного действия для подзарядного устройства

$$\eta = EI/UI,$$

что позволит найти электродвижущую силу источника $E = \eta U$. Полезная мощность источника тока

$$P = I^2 R.$$

Выражая внешнее сопротивление цепи R из закона Ома для полной цепи

$$I = E/(R+r),$$

Получим

$$P = EI - rI^2.$$

Находя максимальное значение этой параболы, получим ответ

$$P_M = \eta^2 U^2 / 4r = 8,0 \text{ Вт}$$