

ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Виктор Лапшин, Ван Цзян

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
МОДЕЛЕЙ ОЦЕНКИ СРОЧНОЙ
СТРУКТУРЫ
ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК
НА КИТАЙСКОМ РЫНКЕ ОБЛИГАЦИЙ**

Препринт WP16/2013/02

Серия WP16

Финансовая инженерия,
риск-менеджмент и актуарная наука

Москва
2013

УДК 336.763(510)
ББК 65.262.2(5Кит)
Л24

Редакторы серии WP16
«Финансовая инженерия,
риск-менеджмент и актуарная наука»
С.Н. Смирнов, А.Г. Шоломицкий

Л24 **Лапшин, В. А., Ван, Цзян.** Сравнительный анализ моделей оценки срочной структуры процентных ставок на китайском рынке облигаций [Электронный ресурс] : препринт WP16/2013/02 / В. А. Лапшин, Цзян Ван ; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». – Электрон. текст. дан. (400 КБ). – М. : Изд. дом Высшей школы экономики, 2013. – 34 с. – (Серия WP16 «Финансовая инженерия, риск-менеджмент и актуарная наука»).

Статья посвящена сравнительному анализу моделей построения срочной структуры процентных ставок на китайском рынке облигаций. В статье приводится обзор нескольких моделей построения кривой доходности и сравнение их качества на реальных данных от центрального государственного депозитария облигаций Китая (CCDC).

УДК 336.763.3(510)
ББК 65.262.2(5Кит)

Ключевые слова: сплайн, кривая доходности, срочная структура процентных ставок, Китай, рынок облигаций

Lapshin, V., Wang, Jiang. Comparing term structure models on Chinese bond market [Electronic resource] : Working paper WP16/2013/02 / V. Lapshin, Jiang, Wang ; National Research University “Higher School of Economics”. – Electronic text data (400 KB). – Moscow : Publishing House of the Higher School of Economics, 2013. – 34 p. – (Series WP16 “Financial Engineering, Risk-Management and Actuarial Science”).

The article presents a comparative analysis of term structure of interest rates models on the Chinese bond market. The article provides an overview of several term structure models and a comparison of their quality based on the data from China Central Depository & Clearing (CCDC).

Key words: spline, yield curve, term structure of interest rate, China, bond market

**Препринты Национального исследовательского университета
«Высшая школа экономики» размещаются по адресу: <http://www.hse.ru/org/hse/wp>**

© Лапшин В. А., 2013
© Ван Цзян, 2013
© Оформление. Издательский дом
Высшей школы экономики, 2013

Введение

Около 7500 облигаций стоимостью 63,74 трлн юаней¹ было выпущено в Китае с 1998 г. по 2012 г. В настоящее время на рынке в обороте находится около 20 видов и 5200 выпусков облигаций. Эти цифры показывают, что после реформы не только ВВП, но и рынок облигаций в Китае развивается интенсивно. Известный китайский реформатор Дэн Сяопин заметил: «Не стоит сковывать себя идеологическими и практическими абстрактными спорами о том, какое имя это всё носит: социализм или капитализм». Хотя китайский финансовый рынок для западных стран всё ещё полузакрыт, Китай уже активно развивает свой рынок капитала.

В данной работе мы обращаемся к одной из актуальных тем: построению срочной структуры процентных ставок.

В литературе мало исследований на эту тему применительно к китайскому рынку. Первые работы в этом направлении появились в Китае лишь в 1997 г. В то время ещё не существовало единого общепринятого способа построения срочной структуры процентных ставок. На самом деле, на Западе дискуссия о выборе наилучшей модели продолжается до сих пор. Поэтому мы приведём обзор различных моделей, в том числе официального метода CCDC, и применим эти модели на реальных данных о ходе торгов на китайском рынке облигаций.

1. Понятие процентных ставок

Процентная ставка – это потребительская стоимость капитала, она определяется соотношением между спросом и предложением на капитал.

В области финансов кривая доходности – графическое изображение того, как изменяются процентные ставки в зависимости от сроков погашения ценных бумаг на определенный момент времени. Продолжительность сроков обращения ценных бумаг откладывается по оси абсцисс, а показатели доходности к моменту погашения – по оси ординат. Кривые доходности постоянно изменяются, так как доходности ценных бумаг, учтенных в каждой кривой, варьируются ежедневно. Математическое описание этой зависимости – срочная структура процентных ставок.

Для анализа срочной структуры процентных ставок необходимо определить различные ставки, а также другие понятия и обозначения.

¹ В данный момент, 1 китайский юань (CNY) = 5.0699 руб. (RUB).

