**Национальный исследовательский университет**

**Высшая школа экономики**

**Отделение статистики, анализа данных и демографии**

**факультета экономики**

**Профиль специальных дисциплин «Статистика и анализ данных»**

**Кафедра статистических методов**

**БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА**

***«Статистическое исследование и оценка резервов убытков***

***в добровольном медицинском страховании»***

**Выполнил**

**Студент группы № 41С**

**Нарышкина Д.М.**

**Научный руководитель**

**к.т.н., доцент Миронкина Ю.Н.**

**Москва 2013**

**Содержание**

Введение 3

Глава 1. ДМС как объект статистического и актуарного исследования6

§ 1.1. Основополагающие понятия ДМС как вида страхования6

§ 1.2. Экономико-статистический анализ развития рынка ДМС в России15

§ 1.3. Особенности формирования страховых резервов в ДМС29

Глава 2. Расчет резервов убытков в ДМС стандартными актуарными методами34

§ 2.1. Треугольник развития как инструмент представления данных по убыткам страховой компании34

§ 2.2. Расчет резервов произошедших, но незаявленных убытков методом цепной лестницы39

§ 2.3. Применение метода Борнхуеттера-Фергюсона для оценки величины резервов убытков в ДМС45

§ 2.4. Определение величины резерва произошедших, но незаявленных убытков посредством мультипликативного метода51

**Глава 3. Расчет страховых резервов в ДМС модифицированными методами**57

§ 3.1. Моделирование динамики цен на медицинские услуги в России57

§ 3.2. Формирование резервов убытков с помощью скорректированного с учетом инфляции метода цепной лестницы61

§ 3.3. Корректировка мультипликативного метода на фактор инфляции64

§ 3.4. Решение задачи резервирования в ДМС методом на основе финансовых потоков по календарным периодам66

§ 3.5. Сопоставление полученных различными методами оценок резерва произошедших, но незаявленных убытков74

**Заключение**79

**Список литературы**81

**Приложения**86

**Введение**

Рынок добровольного медицинского страхования (ДМС) в Российской Федерации в настоящее время находится на стадии своего становления, значительно уступая по объему собираемых премий другим видам страхования.

ДМС востребовано, в основном, корпоративными клиентами (предприятиями и организациями), все чаще рассматривающими медицинскую страховку не только как инструмент материального стимулирования сотрудников, но и как залог эффективности бизнеса за счет улучшения здоровья персонала. Низкий спрос на ДМС со стороны частных клиентов, предпочитающих оплачивать медицинские услуги напрямую в лечебных учреждениях, обусловлен высокой стоимостью страхового полиса для физических лиц и низкой страховой грамотностью населения.

ДМС традиционно как в нашей стране, так и в мире относится к наиболее убыточным видам страхования. Соответственно, при расчете страховых резервов по договорам этой учетной группы проблема точности оценивания актуариями конечного убытка по каждому периоду наступления страховых случаев встает наиболее остро. От корректной оценки страховых резервов зависит финансовая устойчивость страховой компании, ее способность выполнять принятые на себя обязательства по страховым выплатам.

Неверные представления собственников компании о величине ее активов и обязательств, как результат неправильного формирования страховых резервов, могут побудить их к принятию нерациональных финансовых и стратегических решений, что, в конечном счете, негативно скажется на рыночном положении страховой компании.

*Объектом исследования* является рынок добровольного медицинского страхования в России. В главах, посвященных описанию методов оценки резерва произошедших, но незаявленных убытков (РПНУ), объектом исследования является треугольник развития убытков конкретной страховой организации.

*Предметом исследования* является совокупность показателей, характеризующих рынок ДМС и резервы убытков страховых компаний.

*Целью работы* является оценка резервов убытков в добровольном медицинском страховании с помощью экономико-статистических и актуарных методов.

Для достижения цели исследования в работе были поставлены следующие *задачи*:

1) проанализировать современное состояние рынка ДМС в России;

2) подробно изучить алгоритмы реализации трех базовых методов расчета резервов убытков: метода цепной лестницы, метода Борнхуеттера-Фергюсона и мультипликативного метода; применить указанные методики на исследуемом массиве данных;

3) смоделировать динамику цен на медицинские услуги в Российской Федерации и скорректировать с учетом прогноза «медицинской инфляции» на 2013-2017 гг. оценки РПНУ, полученные методом цепной лестницы и мультипликативным методом;

4) разработать методику оценки страховых резервов на основании финансовых потоков страховой компании по календарным годам;

5) спрогнозировать на пятилетнем временном горизонте (с 2013 по 2017 гг.) значения суммарных выплат рассматриваемой страховой организации;

6) сопоставить полученные с помощью различных моделей резервирования оценки РПНУ.

В *первой главе* рассматриваются основополагающие понятия и концепции ДМС как вида страхования, его преимущества по сравнению с обязательным медицинским страхованием (ОМС) и прямой оплатой медицинских услуг в лечебных учреждениях; приводится обзор рынка добровольного медицинского страхования в Российской Федерации; описывается предусмотренная действующим законодательством структура резервов страховой компании.

*Вторая глава* посвящена описанию и демонстрации на примере треугольника убытков конкретной страховой организации трех стандартных методов оценки страховых резервов, наиболее часто используемых актуариями во всем мире. В частности, приводятся ключевые предпосылки каждой из методик, ее достоинства и недостатки, процедура реализации.

В *третьей главе* рассматриваются альтернативные методы оценки страховых резервов: метод цепной лестницы и мультипликативный метод, скорректированные с учетом инфляции; методика оценки РПНУ посредством анализа финансовых потоков страховой компании по календарным периодам. Для реализации вышеуказанных методов моделируется динамика цен на медицинские услуги в Российской Федерации, прогнозируются страховые выплаты исследуемой компании в 2013-2017 гг.

*Информационную базу* исследования составили официальные статистические данные Федеральной службы государственной статистики РФ и Федеральной службы по финансовым рынкам РФ, материалы периодической печати и Интернет-публикации по исследуемой тематике, а также данные об оплаченных убытках и заработанной страховой премии одной из лидирующих в секторе ДМС российских страховых компаний, полученная непосредственно из самой компании.

**Глава 1. ДМС как объект статистического и актуарного исследования**

**§ 1.1. Основополагающие понятия ДМС как вида страхования**

Государственная система здравоохранения в Российской Федерации в настоящее время функционирует за счет средств, поступающих из федерального бюджета, бюджетов субъектов РФ и муниципальных органов местного самоуправления, а также за счет средств системы *обязательного медицинского страхования* (ОМС), посредством государственных страховых фондов аккумулирующей страховые взносы предприятий, учреждений и организаций.

Начиная с 1998 г. Правительством РФ ежегодно утверждается Программа государственных гарантий оказания гражданам России бесплатной медицинской помощи, а начиная с 2005 г. на регулярной основе принимаются подушевые нормативы финансового обеспечения медицинской помощью. Так, средний по России норматив финансирования здравоохранения в расчете на одного жителя страны, предусмотренный Программой госгарантий на 2013 г., составляет 9032,5 руб. В Москве этот показатель более чем вдвое выше рекомендованного на федеральном уровне и составляет 22 120,0 руб.

Министерство здравоохранения России совместно с Федеральным фондом ОМС разрабатывает базовую программу ОМС, после чего она утверждается Правительством РФ. На ее основе органы государственной власти субъектов федерации формируют территориальные программы ОМС.

Территориальная программа ОМС гарантирует всем жителям субъекта федерации оказание необходимой диагностической, лечебной и консультационной помощи в случае острых и хронических заболеваний. Кроме того, она предусматривает диспансеризацию и реабилитацию больных, перенесших тяжелое заболевание, а также проведение профилактических мероприятий среди декретированных контингентов населения (например, вакцинация, регулярный медицинский осмотр) [5].

В то же время все большее распространение приобретают альтернативные источники финансирования здравоохранения: личные средства граждан, индивидуальное и групповое добровольное медицинское страхование (ДМС), спонсорские пожертвования, средства благотворительных фондов и т.д. ДМС является третьим по размеру привлекаемых ресурсов дополнительным источником финансирования после соплатежей населения и платных медицинских услуг.

*Добровольное медицинское страхование*обеспечивает предоставление страхователям гарантий получения медицинской помощи в случае заболевания или несчастного случая путем страхового финансирования. ДМС наряду со страхованием жизни и страхованием от несчастных случаев и болезней относится к сфере личного страхования. Преследуя ту же социальную цель, что и обязательное медицинское страхование, – охрана здоровья населения, система ДМС, будучи отраслью коммерческого, а не социального страхования, разительно отличается от системы ОМС.

Система ОМС реализуется согласно *принципу солидарности*, который означает, что размер страховых взносов, уплачиваемых страхователем в зависимости от получаемого им дохода, не оказывает влияния на объем медицинской помощи, которая будет ему оказана в случае необходимости в рамках системы социального страхования. В отличие от ОМС, в ДМС используется *принцип страховой эквивалентности*. По договору страхования ДМС застрахованный получает в точности тот спектр медицинских услуг и в том объеме, за который была внесена страховая премия [7].

Участие в программах ДМС *не является обязательным* и определяется потребностями и возможностями каждого отдельного гражданина или трудового коллектива. Напротив, в России ОМС является *государственным и всеобщим*. Органами государственной власти определяются основные принципы организации страховой защиты населения, устанавливаются страховые тарифы, очерчивается круг страхователей. Кроме того, государство гарантирует всем своим гражданам равные возможности получения медицинской, лекарственной и профилактической помощи в размерах, зафиксированных в государственных программах ОМС.

По признаку взаимодействия с государственной системой здравоохранения программы ДМС можно классифицировать следующим образом:

1) *Замещающие* программы ДМС действуют в тех странах (например, Германия и Нидерланды), где население имеет право отказаться от уплаты взносов на ОМС и оплачивать медицинскую помощь полностью из собственных средств.

2) *Остаточные* программы ДМС охватывают ту часть расходов на медицинское обслуживание, которая не покрывается или только частично покрывается государством в рамках системы ОМС (например, некоторые виды стоматологических услуг для взрослых, дорогостоящие виды лечения и диагностики).

3) *Дополнительные* программы ДМС позволяют страхователям выбирать качество оказываемой медицинской помощи, скорость и условия ее получения (например, более комфортные условия лечения с использованием новейших медицинских технологий, внеочередные консультации специалиста) [5].

В целом же, поскольку система ДМС не претендует на универсальный охват всех видов медицинской помощи и доступна, как правило, только ограниченному кругу наиболее состоятельных граждан, она носит подчиненный характер по отношению к системе общественного финансирования здравоохранения и ни в коем случае не может ее заменить.

По характеру направленности затрат выделяют следующие виды ДМС:

1) *Страхование здоровья*, в рамках которого компенсируются расходы, связанные с поддержанием и сохранением здоровья. Именно такой подход к ДМС характерен, в частности, для японской системы здравоохранения, являющейся составным звеном общей государственной политики профилактики заболеваемости и укоренения национальной идеи здорового образа жизни. Однако такая модель ДМС требует от всех участников процесса страхования – государства, страховых организаций и граждан – высокого уровня платежеспособности и финансовой устойчивости, что является в настоящее время непреодолимым препятствием на пути внедрения данной модели ДМС в нашей стране.

2) *Страхование затрат на медицинскую помощь*, связанных с лечением и восстановлением здоровья. Данный подход, направленный на лечение уже фактически наступивших заболеваний, лишь в определенной степени предусматривает проведение предупредительных мероприятий. Помимо России, эта модель ДМС свойственна большинству развитых стран, в том числе Германии, Франции, Великобритании [7].

Исходя из потребностей клиентов и возможностей современной медицины страховая организация разрабатывает общие *Правила страхования*, а затем на их основе создает различные программы ДМС, конкретизируя перечень медицинских услуг, входящих в страховое покрытие, шкалу страховых сумм, лимиты ответственности страховщика, список аккредитованных страховщиком лечебных учреждений и частнопрактикующих врачей т.д.

С*убъектами* ДМС являются:

– страховая компания;

– страхователь;

– застрахованный;

– лечебно-профилактическое учреждение (ЛПУ).

На рис. 1представлена схематично представлен порядок взаимодействия между субъектами ДМС.

*Рис. 1. Порядок взаимодействия между субъектами ДМС*

*Страхователями* по договору ДМС могут выступать как юридические лица, заключающие договор страхования в пользу третьих лиц – работников предприятия (*застрахованных*), так и физические лица, заключающие договор страхования в свою пользу или в пользу третьих лиц (*застрахованных*), например, детей, супруга, партнера по бизнесу.

*Страховым случаем* в ДМС является обращение застрахованного лица в медицинское учреждение (к врачу) за медицинской помощью, установленной договором (полисом) страхования.

Число страховых случаев согласно Правилам ДМС может быть неограниченным. Страховой случай считается урегулированным, когда по медицинским показаниями исчезает необходимость в дальнейшем лечении застрахованного. Урегулирование страхового случая в ДМС растянуто во времени: его продолжительность определяется технологией и методикой лечения на основании предписаний лечащего врача. Затраты на покупку рекомендованных им лекарств компенсируются, если они подтверждены соответствующими рецептами [7].

Страховая сумма устанавливается исходя из стоимости медицинских услуг, предусмотренных договором (полисом) страхования, с учетом нагрузки страховой организации на ведение дела и прибыли. Размер уплачиваемого страхователем страхового взноса определяется на основе *тарифной ставки*.

В зависимости от *объема страхового покрытия* выделяют следующие формы ДМС:

1) *полное страхование медицинских расходов*, подразумевающее возмещение затрат как на амбулаторное, так и стационарное лечение;

2) *частичное страхование медицинских расходов*, когда страховая защита распространяется по выбору страхователя либо на амбулаторное, либо стационарное, либо специализированное лечение (стоматологические услуги, ведение беременности и роды, нахождение в санатории или профилактории);

3) *страхование расходов только по одному риску*.

В рамках программ ДМС страховщиками обычно предлагаются следующие виды медицинского обслуживания:

– амбулаторно-поликлиническую помощь;

– безоперационный стационар;

– хирургический стационар;

– стоматологическую помощь;

– комплексное медицинское обслуживание;

– индивидуальное ведение беременности, оказание акушерской помощи;

– восстановление и реабилитацию;

– скорую медицинскую помощь, экстренную госпитализацию.

Согласно исследованию MRS Business Research Company, результаты которого представлены в табл. 1, корпоративные и частные клиенты склонны выбирать различные по наполнению страховые программы.

*Таблица 1*

*Востребованность отдельных видов медицинской помощи*

*среди корпоративных и частных клиентов*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вид медицинского обслуживания** | **Корпоративные клиенты** | **Частные клиенты** |
| Поликлиническое обслуживание (с возможностью вызова врача на дом, стоматологическим обслуживанием и скорой медицинской помощью) | Всегда | Примерно 80% |
| Стационарное обслуживание (экстренно и в плановом порядке) | Практически всегда | Практически всегда |
| Стоматологическое обслуживание (в специализированных клинках) | Часто | Часто |
| Скорая медицинская помощь | Часто | Иногда |
| Ведение беременности | Очень редко | Иногда |
| Программа «Роды» | Очень редко | Иногда |
| Обслуживание детей до 18 лет | Очень редко | Иногда |
| Санаторно-курортное лечение | Иногда | Очень редко |

*Источник:* http://www.mrs.org.uk/

Стоит отметить, что в нашей стране программами ДМС, как правило, не страхуются риски серьезных заболеваний, могущих привести к летальному исходу, таких, как онкологические заболевания, осложнения, вызванные врожденными аномалиями, заболевания, вызванные употреблением наркотических средств и алкоголя, ВИЧ-инфекция и некоторые другие. Программы ДМС пока преимущественно ориентированы на оказание клиентам амбулаторной помощи, и лишь один из десяти страховых полисов предусматривает возможность лечения в стационаре.

*Рис. 2. Распределение клиник, в которых обслуживаются застрахованные, по форме собственности в зависимости от стоимости страхового полиса*

*Источник:* http://www.iep.ru/files/text/usaid/fin-zdrav.pdf

На рис. 2представлены данные о распределении лечебных учреждений, в которых обслуживаются застрахованные по ДМС, по форме собственности, в зависимости от стоимости приобретенной страховки. Таким образом, вероятность быть прикрепленным к государственной клинике уменьшается по мере удорожания страхового полиса, а к частной – возрастает.

Страховое покрытие по ДМС может устанавливаться в форме:

а) *твердой страховой суммы*, в пределах которой страховая организация оплачивает годовое медицинское обслуживание застрахованного;

б) *перечня страховых случаев*, при наступлении которых полностью оплачивается лечение;

в) *перечня медицинских расходов* *с лимитом ответственности* страховой компании по каждому виду.

Договор страхования может быть заключен:

– на неопределенный срок – пока и страхователь, и страховщик заинтересованы в его продолжении;

– на определенный срок – от года и более;

– на конкретный короткий период времени – на время командировки, отпуска за рубежом.

В условиях непрерывного роста цен на медицинские услуги в России заключать долгосрочные договора страхования невыгодно в первую очередь для страхователей, поскольку страховщик всегда может скомпенсировать возросшие выплаты по счетам ЛПУ индексацией стоимости программ ДМС, тогда как страхователю, в случае расторжения договора страхования по его инициативе, будет возвращена лишь часть уплаченной страховой премии за неистекший срок страхования. Кроме того, если договор страхования заключен менее чем на год (либо расторгнут досрочно), предусмотренные законодательством налоговые льготы распространяться на него уже не будут [15].

