

ВЕКТОРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ K-УСТОЙЧИВЫХ И НЕПОКРЫТЫХ МНОЖЕСТВ

Авторы:
Миришли Денис
Моховиков Антон

ЗАДАЧИ:

- 1) Разработка алгоритмов и программной структуры для работы с разреженными матрицами
- 2) Программная реализация алгоритма нахождения k -устойчивого множества в матрично-векторном представлении
- 3) Программная реализация алгоритма нахождения непокрытого множества в матрично-векторном представлении

К-УСТОЙЧИВЫЕ МНОЖЕСТВА

Альтернатива i является k -устойчивой, если имеется возможность достичь любую другую альтернативу из i не больше чем за k шагов, но существует как минимум одна альтернатива достижимая из i ровно за k шагов.

К-УСТОЙЧИВЫЕ МНОЖЕСТВА

Метод вычисления к-устойчивых множеств:

$P(k)$ определяет множество тех устойчивых альтернатив, из которых можно достичь любую альтернативу из общего множества не более чем за k шагов.

$p(k)$ - характеристический вектор множества $P(k)$

A – множество всех альтернатив

a – характеристический вектор множества A

M - это бинарное отношение μ , построенное по принципу строгого предпочтения одной альтернативы другой. Если $i \mu j$, тогда альтернатива i строго доминирует альтернативу j .

$M(k)$ – матрица путей длины k на все множестве альтернатив.

$$M_{(k)} = \sum_{i=1}^k M^i + E = U^k;$$

$$p_{(k)} = \overline{(M_{(k)} + E)} \cdot a = \overline{\bar{M}_{(k)}} \cdot a$$

ВОЗВЕДЕНИЕ МАТРИЦЫ В СТЕПЕНЬ

Эксперимент №1

Степень	Время выполнения (мс)	Кол-во ребер
2	4	43166
3	3	40088
4	3	37046
5	4	34157
6	2	31053
7	2	28386
8	3	25807
9	2	23324
10	2	21168
11	2	19089
12	2	17291
13	2	15638
14	0	14281
15	2	13102
16	2	12138
17	1	11218
18	2	10237
19	1	9254
20	0	8329

Условия

Кол-во вершин	50 000
Кол-во ребер	46 447
доля разреженности	0,0000185796

Сгенерировано случайным образом
мажоритарное отношение

ВОЗВЕДЕНИЕ МАТРИЦЫ В СТЕПЕНЬ

Эксперимент №2

Степень	Время выполнения (мс)	Кол-во ребер
2	3	43227
3	2	40209
4	3	37612
5	3	35024
6	3	32299
7	3	29649
8	2	27386
9	3	25218
10	2	23187
11	2	21087
12	2	19172
13	1	17300
14	0	15676
15	2	14081
16	2	12450
17	2	10886
18	2	9475
19	1	8222
20	1	7103

Условия

Кол-во вершин	50 000
Кол-во ребер	46 447
доля разреженности	0,0000185796

Сгенерировано случайным образом
мажоритарное отношение

ВОЗВЕДЕНИЕ МАТРИЦЫ В СТЕПЕНЬ

Эксперимент №3

Степень	Время выполнения (мс)	Кол-во ребер
2	3	43245
3	3	40337
4	4	37747
5	2	35482
6	3	33295
7	4	31251
8	2	29684
9	3	28031
10	3	26408
11	2	25072
12	3	23920
13	2	22600
14	1	21367
15	2	19985
16	3	18847
17	2	18076
18	2	17312
19	2	16610
20	2	15657

Условия

Кол-во вершин	50 000
Кол-во ребер	46 447
доля разреженности	0,0000185796

Сгенерировано случайным образом
мажоритарное отношение

НЕПОКРЫТЫЕ МНОЖЕСТВА

Под непокрытой альтернативой понимается альтернатива, которая не покрывается любой другой альтернативой из мажоритарного отношения. Непокрытое множество UC состоит из всех непокрытых альтернатив из всего множества альтернатив. UC_I, UC_{II}, UC_{III}, UC_{IV} и UC_V обозначают непокрытые множества, выведенные согласно пяти определениям отношения покрывания. Поскольку все версии отношения покрытия являются асимметричными, непокрытыми альтернативами, и только они являются максимальными элементами α , а именно UC_I=MAX(α _I), UC_{II}=MAX(α _{II}), UC_{III}=MAX(α _{III}), UC_{IV}=MAX(α _{IV}), and UC_V=MAX(α _V).

НЕПОКРЫТЫЕ МНОЖЕСТВА

Метод вычисления непокрытого множества:

A – множество всех альтернатив

a – характеристический вектор множества A

M - это бинарное отношение μ , построенное по принципу строгого предпочтения одной альтернативы другой. Если $i\mu j$, тогда альтернатива i строго доминирует альтернативу j .

T – отношение безразличия между альтернативами. iTj , если над данными альтернативами невозможно определить отношение строгого предпочтения

НЕПОКРЫТЫЕ МНОЖЕСТВА

Метод вычисления непокрытого множества:

Версии непокрытых множеств

$$uc = \max(\alpha) = \overline{R^{tr}} \cdot a = \overline{Q} \cdot a ,$$

$$uc^I = \max(\alpha^I) = \overline{\overline{M \cdot M + M + T + E}} \cdot a ,$$

$$uc^{II} = \max(\alpha^{II}) = \overline{\overline{\overline{M \cdot T + M \cdot M + M + T + E}}} \cdot a ,$$

$$uc^{III} = \max(\alpha^{III}) = \overline{\overline{\overline{\overline{T \cdot M + M \cdot M + M + T + E}}} \cdot a ,$$

$$uc^{IV} = \max(\alpha^{IV}) = \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{T \cdot M + M \cdot T + M \cdot M + M + T + E}}} \cdot a$$

$$uc^V = \max(\alpha^V) = \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{T \cdot T + T \cdot M + M \cdot T + M \cdot M + M + T + E}}} \cdot a .$$

НЕПОКРЫТЫЕ МНОЖЕСТВА

Результаты эксперимента

Условия. Сгенерировано случайным образом отношение μ

Кол-во вершин	50 000	60 000	70 000	80 000	90 000	100 000
Кол-во ребер	46 449	66 886	91036	118 909	150 492	185 792
доля разреженности	0,0000185796	0,0000185796	0,0000185796	0,0000185796	0,0000185796	0,0000185796

Результаты работы алгоритма

Время выполнения	0,111 сек	0,156 сек	0,240 сек	0,335 сек	0,433 сек	0,550 сек
Мощность непокрытого множества	19 691	19 747	19 067	18 301	16 943	15 617

ЭКСПЕРИМЕНТ НА РЕАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В основу эксперимента был положен граф связей комментирования между пользователями социальной сети «Живой журнал»

234 314 пользователей

1 017 361 связь

Мощность непокрытого множества = 157 238 пользователей.

**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!**