Спот-ставка $r(t) = r(0, t)$ определяет зависимость текущей цены облигации P_t от срока до погашения и размера купонных выплат и p . Для бескупонной облигации при дискретном начислении процентов мы имеем:

$$P_t = \frac{F}{(1+r(t))^t},$$

где F – номинальная цена облигаций.

Или при непрерывном начислении, которое мы будем использовать везде в дальнейшем:

$$P_t = F * e^{-r(t)}.$$

Если предусмотрены купонные выплаты C_s в момент времени s , то при непрерывном начислении

$$P_t = \sum_{s=1}^N C_s e^{-r(s)*t_s} + F * e^{-r(N)t_N}.$$

Через спот-ставку может быть определена непрерывно начисляемая форвардная ставка.

Форвардная ставка $f(t)$ – это ставка по займам, которые осуществляются в будущем периоде t на срок $T - t$.

Берём самый простой пример, если платеж процентов один раз в год, форвардная ставка между $t - 1$ лет и t лет может вычисляться по формуле

$$(1 + r_m)^m (1 + f_{m,n})^n = (1 + r_{m+n})^{m+n}.$$

То есть

$$f_{m,n} = \left(\frac{(1 + r_{m+n})^{m+n}}{(1 + r_m)^m} \right)^{\frac{1}{n}} - 1.$$

Соответственно, для непрерывных начислений, если в момент t спот-ставка r_T имеет погашение до момента T , и спот-ставка r_{T^*} имеет погашение до момента T^* , тогда мы имеем:

$$e^{r_{T^*}(T-t)} * e^{f_t*(T^*-T)} = e^{r_{T^*}(T^*-t)}.$$

И получаем общую формулу для вычисления форвардной ставки:

$$f_t = \frac{r_{T^*}(T^* - t) - r_T(T - t)}{T^* - T} = r_{T^*} + (r_{T^*} - r_T) * \frac{T - t}{T^* - T}.$$

Если $r_{T^*} > r_T$, то $f_T > r_{T^*}$ и кривая доходности будет возрастающей, а если $r_{T^*} < r_T$, то $f_T < r_{T^*}$ и кривая доходности будет убывающей.

Мгновенная форвардная процентная ставка на срок t , $f(t)$, определяется следующим соотношением со спот-ставкой $r(\cdot)$:

$$r(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(\tau) d\tau.$$

Значимость срочной структуры процентных ставок. Срочная структура процентных ставок значима для всех субъектов финансового рынка: эмитента (Министерства финансов), органа денежного регулирования (Центрального банка) и участников финансового рынка (включая организаторов торгов).

С помощью точно определенной срочной структуры процентных ставок можно эффективно управлять структурой долга и оптимизировать стоимость его обслуживания. Более того, качественно найденная срочная структура процентных ставок может помочь центральному банку оценить ожидания рынка относительно будущих процентных ставок и уровня инфляции.

Срочная структура процентных ставок также помогает участникам анализировать рынок облигаций и оценивать стоимость финансовых инструментов.

Здесь и далее мы будем предполагать, что рассматриваемые процентные ставки – безрисковые, т.е. не подразумевают кредитного риска – риска неисполнения эмитентом облигаций своих обязательств.

Существуют три общеизвестные теории, объясняющие вид графика кривой процентных ставок.

Согласно *Теории ожиданий* (Expectation Theory), кривая доходности поднимается в период экономического роста, люди в данном случае полагают, что процентная ставка будет увеличиваться и, соответственно, долгосрочная процентная ставка будет больше, чем краткосрочная. А в период экономического спада долгосрочная процентная ставка меньше, чем краткосрочная процентная ставка, что приводит к убывающей кривой процентных ставок.

Согласно *Теории предпочтения ликвидности* (Liquidity Preference Theory), ликвидность долгосрочных облигаций хуже, чем ликвидность краткосрочных облигаций, и поэтому доходности долгосрочных облигаций должны быть выше, чем доходности краткосрочных облигаций, чтобы предоставить инвесторам долгосрочных облигаций премию за ликвидность.

Теория рыночной сегментации (Market segmentation Theory) исходит из предположения, что у разных инвесторов разные предпочтения. Таким образом, для облигаций разной срочности баланс спроса и предложения различается, поэтому рынок можно разделить на разные сегменты, в каждом из которых процентные ставки будут разными, так как определяются практически независимо.

2. Обзор методов описания срочной структуры процентных ставок

Модели общего экономического равновесия

Модель Васичека

В работе Васичека (1977)^[1] было предложено, что риск-нейтральный процесс для краткосрочной процентной ставки r имеет следующий вид:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dz,$$

где a, b и σ – константы: a – параметр, характеризующий скорость возврата к среднему значению, b – средний долгосрочный уровень процентной ставки, σ – параметр волатильности, не зависящий от текущего значения ставки, z – винеровский процесс.