В договоре ДМС может оговариваться установление так называемого *«периода ожидания»* – периода времени между уплатой страховой премии и вступлением договора в силу, в течение которого страховая организация не несет ответственности по расходам, связанным с обращением застрахованного в медицинские учреждения по поводу установленного перечня заболеваний. Тем самым страховщик снижает или полностью исключает риск привлечения в качестве потенциальных клиентов лиц, ожидающих наступления страхуемого заболевания или уже имеющего его.

Оплата медицинского обслуживания в системе ДМС чаще всего реализуется посредством направления лечебно-профилактическим учреждением счета на оплату оказанных услуг непосредственно страховой компании (рис.3). Однако способы оплаты услуг ЛПУ могут варьироваться, например, в случае если медицинское учреждение находится в собственности страховщика или если застрахованный направляется на лечение в зарубежную клинику, требующую предварительной оплаты предоставляемых медицинских услуг (до наступления страхового случая).

*Рис. 3. Порядок оплаты медицинской помощи в ДМС*

Добровольное медицинское страхование имеет ряд неоспоримых *достоинств*, к числу которых относятся:

– компенсация низкого уровня государственной бюджетной медицины, связанного с недостатков финансовых ресурсов на ее поддержание и развитие;

– снижение разовых расходов на медицинские услуги, которые были бы понесены, если бы клиент в случае серьезного заболевания напрямую обратился за помощью в частное лечебное учреждение.

Страховой портфель дает возможность распределить риски значительных расходов среди большого числа страхователей (более или менее нуждающихся в медицинской помощи), что обуславливает относительное снижение общих затрат на медицинскую помощь для людей с высокой вероятностью наступления того или иного заболевания.

– оптимизация соотношения цена-качество за счет того, что страховые организации, во-первых, обладают актуальной статистикой обращений в медицинские учреждения и, соответственно, хорошо информированы о том, какие услуги наиболее востребованы среди застрахованных, а во-вторых, ориентируются в ценах, условиях и качестве обслуживания в различных медицинских учреждениях;

– контролирование страховщиком качества оказываемых клиенту медицинских услуг, их соответствия перечню, предусмотренному договором страхования;

– возможность выхода за рамки перечня закрепленных в Территориальной программе ОМС видов медицинской помощи.

**§ 1.2. Экономико-статистический анализ развития рынка ДМС в России**

Как видно из табл. 2, мировой финансовый кризис, охвативший планету осенью 2008 г., повлек за собой сокращение количества договоров страхования по ДМС, заключаемых ежегодно страховыми организациями Российской Федерации. Так, в 2008 г. значение исследуемого показателя уменьшилось на 3,50% относительно уровня предыдущего года. Однако суммарное количество заключенных договоров по всем видам страхования увеличилось на 7,23%, что обусловило снижение доли полисов ДМС в общем количестве заключенных договоров до 5,82%. В 2009 г. ситуация в рассматриваемом сегменте страхового рынка еще больше усугубилась: темп снижения количества заключенных договоров страхования ускорился и составил 3,86%. Что примечательно, доля договоров ДМС в общем количестве страховых договоров за год значительно возросла (на 1,54 п.п.) в результате падения в 2009 г. суммарного количества заключенных договоров по всем видам страхования приблизительно на четверть.

*Таблица 2*

*Динамика количества заключенных договоров страхования*

*российскими страховыми организациями*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Годы** | **Количество заключенных договоров страховыми организациями по всем видам страхования** | **Количество заключенных договоров по ДМС** | **Темп прироста количества заключенных договоров по ДМС, %** | **Доля договоров ДМС в общем количестве договоров страхования, %** |
| 2004 | 107 996 435 | 9 457 351 | 11,31 | 8,76 |
| 2005 | 138 147 885 | 8 860 397 | -6,31 | 6,41 |
| 2006 | 133 372 557 | 9 220 473 | 4,06 | 6,91 |
| 2007 | 147 176 794 | 9 517 339 | 3,22 | 6,47 |
| 2008 | 157 813 375 | 9 184 393 | -3,50 | 5,82 |
| 2009 | 119 975 086 | 8 829 985 | -3,86 | 7,36 |
| 2010 | 128 054 675 | 9 055 771 | 2,56 | 7,07 |
| 2011 | 133 228 389 | 9 027 263 | -0,31 | 6,78 |
| 2012 | – | 11 626 849 | 28,80 |  |

*Источник:* http://cbsd.gks.ru/

В 2010 г. на рынке добровольного медицинского страхования наметилось некоторое оживление, и как следствие, количество заключенных российскими страховщиками договоров выросло на 2,56% в сравнении с соответствующим показателем в 2009 г., однако предкризисный уровень в 9 517 339 страховых договоров так и не был достигнут (значение показателя в 2010 г. на 4,85% ниже, чем в 2007 г.).

2011 г. вновь ознаменовался падением на 0,31% количества заключенных договоров по ДМС, что на фоне положительного темпа прироста (в 4,04%) суммарного количества страховых договоров по всем видам страхования повлекло за собой снижение доли полисов ДМС на 0,30 п.п. 2012 г., напротив, был отмечен небывало высоким (в 28,80%) темпом прироста числа заключенных договоров по ДМС.

*Таблица 3*

*Динамика страховых взносов, собранных российскими*

*страховыми организациями*

| **Годы** | **Суммарные страховые взносы по всем видам страхования,** **тыс. руб.** | **Страховые взносы по ДМС,** **тыс. руб.** | **Темп прироста страховых взносов по ДМС, %** | **Доля страховых взносов по ДМС в общем объеме страховых взносов, %** | **Средний взнос по 1 договору страхования ДМС, руб.** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2004 | 470 525 735,5 | 38 878 136,8 | 24,79 | 8,26 | 4 110,9 |
| 2005 | 506 151 083,5 | 45 739 473,3 | 17,65 | 9,04 | 5 162,2 |
| 2006 | 614 001 859,1 | 53 317 361,4 | 16,57 | 8,68 | 5 782,5 |
| 2007 | 775 082 990,7 | 63 185 932,4 | 18,51 | 8,15 | 6 639,0 |
| 2008 | 954 754 167,3 | 74 489 708,6 | 17,89 | 7,80 | 8 110,5 |
| 2009 | 979 099 327,7 | 74 346 951,9 | -0,19 | 7,59 | 8 419,8 |
| 2010 | 1 036 676 951,0 | 85 717 904,2 | 15,29 | 8,27 | 9 465,6 |
| 2011 | 1 269 762 844,1 | 96 893 526,8 | 13,04 | 7,63 | 10 733,4 |
| 2012 | – | 108 947 459,0 | 12,44 | – | 9 370,3 |

*Источник:* http://cbsd.gks.ru/

Данные табл. 3 свидетельствуют о том, что страховые взносы по добровольному медицинскому страхованию на протяжении рассматриваемого периода демонстрировали непрерывный рост. Лишь в 2009 г. сумма страховых премий по ДМС сократилась на 0,19% относительно уровня 2008 г. Однако следует отметить, что темп прироста исследуемого показателя год от года снижается: в 2010 г. страховые взносы по ДМС, собранные российскими страховщиками, увеличились на 11 370 952,3 руб., или на 15,29%, в 2011 г. – на 11 175 622,6 руб., или на 13,04%, в 2012 г. – на 12 053 932,2 руб., или на 12,44%.

Снижение поступлений по договорам ДМС в 2009 г. явилось следствием сокращения бюджетов предприятий на социальное обеспечение своих сотрудников. Однако ранее предсказываемого аналитиками массового отказа компаний-страхователей от страховой защиты по ряду причин не произошло. Главную роль здесь сыграл репутационный фактор: предприятие, которое в условиях финансового кризиса резко урезает расходы на социальную поддержку персонала, не может считаться надежным и долгосрочным партнером; снижается его конкурентоспособность на рынке труда. Поэтому единственным выходом для большинства компаний было совместно со страховщиком найти оптимальный баланс между ценой страховой программы и ее наполнением, перейдя от продуктов с максимально широким страховым покрытием к более экономичным при сохранении качества оказываемых медицинских услуг.

Возможен и другой, менее предпочтительный, путь: заключить новый договор со страховой компанией, цены которой намного ниже средних по рынку. Однако аргументы демпингующих страховщиков о высоких скидках в ЛПУ и меньших, по сравнению с конкурентами, расходах на ведение дел не представляются состоятельными. В реальности скидки в медицинских учреждениях у большинства страховых компаний уже достигли максимальных отметок, а расходы на урегулирование убытков, комиссионные вознаграждения страховым агентом и прочие РВД обходятся всем игрокам рынка в приблизительно одинаковые суммы.

Основной причиной роста рынка ДМС в 2010-2011 гг. эксперты считают так называемую «медицинскую инфляцию» (рост стоимости оказания услуг лечебными учреждениями), на величину которой ежегодно индексируют свои тарифы страховщики. Кроме того, росту страховых взносов способствовало постепенное возвращение старых клиентов, благополучно переживших кризис, и восстановление предприятиями урезанных на волне кризиса бюджетов на медицинское обслуживание своих работников.

Рост цен на услуги лечебных учреждений зачастую не сопровождается повышением качества обслуживания. Как следствие, организация лечебно-диагностического процесса, квалификация медицинского персонала, оснащенность медицинской техникой и аппаратурой той или иной клиники далеко не всегда соответствует потребностям и желаниям клиентов. Выход из сложившейся ситуации многие страховые компании видят в создании собственных медицинских центров. Однако позволить себе подобные инвестиции могут лишь ведущие игроки рынка ДМС.

Доля страховых взносов по ДМС в общем объеме уплаченных страховых премий принимала максимальное значение в 2005 г., постепенно уменьшаясь в течение последующих четырех лет, что явилось следствием более высоких темпов прироста суммарных страховых взносов по всем видам страхования в сравнении с темпами прироста поступлений по ДМС. Например, в 2007 г. темп прироста страховых премий по ДМС относительно аналогичного показателя в 2006 г. составил 18,51%, в то время как общая сумма страховых взносов увеличилась на 26,23%, в результате чего доля взносов по договорам ДМС снизилась на 0,53 п.п. В 2011 г., после короткого перерыва, указанная тенденция вновь заявила о себе: темп прироста суммарных страховых премий, собранных российскими страховыми организациями, достиг уровня в 22,48% (на 9,45 п.п. выше темпа прироста страховых взносов по ДМС в этом же году), обусловив тем самым снижение доли поступлений по ДМС в общем объеме страховых взносов за год на 0,64 п.п.

Для сравнения, суммарный объем страховых премий по обязательному медицинскому страхованию, реализуемому в рамках государственных гарантий по предоставлению бесплатной медицинской помощи гражданам Российской Федерации, составил в 2011 г. 611 364 592,7 тыс. руб. (или 48,15% от общей суммы собранных российскими страховщиками страховых взносов). Поэтому приходится констатировать, что рынок ДМС в нашей стране пока развит в недостаточной степени, несмотря на то, что государство предпринимает активные меры для его развития.

Так, расходы на добровольное медицинское страхование работников предприятия могут быть отнесены на его себестоимость (что влечет за собой уменьшение налогооблагаемой базы по налогу на прибыль) в размере, не превышающем 6% от годового размера фонда оплаты труда (всех сотрудников компании, а не только застрахованных) (ст.255 п.16 части II НК РФ). Кроме того, страховые взносы по ДМС не облагаются НДС и налогом на доходы физических лиц (ст.149 п.3 п/п.7, ст.213 п.1 п/п.3 и п.3 части II НК РФ). Для физических лиц предусмотрены социальные налоговые вычеты в размере до 120 тыс. руб. (размер вычета по расходам на дорогостоящее лечение не ограничивается) при заключении договора ДМС в свою пользу, а также в пользу супруга (супруги), родителей и несовершеннолетних детей (ст.219 п.1 п/п.3 части II НК РФ).

*Таблица 4*

*Динамика выплат по договорам страхования в российских*

*страховых организациях*

| **Годы** | **Суммарные выплаты по договорам страхования по всем видам страхования, тыс. руб.** | **Страховые выплаты по договорам ДМС, тыс. руб.** | **Темп прироста страховых выплат по договорам ДМС, %** | **Доля страховых выплат по договорам ДМС в общем объеме страховых выплат, %** | **Средняя выплата по 1 договору страхования ДМС, руб.** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2004 | 293 562 831,8 | 31 106 365,0 | 31,31 | 10,60 | 3 289,1 |
| 2005 | 308 484 365,3 | 35 287 477,7 | 13,44 | 11,44 | 3 982,6 |
| 2006 | 356 934 294,6 | 39 752 092,7 | 12,65 | 11,14 | 4 311,3 |
| 2007 | 486 597 210,8 | 47 755 561,7 | 20,13 | 9,81 | 5 017,7 |
| 2008 | 633 233 604,5 | 59 067 535,3 | 23,69 | 9,33 | 6 431,3 |
| 2009 | 739 908 096,0 | 64 718 918,4 | 9,57 | 8,75 | 7 329,4 |
| 2010 | 774 830 597,8 | 66 470 264,2 | 2,71 | 8,58 | 7 340,1 |
| 2011 | 902 205 726,6 | 74 484 113,6 | 12,06 | 8,26 | 8 251,0 |
| 2012 | – | 81 999 181,0 | 10,09 | – | 7 052,6 |

*Источник:* http://cbsd.gks.ru/

Далее обратимся к динамике выплат по договорам добровольного медицинского страхования, представленной в табл. 4. На всем протяжении периода наблюдения страховые выплаты по ДМС характеризовались положительными и начиная с 2006 г. ускоряющимися темпами прироста относительно предыдущего года. По итогам 2008 г. сумма страховых выплат по договорам ДМС увеличилась на 23,69%, после чего последовало существенное замедление темпов прироста рассматриваемого показателя в 2009-2010 гг., однако уже в 2011 г. страховые вы платы по ДМС вновь стали расти с ускорением, увеличившись по отношению к уровню 2010 г. на 8 013 849,4 руб., или 12,06%. В 2012 г. темп прироста страховых выплат вновь снизился – на 1,97 п.п. – относительно соответствующего показателя в 2011 г.

Следует отметить, что доля страховых выплат по договорам ДМС в общем объеме страховых выплат с течением времени неуклонно снижается: в 2010 г. – на 0,17 п.п., в 2011 г. – на 0,32 п.п. Выявленная тенденция объясняется тем, что темпы прироста страховых выплат по договорам ДМС неизменно уступают по значению темпам прироста суммарных страховых выплат, производимых ежегодно российскими страховыми компаниями. Так, в 2010 г. разница между ними составила 2,01 п.п., а в 2011 г. – 4,38 п.п.

*Рис. 4. Динамика страховых премий и страховых выплат*

*по договорам ДМС в 2004-2012 гг.*

*Источник:* http://cbsd.gks.ru/

Как видно из рис. 4, сумма страховых взносов по ДМС систематически превышает сумму страховых выплат по ДМС: в 2009 г. – на 9 628 033,5 руб. (одно из минимальных значений за рассматриваемый период), в 2010 г. – на 19 247 640,0 руб., в 2011 г. – на 22 409 413,2 руб., в 2012 г. – на 26 948 278,0 руб. Таким образом, расхождение между двумя показателями с течением времени все больше нарастает.

*Рис. 5. Доля премий по договорам ДМС в общем объеме страховых премий и доля выплат по договорам ДМС в общем объеме страховых выплат в 2004-2012 гг.*

Рис. 5демонстрирует, что в течение 2004-2011 гг. удельный вес страховых выплат по договорам ДМС в суммарных выплатах по всем видам страхования был неизменно выше удельного веса поступлений по договорам ДМС в общем объеме страховых взносов. Тем не менее в последние несколько лет наметилась тенденция к сближению этих двух показателей: если в 2006 г. разница между ними составляла 2,45 п.п., то к 2010 г. она снизилась до 0,31 п.п. В 2011 г. доля выплат по договорам ДМС в общей сумме выплат, произведенных российскими страховщиками за отчетный период, на 0,62 п.п. превосходила долю страховых премий по ДМС в суммарных взносах по всем видам страхования .

Необходимо также обратить внимание на рис. 6, на котором представлена динамика средних взносов и средних выплат по 1 договору страхования ДМС в 2004-2011 гг.

*Рис. 6. Динамика средних взносов и средних выплат*

*по 1 договору страхования ДМС в 2004-2012 гг.*

Оба показателя на протяжении 2004-2011 гг. характеризовались устойчивой восходящей тенденцией: в 2011 г. средняя премия по 1 договору ДМС возросла на 13,39%, а средняя выплата – на 12,41%, причем средняя выплата по 1 договору страхования ДМС составляла 76,87% от значения среднего взноса. Однако в 2012 г., в силу рекордно высокого роста количества заключенных договоров по ДМС, и средняя выплата, и средний взнос по 1 договору страхования значительно снизились – на 12,70% и 14,52% соответственно.

*Рис. 7. Динамика коэффициентов убыточности российских*

*страховых организаций по ДМС в 2004-2012 гг.*

Рис. 7 показывает, что коэффициент выплат по ДМС, рассчитываемый как отношение суммы осуществленных за год страховых выплат к аккумулированным страховщиками премиям, в 2009 г. достиг своего максимального значения в 87,05% (на 7,75 п.п. выше уровня годом ранее), т.е. на каждые 100 рублей собранных взносов по договорам ДМС страховыми организациями было выплачено 87,05 рубля. Тенденция к росту убыточности в секторе ДМС наметилась еще в 2007 г., когда коэффициент выплат вырос на 1,02 п.п. по сравнению со значением в 2006 г., и продолжилась на протяжении последующих трех лет. Однако в 2010 г., когда экономика Российской Федерации начала демонстрировать первые признаки оживления после затяжного финансового кризиса («великой рецессии»), коэффициент убыточности по ДМС, сократившись на 9,50 п.п., практически сравнялся по величине с соответствующим показателем в 2005 г. В 2011 г. он снизился еще на 0,67 п.п., в 2012 г. – на 1,61 п.п.

