

9 КЛАСС

Задача 1. Автомобиль начинает двигаться с места с постоянным ускорением $a = 1,0 \text{ м/с}^2$. Мимо светофора он проезжает со скоростью $v = 36 \text{ км/ч}$. На каком расстоянии от светофора он находился $\tau = 2 \text{ с}$ назад?

Дано:
 $a = 1,0 \text{ м/с}^2$
 $v = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}$
 $\tau = 2 \text{ с}$
 $l = ?$

Решение:

Автомобиль движется равноускоренно без начальной скорости и до светофора проходит путь $S_2 = at^2/2$. Две секунды назад он прошел путь $S_1 = a(t - \tau)^2/2$. Следовательно, $l = S_2 - S_1$. Получили три уравнения и четыре неизвестных. Время t можно выразить из закона скорости равноускоренного движения $v = at$. Решая систему четырех уравнений, получаем выражение расстояния l через данные задачи:

$$l = S_2 - S_1 = \frac{a}{2} [t^2 - (t - \tau)^2] = \frac{a}{2} \left[\left(\frac{v}{a} \right)^2 - \left(\frac{v}{a} - \tau \right)^2 \right] = \frac{a\tau}{2} \left(\frac{2v}{a} - \tau \right)$$

Подставим числовые значения и получим:

$$l = \frac{1 \cdot 2}{2} \left(\frac{2 \cdot 10}{1} - 2 \right) = 18 \text{ м.}$$

Ответ: $l = 18 \text{ м}$.

Задача 2. За какое время тело соскользнет с наклонной плоскости высотой $h = 5,0 \text{ м}$, наклоненной под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, если по плоскости с углом наклона $\beta = 30^\circ$ оно движется равномерно?

Дано:
 $h = 5,0 \text{ м}$
 $\alpha = 45^\circ$
 $\beta = 30^\circ$
 $t = ?$

Решение:

На тело действуют три силы – сила тяжести mg , направленная отвесно вниз, сила нормальной реакции N , направленная перпендикулярно поверхности соприкосновения и сила трения μN ,

направленная вдоль поверхности соприкосновения.

По условию задачи тело соскальзывает с наклонной

плоскости, пройдя путь $l = \frac{h}{\sin \alpha}$.

При прямолинейном равноускоренном движении без начальной скорости путь пропорционален квадрату времени:

$$l = \frac{at^2}{2}.$$

Получили два уравнения и три неизвестных.

Согласно второму закону Ньютона

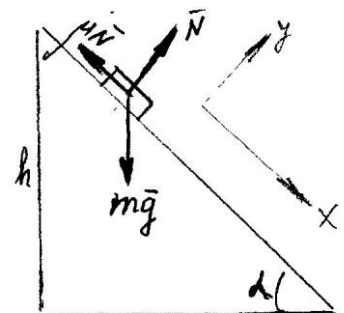
$$mg + \mu N + N = ma$$

Координатную ось X направим вдоль наклонной плоскости, а координатную ось Y – перпендикулярно наклонной плоскости.

В проекциях на ось X это уравнение запишется так:

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_x$$

При угле наклона β это уравнение будет иметь вид:



$$mg \sin \beta - \mu mg \cos \beta = 0$$

Решая систему четырех уравнений, получаем выражение времени спуска t через данные задачи:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \sin \alpha}}$$

Подставим числовые значения и получим:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \frac{\sqrt{2}}{2}}} = 2,2 \text{ с.}$$

Ответ : $t = 2,2 \text{ с.}$

Задача 3. Два тела, двигаясь навстречу друг другу со скоростью $v = 7,0 \text{ м/с}$ каждое, после соударения стали двигаться вместе со скоростью $u = 3,0 \text{ м/с}$. Определить отношение их масс. Трением пренебречь.