Решение этого уравнения имеет вид

$$r(t) = r_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at}) + \sigma e^{-at} \int_0^t e^{as} dz_s.$$

Следовательно, при условии $t \rightarrow +\infty$ мы имеем долгосрочный уровень ставки и волатильность:

$$E(r) = b, \quad V(r) = \frac{\sigma^2}{2a}.$$

И уравнение срочной структуры процентных ставок, соответствующее модели Васичека, имеет вид:

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln A(t, T) + \frac{1}{T-t} B(t, T) r(t),$$

где:

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}, \quad A(t, T) = e^{\left[\frac{B(t, T) - (T-t)}{a^2} \left(a^2 b - \frac{\sigma^2}{2} \right) - \frac{\sigma^2 B(t, T)^2}{4a} \right]}$$

Из уравнения видно, что для построения срочной структуры процентных ставок достаточно выбрать параметры a, b и σ . Модель является однофакторной математической моделью. Это первая модель, учитывающая особенность процентных ставок, отличающая их, например, от динамики цен: процентные ставки не могут расти до бесконечности, так как их высокий уровень ограничит экономическую деятельность. С другой стороны, ставки не могут быть отрицательными. Таким образом, ставки должны двигаться в ограниченном диапазоне с тенденцией к возврату к некоторому среднему уровню. Недостаток модели Васичека заключается в том, что теоретически ставка может быть и отрицательной.

Модель CIR

Чтобы решить проблему модели Васичека, американские экономисты Кокс (J.C. Cox), Ингерсолл (J.E. Ingersoll) и Росс (S.A. Ross) в работе (1985)^[2] предложили свою модель.

В модели CIR считается, что риск-нейтральный процесс для краткосрочной процентной ставки r описывается следующим уравнением:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz.$$

Разница между моделью Васичека и моделью CIR состоит в том, что в модели CIR волатильность процентной ставки уменьшается с уменьшением значения ставки. Но обе модели предполагают конкретные структуры динамического изменения процентных ставок.

Цена облигации в модели CIR имеет вид:

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r}.$$

Это похоже на модель Васичека, но выражения для $A(t, T)$ и $B(t, T)$ другие:

$$B(t, T) = \frac{2(e^{r(T-t)} - 1)}{(r + a)(e^{r(T-t)} - 1) + 2r}$$

$$A(t, T) = \left[\frac{2re^{\frac{(a+r)(T-t)}{2}}}{(r+a)(e^{r(T-t)} - 1) + 2r} \right]^{\frac{2ab}{\sigma^2}}, \text{ где } r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Как и модель Васичека, модель CIR получается из общего экономического равновесия. То есть в модели содержатся следующие факторы: неприятие риска, потребительские предпочтения о времени, ограничение богатства и т.д. Но фактическая оценка всех этих неизвестных является трудной задачей, поэтому чаще эти модели используют, не придавая особого смысла коэффициентам, находя их методом наименьших квадратов из наблюдаемых рыночных цен.

Безарбитражные модели

Модель Ho-Lee

В работе (1986)^[3] Но и Lee была предложена модель нового поколения – нестационарная, т.е. с коэффициентами, явно зависящими от времени. В модели два параметра: стандартное отклонение краткосрочной процентной ставки и рыночная цена краткосрочного процентного риска:

$$dr = \theta(t)dt + \sigma dz,$$

где σ – стандартное отклонение краткосрочной процентной ставки, а θ – функция, которая определяет среднее направление движения ставки r в момент t .

В модели функция дисконтирования $D(t)$ изменяется по следующему виду для времени (s, t) :

$$D_{s+1, t+1}(T) = \frac{D_{s, t}(T + 1)}{D_{s, t}(1)} hu(T)$$

$$D_{s, t+1}(T) = \frac{D_{s, t}(T + 1)}{D_{s, t}(1)} hd(T)$$

Здесь $hu(T)$ и $hd(T)$ – функции возмущения, $T = 1, 2, \dots, n$.

Можно показать, что $hu(T)$ и $hd(T)$ определяются следующими уравнениями:

$$hu(T) = \frac{1}{\pi + (1 - \pi)\delta^T},$$

$$hd(T) = \frac{\sigma^T}{\pi + (1 - \pi)\delta^T},$$

где константа π определяется из

$$\pi hd(T) + (1 - \pi)hu(T) = 1.$$

Таким образом, начальное условие для функции дисконтирования $D_{0,0}(T)$ и параметры δ и π полностью определяют вид срочной структуры процентных ставок.