Наибольшая доля суммарных страховых премий (87,73% в 2012 г.) в секторе добровольного медицинского страхования приходится на договоры медицинского обслуживания, заключенные с юридическими лицами, и лишь малая часть (12,27%) – на полисы ДМС, приобретенные физическими лицами в индивидуальном порядке (табл. 5). Росту розничного спроса на ДМС в значительной степени препятствует высокая стоимость страхового полиса для частных лиц, в 3-4 раза превышающая его стоимость для корпоративных клиентов в расчете на одного человека при аналогичном наборе предоставляемых медицинских услуг. Однако снижать цены на полисы для физических лиц страховые организации не намерены из-за высокой убыточности розничного ДМС: в 2011 г. коэффициент выплат по договорам с частными лицами составил 80,02% против 74,97% в корпоративном секторе. Обычно розничные полисы ДМС приобретаются лицами, имеющими серьезные проблемы со здоровьем и, соответственно, стремящимися получить максимальный объем услуг за вложенные деньги. Тогда как при страховании больших коллективов риски равномерно распределяются среди всех работников, поэтому отпадает необходимость в проведении медицинского обследования и оценке рисков по каждому застрахованному [30].

*Таблица 5*

*Страховые взносы, собранные российскими страховыми организациями,*

*по договорам страхования ДМС с физическими и юридическими лицами*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Годы** | **Доля поступлений по договорам страхования с физическими лицами в общем объеме страховых взносов по ДМС, %** | **Доля поступлений по договорам страхования с юридическими лицами в общем объеме страховых взносов по ДМС, %** | **Темп прироста страховых взносов по договорам страхования ДМС с физическими лицами, %** | **Темп прироста страховых взносов по договорам страхования ДМС с юридическими лицами, %** |
| 2009 | 15,52 | 84,48 | – | – |
| 2010 | 13,80 | 86,20 | 1,96 | 17,01 |
| 2011 | 12,21 | 87,79 | 0,49 | 15,74 |
| 2012 | 12,27 | 87,73 | 12,46 | 11,84 |

*Источник:* http://www.fcsm.ru/ru/contributors/insurance\_industry/statistics/

Перекос в сторону корпоративных клиентов на протяжении 2009-2011 гг. лишь усиливался, что не вызывает удивления, поскольку темп прироста поступлений по договорам страхования с физическими лицами (0,49% в 2011 г.) существенно уступал аналогичному показателю по договорам с юридическими лицами (15,74%). В 2012 г. ситуация на рынке ДМС изменилась на противоположную: темп прироста страховых взносов в частном секторе значительно возрос, а в корпоративном – наоборот, замедлился. Популяризация индивидуального ДМС среди населения потребует от страховых компаний ощутимых маркетинговых усилий, направленных на повышение информированности граждан о сути данного вида страхования.

Перспективы развития частного сектора ДМС довольно оптимистичны, но вряд ли стоит ожидать кардинальных трансформаций существующего положения дел в обозримом будущем, для этого сначала должны произойти значительные изменения как в уровне благосостояния людей, так и в их сознании.

Во всем мире обширный социальный пакет, составной частью которого все чаще становится программа по добровольному медицинскому страхованию, наряду с заработной платой является одним из источников повышения лояльности персонала к компании. Среди отечественных работодателей встречаются как те, кто активно использует этот инструмент стимулирования сотрудников, так и те, кто яро сопротивляется включению страхования в компенсационный пакет работника [11].

Первая группа, как правило, представлена крупными промышленными предприятиями, бесперебойное функционирование которых требует поддержания числа сотрудников на определенном уровне, а также средними по величине производственными предприятиями, показатели рентабельности которых позволяют им прибегать к услугам страховых организаций. На другой чаше весов находятся торговые и посреднические предприятия, а также предприятия сферы услуг, чьим излюбленным инструментом мотивации трудового коллектива является заработная плата, зачастую выплачиваемая в конвертах по обоюдному согласию работника и работодателя.

*Таблица 6*

*Показатели концентрации страхового рынка в секторе ДМС в 2009-2012 гг.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Годы** | **Индекс Герфиндаля-Хиршмана** | **Количество страховщиков, осуществляющих страхование в секторе ДМС** | **Доля страховых премий ведущих страховщиков в общем объеме собранных страховых премий, %** |
| **Топ-10** | **Топ-20** | **Топ-50** |
| 2009 | 0,0555 | 344 | 56,40 | 70,98 | 85,56 |
| 2010 | 0,0615 | 297 | 62,07 | 76,37 | 89,69 |
| 2011 | 0,0628 | 243 | 64,42 | 79,19 | 91,20 |
| 2012 | 0,0729 | 224 | 67,44 | 80,87 | 92,08 |

*Источник:* http://www.insur-info.ru/statistics/analytics/

Уровень концентрации страховых организаций на рынке добровольного медицинского страхования постепенно увеличивается (табл. 6): за период 2011-2012 гг. индекс Герфиндаля-Хиршмана, рассчитываемый по формуле: $HHI=\sum\_{i=1}^{n}d\_{i}^{2}$, где $d\_{i}$ – доля поступлений *i*-ой компании в общей сумме страховых премий, собранных функционирующими в секторе ДМС страховыми организациями, повысился с 0,0628 до 0,0729; количество страховщиков, осуществляющих страхование в рассматриваем сегменте страхового рынка, сократилось с 243 до 224. Доля страховых премий десятки крупнейших страховых организаций возросла с 56,40% в 2009 г. до 64,42% и 67,44% в 2011 и 2012 гг. соответственно. Двадцатке лидеров по ДМС удалось в 2012 г. сконцентрировать в своих руках 80,87% суммарных страховых взносов в противовес доле в 79,19% годом ранее. Пятьдесят ведущих страховщиков в 2012 г. аккумулировали совместными усилиями 92,08% общей суммы собранных страховых премий в секторе ДМС (для сравнения – в 2009 г. этот показатель составлял 85,56%).

*Рис. 8. Удельные веса страховых премий, собранных десяткой ведущих*

*российских страховщиков в секторе ДМС в 2007 г.*

Как видно из рис. 8-10, на протяжении 2007-2012 гг. в десятку лидеров рынка добровольного медицинского страхования неизменно входили следующие страховые организации: СОГАЗ, Allianz, ЖАСО, Ингосстрах, РЕСО-Гарантия, Ренессанс Страхование. В 2010 г. благодаря беспрецедентно высоким темпам прироста поступлений по договорам ДМС к ним присоединилась группа компаний «Росгосстрах», а в 2011 г. – ООО «СК «Согласие» и ЗАО «СК «Транснефть». Однако стоит отметить, что стремительное увеличение страховых премий трех вышеуказанных страховщиков сопровождалось значительным ростом осуществляемых ими страховых выплат: у группы компаний «Росгосстрах» – на 42,48% по отношению к значению в 2010 г., у ООО «СК «Согласие» – на 219,89%, а у ЗАО «СК «Транснефть» – на 33,36%.

*Рис. 9. Удельные веса страховых премий, собранных десяткой ведущих*

*российских страховщиков в секторе ДМС в 2010 г.*

Страховые взносы по договорам ДМС трех крупнейших страховых организаций – страховой группы «СОГАЗ», ОСАО «Ингосстрах» и ОСАО «РЕСО-Гарантия» – росли в 2012 г. более быстрыми темпами (в 28,34%, 28,63% и 42,72% соответственно) по сравнению со средним темпом прироста (в 17,04%), рассчитанным по десятке крупнейших страховщиков в рассматриваемом секторе, что повлекло за собой существенное увеличение принадлежащих им рыночных долей (табл. 7). Для неоспоримого лидера на рынке ДМС – страховой группы «СОГАЗ» – это увеличение составило 2,71 п.п. относительно уровня годом ранее, для ОСАО «Ингосстрах» – 0,95 п.п., а для ОСАО «РЕСО-Гарантия» – 1,53 п.п.

*Рис. 10. Удельные веса страховых премий, собранных десяткой ведущих*

*российских страховщиков в секторе ДМС в 2012 г.*

Наибольшей убыточностью в 2012 г. характеризовались портфели по ДМС страховой группы «СОГАЗ» (88,33%) и ООО «СК «Согласие» (84,29%), тогда как наименьшие значения коэффициента выплат по договорам ДМС были зафиксированы у ООО «Группа Ренессанс Страхование» (48,41%) и группы компаний «Росгосстрах» (61,29%).

*Таблица 7*

*Страховые организации, лидировавшие по страховым премиям*

*в секторе ДМС в 2012 г.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование страховой организации** | **Страховые премии по договорам ДМС, тыс. руб.** | **Темп прироста к 2011 г., %** | **Страховые выплаты по договорам ДМС, тыс. руб.** | **Темп прироста к 2011 г., %** | **Коэффициент выплат, %** |
| 1 | СОГАЗ | 22 841 309 | 28,34 | 20 175 310 | 19,96 | 88,33 |
| 2 | Ингосстрах | 7 876 564 | 28,63 | 5 788 335 | 19,22 | 73,49 |
| 3 | РЕСО-Гарантия | 7 662 655 | 42,72 | 5 159 007 | 42,38 | 67,33 |
| 4 | ЖАСО | 7 615 518 | 12,75 | 6 385 600 | 11,02 | 83,85 |
| 5 | Allianz | 6 143 503 | -14,63 | 5 091 981 | -7,19 | 82,88 |
| 6 | Росгосстрах | 5 653 106 | -2,04 | 3 465 023 | 8,80 | 61,29 |
| 7 | АльфаСтрахование | 5 315 160 | -4,28 | 4 252 962 | 28,64 | 80,02 |
| 8 | Согласие | 4 560 925 | 36,13 | 3 871 653 | 46,91 | 84,89 |
| 9 | Ренессанс Страхование | 3 234 352 | 33,78 | 1 565 841 | 13,41 | 48,41 |
| 10 | Транснефть | 2 372 706 | 4,26 | 1 661 786 | 29,18 | 70,04 |
| **Итого по Топ-10** | **73 275 798** | **17,04** | **57 417 498** | **18,81** | **78,36** |

**§ 1.3. Особенности формирования страховых резервов в ДМС**

*Страховой резерв* – это денежный фонд, образуемый страховой компанией за счет аккумулированных страховых взносов и предназначенный для обеспечения исполнения ею обязательств по страховым выплатам в порядке и на условиях, предусмотренных как действующим законодательством, так и заключенным договором страхования [2].

Потребность в формировании страховых резервов обусловлена вероятностным характером страховых событий и неопределенностью момента наступления и величины ущерба. Поскольку имеет место временной лаг между поступлением страховой премии и осуществлением страховых выплат, то определенная часть страховой премии должна быть зарезервирована на будущее для обеспечения потенциальных страховых выплат по действующим договорам страхования путем создания страхового денежного фонда.

Величина страхового денежного фонда не может быть постоянной, поскольку объем ответственности страховой организации по действующим договорам, определяемый числом договоров страхования, объемом аккумулируемых страховых премий, структурой страхового портфеля, ценовой политикой, меняется вследствие непрерывности процесса страхования [12].

От корректной оценки страховых резервов по неисполненным или исполненным не полностью обязательствам зависят финансовая устойчивость и платежеспособность страховой компании. На основании нормативных актов органов страхового надзора страховщиками разрабатывается положение о порядке формирования страховых резервов, являющееся элементом учетной политики компании.

Оценка страховых резервов производится на конец отчетного периода при определении финансового результата от страховой деятельности. Отчет о страховых резервах по страхованию иному, чем страхование жизни предоставляется в Министерство Финансов РФ в составе годовой бухгалтерской отчетности.

Предусмотренная действующим законодательством структура страховых резервов по страхованию иному, чем страхование жизни (так называемые *технические* резервы) представлена на рис. 11.

*Рис. 11. Классификация страховых резервов по страхованию*

*иному, чем страхование жизни.*

*Резерв незаработанной премии* (РНП) предназначен для обеспечения исполнения обязательств страховщика по предстоящим выплатам, которые могут возникнуть в будущих отчетных периодах.

Между моментом наступления страхового случая и моментом его окончательного урегулирования всегда проходит определенный срок. Во-первых, убыток должен быть зарегистрирован и проверен страховой организацией. Кроме того, специфика определенных видов страхования, в частности страхования гражданской ответственности, такова, что ущерб может проявиться лишь спустя долгое время после его причинения. Так, скрытая до поры до времени ошибка проектирования архитектора может быть обнаружена при повышенной нагрузке на сооружение. Во-вторых, само урегулирование убытка, особенно в случае крупного ущерба, может занять немало времени, если его окончательная стоимость зависит, например, от исхода судебного процесса или от длительности лечения серьезного заболевания [19].

Таким образом, в конце каждого отчетного периода имеются два вида убытков неопределенного размера:

1) убытки второго типа уже заявлены страховщику, но еще не урегулированы окончательно. *Резерв заявленных, но неурегулированных убытков* (РЗУ) есть денежная оценка обязательств страховщика на отчетную дату по заявленным, но неурегулированным убыткам, дополнительно учитывающая возврат страховых премий и расходы по урегулированию убытков.

2) убытки первого типа уже наступили или причинены, но еще не заявлены страховщику в установленном порядке или не замечены страхователем; для них страховщик обязан сформировать достаточный *резерв произошедших, но незаявленных убытков* (РПНУ).

Точная оценка резервов убытков необходима не только для внешней отчетности, но и для расчета премий, в основе которого лежат данные о прошлом процессе убытков.

*Стабилизационный резерв* (СР) предназначен для исполнения обязательств по страховым выплатам, плохо поддающимся количественной оценке.

Добровольное медицинское страхование относится к так называемым видам страхования «с коротким хвостом», т.е. в этом сегменте страхового рынка срок между моментом наступления убытка и моментом его окончательного урегулирования относительно короток (1-2 квартала).

Как уже отмечалось ранее, отечественными страховыми организациями, как правило, не принимаются на страхование риски трудноизлечимых, смертельно опасных заболеваний таких, как злокачественные новообразования, ВИЧ-инфекция и СПИД, инфаркт миокарда, инсульт, острая почечная и сердечная недостаточность, а также заболевания, при которых возникает необходимость трансплантации жизненно важных органов. Именно ориентированность российских страховщиков на оказание застрахованным преимущественно амбулаторно-поликлинической помощи (диагностика, физиотерапия, стоматологические услуги и т.д.) без хирургического вмешательства способствует тому, что большая часть убытков урегулируется в течение одного квартала с момента их возникновения. Тогда как в случае вышеперечисленных заболеваний продолжительность лечения и, соответственно, длительность урегулирования страховых случаев, могла бы достигать нескольких лет [7].

Соответственно, наибольшие удельные веса в общей величине резерва произошедших, но незаявленных убытков на конец отчетного периода имеют резервы убытков по страховым случаям наиболее близких по времени периодов зарождения, тогда как для более отдаленных периодов инцидента на рассматриваемом временном промежутке денежные суммы могут и вовсе не резервироваться, поскольку все возможные убытки по ним уже урегулированы на отчетную дату.

**Выводы по Главе 1**

Обзор современного состояния рынка ДМС в России показал, что объем собираемых страховыми компаниями взносов по договорам ДМС неизменно увеличивается из года в год. На корпоративных клиентов приходится приблизительно 87% страховых премий, среди частных лиц ДМС еще не получило столь широкого распространения. С течением времени растет концентрация страховщиков в исследуемом секторе, что, наряду с совершенствованием актуарных расчетов тарифных ставок для граждан с различными рисками заболеваний, должно привести к повышению рентабельности этого вида страхования. Развитию розничного ДМС в нашей стране может способствовать усиленная реклама со стороны страховщиков, обновление и диверсификация продуктовой линейки, упрощение применения налоговых льгот.

Резерв произошедших, но незаявленных убытков формируется страховой организацией как гарантия исполнения ею своих обязательств по осуществлению страховых выплат в связи со страховыми случаями, которые уже наступили, но еще не были заявлены страховщику. РПНУ оказывает существенное воздействие на тарифную политику страховой компании, величину отчислений в федеральный бюджет по налогу на прибыль, размер выплачиваемых ею дивидендов и т.д., поэтому точность его оценивания является залогом успешного функционирования страховой компании.

Убытки по договорам страхования ДМС, как правило, развиваются в течение непродолжительного периода времени – 1-2 квартала, однако в случае серьезного заболевания урегулирование страхового случая может растянуться и на более долгий срок.

**Глава 2. Расчет резервов убытков в ДМС стандартными**

**актуарными методами**

**§ 2.1. Треугольник развития как инструмент представления**

**данных по убыткам страховой компании**

Треугольник развития (треугольник убытков, треугольник выбывания) служит средством для аккумулирования информации, необходимой для оценки резерва произошедших, но незаявленных убытков.

Часто треугольник развития строится в кумулятивной форме (табл. 8), когда величины $Y\_{ij}$ представляют собой совокупные страховые выплаты на конец отчетного периода с номером *j* по страховым случаям, наступившим в период номером *i*. Для них справедлива формула:

$Y\_{ij}=\sum\_{k=1}^{j}y\_{ik}$,

где $y\_{ik}$ – размер платежа в *k*-ом периоде развития по страховым случаям, произошедшим в *i*-ом периоде наступления убытков.