Дано:
$v = 7,0 \text{ м/с}$
$u = 3,0 \text{ м/с}$
$\frac{m_1}{m_2} = ?$

Решение:

Согласно закону сохранения импульса имеем:

$$m_1 v + m_2 v = (m_1 + m_2) u.$$

Запишем это уравнение в проекциях на ось X . Так как тела движутся навстречу друг другу, получаем:

$$\begin{aligned} m_1 v - m_2 v &= (m_1 + m_2) u_x. \\ m_1 (v - u_x) &= m_2 (v + u_x) \end{aligned}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v + u_x}{v - u_x}.$$

Подставим числовые значения и получим:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{7 + 3}{7 - 3} = 2,5.$$

Вывод: тела после абсолютно неупругого удара будут двигаться в направлении тела большей массы.

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = 2,5$.

Задача 4. Под каким углом к горизонту бросили тело, если известно, что максимальная потенциальная энергия составляет половину максимальной кинетической?

Дано:

$$mgH = \frac{mv_0^2}{4}$$

$$\alpha = ?$$

Решение:

Начальная потенциальная энергия тела равна нулю, а начальная кинетическая энергия равна $\frac{mv_0^2}{2}$. В максимальной точке подъема потен-

циальная энергия максимальна и равна mgH , а кинетическая энергия равна $\frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{2}$.

Теперь применим закон сохранения механической энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{2}.$$

Согласно условию задачи $mgH = \frac{mv_0^2}{4}$.

Решая систему двух уравнений, находим угол бросания α :

$$\cos \alpha = \sqrt{0,5} = 0,707$$

$$\alpha = \arccos 0,707 = 45^\circ$$

Ответ: $\alpha = 45^\circ$.

Задача 5. В цилиндрический сосуд налиты вода и керосин в равных по массе количествах. Общая высота слоев жидкостей $H = 36$ см. Найти давление жидкостей на дно сосуда и на границе раздела. Плотность воды $\rho_в = 1,0$ г/см³, плотность керосина $\rho_к = 0,080$ г/см³.

Дано:

$$m_в = m_к$$

$$H = 36 \text{ см} = 0,36 \text{ м}$$

$$\rho_в = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_к = 800 \text{ кг/м}^3$$

$$P_{\text{дн}} = ?$$

$$P_{\text{гр}} = ?$$

Решение:

Давление жидкости, состоящей из нескольких несмешивающихся компонентов (вода-керосин в нашем случае), на глубине $H = h_в + h_к$:

$$P_{\text{дн}} = \rho_в g h_в + \rho_к g h_к \quad (1)$$

Так как масса воды равна массе керосина, можно записать:

$$\rho_в g h_в S = \rho_к g h_к S,$$

где S – площадь основания цилиндрического сосуда.

Отсюда получаем:

$$\rho_в h_в = \rho_к h_к \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) получаем:

$$P_{\text{дн}} = 2g \rho_в h_в \quad (3)$$

Из (2) выражаем

$$h_к = \frac{\rho_в h_в}{\rho_к}$$

и подставляем в H

$$H = h_в \left(1 + \frac{\rho_в}{\rho_к} \right) \quad (4)$$

Из (4) выражаем

$$h_в = \frac{H \rho_к}{\rho_к + \rho_в} \quad (5)$$

Выражение (5) подставляем в выражение (3) и находим давление жидкостей на дно

$$P_{\text{дн}} = \frac{2\rho_v \rho_k gH}{\rho_k + \rho_v}.$$

Подставим числовые значения и получим:

$$P_{\text{дн}} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 800 \cdot 10 \cdot 0,36}{10^3(1+0,8)} = 3,2 \text{ кПа.}$$

$$P_{\text{сп}} = \frac{P_{\text{дн}}}{2} = 1,6 \text{ кПа.}$$

Ответ: $P_{\text{дн}} = 3,2$ кПа; $P_{\text{сп}} = 1,6$ кПа.

Задача 6. Груз, подвешенный на пружине, совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 3,2$ Гц. Определить растяжение пружины в момент прохождения положения равновесия.

Дано:
$\nu = 3,2$ Гц
$\Delta l = ?$

Решение:

В момент прохождения положения равновесия модуль скорости максимален, а ускорение равно нулю. Тогда уравнение движения запишется так:

$$mg - k\Delta l = 0,$$

где k - жесткость пружины.

Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период и частота связаны соотношением $\nu = \frac{1}{T}$.

Решая систему трех уравнений, находим растяжение пружины Δl :

$$\Delta l = \frac{g}{4\pi^2\nu^2}.$$

Подставим числовые значения величин и получим:

$$\Delta l = \frac{9,81}{4 \cdot 3,14 \cdot 3,14 \cdot 3,2 \cdot 3,2} = 2,4 \text{ см.}$$

Ответ: $\Delta l = 2,4$ см.

Задача 7. Небольшое тело, подвешенное на нити длиной $l = 80$ см с зарядом $q = 50$ нКл, вращается в горизонтальной плоскости так, что нить образует угол $\alpha = 60^\circ$ с вертикалью (конический маятник). Определить силу тока.

Дано:

$$l = 80 \text{ см} = 0,8 \text{ м}$$

$$q = 50 \text{ нКл} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$I = ?$$

Решение:

Сила тока численно равна

$$I = \frac{q}{T}, \quad (1)$$

где T – период обращения.

На тело действуют две силы -

сила тяжести mg , направленная отвесно вниз и сила натяжения нити F_n , направленная вдоль нити. Согласно второму закону Ньютона

$$mg + F_n = ma$$

При равномерном движении по окружности ускорение тела направлено по радиусу к центру окружности (его называют центростремительным). Модуль центростремительного ускорения

$$a = \frac{v^2}{R},$$

где v – модуль скорости тела, R – радиус окружности, по которой движется тело.

Из рисунка

$$R = l \sin \alpha \quad (2) \quad \text{и} \quad mgtg \alpha = \frac{mv^2}{R} \quad (3).$$

При равномерном движении по окружности модуль скорости тела v , радиус окружности R и период обращения T связаны соотношением

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad (4).$$

Решая систему четырех уравнений, находим силу тока I :

$$I = \frac{q}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}}$$

Подставим числовые значения и получим:

$$I = \frac{5 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{10}{0,8 \cdot 0,5}} = 40 \text{ нА}.$$

Ответ: $I = 40 \text{ нА}$.

Задача 8. Электрическая цепь состоит из двух резисторов с сопротивлениями $R_1 = 40 \text{ Ом}$ и $R_2 = 60 \text{ Ом}$, соединенных параллельно. Сила тока через первый резистор $I_1 = 0,60 \text{ А}$. Определить мощность тепловых потерь в цепи.

Дано:

$$R_1 = 40 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 60 \text{ Ом}$$

$$I_1 = 0,60 \text{ А}$$

$$P = ?$$

Решение:

Мощность, выделяемая в цепи

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2,$$

где I_1 - ток, текущий через резистор R_1 , I_2 – ток, текущий через резистор R_2 .

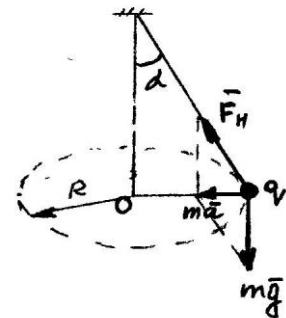
При параллельном соединении напряжения на всех ветвях одинаковы

$$U_1 = U_2.$$

Согласно закону Ома для однородного участка цепи

$$I_1 R_1 = I_2 R_2.$$

Выразим ток I_2



$$I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_2}$$

и подставив его значение в первое уравнение, находим мощность P :

$$P = I_1^2 \left(R_1 + \frac{R_1^2 \cdot R_2}{R_2^2} \right) = I_1^2 \cdot R_1 \frac{(R_1 + R_2)}{R_2}.$$

Подставим числовые значения и получим

$$P = 0,36 \cdot 40 \cdot \frac{100}{60} = 24 \text{ Вт.}$$

2^й способ:

Мощность, выделяемая в цепи

$$P = I^2 \cdot R, \quad (1)$$

где I – ток в цепи, R – сопротивление цепи.

$$I = I_1 + I_2 = I_1 \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) \quad (2)$$

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в выражение (1), находим мощность P :

$$P = I_1^2 \frac{(R_1 + R_2)^2 \cdot R_1 \cdot R_2}{R_2^2 \cdot (R_1 + R_2)} = I_1^2 (R_1 + R_2) \frac{R_1}{R_2}.$$

Подставим числовые значения и получим:

$$P = 0,36 \cdot 100 \frac{40}{60} = 24 \text{ Вт.}$$

Ответ: $P = 24$ Вт.