Модель Hull-White

В работе (1990)^[4] Hull и White обобщили модель Васичека в следующем виде:

$$dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma dz,$$

где a и σ – константы.

Как и в модели Но – Lee, в модели Hull – White среднее направление движения ставки r зависит от времени t . Модель Но – Lee является частным случаем, когда $a = 0$. Как и в модели Васичека, в модели Hull – White r обладает свойством возврата к среднему значению со скоростью a .

По аналогии с моделью Васичека, решение модели Hull – White можно записать в следующем виде:

$$r(t) = r_0 e^{-at} + \frac{\theta}{a}(1 - e^{-at}) + \sigma e^{-at} \int_0^t e^{as} dz_s.$$

Поэтому цена облигации в модели Hull – White также имеет вид:

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r},$$

где $A(t, T)$ и $B(t, T)$ в другом виде:

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}$$

$$A(t, T) = \frac{P(0, T)}{P(0, t)} e^{-B(t, T) \left[\frac{\partial \log P(0, t)}{\partial t} - \frac{\sigma^2 (e^{-aT} - e^{-at})^2 (e^{2at} - 1)}{4a^3} \right]}$$

Модель HJM

Модель Heath – Jarrow – Morton (HJM) стала следующим существенным шагом вперёд. В работе (1992)^[5] Heath, Jarrow и Morton построили модель, основываясь на форвардных процентных ставках, притом не на одной, а на всей совокупности сразу. Можно сказать, что

модель НМ обобщила модель Но – Lee путём одновременного моделирования континуума форвардных процентных ставок. Модель НМ имеет вид:

$$df(t, T) = \left(\sigma(t, T, f(t, T)) \int_t^T \sigma(t, T, f(t, u)) du \right) dt + \sigma(t, T, f(t, T)) dz(t).$$

Функция $f(t, T)$ – случайный процесс форвардной процентной ставки, со времени t на время T , а $\sigma(t, T, f(t, T))$ – волатильность форвардной процентной ставки.

Однако все безарбитражные модели и модели общего экономического равновесия имеют похожую структуру: они анализируют факторы модели, а их различие состоит в том, что для оценки параметров модели они используют разные величины. Модели общего экономического равновесия четко определяют рыночную цену риска и, более того, их параметры модели не зависят от времени и поэтому могут быть оценены из исторических данных. Экономисты обычно используют такие модели для качественной интерпретации срочной структуры процентных ставок и для прогнозов экономической ситуации. С другой стороны, дилеры обычно предпочитают использовать безарбитражные модели, так как при корректной оценке параметров они дают согласованные цены облигаций.

Параметрические модели

В работе (1987)^[6] Нельсон (C. Nelson) и Зигель (A. Siegel) предложили свою модель, эта модель сейчас является основой современных моделей оценки срочной структуры процентных ставок.

В ней предполагается, что мгновенная форвардная ставка имеет следующий вид:

$$f(0, t) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \beta_2 \left(\frac{t}{\tau_2} \right) e^{-\left(\frac{t}{\tau_1} \right)}.$$

Из этого уравнения можно получить мгновенную спот-ставку:

$$R(0, t) = \frac{\int_0^t f(s) ds}{t} = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\frac{t}{\tau_1}} + \beta_2 \left[\frac{1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau_1} \right)}}{\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\left(\frac{t}{\tau_1} \right)} \right]$$

Из уравнения видно, что при $t \rightarrow +\infty$ процентная ставка имеет предел β_0 , поэтому параметр β_0 интерпретируется как долгосрочный уровень процентных ставок. При $t \rightarrow 0$ предел $R(t) - \beta_0$ равняется β_1 – параметр β_1 отвечает за краткосрочную компоненту. Соответственно, β_2 является среднесрочной компонентой. Разнообразие форм срочной структуры процентных ставок в этой модели существенно ограничено, особенно для краткосрочной части и среднесрочной части. Чтобы решить эту проблему, Свенссон в работе (1994)^[7] расширил модель Nelson – Siegel в следующем виде:

$$R(0, t) = \frac{\int_0^t f(s) ds}{t} = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\frac{t}{\tau_1}} + \beta_2 \left[\frac{1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau_1}\right)}}{\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\left(\frac{t}{\tau_1}\right)} \right] + \beta_3 \left[\frac{1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau_2}\right)}}{\frac{t}{\tau_2}} - e^{-\left(\frac{t}{\tau_2}\right)} \right]$$

Это модель Свенссона (или модель NSS, Nelson – Siegel – Svensson), где Свенссон добавил новый параметр β_3 , сделав модель более гибкой в области краткосрочных ставок.