*Таблица 8*

*Треугольник развития убытков страховой компании. Накопленные платежи*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Период наступления убытков, *i*** | **Период оплаты убытков, *j*** | **Совокупные выплаты** |
| 1 | 2 | 3 | … | *n-*1 | *n* | *…* |
| 1 | *Y11* | *Y12* | *Y13* | … | *Y1*,*n-1* | *Y1n* | *…* | *Y1∞* |
| 2 | *Y21* | *Y22* | *Y23* | … | *Y2*,*n-1* | *?* | *…* | *Y2∞* |
| 3 | *Y31* | *Y32* | *Y33* | … | *?* | *?* | *…* | *Y3∞* |
| … | … | … | … | *?* | *?* | *?* | *…* | *…* |
| *n*-1 | *Yn-1*,*1* | *Yn-1*,*2* | *?* | *?* | *?* | *?* | *…* | *Yn-1*,*∞* |
| *n* | *Yn1* | *?* | *?* | *?* | *?* | *?* | *…* | *Yn∞* |

Возможна и другая форма треугольника развития, когда в ячейках матрицы расположены не аккумулированные уровни убытков, а приращения $y\_{ij}=Y\_{ij}-Y\_{i,j-1}$ (причем $y\_{i0}=0)$, представляющие собой суммарные выплаты в *j*-ом квартале развития по страховым случаям, произошедшим в *i*-ом квартале инцидента [19].

Диагонали треугольника убытков соответствуют календарным периодам (месяцы, кварталы, годы). Все платежи на одной диагонали осуществляются на протяжении одного и того же финансового периода. Главная диагональ представляет собой последний истекший календарный период, располагающаяся под ней информация на отчетную дату неизвестна.

Задача резервирования сводится к нахождению $Y\_{i\infty }$ – совокупной будущей стоимости страховых случаев за *i*-ый период событий, которая требуется для оценки $R\_{i}$ – резерва неоплаченных убытков для года с номером *i*. Общий размер РПНУ к концу страхового периода с номером *n* определяется путем суммирования резервов всех анализируемых периодов наступления убытков [17]:

$R=\sum\_{i=1}^{n}R\_{i}=\sum\_{i=1}^{n}(Y\_{i\infty }-Y\_{i,n-i+1})$*.*

Все методы оценки РПНУ основаны на одних и тех же принципах:

1) анализ данных за прошедшие периоды;

2) оценивание параметров модели;

3) экстраполяция или проектирование полученных результатов на будущее.

Исследуемый массив данных (табл. 9) представлен треугольником развития убытков в кумулятивной форме одной из лидирующих по объему страховых премий в секторе ДМС российских страховых компаний. В треугольнике развития аккумулирована информация об оплаченных страховой компанией убытках по страховым случаям, произошедшим в течение двадцати предшествующих отчетной дате кварталов. Соответственно, в нашем случае страховые резервы формируются на конец третьего квартала 2012 г. по страховым случаям, наступившим в период с начала четвертого квартала 2007 г. по конец третьего квартала 2012 г.

Определяющая часть платежей производится непосредственно в том же квартале, когда имел место страховой случай, удельный вес страховых выплат второго квартала развития убытков в общей стоимости конечного убытка *i*-го квартала инцидента также велик, по истечении двух лет (восьми кварталов) с момента возникновения страхового случая рост суммарных выплат практически прекращается. Так, анализируя распределение конечного убытка четвертого квартала 2007 г. по кварталам оплаты, мы видим, что 87,28% накопленной суммы платежей по страховым случаям этого квартала приходится на первый квартал развития убытков, 10,86% – на второй, в течение последующих девяти кварталов страховщиком урегулируется оставшаяся часть конечного убытка в размере 1,87%.

Платежи, относящиеся к отдаленным во времени от момента наступления страхового случая кварталам развития, могут быть обусловлены как длительностью лечения того или иного заболевания (например, осложнениями после перелома конечностей или операции по удалению катаракты), так и ошибками сотрудников компании, в чьем ведении находится процесс урегулирования убытков, и несовершенствами процедуры взаимных расчетов между страховщиком и аккредитованными им медицинскими учреждениями (неточности в выставленных ЛПУ счетах на оплату оказанных услуг).

*Таблица 9*

*Исследуемый массив данных о деятельности конкретной страховой организации*

|  |  |
| --- | --- |
| **Yij , руб.** | **Квартал оплаты (развития) убытков (накопленные), j** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| **Квартал наступления убытков, i** | 4 кв. 2007 | **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 кв. 2008 | **2** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 кв. 2008 | **3** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 кв. 2008 | **4** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 кв. 2008 | **5** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 кв. 2009 | **6** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 кв. 2009 | **7** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 кв. 2009 | **8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 кв. 2009 | **9** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 кв. 2010 | **10** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 кв. 2010 | **11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 кв. 2010 | **12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 кв. 2010 | **13** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 кв. 2011 | **14** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 кв. 2011 | **15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 кв. 2011 | **16** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 кв. 2011 | **17** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 кв. 2012 | **18** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 кв. 2012 | **19** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 кв. 2012 | **20** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*Таблица 9*

*Исследуемый массив данных о деятельности конкретной страховой организации (Продолжение)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Yij , руб.** | **Квартал оплаты (развития) убытков (накопленные), j** | **Заработанная страховая премия** | **Заявленные, но неурегулированные убытки** |
| **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
| **Квартал наступления убытков, i** | **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **2** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **3** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **4** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **5** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **6** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **7** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **9** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **10** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **13** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **14** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **16** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **17** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **18** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **19** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **20** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**§ 2.2. Расчет резервов произошедших, но незаявленных убытков**

**методом цепной лестницы**

Основополагающей предпосылкой метода цепной лестницы, также именуемого в научной литературе методом пошагового восхождения, является предположение о постоянстве во времени соотношения величин оплаченных убытков между периодами урегулирования страховых случаев, то есть:

$Y\_{i,j+1}=m\_{j}Y\_{ij}$, $ i=1,…, n$, $j=1,…, n-1$

и $Y\_{i\infty }=M\_{n}Y\_{in}$, $i=1,…, n$,

где $m\_{j}$ – случайная величина, представляющая собой коэффициент роста выплат по страховым случаям, произошедшим в *i*-ом периоде, от одного отчетного периода к другому (с номерами *j* и *j*+1 соответственно);

$M\_{n}$ – случайная величина, отражающая изменение размера убытков по страховым случаям, произошедшим в *i*-ом страховом периоде, в промежутке между периодом с номером *n* и периодом окончательного урегулирования убытков [17].

Величины $m\_{j}$ и $M\_{n}$, называемые *коэффициентами развития*, предполагаются независящими от периода *i* наступления страхового случая.

Процедура расчета РПНУ методом цепной лестницы включает следующие этапы:

**Этап 1.** Первоначально оцениваются коэффициенты развития убытков:

$\hat{m}\_{j}=\frac{\sum\_{i=1}^{n-j}Y\_{i,j+1}}{\sum\_{i=1}^{n-j}Y\_{ij}}$, $j=1,…,n-1$

$\hat{M}\_{n}=\frac{\hat{Y}\_{1\infty }}{Y\_{1n}}$, $\hat{M}\_{j}=\left(\prod\_{k=j}^{n-1}\hat{m}\_{k}\right)\hat{M}\_{n}$,

где $\hat{M}\_{j}$ – коэффициент, характеризующий изменение суммы осуществленных платежей после *j*-го финансового периода.

Коэффициент развития $m\_{j}$ показывает, во сколько раз сумма убытков, урегулированных в текущем периоде развития, превышает аналогичный показатель в предыдущем периоде оплаты.

**Этап 2.** Совокупная стоимость страховых случаев, произошедших в периоде с номером *i*, рассчитывается по формуле:

$\hat{Y}\_{i\infty }=Y\_{i,n-i+1}∙\hat{M}\_{n-i+1}$.

**Этап 3.** Резерв для неурегулированных страховых случаев по каждому периоду наступления убытков оценивается по формуле:

$\hat{R}\_{i}=\hat{Y}\_{i\infty }-Y\_{i,n-i+1}$.

**Этап 4.** На последнем шаге путем суммирования оценок резервов, полученных на предыдущем этапе, рассчитывается оценка общего размера РПНУ к концу страхового периода с номером *n*:

$\hat{R}=\sum\_{i=1}^{n}\hat{R}\_{i}$.

Метод пошагового восхождения не работает, когда $Y\_{1n}=0$, то есть когда еще не было заявлено ни об одном страховом случае либо ни один страховой случай не был оплачен. Соответственно, он не может применяться страховыми компаниями, впервые входящими в тот или иной сегмент страхового рынка и не обладающими достоверной статистической информацией об урегулировании претензий за ряд предшествовавших периодов времени.

Как отмечалось ранее, метод цепной лестницы предполагает, что распределение конечного убытка по периодам урегулирования в среднем одинаково для всех периодов зарождения. Однако на практике процессы убытков разных периодов инцидента зачастую заметно различаются. Поэтому данный метод может применяться актуарием для оценки РПНУ только в том случае, если в течение анализируемого периода времени отсутствовали внешние (инфляция, изменения в действующем законодательстве и др.) или внутренние факторы (изменения процедуры урегулирования страховых случаев, структуры страхового портфеля, лимитов ответственности по договорам перестрахования и др.), оказывающие существенное воздействие на распределение убытков страховой организации по периодам их оплаты. В противном случае нарушается исходная предпосылка метода о пропорциональности столбцов треугольника развития [36].

Кроме того, рассмотренный метод чрезвычайно чувствителен к изменению даже одного значения в треугольнике развития. Следовательно, присутствие в исходном массиве данных крупного по величине убытка может в значительной степени исказить коэффициенты развития убытков от периода к периоду и, как следствие, завысить оценку обязательств страховщика по произошедшим, но неоплаченным убыткам [17].

Критики метода цепной лестницы также подчеркивают его статистическую несостоятельность, выражающуюся в игнорировании факта взаимной зависимости (коррелированности) случайных величин $m\_{j}$ при их последовательном перемножении на первом шаге алгоритма. Однако математическое ожидание произведения случайных величин равняется произведению их математических ожиданий только тогда, когда они независимы. В вышеуказанной зависимости нетрудно убедиться, изменив лишь одно значение в треугольнике выбывания. Так, при незначительном увеличении элемента матрицы совокупных убытков $C\_{32 }$ коэффициент развития $\hat{m}\_{1}$ растет, а $\hat{m}\_{2}$ – снижается, что свидетельствует о наличии отрицательной корреляции между ними.

Продемонстрируем реализацию метода цепной лестницы на исследуемом массиве данных.

Рассчитанные коэффициенты развития убытков (табл. 10) подтверждают тот факт, что добровольное медицинское страхование относится к видам страхования с относительно коротким периодом урегулирования претензий. Накопленная сумма выплат по страховым случаям *i*-го квартала увеличивается во втором квартале развития убытков по сравнению с первым на 42,19%, в третьем квартале темп прироста сокращается до 1,42%, а в четвертом и пятом – составляет лишь 0,17% и 0,34% соответственно. Таким образом, подавляющее большинство убытков по договорам ДМС урегулируется страховой компанией в течение первых двух кварталов с момента возникновения.

В силу того, что убытки по ДМС развиваются, как правило, в течение непродолжительного периода времени, конечная сумма выплат по страховым случаям четвертого квартала 2007 г. $\hat{Y}\_{1\infty }$ принимается равной накопленной сумме платежей к концу третьего квартала 2012 г. ($Y\_{1,20}=$1 202 225 996,95 руб.). В промежутке между первым кварталом оплаты убытков и моментом их окончательного урегулирования совокупная стоимость претензий по инцидентам *i*-го квартала возрастает на 45,11%, для второго квартала развития это изменение составляет 2,06%, для третьего – лишь 0,63%.

Табл. 10показывает, что для первых трех кварталов наступления страховых случаев отсутствует необходимость в формировании резервов убытков ($\hat{R}\_{i}=0$), поскольку оцененная совокупная стоимость страховых случаев для них ($\hat{Y}\_{i\infty }$) не отличается от осуществленной на момент расчета резервов величины платежей $(Y\_{i,21-i}$). Что предсказуемо, максимальные денежные суммы должны быть зарезервированы для еще незаявленных убытков второго и третьего кварталов 2012 г. (6,76% и 89,28% от общей величины РПНУ на отчетную дату). Общий размер РПНУ к концу третьего квартала 2012 г. согласно оценке методом цепной лестницы должен составлять **489 178 014,27** **руб.**

Неизвестные элементы под главной диагональю треугольника убытков определяются исходя из выражения:

$\hat{Y}\_{i,j+1}=\frac{\sum\_{i=1}^{n-j}Y\_{i,j+1}}{\sum\_{i=1}^{n-j}Y\_{ij}}Y\_{ij}=\hat{m}\_{j}Y\_{ij}$.

*Таблица 10*

*Расчет РПНУ методом цепной лестницы*

|  |  |
| --- | --- |
| **Yij , руб.** | **Квартал оплаты (развития) убытков (накопленные), j** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| **Квартал наступления убытков, i** | 4 кв. 2007 | **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 кв. 2008 | **2** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 кв. 2008 | **3** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 кв. 2008 | **4** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 кв. 2008 | **5** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 кв. 2009 | **6** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 кв. 2009 | **7** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 кв. 2009 | **8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 кв. 2009 | **9** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 кв. 2010 | **10** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 кв. 2010 | **11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 кв. 2010 | **12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 кв. 2010 | **13** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 кв. 2011 | **14** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 кв. 2011 | **15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 кв. 2011 | **16** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 кв. 2011 | **17** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 кв. 2012 | **18** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 кв. 2012 | **19** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 кв. 2012 | **20** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | **mj** | 1,4219 | 1,0142 | 1,0017 | 1,0034 | 1,0010 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| **Mj** | 1,4511 | 1,0206 | 1,0063 | 1,0045 | 1,0011 | 1,0001 | 1,0001 | 1,0001 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

*Таблица 10*

*Расчет РПНУ методом цепной лестницы (Продолжение)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Yij , руб.** | **Квартал оплаты (развития) убытков (накопленные), j** | **Ri** |
| **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **Yi∞** |
| **Квартал наступления убытков, i** | **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **2** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **3** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **4** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **5** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **6** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **7** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **9** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **10** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **13** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **14** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **16** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **17** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **18** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **19** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **20** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | **mj** | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |   | **Общий РПНУ=489 178 014,27 руб.** |
| **Mj** | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

**§ 2.3. Применение метода Борнхуеттера-Фергюсона для оценки**

**величины резервов убытков в ДМС**

Данный метод был опубликован в 1972 г. американскими актуариями Р.Л. Борнхуеттером и Р.И. Фергюсоном [33]. В нем основой для оценки резерва убытков является не величина оплаченных на отчетную дату страховых случаев, а оценка конечного убытка за период с номером *i*, выполненная на основе данных о заработанной в соответствующем периоде страховой премии и среднем значении коэффициента убыточности за наблюдаемый отрезок времени.

Согласно Приказу Министерства финансов Российской Федерации от 11 июня 2002 г. №51н метод Борнхуеттера-Фергюсона должен в обязательном порядке использоваться российскими страховыми организациями при определении страховых резервов по страхованию иному, чем страхование жизни [22].

Расчет РПНУ методом Борнхуеттера-Фергюсона реализуется согласно следующему алгоритму:

**Этап 1.** На основе информации, содержащейся в треугольнике развития, по каждому периоду оплаты (развития) убытков рассчитывается *совокупная величина убытков*, произошедших во все периоды зарождения и оплаченных на конец *j*-го периода:

$Y\_{j}=y\_{1j}+y\_{2j}+…+y\_{n-j+1,j}=\sum\_{k=1}^{n-j+1}y\_{kj}$, $j=1,…,n$.

**Этап 2.** Затем, по аналогии с методом цепной лестницы,оцениваются *коэффициенты развития убытков*, характеризующие относительное увеличение совокупной величины оплаченных убытков от текущего периода оплаты к последующему:

$\hat{C}\_{j,j+1}=\frac{Y\_{j+1}}{Y\_{j}-y\_{n-j+1,j}}$, если $Y\_{j}-y\_{n-j+1,j}\ne 0$, $j=1,…,n-1$;

$\hat{C}\_{j,j+1}=\hat{C}\_{j+1,j+2}$, если $Y\_{j}-y\_{n-j+1,j}=0$; $\hat{C}\_{n,n+1}=1$.

**Этап 3.** После чего производится расчет значений *факторов развития убытков*, эквивалентных коэффициентам $M\_{j}$ из метода пошагового восхождения, по следующей формуле:

$\hat{H}\_{j}=\hat{C}\_{j,j+1}∙\hat{C}\_{j+1,j+2}∙…∙\hat{C}\_{n,n+1}=\prod\_{k=j}^{n}\hat{C}\_{k,k+1}$, $j=1,…,n$.

Фактор развития убытков соответствует коэффициенту роста суммы платежей по произошедшим в периоде с номером *i* страховым случаям к концу *n*-го периода оплаты убытков по сравнению с ее размером на конец *j*-го отчетного периода.

**Этап 4.** Определяются *факторы запаздывания*, показывающие, какая часть суммарных убытков *i*-го периода урегулируется на конец *j*-го периода развития:

$\hat{L}\_{j}=\frac{1}{\hat{H}\_{j}}$, $j=1,…,n$.