Задача 9. Проволочный виток диаметром $d = 20$ см расположен в однородном магнитном поле индукции $B = 56$ мкТл, силовые линии которого перпендикулярны плоскости витка. Затем виток вытягивают в сложенную вдвое прямую. Определить сопротивление проволоки, если в результате такой деформации витка по нему протек заряд $q = 1,2$ мкКл.

Дано:

$$B = 56 \text{ мкТл} = 56 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}$$

$$d = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$$q = 1,2 \text{ мкКл} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$R = ?$$

Решение:

В результате вытягивания витка в сложенную вдвое прямую изменился поток вектора \mathbf{B} через площадь витка :

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - \frac{B\pi d^2}{4}.$$

По закону электромагнитной индукции в витке появится ЭДС индукции

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

а, значит, и индукционный ток, т.е. по витку пройдет заряд

$$q = I \Delta t.$$

По закону Ома для замкнутой цепи

$$\varepsilon = I \cdot R.$$

Окончательно имеем

$$R = \frac{B\pi d^2}{4q}$$

Подставим числовые значения и получим

$$R = \frac{56 \cdot 10^{-6} \cdot 3,14 \cdot 0,04}{4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6}} = 1,5 \text{ Ом.}$$

Ответ: $R = 1,5 \text{ Ом.}$

Задача 10. Два луча пересекаются в точке A , образуя угол $\alpha = 45^\circ$. На пути расходящихся лучей перпендикулярно одному из них ставят плоское зеркало. Определить длину пути каждого луча до зеркала, если расстояние между точкой A и ее изображением в зеркале равно $l = 28 \text{ см.}$

Дано:

$$l = 28 \text{ см}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$l_1 = ?$$

$$l_2 = ?$$

Решение:

Плоское зеркало дает прямое мнимое изображение. 1-й луч падает перпендикулярно плоскости зеркала.

Он отразится в обратном направлении ($1'$). 2-й луч падает на зеркало под углом α . Угол отражения равен углу падения. Отраженный луч $2'$ проводим под углом α .

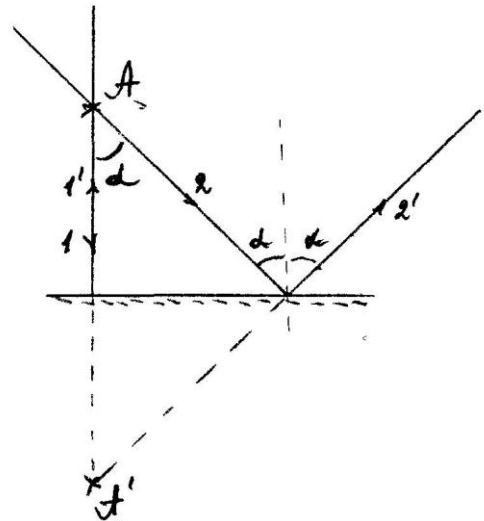
Изображение точки A находится на пересечении продолжения лучей $1'$ и $2'$. A' – изображение точки A .

Расстояние между точкой A и ее изображением A'

$$AA' = l$$

$$l_1 = \frac{AA'}{2} = \frac{l}{2} = \frac{28}{2} = 14 \text{ см.}$$

$$l_2 = \frac{l_1}{\cos \alpha} = \frac{l}{2 \cos \alpha} = \frac{28 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{2}} = 20 \text{ см.}$$



Ответ: $l_1 = 14 \text{ см; } l_2 = 20 \text{ см.}$