Непараметрические модели

Обычно непараметрические модели используют сплайны. Использование сплайнов берёт начало с работы Айзека Шонберга (Isaac Jacob Schoenberg) в 1946 г.^[8], и особенно интенсивно она развивалась в 1950–1970 гг. Сплайн представляет собой один из вариантов приближения функции. По аппроксимационной теореме Вейерштрасса для любой непрерывной на отрезке функции можно подобрать последовательность многочленов, равномерно сходящихся к этой функции на отрезке. Таким образом, для аппроксимации непрерывной функции дисконтирования или функции кривой доходности используется набор функций, которые зависят от срока до погашения облигаций.

Тогда функцию цены облигации можно записать в следующем виде, используя разложения по сплайновому базису:

$$P_j = \sum_{m=1}^{N_j} C_j(t_m) e^{-t_m \sum_{i=1}^k b_i g_i(t_m)} + \varepsilon_j,$$

где $C_j(t_m)$ – денежный поток облигации номер j , t_m – срок до погашения для m -го денежного потока, N_j – число появления денежных потоков, $g_i(t_m)$ – i -я функция разложения, зависящая только от срока t_m , b_i – неизвестный параметр.

Полиномиальные сплайны

В работах Маккалоха (McCulloch, 1971^[9], 1975^[10]) впервые были использованы квадратичные и кубические полиномиальные сплайны для оценки срочной структуры процентных ставок. Маккалох приближал сплайнами функцию дисконтирования. Он отдельно использовал квадратичный и кубический сплайны. Он утверждал, что при использовании квадратичных сплайнов кривая процентных ставок получается недостаточно гладкой и предлагал использовать кубический сплайн для оценки функции дисконтирования. На практике использование кубических сплайнов для оценки функции дисконтирования происходит следующим образом:

$$D(t) = \begin{cases} D_1(t) = a_1 + b_1 t + c_1 t^2 + d_1 t^3, & t \in [0, T_1] \\ D_2(t) = a_2 + b_2 t + c_2 t^2 + d_2 t^3, & t \in [T_1, T_2] \\ D_3(t) = a_3 + b_3 t + c_3 t^2 + d_3 t^3, & t \in [T_2, T_3] \end{cases}$$

Кроме того, чтобы функция дисконтирования была гладкой на отрезке $[0, T_3]$, необходимы следующие условия:

$$\begin{cases} D_{(i)}(T_i) = D_{(i+1)}(T_i) \\ D_{(i)}^{(1)}(T_i) = D_{(i+1)}^{(1)}(T_i) \\ D_{(i)}^{(2)}(T_i) = D_{(i+1)}^{(2)}(T_i) \end{cases}$$

Таким образом, функцию дисконтирования можно записать в следующем виде:

$$D(t) = \begin{cases} D_1(t) = 1 + b_1t + c_1t^2 + d_1t^3, & t \in [0, T_1] \\ D_2(t) = D_1(t) - (d_1 - d_2)(t - T_1), & t \in [T_1, T_2] \\ D_3(t) = D_2(t) - (d_2 - d_3)(t - T_2), & t \in [T_2, T_3] \end{cases}$$

После работы Маккалоха идея сплайновой интерполяции была развита в работах Канони и Мокрейн (Kanony & Mokrane, 1992^[11]) и Дикона и Дерри (Deacon & Derry, 1994^[12]). Общие принципы сплайновой интерполяции, сформулированные исследователями, таковы.

Во-первых, чем больше узлов интерполяции, тем больше параметров, т.е. лучше точность, но хуже гладкость. При увеличении количества узлов невязка между теоретической и наблюдаемой ценой стала меньше, но кривая становится более чувствительной к выбросам в данных.

Во-вторых, чем меньше количество узлов, тем меньше параметров, но, с другой стороны, точность такого приближения будет невелика.

Экспоненциальные сплайны

В работе Васичека и Фона (Vasicek & Fong, 1982^[13]) впервые использованы экспоненциальные сплайны для приближения функции дисконтирования. Более того, Васичек и Фон применили эту модель на данных об американских государственных облигациях. Авторы утверждают, что при использовании полиномиальных сплайнов форвардные процентные ставки слишком изменчивы, а использование экспоненциальных сплайнов решает эту проблему.