Таким образом, факторы развития убытков (или факторы запаздывания) позволяют рассчитать накопленную величину будущих выплат по страховым случаям *i*-го периода:

$$\hat{Y}\_{i,n}=y\_{i,n-i+1}∙\hat{H}\_{n-i+1}=\frac{y\_{i,n-i+1}}{\hat{L}\_{i,n-i+1}}$$

**Этап 5.** Для каждого периода наступления убытков вычисляются *коэффициенты оплаченных убытков*,равные отношению совокупной стоимости страховых случаев, произошедших в периоде с номером *i*, к величине заработанной страховой премии за соответствующий период:

$\hat{U}\_{i}=\frac{y\_{i,n-i+1}∙\hat{H}\_{n-i+1}}{ЗП\_{i}}=\frac{\hat{Y}\_{i,n}}{ЗП\_{i}}$, $i=1,…,n$,

где $ЗП\_{i}$ – заработанная страховая премия за *i*-ый период наступления убытков.

**Этап 6.** Затем оценивается *ожидаемый коэффициент произошедших убытков* по формуле средней арифметической коэффициентов оплаченных убытков, найденных на предыдущем шаге:

$$\overbar{U}=\frac{1}{n}\left(\hat{U}\_{1}+\hat{U}\_{2}+…+\hat{U}\_{n}\right)=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}\hat{U}\_{i}$$

$\overbar{U}$ рассматривается как показатель ожидаемой (прогнозной) убыточности на отчетную дату по всем страховым случаям, произошедшим за *n* периодов зарождения.

**Этап 7.** С помощью $\overbar{U}$ для каждого из *n* периодов наступления страховых случаев определяется *ожидаемая величина произошедших* (оплаченных и неоплаченных) *убытков*:

$\hat{V}\_{i}=\overbar{U}∙ЗП\_{i}$, $i=1,…,n$.

**Этап 8.** Далее по каждому *i*-ому периоду инцидента рассчитывается *суммарная величина произошедших, но неоплаченных на отчетную дату убытков*:

$\hat{R}\_{i}=\left(1-\hat{L}\_{n-i+1}\right)∙\hat{V}\_{i}$, $i=1,…,n$.

**Этап 9.** Поскольку в состав произошедших, но неоплаченных убытков $R\_{i}$ помимо произошедших, но незаявленных убытков $ПНУ\_{i}$ включаются также заявленные, но неурегулированные убытки $ЗНУ\_{i}$, то для корректной оценки *размера произошедших, но незаявленных на отчетную дату убытков* по страховым случаям, наступившим в *i*-ом периоде, величину $ЗНУ\_{i}$ необходимо вычесть из общей суммы произошедших, но неоплаченных убытков $R\_{i}$:

$ПНУ\_{i}=max\left\{\hat{R}\_{i}-ЗНУ\_{i};0\right\}$, $i=1,…,n$.

В том случае, если указанная разность в *i*-ом периоде наступления убытков отрицательна, то величина $ПНУ\_{i}$ для соответствующего периода считается равной нулю.

**Этап 10.** *Суммарная величина произошедших, но незаявленных убытков* *по всем рассматриваемым периодам* наступления страховых случаев к концу страхового периода с номером *n* вычисляется по формуле:

$$ПНУ=ПНУ\_{1}+ПНУ\_{2}+…+ПНУ\_{n}=\sum\_{i=1}^{n}ПНУ\_{i}$$

**Этап 11.** На заключительном этапе алгоритма расчета РПНУ методом Борнхуеттера-Фергюсона полученная на предыдущем шаге величина ПНУ корректируется на коэффициент 1,03, отражающий расходы страховой организации по урегулированию убытков:

$РПНУ=1,03∙ПНУ$.

Согласно Правилам формирования страховых резервов по страхованию иному, чем страхование жизни для расчета РПНУ по договорам учетных групп 1-11 необходимы данные об оплаченных убытках не менее чем за 12 периодов наступления страховых случаев (периодов оплаты), предшествующих отчетной дате, по договорам учетных групп 12-19 – не менее чем за 20 соответствующих периодов. Если страховщик не обладает требуемым объемом исторических данных об убытках, то, в случае, если ожидаемый коэффициент произошедших убытков оказывается меньше единицы, то в целях расчета он принимается равным 1 и формула для оценки РПНУ трансформируется следующим образом [22]:

$РПНУ=max\left\{1,03∙ПНУ;0,1∙\sum\_{k=n-3}^{n}ЗП\_{k}\right\}$,

где $\sum\_{k=n-3}^{n}ЗП\_{k}$ – суммарная величина страховой премии, заработанной страховщиком за последние 4 квартала, предшествующие отчетной дате.

Преимущество метода Борнхуеттера-Фергюсона состоит в том, что колебания размеров платежей в треугольнике выбывания не приводят к значительным искажениям прогнозных значений страховых резервов, что достигается за счет того, что при расчете данным методом игнорируется информация о произведенных на отчетную дату выплатах по страховым случаям *i*-го периода в пользу предположений о будущей величине суммарных выплат. Однако полное недоверие к наблюдаемым данным кажется крайностью. При практическом применении метода Борнхуеттера-Фергюсона может возникнуть ситуация, когда фактически оплаченная в первом периоде сумма убытков превысит ожидаемую (прогнозную) величину совокупного убытка по страховым случаям *i*-го периода после их окончательного урегулирования.

Актуарии часто используют метод Борнхуеттера-Фергюсона для расчета резервов по видам страхования «с длинным хвостом» (например, страхование гражданской ответственности), особенно для наиболее близких по времени периодов зарождения. Применение же метода цепной лестницы в данном случае может привести к неустойчивым и ненадежным оценкам окончательного размера претензий для недавних периодов инцидента. Будучи очень чувствительными к величинам в нижнем левом углу треугольника развития, они соразмерно увеличиваются в том случае, если в последнем периоде зарождения заявлен или оплачен крупный убыток, нехарактерный для обычной структуры развития платежей [36].

Для демонстрации расчета РПНУ методом Борнхуеттера-Фергюсона обратимся к имеющемуся треугольнику развития (прил. 1).

*Таблица 11*

*Факторы запаздывания по методу Борнхуеттера-Фергюсона*

|  |  |
| --- | --- |
|   | **Квартал оплаты (развития) убытков, j** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **Lj** | 0,68912 | 0,97984 | 0,99379 | 0,99550 | 0,99889 | 0,99988 | 0,99991 | 0,99993 | 0,99995 | 0,99997 |

Значения факторов запаздывания, представленные в табл. 11, свидетельствуют о том, что 68,91% совокупной стоимости страховых случаев за квартал с номером *i* оплачивается непосредственно в том же квартале, к концу следующего за ним квартала урегулируется еще 29,07% конечного убытка, а концу третьего квартала оплаты – еще 1,40%.

*Рис. 12. Суммарные выплаты и заработанная страховая премия по всем*

*кварталам наступления страховых случаев (4 кв. 2007 г. – 3 кв. 2012 г.)*

Таким образом, лишь 0,62% претензий остаются неоплаченными по итогам трех первых кварталов развития убытков.

Как видно изрис. 12,величина страховой премии, заработанной компанией в *i*-ом квартале наступления убытков, неизменно превышает совокупную стоимость страховых случаев за *i*-ый квартал. Однако в некоторых кварталах это расхождение невелико, что находит отражение в высоких значениях коэффициента оплаченных убытков (табл. 12), в других же – довольно существенно. Так, например, в четвертом квартале 2009 г. указанные показатели максимально сближаются – суммарные выплаты составляют 99,73% от величины заработанной премии, тогда как в третьем квартале 2012 г. оцененная величина будущих выплат на 22,93% ниже размера заработанной страховой премии.

*Таблица 12*

*Коэффициенты оплаченных убытков согласно методу Борнхуеттера-Фергюсона*

|  |  |
| --- | --- |
|   | **Квартал наступления убытков, i** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **Ui** | 0,975 | 0,889 | 0,920 | 0,893 | 0,919 | 0,933 | 0,952 | 0,903 | 0,997 | 0,974 |
|  | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| **Ui** | 0,890 | 0,853 | 0,880 | 0,959 | 0,888 | 0,895 | 0,920 | 0,928 | 0,920 | 0,771 |

Ожидаемый коэффициент произошедших убытков, необходимый для оценки ожидаемой величины произошедших убытков по каждому кварталу инцидента, для данной страховой компании составляет 91,30%. Корректировка прогнозной величины конечного убытка по страховым случаям *i*-го квартала на сумму осуществленных на отчетную дату платежей позволяет получить суммарную величину произошедших, но неоплаченных к текущему моменту времени убытков. Однако у рассматриваемой страховой организации на дату формирования страховых резервов осталась непогашенной задолженность по заявленным, но неурегулированным убыткам за три предшествующих квартала, которая также должна быть элиминирована в процессе вычисления размера произошедших, но незаявленных убытков (табл. 13).

*Таблица 13*

*Величины произошедших, но незаявленных на отчетную дату*

*убытков для каждого i-го квартала инцидента*

*по методу Борнхуеттера-Фергюсона*

|  |  |
| --- | --- |
| (руб.) | **Квартал наступления убытков, i** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **ПНУi** | 0 | 0 | 0 | 25 378 | 27 320 | 29 783 | 29 811 |
|  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| **ПНУi** | 29 793 | 30 127 | 30 229 | 49 468 | 65 451 | 79 487 | 127 025 |
|  | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |  |
| **ПНУi** | 186 460 | 1 705 179 | 6 870 441 | 9 744 762 | 17 033 951 | 376 547 302 |

Посредством суммирования рассчитанных показателей и корректировки полученной суммы на величину расходов по урегулированию убытков в размере 3% находим величину резерва произошедших, но незаявленных убытков по методу Борнхуеттера-Фергюсона, равную **424 990 326,90 руб.**

**§ 2.4. Определение величины резерва произошедших, но незаявленных убытков посредством мультипликативного метода**

В основе мультипликативного метода расчета страховых резервов лежит предположение о независимости случайных величин $y\_{ij}$ – суммарных выплат в *j*-ом периоде развития по убыткам, произошедшим *i*-ом периоде. Величина $y\_{ij}$ может быть представлена в виде:

$y\_{ij}=x\_{i}p\_{j}$,

где $x\_{i}$ – общая стоимость страховых случаев, наступивших в периоде с номером *i*;

$p\_{j}$ – доля суммы $x\_{i}$, выплаченная в течение финансового периода с номером *j*, причемраспределение $\left\{p\_{j};j=1,…,n\right\}$ платежей по *n* периодам развития убытков предполагается неизменным для всех периодов наступления страховых случаев.

Оценивание неизвестных параметров модели $x\_{i}$ и $p\_{j}$ производится с помощью метода наименьших квадратов, состоящего в минимизации функционала:

$F=\sum\_{i,j}^{}ω\_{ij}\left(x\_{i}p\_{j}-y\_{ij}\right)^{2}\rightarrow min$, $i=1,…,n$, $j=1,…,n$,

где $ω\_{ij}$ – произвольные веса; по умолчанию они все равны единице, но их значения могут и различаться в зависимости от оцененной актуарием степени важности, «свежести», надежности и т.д. имеющихся данных [17].

Ниже представлена процедура расчета РПНУ мультипликативным методом:

**Этап 1.** Приравнивание к нулю частных производных первого порядка по $x\_{i}$ и $p\_{j}$ позволяет получить следующую систему:

$x\_{i}=\frac{\sum\_{j}^{}ω\_{ij}y\_{ij}p\_{j}}{\sum\_{j}^{}ω\_{ij}p\_{j}^{2}}$, $p\_{j}=\frac{\sum\_{i}^{}ω\_{ij}y\_{ij}x\_{i}}{\sum\_{i}^{}ω\_{ij}x\_{i}^{2}}$,

которая решается методом последовательного приближения после выбора начальных значений вектора $\vec{p}=\left(\begin{matrix}p\_{1}&p\_{2}&\cdots &p\_{n}\end{matrix}\right)$.

**Этап 2.** Недостающие элементы треугольника убытков, расположенные под главной диагональю, оцениваются исходя из итеративно найденных на предыдущем шаге векторов параметров модели $\vec{p}$ и $\vec{x}$:

$\hat{y}\_{ij}=x\_{i}p\_{j}$.

**Этап 3.** Резерв для неурегулированных страховых случаев по каждому *i*-ому периоду зарождения определяется по формуле:

$$\hat{R}\_{i}=\sum\_{j=n-i+2}^{n+1}\hat{y}\_{ij}$$

**Этап 4.** Как и прежде, общий размер РПНУ к концу страхового периода с номером *n* вычисляется путем суммирования резервов неурегулированных убытков по всем периодам происшествий:

$R=\sum\_{i=1}^{n}\hat{R}\_{i}$*.*

Достоинством мультипликативного метода является то, что для корректной оценки величины страховых резервов не обязательно располагать всей информацией, содержащейся в треугольнике развития. Так, если в одном из участвующих в расчете календарных периодов политика урегулирования убытков, проводимая страховой компанией, претерпела существенные изменения, то можно исключить из рассмотрения предыдущие диагонали треугольника без нанесения ущерба точности оценивания РПНУ.

Модель метода цепной лестницы записывается в виде:

$Y\_{i\infty }=Y\_{ij}M\_{j}$, $M\_{j}=\left(\prod\_{k=j}^{n-1}m\_{k}\right)M\_{n}$,

откуда $Y\_{ij}=\frac{Y\_{i\infty }}{M\_{j}}$,

где величина $\frac{1}{M\_{j}}$ – фактор запаздывания из метода Борнхуеттера-Фергюсона – доля конечного убытка *i*-го периода зарождения, выплаченная по истечении первых *j* периодов развития.

Мультипликативная модель с постоянной инфляцией записывается в виде:

$Y\_{ij}=\sum\_{k=1}^{j}y\_{ik}=x\_{i}\left(\sum\_{k=1}^{j}p\_{k}\right)$,

где $x\_{i}$ – общая стоимость страховых случаев, наступивших в периоде с номером *i*; $\sum\_{k=1}^{j}p\_{k}$ – ее доля, выплаченная за *j* периодов развития. Пусть $M\_{j}=\frac{1}{\left(\sum\_{k=1}^{j}p\_{k}\right)}$, тогда мы можем записать:

$Y\_{ij}=\frac{x\_{i}}{M\_{j}}$,

что свидетельствует о сходстве указанных методов расчета РПНУ.

Проиллюстрируем алгоритм мультипликативного метода с помощью анализируемого массива данных об оплаченных на отчетную дату убытках страховой компании (прил. 2).

Трансформируем исходный треугольник развития из кумулятивной формы в обычную, где в ячейках матрицы расположены не аккумулированные уровни убытков, а приращения $y\_{ij}=Y\_{ij}-Y\_{i,j-1}$ (причем $y\_{i0}=0)$, представляющие собой суммарные выплаты в *j*-ом квартале развития по страховым случаям, произошедшим в *i*-ом квартале инцидента. Кроме того, будем исходить из предположения, что все возможные убытки по страховым случаям первого периода (четвертого квартала 2007 г.) уже урегулированы на дату формирования РПНУ, т.е. $\hat{y}\_{1\infty }=0$. Выберем в качестве начальных значений $\left\{p\_{j}^{0};j=1,…,21\right\}$ доли конечного убытка четвертого квартала 2007 г., выплаченные в течение последовательности финансовых кварталов (табл. 14).

*Таблица 14*

*Начальные значения* $p\_{j}^{0}$ *для мультипликативного метода*

|  |  |
| --- | --- |
|   | **Квартал оплаты (развития) убытков, j** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **pj0** | 0,87276 | 0,10858 | 0,01653 | 0,00147 | 0,00015 | 0,00019 | 0,00003 | 0 |
|  | 9 | 10 | 11 | 12 | … | 20 | ∞ (21) |  |
| **pj0** | 0,00021 | 0,00001 | 0,00007 | 0 | … | 0 | 0 |

На основании принятых отправных значений $p\_{j}^{0}$ рассчитываются значения $x\_{j}^{1}$ и $p\_{j}^{1}$, после чего цикл повторяется требуемое количество раз. В нашем случае после всего лишь восьми итераций первые шесть цифр после запятой в выражении $p\_{j}$ оказываются известными (табл. 15).

*Таблица 15*

*Искомые значения* $p\_{j}$ *после процедуры последовательного приближения*

|  |  |
| --- | --- |
|   | **Квартал оплаты (развития) убытков, j** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **pj8** | 0,844843 | 0,309579 | 0,015944 | 0,001944 | 0,003488 | 0,001207 | 0,000036 | 0,000030 | 0,000026 |
|  | 10 | 11 | 12 | … | 17 | 18 | 19 | 20 | ∞ (21) |
| **pj8** | 0,000014 | 0,000014 | 0 | … | 0,000002 | 0,000024 | 0 | 0 | 0 |

Следует отметить, что $\sum\_{j=1}^{21}p\_{j}$=1,177153, но это не имеет принципиального значения, поскольку нас интересуют только оценки неизвестных величин $y\_{ij}=x\_{i}p\_{j}$, находящихся под главной диагональю треугольника развития. Суммирование этих величин по строкам треугольника убытков позволяет нам оценить размер резерва для неурегулированных страховых случаев по каждому периоду зарождения (табл. 16).

По-прежнему, наибольшие денежные суммы должны быть зарезервированы для незаявленных убытков двух последних кварталов зарождения (6,99% от общей величины РПНУ на отчетную дату – для второго квартала 2012 г. и 88,83% – для третьего квартала 2012 г.).