Приближение функции дисконтирования при помощи экспоненциальных сплайнов выглядит следующим образом:

$$D(t) = \begin{cases} D_0(t) = a_0 + b_0e^{-ut} + c_0e^{-2ut} + d_0e^{-3ut}, & t \in [0, T_1] \\ D_1(t) = a_1 + b_1e^{-ut} + c_1e^{-2ut} + d_1e^{-3ut}, & t \in [T_1, T_2] \\ D_2(t) = a_2 + b_2e^{-ut} + c_2e^{-2ut} + d_2e^{-3ut}, & t \in [T_2, T_3] \end{cases}$$

Все достоинства и недостатки этого подхода практически полностью повторяют таковые для полиномиальных сплайнов.

В-сплайны

Понятие В-сплайна было предложено Айзеком Шонбергом (Isaac Jacob Schoenberg) в 1946 г. [8]. В работе (1991)^[14] Steeley использовал В-сплайны для оценки срочной структуры процентных ставок на рынке облигаций Великобритании, в работе (1995)^[15] Lin и Paxson использовали В-сплайны для оценки срочной структуры процентных ставок на немецком рынке облигаций; в обеих работах авторы утверждают, что качество приближения высокое.

Используя В-сплайны, функцию дисконтирования можно записать в следующем виде:

$$D(t) = \sum_{j=1}^k b_j g_j(t),$$

где b_j – параметры, k – количество базисных функций, $g_j(t)$ – базисные функции сплайна.

Описание имеющихся данных

В 2008 г. Лаборатория по финансовой инженерии и риск-менеджменту НИУ ВШЭ (FERM Lab) и Китайский депозитарий государственных ценных бумаг и клиринговая компания» (*China Central Depository and Clearing Co., Ltd, CCDC*) подписали договор о поставке реальных внутридневных данных о ходе торгов облигациями на межбанковском рынке Китая.

В 2012 г. Лаборатория через CCDC также получила доступ к терминалу “FC Station” от компании FinChina Information & Technology Co., Ltd. На этом терминале доступны реальные данные о ходе торгов облигациями на биржевом рынке Китая и на электронной платформе ценных бумаг с фиксированным доходом.

Большинство этих данных является конфиденциальной информацией, не подлежащей раскрытию, хотя на текущий момент некоторые данные уже открыто доступны на сайте www.chinabond.com.cn (официальный сайт CCDC).

Мы использовали следующие данные:

- 1) ежедневные цены сделок по облигациям на межбанковском рынке с января 2009 г. по декабрь 2012 г.;
- 2) ежедневные котировки облигаций на межбанковском рынке с января 2009 г. по декабрь 2012 г.;
- 3) ежедневные котировки облигаций из восьми банков на внебиржевом рынке (ОТС) с января 2009 г. по декабрь 2012 г.
- 4) ежедневные котировки облигаций на биржевом рынке с января 2009 г. по декабрь 2012 г.;

5) ежедневные котировки облигаций на электронной платформе ценных бумаг с фиксированным доходом с января 2009 г. по декабрь 2012 г.

6) общая информация по всем облигациям (названия, коды, сроки до погашения, купонные ставки, и т.д.).

Описание официальной методики CCDC

Официальная методика CCDC основывается на интерполяции многочленами Эрмита (Hermite)^[16].

На главной странице сайта CCDC показан график кривой доходности к погашению (yield to maturity), так как многим инвесторам достаточно графика доходности к погашению. Чтобы увидеть срочную структуру процентных ставок, нужно зайти в специальный раздел и выбрать “spot rate yield curve”.

Метод интерполяции Эрмита в области численных методов является важным методом для приближения функций. В отличие от параметрических и непараметрических моделей, описанных ранее, это просто техника интерполяции между известными значениями. Процесс построения срочной структуры процентных ставок состоит из следующих шагов^[17].

На первом шаге надо вычислить доходность к погашению (yield to maturity) для всех облигаций.

Второй шаг – фильтрация данных (часть данных отбрасывается экспертным образом).

Третий шаг – пополнение данных экспертными оценками и историческими данными.

Четвертый шаг – выбор ключевых облигаций, которые в дальнейшем будут использоваться для построения оценки.

Здесь надо отметить, что для построения кривой доходности до погашения, CCDC интерполирует полиномами Эрмита непосредственно эти ключевые точки.

Для построения же срочной структуры процентных ставок используется ещё один шаг.

Пятый шаг – с помощью метода Bootstrapping вычислить спот-ставки для выбранных облигаций и интерполировать полиномами Эрмита их для приближения кривой бескупонной доходности.

Интерполяцию Эрмита можно записать в следующем виде:

Если срок до погашения $0 = x_1 \leq x_2 = 30$ лет, (x_i, y_i) и (x_{i+1}, y_{i+1}) известны, $i, i + 1 \in [1, 30] \forall x_1 \leq x \leq x_n$, функцию зависимости доходности до погашения можно записать так:

$$y(x) = y_i H_1 + y_{i+1} H_2 + d_i H_3 + d_{i+1} H_4$$

где

$$H_1 = 3 \left(\frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} \right)^2 - 2 \left(\frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} \right)^3,$$

$$H_2 = 3 \left(\frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \right)^2 - 2 \left(\frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \right)^3,$$

$$H_3 = \frac{(x_{i+1} - x)^2}{x_{i+1} - x_i} - \frac{(x_{i+1} - x)^3}{(x_{i+1} - x_i)^2},$$

$$H_4 = \frac{(x - x_i)^3}{(x_{i+1} - x_i)^2} - \frac{(x - x_i)^2}{x_{i+1} - x_i}, d_j = y'(x_j)$$

Здесь x_i – срок до погашения, y_i – спот-ставка. До 2011 г. максимальный срок до погашения государственной облигации был 30 лет, а в 2011 г. уже появились облигации со сроком до погашения 50 лет.

Описание альтернативного метода построения кривой бескупонной доходности

Выше уже были описаны разные методы для построения бескупонной кривой доходности. В разделе 2 были описаны модели общего экономического равновесия, достоинство этих моделей состоит в том, что они были созданы при условии общего экономического равновесия, но у них есть серьёзные недостатки, например, модель Васичека была слишком простая (всего два параметра), в ней процентная ставка может быть отрицательной. Модель CIR лучше, так как процентная ставка в модели обязана быть положительной, но она также имеет ограниченный спектр форм кривой бескупонной доходности.

Нестационарные модели лишены этого недостатка, но они обычно являются неустойчивыми. В модели Ho – Lee и в модели Hull – White появилась функция $\theta(t)$, которая определяет среднее направление движения ставки r в момент t . Она неизвестна и должна быть оценена путём калибровки к данной срочной структуре процентных ставок.

Из параметрических моделей мы выберем модель Свенссона, так как эта модель является обобщением модели Нельсона – Зигеля.

Из непараметрических моделей мы выберем метод экспоненциально-синусоидальных сплайнов, впервые предложенный в работе Смирнова и Захарова (2003^[18]) и затем улучшенный в работе Лапшина (2009^[19]).

Предложенная модель обладает следующими свойствами:

- 1) отсутствие арбитражных возможностей, т.е. форвардная ставка положительна, а функция дисконтирования убывает;
- 2) приемлемая точность: в работе используется бид-аск спред как мера приемлемой точности;
- 3) гладкость получаемой кривой бескупонной доходности: мгновенная форвардная ставка должна быть гладкой кривой.

Это формализуется в виде следующих условий в терминах $d(t)$ – функции дисконтирования:

$$d(t) = e^{-r(t)*t} = e^{-\int_0^t g^2(\tau) d\tau}$$

$$d(0) = 1, \lim_{t \rightarrow +\infty} d(t) = 0.$$

Тогда цена облигации номер k , P_k , выражается следующим образом:

$$P_k = \sum_{i=1}^n F_{i,k} d(t_i) = \sum_{i=1}^n F_{i,k} e^{-\int_0^{t_i} g^2(\tau) d\tau}.$$

В модели добавляется регуляризатор для гладкости:

$$J_1(g) = \alpha \int_0^T (g'(\tau))^2 d\tau,$$

где α – параметр регуляризации.

Кроме того, чтобы получить нужную точность, функционал невязки записывается следующим образом:

$$J_2(g) = \sum_{k=1}^N \left[\frac{1}{a_k - b_k} (q_k(g) - P_k) \right]^2,$$

где a_k – цена продажи облигации i и b_k – цена покупки облигации i , $q_k(g)$ – модельная цена облигации i . P_k – цена котировки, в ситуации, когда только цена продажи и цена покупки:
 $P_k = (a_k + b_k)/2$.

Таким образом, оценка кривой бескупонной доходности заключается в минимизации следующего функционала:

$$J(g) = J_1(g) + J_2(g).$$

То есть

$$\alpha \int_0^T (g'(\tau))^2 d\tau + \sum_{k=1}^N \frac{1}{a_k - b_k} \left[\left(\sum_{i=1}^n F_{i,k} e^{-\int_0^{t_i} g^2(\tau) d\tau} \right) - P_k \right]^2 \rightarrow \min.$$

Решение этой задачи:

$$g(t) = \begin{cases} C_1 e^{\sqrt{\lambda_k}(t-t_{k-1})} + C_2 e^{-\sqrt{\lambda_k}(t-t_{k-1})} & , \lambda_k > 0 \\ C_1 \sin(\sqrt{-\lambda_k}(t-t_{k-1})) + C_2 \cos(\sqrt{-\lambda_k}(t-t_{k-1})) & , \lambda_k < 0 \\ C_1(t-t_{k-1}) + C_2 & , \lambda_k = 0 \end{cases}$$

где $t \in [t_{k-1}, t_k]$, $g(t_{k-0}) = g(t_{k+0})$, $g'(t_{k-0}) = g'(t_{k+0})$.