*Таблица 16*

*Оцененные резервы убытков для каждого i-го квартала инцидента*

*согласно мультипликативному методу*

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Квартал наступления убытков, i** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **Ri** | 0 | 0 | 0 | 21 821 | 29 840 | 14 196 | 25 282 |
|  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| **Ri** | 24 871 | 34 190 | 29 941 | 46 055 | 63 079 | 87 615 | 148 800 |
|  | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |  |
| **Ri** | 201 997 | 1 906 248 | 6 446 891 | 8 823 885 | 29 965 792 | 380 811 887 |

Общий размер РПНУ к концу третьего квартала 2012 г. согласно оценке мультипликативным методом должен составлять **428 682 391,26** **руб.**

**Вывод по Главе 2**

Каждый из рассмотренных в главе методов резервирования имеет свои достоинства и недостатки. Метод цепной лестницы характеризуется высокой чувствительностью к изменениям наблюдений, не может применяться, если на рассматриваемом временном промежутке структура урегулирования претензий не отличалась стабильностью. Метод Борнхуеттера-Фергюсона может быть использован как в случае недостаточного объема исторических данных об урегулировании убытков, имеющихся в распоряжении страховщика, так и в случае их высокой волатильности. Однако характерное для этого метода расчета РПНУ полное игнорирование наблюдаемых данных не способствует доверию к нему. Существенным недостатков мультипликативного метода является большое число параметров, которое требуется оценить в ходе его реализации.

Наиболее консервативная оценка общего размера РПНУ к концу третьего квартала 2012 г. была получена с помощью метода пошагового восхождения. Она на 15,10% выше аналогичной оценки, полученной методом Борнхуеттера-Фергюсона, что может быть следствием невыполнения исходной предпосылки данной модели резервирования о постоянстве распределения конечного убытка по периодам развития.

Поскольку ДМС относится к видам страхования «с коротким хвостом», для двух последних кварталов наступления страховых случаев формируются резервы убытков, в сумме составляющие свыше 95% от общей величины РПНУ на отчетную дату.

**Глава 3. Расчет страховых резервов в ДМС**

**модифицированными методами**

**§ 3.1. Моделирование динамики цен на медицинские услуги в России**

В качестве показателя «медицинской инфляции» возьмем индекс цен на медицинские услуги в Российской Федерации за 9-летний период – с апреля 2004 г. по март 2013 г., измеряемый ежемесячно в процентах по отношению предыдущему месяцу (прил. 3).

*Рис. 13. Динамика индекса цен на медицинские услуги в 2004-2013 гг.*

*Источник:* http://cbsd.gks.ru/

График полученных наблюдений (рис. 13) содержит неярко выраженную трендовую составляющую. Заметна также определенная периодичность (сезонность) индекса цен на медицинские услуги.

*Рис. 14. Индексы сезонности на основе линейного тренда*

Максимальные значения индекса в первом квартале регулярно сопровождаются падением его значений до минимума в июле, августе и декабре, а также незначительными колебаниями около среднемесячного уровня в течение остального года (рис .14).

Воспользуемся методологией Бокса-Дженкинса для построения ARIMA-модели исследуемого временного ряда. Как видно из рис. 15,значения выборочной автокорреляционной функции убывают достаточно быстро с ростом *k*, что является свидетельством стационарного временного ряда. Аналогичное поведение демонстрирует и частная автокорреляционная функция, описывающая «чистую корреляцию» между $y\_{t}$ и $y\_{t-k}$ при исключении влияния промежуточных значений $y\_{t-1}, y\_{t-2},…,y\_{t-k+1}$. Однако на обоих графиках просматривается сезонная компонента – выделяются коэффициенты корреляции на лагах *k*=12, 24 [8].

Проверим исходные данные на стационарность с помощью теста Дики-Фуллера. Рассмотрим модифицированную модель авторегрессии 1-го порядка AR(1) $y\_{t}=α\_{0}+α\_{1}y\_{t-1}+ε\_{t}$ со свободным членом. Используя процедуру дифференцирования (взятие первой разности) осуществим переход от указанного уравнения к следующему соотношению: $Δy\_{t}=α\_{0}+βy\_{t-1}+ε\_{t}$, где $Δy\_{t}=y\_{t}-y\_{t-1}$, $β=α\_{1}-1.$ Протестируем нулевую гипотезу $H\_{0}:β=0$ против альтернативной $H\_{1}:β<0$. Наблюдаемое значение критерия $t\_{набл.}$=-5,769 меньше критического значения $t\_{крит.}$=-3,493, рассчитанного по выборке в 108 наблюдений на 1%-ом уровне значимости. Следовательно, нулевая гипотеза отвергается и исследуемый временной ряд признается стационарным [18].

ЧАКФ (прил. 4) имеет положительный выброс на первом лаге, значения частных коэффициентов корреляции для дальних лагов за редким исключением статистически незначимы. АКФ начиная с $ρ\left(1\right)$ знакопеременно экспоненциально «затухает». Предположим, что исследуемому процессу соответствует авторегрессионная модель со скользящими средними в остатках ARMA(1;1) (порядок авторегрессии *p*=1 и порядок скользящего среднего *q*=1) в сочетании с SAR(12) и SMA(12), вследствие того, что и на графике АКФ, и на графике ЧАКФ видны существенные положительные пики на лаге 12, свидетельствующие о наличии годовых сезонных колебаний в исходном временном ряду.

Представленные в табл. 17 коэффициенты модели значимы на 1%-ом уровне значимости (все P-значения t-статистик не превышают 0,01). Модели ARMA(1;1) ×SAR(12)×SMA(12) соответствуют минимальные значения информационных критериев Акаике ($AIC=2\frac{p+q}{n}+ln\left(\frac{\sum\_{t=1}^{n}e\_{t}^{2}}{n}\right)$=0,153) и Шварца ($SIC=\frac{\left(p+q\right)lnn}{n}+ln\left(\frac{\sum\_{t=1}^{n}e\_{t}^{2}}{n}\right)$=0,287), которые отражают требования повышения точности (качества подгонки данных моделью) и уменьшения числа параметров модели. По своей идеологии эти критерии близки к скорректированному $R^{2}$.

*Таблица 17*

*Спецификация модели ARMA(1;1)×SAR(12)×SMA(12)*

| **Переменные** | **Оценки** | ***t*-статистика** | ***P*-значение** |
| --- | --- | --- | --- |
| **Коэффициент** | **Станд. ошибка** |
| Константа | 100,1301 | 0,4549 | 220,1317 | 0,0000 |
| AR(1) | 0,8142 | 0,1019 | 7,9886 | 0,0000 |
| SAR(12) | 0,8996 | 0,0391 | 22,9993 | 0,0000 |
| MA(1) | -0,5462 | 0,1208 | -4,5218 | 0,0000 |
| SMA(12) | -0,7662 | 0,0474 | -16,1483 | 0,0000 |
| AIC=0,153, SIC=0,287 |

Осуществим проверку адекватности построенной модели временного ряда. На уровне значимости α=0,01 отвергается гипотеза о наличии единичного корня в характеристическом уравнении остатков модели $e\_{t}=y\_{t}-\hat{y}\_{t}$, поскольку $t\_{крит.}$=-2,590, взятое из таблиц Дики-Фуллера, выше $t\_{набл.}$=-9,602; ряд ошибок модели (прил. 5) является стационарным.

Для проверки наличия автокорреляции остатков воспользуемся тестом Бреуша-Годфри (методом множителей Лагранжа). Гипотеза об отсутствии автокорреляции ошибок до двенадцатого лага включительно не отвергается на 1%-ном уровне значимости: критическая вероятность статистики $NR^{2}$ (где *N –* число наблюдений, а *R2* – множественный коэффициент детерминации), равная 0,9946, превышает значение 0,01.

Проверка гипотезы о нормальном законе распределения остатков модели может быть реализована с использованием критерия согласия Пирсона: $χ\_{набл.}^{2}$=11,025; $χ\_{крит.}^{2}\left(α;v=l-r-1\right)=χ\_{крит.}^{2}\left(0,01;2\right) $=9,210, где *r* – число параметров предполагаемого теоретического закона, использованных для вычисления теоретических частот и оцениваемых по выборке (для нормального закона распределения *r*=2: математическое ожидание иСКО), *l* – число интервалов значений признака; $χ\_{набл.}^{2}>χ\_{крит.}^{2}$, следовательно, нулевая гипотеза отвергается на уровне значимости α=0,01. Однако критерий Колмогорова-Смирнова свидетельствует об обратном: p-значение=0,318>0,01. Поэтому можно считать, что распределение ошибок модели близко к нормальному закону распределения (прил. 6).

Таким образом, остатки модели ARMA(1;1)×SAR(12)×SMA(12)представляют собой реализацию белого шума, который должен удовлетворять условиям теоремы Гаусса-Маркова:$M(ε\_{t}$*)=0*,$D\left(ε\_{t}\right)=σ^{2}$,$Cov\left(ε\_{t},ε\_{t-s}\right)=0 (s\ne 0)$*.*

*Рис. 15. Исходные и предсказанные по модели значения показателя*

Исходный временной ряд и ряд значений, предсказанных по модели ARMA(1;1)×SAR(12)×SMA(12), в значительной степени схожи (рис. 15), что свидетельствует о приемлемом качестве построенной модели временного ряда. Соответственно, она может быть использована для прогнозирования помесячного индекса цен на медицинские услуги на пятилетний период – с апреля 2013 г. по декабрь 2017 г. (рис. 16).

*Рис. 16. Прогноз индекса цен на медицинские услуги на 5-летний период*

**§ 3.2. Формирование резервов убытков с помощью скорректированного с учетом инфляции метода цепной лестницы**

Рассмотрим модификацию метода цепной лестницы с включением фактора инфляции, для которой остается в силе ключевое предположение метода цепной лестницы о стабильности структуры развития претензий для всех периодов наступления страховых случаев.

С помощью базисных индексов роста цен все произведенные на отчетную дату платежи выражаются в постоянных ценах (единых денежных единицах в соответствии с некоторым базисным периодом):

$Y\_{ij}^{пост.}=\left\{\begin{matrix}\frac{Y\_{ij}}{i\_{i+j-1}^{p}},&j=1\\Y\_{i,j-1}^{пост.}+\frac{\left(Y\_{ij}-Y\_{i,j-1}\right)}{i\_{i+j-1}^{p}},&j=2,…,n\end{matrix}\right.$, $i=1,…, n.$

Далее по стандартному алгоритму рассчитываются коэффициенты развития убытков и общая стоимость страховых случаев, произошедших за период с номером *i*; прогнозируются неизвестные на дату формирования резервов значения суммарных выплат под главной диагональю треугольника развития. Посредством моделирования динамики временного ряда или иным доступным актуарию методом осуществляется экстраполяция индекса роста цен на *n* уровней временного ряда вперед [17]. После чего полученные суммы в постоянных ценах преобразуются «обратно», к текущим значениям:

$Y\_{ij}=\left\{\begin{matrix}Y\_{ij}^{пост.}∙i\_{i+j-1}^{p},&j=1\\Y\_{i,j-1}+i\_{i+j-1}^{p}∙\left(Y\_{ij}^{пост.}-Y\_{i,j-1}^{пост.}\right),&j=2,…,n\end{matrix}\right.$, $i=1,…, n.$

На финальном шаге скорректированного с учетом инфляции метода цепной лестницы вычисляется общий размер РПНУ к концу страхового периода с номером *n*:

$R=\sum\_{i=1}^{n}R\_{i}=\sum\_{i=1}^{n}(Y\_{i\infty }-Y\_{i,n-i+1})$*.*

Продемонстрируем реализацию метода цепной лестницы с учетом инфляции на исследуемом массиве данных. Для начала перейдем от помесячных индексов цен на медицинские услуги к квартальным: последовательно перемножим индексы для месяцев, составляющих один квартал, т.е., например, $i\_{I кв.}^{p}=i\_{янв.}^{p}∙i\_{фев.}^{p}∙i\_{март}^{p}$. Далее от цепных коэффициентов роста цен перейдем к базисным, приняв за базу сравнения четвертый квартал 2007 г., для которого коэффициент роста цен примем равным единице.

*Таблица 18*

*Коэффициенты развития убытков по данным в постоянных ценах*

|  |  |
| --- | --- |
|   | **Квартал оплаты (развития) убытков, j** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **mj** | 1,421087 | 1,014127 | 1,001709 | 1,003138 | 1,000850 | 1,000029 | 1,000023 | 1,000018 |
| **Mj** | 1,449539 | 1,020021 | 1,005812 | 1,004096 | 1,000955 | 1,000105 | 1,000076 | 1,000053 |

Как видно из табл. 18, коэффициенты развития убытков, рассчитанные по скорректированным на величину «медицинской инфляции» данным, ниже тех, которые были получены в ходе реализации базового метода пошагового восхождения. В отсутствии влияния инфляции накопленная сумма выплат по страховым случаям *i*-го квартала увеличивается во втором квартале развития убытков по сравнению с первым на 42,11% (ранее – на 42,19%), в третьем квартале темп прироста составляет 1,41% (предыдущее значение – 1,42%), в четвертом – 0,171% (0,172%). В промежутке между первым кварталом оплаты убытков и моментом их окончательного урегулирования совокупная стоимость претензий в постоянных ценах по инцидентам *i*-го квартала возрастает на 44,95% (при расчете в текущих ценах этот показатель равнялся 45,11%), для второго квартала развития это изменение составляет 2,00% (против 2,06%), для третьего – лишь 0,58% (ранее – 0,63%).

*Таблица 19*

*Совокупная стоимость страховых случаев и резервы убытков*

*для каждого i-го квартала инцидента*

*по методу цепной лестницы с учетом инфляции*

|   | **Квартал наступления убытков, i** |
| --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Yi∞** | 1 202 225 997 | 1 152 662 334 | 1 177 647 367 | 1 157 397 347 | 1 196 949 214 |
| **Ri** | 0 | 0 | 0 | 23 313 | 25 946 |
|  | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **Yi∞** | 1 324 505 538 | 1 352 118 392 | 1 282 029 887 | 1 431 975 177 | 1 403 576 743 |
| **Ri** | 26 984 | 27 577 | 26 038 | 29 398 | 28 449 |
|  | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| **Yi∞** | 1 409 432 159 | 1 301 754 416 | 1 153 496 034 | 1 447 346 178 | 1 457 110 521 |
| **Ri** | 45 125 | 59 104 | 77 254 | 132 898 | 181 577 |
|  | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| **Yi∞** | 1 500 800 344 | 1 538 358 349 | 1 621 468 586 | 1 639 318 084 | 1 409 638 733 |
| **Ri** | 1 591 525 | 6 804 725 | 9 971 719 | 33 317 921 | 441 486 285 |

По большинству кварталов зарождения прогнозные значения будущих выплат и, как следствие, оценки резервов для неурегулированных страховых случаев сократились (табл. 19), видимо, вследствие того, что рост из квартала в квартал цен на медицинские услуги был скомпенсирован снизившимися в отсутствии инфляции коэффициентами развития убытков. Снижение коэффициентов развития убытков эквивалентно росту факторов запаздывания, т.е. перераспределению выплат по страховым случаям *i*-го квартала в сторону более ранних кварталов развития.

Однако для третьего и четвертого кварталов 2012 г. оценки резервов для незаявленных убытков существенно возросли. Поскольку ощутимая часть конечного убытка по страховым случаям этих двух кварталов осталась неурегулированной на отчетную дату, воздействие ожидаемой «медицинской инфляции» на совокупную стоимость будущих выплат нельзя не учитывать.

Общий размер РПНУ на отчетную дату согласно оценке скорректированным с учетом инфляции методом цепной лестницы должен составлять **493 855 839,52** **руб.**, что на 4 677 825,25 руб. в абсолютном выражении и на 0,956% – в относительном выше соответствующей оценки базовым методом пошагового восхождения (прил. 7).

**§ 3.3. Корректировка мультипликативного метода на фактор инфляции**

Возвратимся к треугольнику развития убытков, в ячейках которого фигурируют приращения $y\_{ij}$ – размеры платежей в финансовом периоде с номером *j* по страховым случаям, произошедшим в периоде с номером *i*, и выразим их в постоянных ценах:

$y\_{ij}^{пост.}=\frac{y\_{ij}}{i\_{i+j-1}^{p}}=\frac{x\_{i}p\_{j}}{i\_{i+j-1}^{p}}$,

где $i\_{i+j-1}^{p}$ – мера инфляции в календарном периоде с номером *i+j–*1.

Далее по вышеописанной схеме методом последовательных приближений находим неизвестные параметры мультипликативной модели. Как и прежде, после восьми итераций процесс сходится до шести цифр после запятой в выражении $p\_{j}$ (табл. 20).

В отсутствии инфляционного фактора сумма $\sum\_{j=1}^{21}p\_{j}$ выросла до 1,18441, распределение $\left\{p\_{j};j=1,…,21\right\}$ сместилось влево, в сторону более ранних периодов оплаты убытков. Так, после нивелирования воздействия инфляции доля конечного убытка *i*-го периода, которая урегулируется в течение первого финансового квартала, увеличилась на 0,545 п.п. (с 84,48% до 85,03%), соответствующий показатель для второго квартала возрос на 0,136 п.п. (с 30,96% до 31,09%), а для пятого и шестого кварталов развития, наоборот, снизился на 0,0210 п.п. и 0,0211 п.п. соответственно.

*Таблица 20*

*Искомые значения* $p\_{j}$ *после процедуры последовательного приближения согласно мультипликативному методу с учетом инфляции*

|  |  |
| --- | --- |
|   | **Квартал оплаты (развития) убытков, j** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **pj8** | 0,850289 | 0,310937 | 0,016696 | 0,002078 | 0,003279 | 0,000996 | 0,000036 | 0,000028 | 0,000029 |
|   | 10 | 11 | 12 | … | 17 | 18 | 19 | 20 | ∞ (21) |
| **pj8** | 0,000013 | 0,000014 | 0 | … | 0,000001 | 0,000014 | 0 | 0 | 0 |

Размеры резерва для неурегулированных страховых случаев по каждому периоду зарождения представлены в табл. 21. Что неудивительно, для незаявленных убытков трех предшествовавших отчетной дате кварталов следует ассигновать бóльшие, чем прежде, суммы денег, чтобы учесть вероятный рост в недалеком будущем стоимости оказываемых ЛПУ медицинских услуг. Для остальных кварталов зарождения величины резервов, наоборот, сократились вследствие отмеченного выше перераспределения платежей в сторону первых четырех кварталов развития. Таким образом, бóльшая доля совокупного убытка более отдаленных во времени кварталов оказалась оплаченной на дату формирования страховых резервов.

*Таблица 21*

*Оцененные резервы убытков для каждого i-го квартала инцидента согласно*

*мультипликативному методу с учетом инфляции*

|  |  |
| --- | --- |
|   | **Квартал наступления убытков, i** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **Ri** | 0 | 0 | 0 | 19 256 | 26 357 | 11 748 | 21 035 |
|   | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| **Ri** | 20 602 | 28 562 | 24 680 | 44 318 | 63 469 | 97 189 | 161 074 |
|   | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |   |
| **Ri** | 219 188 | 1 763 183 | 6 371 236 | 8 948 975 | 31 533 531 | 385 989 385 |

Теперь на долю второго квартала 2012 г. приходится 7,24% от общей величины РПНУ, а на долю третьего квартала 2012 г. – 88,66%, что в целом соответствует полученной методом без инфляции структуре суммарного РПНУ. Общий размер РПНУ к концу третьего квартала 2012 г. согласно оценке скорректированным на величину инфляции мультипликативным методом должен составлять **435 343 788,16** **руб.,** что на 6 661 397,91 руб., или на 1,55%, выше аналогичного показателя, рассчитанного мультипликативным методом без учета инфляции (прил. 8).

**§ 3.4. Решение задачи резервирования в ДМС методом**

**на основе финансовых потоков по календарным периодам**

В течение одного и того же календарного периода (месяца, квартала, года) осуществляются платежи по страховым случаям, произошедшим как непосредственно за этот период, так и за ряд предшествовавших ему финансовых периодов.

Рассмотрим величину страховых выплат $c\_{ij}$ в календарном периоде с номером *i* по страховым случаям, наступившим *j* периодов назад, которая может быть записана в виде:

$c\_{ij}=x\_{i}p\_{j}$,

где $x\_{i}$ – общая стоимость убытков, урегулированных страховой организацией в *i*-ом периоде;

$p\_{j}$ – доля суммы $x\_{i}$, выплаченная по страховым случаям, имевшим место *j* периодов назад; распределение $\left\{p\_{j};j=0,…,n-1\right\}$ предполагается устойчивым, т.е. независящим от календарного года, в котором производятся страховые выплаты.

Оценивание неизвестных параметров модели $x\_{i}$ и $p\_{j}$ по аналогии с мультипликативным методом расчета РПНУ реализуется с помощью метода наименьших квадратов, состоящего в минимизации выражения:

$F=\sum\_{ij}^{}\left(x\_{i}p\_{j}-c\_{ij}\right)^{2}\rightarrow min$, $i=1,…,n$, $j=0,…,n-1$.

Выберем в качестве начальных значений $\left\{p\_{j}^{0};j=0,…,20\right\}$ доли суммарных выплат страховой организации в третьем квартале 2012 г. по страховым случаям, произошедшим как в этом квартале, так и в течение последовательности предшествующих ему кварталов (табл. 22). В отсутствии инсайдерской информации о произведенных исследуемой страховой компанией выплатах в этом периоде, воспользуемся данными о выплатах (в размере 1 525 181 000 руб.), опубликованными на официальном сайте Федеральной службы по финансовым рынкам. Суммируя платежи на главной диагонали треугольника развития, находим величину 1 525 056 808 руб. Предположим, что разница в 124 192 руб. между рассматриваемыми показателями соответствует выплатам страховщика по убыткам, наступившим до четвертого квартала 2007 г., т.е. $p\_{20}^{0}=\frac{124 192}{1 525 181 000}$=0,000081 (прил. 5).

*Таблица 22*

*Начальные значения* $p\_{j}^{0}$ *для метода на основе финансовых потоков*

|  |  |
| --- | --- |
|   | **Квартал наступления убытков, j** |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **pj0** | 0,634779 | 0,354624 | 0,010286 | 0,000137 | 0,000037 | 0,000001 | 0 |
|   | … | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | ∞ (20) |
| **pj0** | … | 0 | 0,000005 | 0,000050 | 0 | 0 | 0,000081 |

После шести проведенных итераций первые шесть цифр после запятой в выражении $p\_{j}$ оказываются известными (табл. 23). $\sum\_{j=0}^{20}p\_{j}=$0,9703 близка по значению к единице. Таким образом, 67,33% суммарных выплат *i*-го календарного квартала производится по страховым случаям, произошедшим непосредственно в течение этого квартала, 27,94% – по убыткам предшествующего ему квартала и приблизительно 1,77% – по страховым случаям более отдаленных во времени периодов.

*Таблица 23*

*Искомые значения* $p\_{j}$ *после процедуры последовательного приближения*

*согласно методу на основе финансовых потоков*

|  |  |
| --- | --- |
|   | **Квартал наступления убытков, j** |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **pj6** | 0,673308 | 0,279376 | 0,012227 | 0,001453 | 0,002893 | 0,000902 | 0,000025 | 0,000020 | 0,000018 |
|  | 9 | 10 | 11 | … | 16 | 17 | 18 | 19 | ∞ (20) |
| **pj6** | 0,000010 | 0,000009 | 0 | … | 0,000001 | 0,000016 | 0 | 0 | 0,000082 |

Далее необходимо спрогнозировать выплаты страховой организации в кварталах, следующих за отчетной датой.

На рис. 17представлена динамика выплат рассматриваемой страховой компании по договорам ДМС в 2007-2012 гг. Графический анализ исходного временного ряда свидетельствует о наличии устойчивой восходящей тенденции на всем периоде наблюдения, характер которой близок к линейному развитию. Также отчетливо видны ежеквартальные сезонные колебания. Наблюдается регулярно повторяющееся увеличение суммарных выплат по ДМС во втором и третьем кварталах по сравнению со значениями в первом и четвертом кварталах.

Смоделируем развитие страховых выплат (*y*) с помощью трендовой и сезонной составляющих. Поскольку амплитуда колебаний с течением времени меняется несущественно, то для описания и прогнозирования динамики временного ряда можно предположить аддитивную тренд-сезонную модель $Y=T+S+E$, показатели точности которой будем сопоставлять с аналогичными характеристиками для мультипликативной модели $Y=T∙S∙E$.

*Рис. 17. Динамика выплат страховой компании по договорам ДМС в 2007-2012 гг.*

*Источник:* http://www.fcsm.ru/ru/contributors/insurance\_industry/statistics/

По нижеприведенной схеме оценим сезонную составляющую *аддитивной* модели временного ряда:

**Этап 1.** Воспользуемся процедурой скользящей средней при четной длине интервала сглаживания, равной 4, для того, чтобы провести выравнивание временного ряда квартальной динамики. Поскольку не выполняется условие нечетности длины интервала сглаживания, первое и последнее наблюдение на активном участке, содержащем 5 уровней временного ряда, возьмем с половинными весовыми коэффициентами:

$\hat{y}\_{t}=\frac{\frac{1}{2}y\_{t-2}+y\_{t-1}+y\_{t}+y\_{t+1}+\frac{1}{2}y\_{t+2}}{4}$.

**Этап 2.** После применения процедуры 4-звенной скользящей средней рассчитаем отклонения фактических значений показателя от уровней сглаженного ряда $x\_{t}=y\_{t}-\hat{y}\_{t}$. Уровни построенного ряда $x\_{t}$ отражают влияние сезонной компоненты и случайных факторов.

**Этап 3.** С целью устранения эффекта случайных факторов, усреднением значений $x\_{t}$ для одноименных кварталов получим предварительную оценку сезонной составляющей $\overbar{x}\_{i}$, $i=1,…,m$, где *m* – число фаз в полном сезонном цикле, для квартальных данных *m*=4.

**Этап 4.** Корректировка первоначальных значений сезонной компоненты, вызванная тем, что суммарное воздействие сезонности на динамику ряда предполагается нейтральным (взаимнопогашаемым), осуществляется следующим образом [8]:

$S\_{i}=\overbar{x}\_{i}-\overbar{x}$, $\overbar{x}=\frac{1}{m}\sum\_{i=1}^{m}\overbar{x}\_{i}$, $i=1,…,m$.

Сумма скорректированных оценок сезонной составляющей для полного сезонного цикла должна равняться нулю (табл. 24).

*Таблица 24*

*Оценивание сезонной компоненты аддитивной модели*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **1 кв.** | **2 кв.** | **3 кв.** | **4 кв.** | **Сумма** |
| 67 997 | -91 815 | -78 667 | 102 484 | 0 |

Таким образом, в ходе последующей десезонализации страховых выплат уровни ряда, относящиеся ко второму и третьему кварталам, должны быть скорректированы в сторону уменьшения, а к первому и четвертому кварталам – в сторону увеличения.

Для *мультипликативной* модели меняется содержание второго и четвертого этапов алгоритма. На втором шаге для получения предварительной оценки сезонной и случайной составляющих временного ряда определяется отношение фактических значений показателя к уровням сглаженного ряда $x\_{t}=\frac{y\_{t}}{\hat{y}\_{t}}$. На четвертом шаге окончательные оценки коэффициентов сезонности, среднее значение которых для полного сезонного цикла должно быть равно единице, рассчитываются по формуле:

$S\_{i}=\overbar{x}\_{i}∙\overbar{x}$, $\overbar{x}=\frac{m}{\sum\_{i=1}^{m}\overbar{x}\_{i}}$, $i=1,…,m$.

Для описания тенденции воспользуемся линейной моделью роста, что согласуется с результатами визуального анализа исходных данных:

$\overbar{y}\_{t}=1188309+23006∙t$.

На заключительном этапе суммированием полученных оценок трендовой $\overbar{y}\_{t}$ и сезонной $S\_{i}$ составляющих определим предсказанные по аддитивной модели уровни временного ряда (рис. 18).

*Рис. 18. Исходные и предсказанные по модели значения показателя*

Проанализируем качество построенной модели. Об ее точности можно судить по среднему значению ошибки (погрешности) прогноза, характеризующей величину расхождения между фактическим и прогнозным значением показателя.

Для аддитивной модели исследуемого временного ряда средняя абсолютная ошибка прогноза $\overbar{∆}\_{абс.}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}\left|y\_{i}-\hat{y}\_{i}\right|$=31 144,4 тыс. руб.; средняя квадратическая ошибка $\overbar{∆}\_{квад.}=\sqrt{\frac{\sum\_{i=1}^{n}\left(y\_{i}-\hat{y}\_{i}\right)^{2}}{n}}$=38 347,8 тыс. руб.; средняя относительная ошибка прогноза $\overbar{δ}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}\left|\frac{y\_{i}-\hat{y}\_{i}}{y\_{i}}\right|∙100\%$=2,26%<10%, что свидетельствует о высокой точности построенной модели. Для сравнения: аналогичные показатели мультипликативной тренд-сезонной модели составляют соответственно: 35 401,8 руб., 42 864,7 руб. и 2,57% [8].

Разделив дисперсию ошибок модели $\sum\_{i=1}^{n}\left(y\_{i}-\hat{y}\_{i}\right)^{2}$ на вариацию (разброс) $\sum\_{i=1}^{n}\left(y\_{i}-\overbar{y}\_{i}\right)^{2}$ значений *y* вокруг среднего значения, получаем, что 92,22% вариации страховых выплат анализируемой компании обусловлено детерминированными факторами, воздействие которых в модели отражено в виде суммы тренда и сезонной компоненты, 7,78% вариации результирующей переменной *y* нельзя объяснить в рамках модели.

Далее необходимо осуществить проверку выбранной модели на адекватность (т.е. на соответствие данной модели исследуемому процессу), которая строится на анализе остатков модели.

Проверим гипотезу об отсутствии тренда в динамике остатков модели $H\_{0}:M\left[e(t)\right]=const$ с помощью критерия «восходящих и нисходящих» серий, в ходе которого для ряда ошибок определяется последовательность знаков «+» и «–» $\left\{δ\_{i}\right\}$:

$δ\_{i}=\left\{\begin{matrix}+,&e\_{t+1}-e\_{t}>0, t=1,…,n-1\\-,&e\_{t+1}-e\_{t}<0 t=1,…,n-1\end{matrix}\right.$, $i=1,…,k$, $k\leq n-1$.

Проверка нулевой гипотезы основывается на том, что при условии случайности ряда (отсутствии зависящей от времени систематической составляющей), протяженность самой длинной серии из плюсов или минусов не должна быть слишком большой, а число серий – слишком маленьким.

Нулевая гипотеза о случайности ряда остатков модели не отвергается на уровне значимости $α\in \left(0,05;0,0975\right)$. Число серий в совокупности $v\left(n\right)=$9, а $v\_{α}\left(n\right)=\left[\frac{1}{3}\left(2n-1\right)-1,96\sqrt{\frac{16n-29}{90}}\right]$=7; неравенство $v\left(n\right)>v\_{α}\left(n\right)$ выполняется. Второе неравенство $τ\left(n\right)<τ\_{0}\left(n\right)$ также выполняется: протяженность самой длинной серии $τ\left(n\right)$=3, табличное значение $τ\_{0}\left(n\right)$, зависящее от длины временного ряда, равняется 5.

Статистика Дарбина-Уотсона $DW=\frac{\sum\_{t=2}^{n}\left(e\_{t}-e\_{t-1}\right)^{2}}{\sum\_{t=1}^{n}e\_{t}^{2}}$=2,422, пороговые значения для числа наблюдений в выборке *n*=16 и числа объясняющих переменных *m*=1 $d\_{L}=$0,844 и $d\_{U}=$1,086. Поскольку $4-DW>d\_{U}$, гипотеза об отсутствии автокорреляции первого порядка, т.е. автокорреляции между соседними членами ряда остатков, не отвергается.

*Рисунок 19. Прогнозирование суммарных выплат страховой компании*

*с помощью аддитивной модели*

Критерий Колмогорова-Смирнова не отвергает гипотезу о нормальном законе распределения ряда остатков модели: p-значение=0,903>0,01. С помощью критерия Жарка-Бера мы приходим к аналогичному выводу: p-значение =0,566>0,01, значения коэффициентов асимметрии и эксцесса распределения близки к нулю.

Таким образом, мы получили модель, адекватно описывающую динамику исследуемого показателя, поскольку последовательность ошибок модели удовлетворяет свойствам случайности и независимости соседних значений уровней ряда. Кроме того, распределение остатков близко к нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием.

Соответственно, данная модель может быть использована для прогнозирования будущих значений временного ряда (рис. 19).

На основе найденных долей $p\_{j}$ и ожидаемых значений суммарных выплат в 2013-2017 гг. $x\_{i}$ определяем недостающие элементы треугольника развития $\hat{c}\_{ij}=x\_{i}p\_{j}$ (прил. 9). Суммирование этих величин по строкам позволяет нам оценить размер резерва для неурегулированных страховых случаев по каждому периоду зарождения (табл. 25). Следует отметить, что, в отличие от предыдущих методов, в данном случае оценки резервов убытков для первых трех кварталов наступления страховых случаев отличны от нуля. Это является прямым следствием принятого нами предположения о том, что в том или ином календарном периоде страховой компанией могут урегулироваться убытки весьма отдаленных во времени периодов происшествий, выходящих за рамки треугольника развития.

*Таблица 25*

*Оцененные резервы убытков для каждого i-го квартала инцидента*

*согласно методу на основании финансовых потоков*

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Квартал наступления убытков, i** |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **Ri** | 121 226 | 123 352 | 140 132 | 162 262 | 153 084 | 159 279 | 176 110 |
|  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| **Ri** | 173 013 | 162 180 | 168 386 | 197 801 | 210 296 | 227 547 | 265 385 |
|  | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |   |
| **Ri** | 322 641 | 1 652 920 | 5 936 324 | 8 344 061 | 27 011 018 | 439 513 466 |

Денежные суммы, которые рекомендуется зарезервировать под убытки второго и третьего кварталов 2012 г., составляют соответственно 5,59% и 90,58% от общей величины РПНУ на отчетную дату. Общий размер РПНУ к концу третьего квартала 2012 г. согласно оценке методом на основе финансовых потоков по календарным периодам должен составлять **485 220 482,6 руб.**

**§ 3.5. Сопоставление полученных различными методами оценок резерва произошедших, но незаявленных убытков**

Как видно из табл. 26, наиболее консервативная оценка величины резерва произошедших, но незаявленных убытков для рассматриваемой страховой организации была получена с помощью базового метода цепной лестницы, наименее – с помощью метода Борнхуеттера-Фергюсона.

На рассматриваемом временном промежутке имели место значительные искажения структуры конечного убытка по кварталам его урегулирования. Так, например, по страховым случаям первого квартала 2009 г. совокупная стоимость претензий во втором квартале развития увеличилась по сравнению с первым в 18,34 раза, тогда как для четвертого квартала 2008 г. темп прироста соответствующего показателя составил всего 7,39%. Поэтому точность оценки общего размера РПНУ на отчетную дату, полученной методом цепной лестницы, ставится под сомнение.

*Таблица 26*

*Результаты оценивания величины РПНУ анализируемой страховой компании*

*различными методами*

|  |  |
| --- | --- |
| **Метод резервирования** | **Оценка РПНУ на конец 3 квартала 2012 г., руб.** |
| *Без учета инфляции* | *С учетом инфляции* |
| Цепной лестницы | 489 178 014,27 | 493 855 839,52 |
| Борнхуеттера-Фергюсона | 424 990 326,90 | – |
| Мультипликативный | 428 682 331,24 | 435 343 788,16 |
| На основе финансовых потоков | 485 220 482,62 | – |

Однако и оценка резерва убытков методом Борнхуеттера-Фергюсона, основанная на усредненном по все кварталам зарождения значении коэффициента ожидаемой убыточности, представляется слишком заниженной.

Поскольку цены на услуги лечебных учреждений в Российской Федерации подвержены непрерывному росту из квартала в квартал, оценки страховых резервов, полученные с помощью скорректированных с учетом инфляции метода пошагового восхождения и мультипликативного метода, превышают аналогичные оценки, рассчитанные без учета воздействия инфляционного фактора на стоимость конечного убытка.

Величина РПНУ, определенная посредством методики на основе финансовых потоков страховой компании по календарным кварталам, также высока, что объясняется характерным и для рынка добровольного медицинского страхования в целом, и для конкретного страховщика устойчивым ростом страховых выплат. Этой тенденции в первую очередь способствует привлечение новых клиентов страховыми организациями в силу того, что популярность ДМС в нашей стране с течением времени увеличивается, а также систематическое повышение лечебными учреждениями стоимости медицинского обслуживания.

В свете всего вышесказанного наиболее оптимальной оценкой резерва произошедших, но незаявленных убытков на конец третьего квартала 2012 г. представляется оценка в **435 343 788,16 руб**., полученная скорректированным на фактор «медицинской инфляции» мультипликативным методом.

Проведем так называемый run-off анализ (табл. 27) – анализ достаточности сформированных в прошлом резервов, рассчитав оценки РПНУ по фрагменту исходного треугольника развития для периода времени с четвертого квартала 2007 г. по первый квартал 2010 г. и сопоставив полученные оценки с фактически оплаченными после отчетной даты – первого квартала 2010 г. – убытками по страховым случаям, произошедшим за анализируемый период.

Наиболее высокую точность оценивания демонстрирует метод Борнхуеттера-Фергюсона; относительная ошибка прогноза $δ$ составляет всего лишь –0,02%. Однако мы получили заниженную относительно фактической суммы понесенных после отчетной даты убытков оценку страховых резервов, т.е. денежных средств, зарезервированных по методу Борнхуеттера-Фергюсона под еще незаявленные страховщику убытки десяти рассматриваемых кварталов, было бы недостаточно для покрытия обязательств страховщика по страховым выплатам. Подобная систематически повторяющаяся недооценка величины произошедших, но незаявленных убытков может представлять угрозу финансовой устойчивости и стабильности развития страховой компании.

Оценка общего размера РПНУ, полученная скорректированным с учетом инфляции мультипликативным методов, сильнее всего ($δ=$–11,33%) отклоняется от суммарной величины фактически произведенных выплат.

Стоит отметить, что коэффициенты развития убытков, рассчитанные в ходе реализации модифицированного с учетом фактора «медицинской инфляции» метода цепной лестницы, вновь значительно сократились для ранних кварталов урегулирования убытков, что свидетельствует о том, что прирост совокупной стоимости претензий от одного квартала развития к другому был в определенной степени обусловлен воздействием инфляции. Так, темп прироста рассматриваемого показателя во втором квартале развития по сравнению с первым, вычисленный по выраженным в постоянных ценах убыткам, составил 56,50% (в текущих ценах – 59,66%), во третьем квартале относительно второго – 1,55% (в текущих ценах – 1,61%). Однако снижение доли неоплаченных на отчетную дату убытков не компенсируется соответствующим повышением совокупной стоимости претензий по каждому периоду зарождения под влиянием инфляции, что обуславливает более низкую оценку РПНУ по методу пошагового восхождения, принимающему во внимание непрерывный рост цен на медицинские услуги, по сравнению со стандартным методом.

Таким образом, исходя из результатов ретроспективного run-off анализа можно сделать вывод о том, что наиболее предпочтительной оценкой величины РПНУ по страховым случаям, произошедшим в период с четвертого квартала 2007 г. по первый квартал 2010 г., была бы оценка по скорректированному с учетом инфляции методу цепной лестницы – наиболее точная среди всех завышенных прогнозных оценок ($δ=$5,52%).

*Таблица 27*

*Результаты оценивания величины РПНУ анализируемой страховой компании*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **Итого** | **Вывод** |
|   | **Фактические данные** |
| 85 110 | 164 924 | 116 830 | 48 390 | 74 890 | 137 066 | 32 367 770 | 38 853 565 | 37 193 778 | 463 219 040 | **572 261 362** |
| **Метод цепной лестницы** |
| **Ri** | 0 | 14 764 | 140 026 | 227 083 | 333 682 | 990 926 | 1 613 350 | 4 196 485 | 27 234 836 | 590 289 353 | **625 040 504** | **завышена** |
| **seRi** | 85 110 | 150 160 | 23 196 | 178 693 | 258 792 | 853 860 | 30 754 420 | 34 657 080 | 9 958 942 | 127 070 313 | **52 779 142** | **δ=9,22%** |
| **Метод Борнхуеттера-Фергюсона** |
| **Ri** | 0 | 16 069 | 147 178 | 246 057 | 351 036 | 1 026 581 | 1 677 982 | 4 620 739 | 26 600 718 | 537 434 746 | **572 121 106** | **занижена** |
| **seRi** | 85 110 | 148 855 | 30 348 | 197 667 | 276 146 | 889 515 | 30 689 788 | 34 232 827 | 10 593 059 | 74 215 706 | **140 257** | **δ=-0,02%** |
| **Мультипликативный метод** |
| **Ri** | 0 | 12 145 | 143 104 | 222 506 | 375 727 | 623 193 | 1 461 633 | 4 003 578 | 31 268 311 | 507 876 603 | **545 986 800** | **занижена** |
| **seRi** | 85 110 | 152 779 | 26 274 | 174 116 | 300 837 | 486 127 | 30 906 137 | 34 849 987 | 5 925 466 | 44 657 563 | **26 274 562** | **δ=-4,59%** |
| **Скорректированный с учетом инфляции метод цепной лестницы** |
| **Ri** | 0 | 14 131 | 136 995 | 217 344 | 316 936 | 901 174 | 1 492 024 | 4 073 304 | 27 234 972 | 569 470 752 | **603 857 632** | **завышена** |
| **seRi** | 85 110 | 150 793 | 20 165 | 168 954 | 242 046 | 764 108 | 30 875 746 | 34 780 261 | 9 958 805 | 106 251 712 | **31 596 270** | **δ=5,52%** |
| **Скорректированный с учетом инфляции мультипликативный метод** |
| **Ri** | 0 | 11 436 | 141 302 | 209 066 | 352 618 | 511 599 | 1 282 216 | 3 814 479 | 31 678 330 | 469 425 083 | **507 426 127** | **занижена** |
| **seRi** | 85 110 | 153 488 | 24 472 | 160 676 | 277 728 | 374 533 | 31 085 554 | 35 039 086 | 5 515 448 | 6 206 043 | **64 835 235** | **δ=-11,33%** |
| **Метод на основе финансовых потоков по календарным кварталам** |
| **Ri** | 0 | 22 119 | 191 033 | 280 874 | 360 840 | 1 040 994 | 1 683 675 | 5 014 866 | 30 388 602 | 581 700 202 | **620 683 205** | **завышена** |
| **seRi** | 85 110 | 142 805 | 74 203 | 232 484 | 285 950 | 903 928 | 30 684 095 | 33 838 699 | 6 805 176 | 118 481 162 | **48 421 843** | **δ=8,46%** |

**Выводы по Главе 3**

В ходе моделирования «медицинской инфляции» в Российской Федерации было выявлено, что цены на медицинские услуги растут ускоренными темпами в первом квартале в сравнении с темпами прироста в летние месяцы и в конце года. Остатки построенной ARIMA-модели временного ряда представляют собой реализацию белого шума, удовлетворяя требованиям стационарности, нормальности и отсутствия автокорреляции. Оценки РПНУ, полученные модифицированными с учетом инфляции методом цепной лестницы и мультипликативным методом, превышают соответствующие показатели, рассчитанные стандартными методами; удельный вес резервов убытков по двум последним кварталам инцидента в общей величине РПНУ на отчетную дату еще больше возрос, достигнув 96%.

Страховые выплаты по договорам ДМС исследуемой страховой компании характеризуются ярко выраженной восходящей тенденцией. Кроме того, в колебаниях страховых выплат прослеживается устойчивая годовая периодичность.

В результате сопоставлении оценок РПНУ, полученных с помощью различных моделей резервирования, и анализа качества имеющихся данных об оплаченных страховой компанией на отчетную дату убытках выбор сделан в пользу оценки, полученной скорректированным на фактор инфляции мультипликативным методом.

**Заключение**

Важность высокой точности оценивания резерва произошедших, но незаявленных убытков для успешного функционирования страховой организации не вызывает сомнения. Завышенная оценка размера РПНУ требует адекватной величины активов в покрытие резерва, заниженная оценка может привести к нехватке средств для осуществления будущих страховых выплат и при наихудшем стечении обстоятельств к банкротству страховщика.

В последние годы органы страхового надзора все большего числа стран требуют актуарного обоснования величины РПНУ – ранее такой порядок действовал только в отношении резерва на покрытие выплат в страховании жизни. Как результат, было разработано большое количество математических методов оценки страховых резервов, в основе которых лежит проецирование опыта прошлых периодов наступления убытков на последующие периоды.

Практическая значимость проведенного исследования определяется возможностью применения актуариями описанных в работе модифицированных методик расчета страховых резервов в добровольном медицинском страховании с целью корректировки и уточнения оценок, полученных с помощью рекомендованного Министерством финансов РФ метода Борнхуеттера-Фергюсона. Так, например, использование скорректированного с учетом «медицинской инфляции» метода цепной лестницы позволяет смягчить недостаток стандартного метода, игнорирующего искажения треугольника развития убытков под действием внешних факторов. Методика оценки РПНУ на основе финансовых потоков по календарным периодам в свою очередь учитывает сезонные колебания страховых выплат по договорам ДМС и присутствие в их динамике устойчивой тенденции развития.

Выбор в пользу той или иной оценки РПНУ осуществляется актуарием на основе сравнительного анализа результатов, полученных различными методами резервирования, и его экспертных суждений о требуемом уровне консервативности оценки РПНУ и о степени соответствия лежащих в основе каждой из сопоставляемых методик предположений складывающейся в самой компании и на отраслевом рынке ситуации.

Построение эффективного рынка ДМС способствует росту социальной стабильности, снижению информационной асимметрии на рынке медицинских услуг, сокращению теневого финансирования системы здравоохранения, росту инвестиций в строительство медицинских центров. Однако его успешному развитию в нашей стране препятствует низкий уровень доходов населения, нехватка медицинских учреждений, обладающих высококвалифицированным персоналом и современным оборудованием, несовершенства законодательной базы в сфере медицинского страхования.

**Список литературы**

1) Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика. Основы эконометрики. – Т.1: Теория вероятностей и прикладная статистика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 656 с.

2) Алтынникова И.В., Яковлев М.К. Страховые резервы: порядок формирования. Бухгалтерский учет. Налогообложение. – М.: Анкил, 2007. – 112 с.

3) Баженов А.М. Добровольное медицинское страхование в России, состояние и пути развития. – *Сибирский медицинский журнал*, 2008, № 2. – С. 60-61.

4) Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика/ Пер. с англ. – М.: Янус-К, 2001. – 656 с.

5) Бова Ф.С. Идентификация и характеристика источников финансирования ОМС и ДМС в России. – *Terra Economicus*, Том 10, № 1, Часть 2, 2012. – С. 88-90.

6) Бородинова И.А. Модели оценки резерва произошедших, но незаявленных убытков. – *Вестник СамГу*, 2011, № 1/1 (82). – С. 48-56.

7) Грищенко Н.Б., Клевно В.А., Мищенко В.В. Добровольное медицинское страхование: Основы современной практики. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2001. – 78 с.

8) Дуброва Т.А. Статистические методы пронозирования: Учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 206 с.

9) Иваницкий А.Ю. Теория риска в страховании.– М.: Факториал пресс, 2007. – 128 с.

10) Иванов С.С., Голубев С.Д., Чёрная Л.А., Шарафутдинова Н.Е. Теория и практика рискового страхования. – М.: РОСНО: Анкил, 2007. – 480 с.

11) Ильиных Ю.М. Современное состояние добровольного медицинского страховании в России, 2011. – С. 52-54. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.gosbook.ru/node/39901.

12) Каас Р., Гувертс М., Дэнэ Ж., Денут М. Современная актуарная теория риска/ Пер. с англ. – М.: Янус-К, 2007. – 376 с.

13) Кайгородова Т.Ю. ДМС – в поисках рентабельности, 2013. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.insur-info.ru/comments/871.

14) Канторович Г.Г. Анализ временных рядов. – *Экономический журнал ВШЭ*, 2002, № 1. – С. 85-103.

15) Каюков С.С. Рынок ДМС в условиях кризиса, 2008. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.insur-info.ru/comments/529.

16) Корнилов И.А. Основы страховой математики. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 400 с.

17) Лемер. Ж. Автомобильное страхование. Актуарные модели/ Пер. с англ. – М.: Янус-К, 1998, 2003. – 319 (307) с.

18) Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс: Учеб. – М.: Дело, 2004. – 576 с.

19) Мак Томас. Математика рискового страхования/ Пер. с нем. – М.: Олимп-Бизнес, 2005. – 432 с.

20) Мхитарян В.С., Астафьева Е.В., Миронкина Ю.Н., Трошин Л.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Под ред. В.С. Мхитаряна. – М.: Маркет ДС, 2010. – 240 с.

21) Постановление Правительства Российской Федерации от 22.10.2012 г. № 1074 «О программе государственных гарантий бесплатного оказания гражданам медицинской помощи на 2013 год и на плановый период 2014 и 2015 годов».

22) Приказ Минфина РФ от 11.06.2002 г. № 51н «Об утверждении Правил формирования страховых резервов по страхованию иному, чем страхование жизни».

23) Рябикин В.И., Тихомиров С.Н., Баскаков В.Н. Страхование и актуарные расчёты. – М.: Экономистъ, 2006. – 459 с.

24) Фалин Г.И., Фалин А.И. Теория риска для актуариев в задачах. – М.: Мир, «Научный мир», 2004. – 240 с.

25) Федеральная служба по финансовым рынкам. [Электронный ресурс] /Режим доступа: http://www.fcsm.ru.

26) Федеральный закон № 4015-1 от 27.11.1992 г. «Об организации страхового дела в РФ» с изм., внесенными Федеральным законом от 21.06.2004 г. № 57-ФЗ, в ред. Федерального закона от 29.11.2007 г. № 287-ФЗ.

27) Федорова Т.А. Основы страховой деятельности. – М.: Изд-во “БЕК”, 2002. – 768 с.

28) Хаук Г. Международная практика и тенденции медицинского страхования, 2012. [Электронный ресурс] / Режим доступа:

http://www.insur-info.ru/analysis/840.

29) Центральная база статистических данных – Федеральная служба государственной статистики. [Электронный ресурс] /Режим доступа:

http://cbsd.gks.ru.

30) Цирер В.П. Медицинское страхование остается востребованным, 2011. [Электронный ресурс] /Режим доступа: http://www.insur-info.ru/interviews/698.

31) Черепанова И.С., Говорова А.М. Добровольное медицинское страхование в Российской Федерации: опыт развития и перспективы оказания качественных медицинских услуг. – *Вестник Росздравнадзора*, 2010, № 1. – С. 50-52.

32) Четыркин Е.М. Актуарные расчеты в негосударственном пенсионном и медицинском страховании. – М.: Издательство «Дело» АНХ, 2009. – 256 с.

33) Bornhuetter R.L., Ferguson R.E. The Actuary and IBNR. – *PCAS LIX*, 1972. – pp. 181-195. [Электронный ресурс] / Режим доступа:

http://www.casact.org/pubs/proceed/proceed73/73161.pdf.

34) Brosius E. Loss development using credibility. – *Casualty Actuarial Society*, 1993. – 19 p. [Электронный ресурс] / Режим доступа:

http://www.casact.org/library/studynotes/brosius6.pdf.

35) Faculty and Institute of Actuaries. Claims reserving manual: volume 1, 1997. – 342 p. [Электронный ресурс] / Режим доступа:

http://www.actuaries.org.uk/research-and-resources/pages/claims-reserving-manual.

36) Friedland J. Estimating unpaid claims using basic techniques. – *Casualty Actuarial Society*, 2009. – 412 p. [Электронный ресурс] / Режим доступа:

http://www.casact.org/press/index.cfm?fa=viewArticle&articleID=816.

37) Gaver G., Patterson J. Do insurers manipulate loss reserves to mask

solvency problems? – *Journal of Accounting and Economics*, 2004. – pp. 393-416.

38) Goovaerts M., Redant H. On the distribution of IBNR reserves. – *Insurance: Mathematics and Economics*, 1999. – pp. 1-9.

39) Promislow S. David. Fundamentals of actuarial mathematics. – John Wiley & Sons Ltd., 2011. – 449 p.

40) Stuart A. Klugman, Harry H. Panjer, Gordon E. Willmot. Loss Models: From Data to Decisions. – John Wiley & Sons, Inc., 2008. – 731 p.

41) Wiser R., Cockley J., Gardner A. Loss reserving. – *Foundations of Casualty Actuarial Science*, 2001. – pp. 231-295.