В итоге достоинства этого синусоидально-экспоненциального сплайна таковы.

- (1) Гарантировано, что форвардная процентная ставка является положительной.
- (2) С помощью параметра регуляризации можно управлять уровнем гладкости и уровнем точности.

3. Результаты применения исследуемого метода и официальной методики к данным китайского рынка

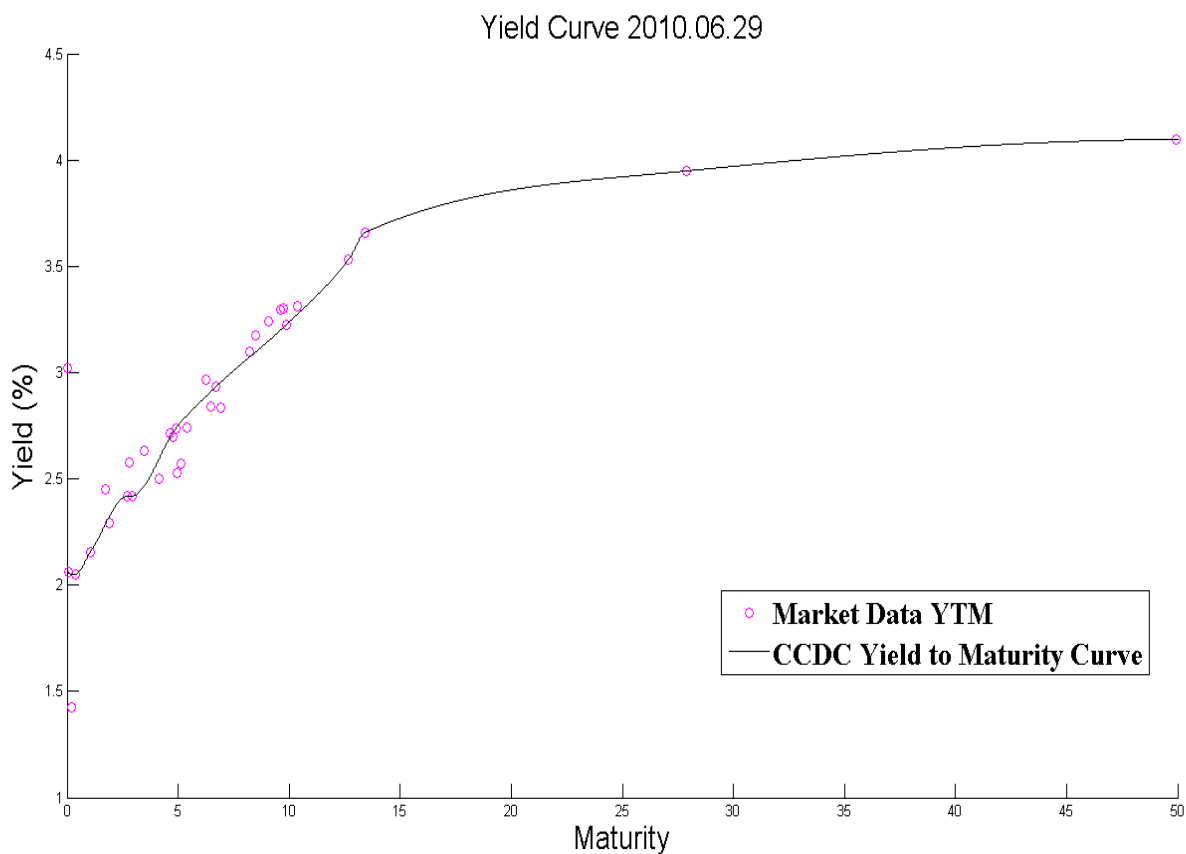
Применение официального способа CCDC

Рассмотрим пример применения официального способа CCDC. Мы используем данные сделок межбанковского рынка 29-го июня 2010 г. В этот день было всего 33 сделки, у всех облигаций фиксированные купоны, у 21 облигации годовой купон, а у остальных полугодовой купон.

Вычислим доходности до погашения этих облигаций. Для построения кривой доходности этого дня выберем следующие облигации, у которых имеются важные сроки до погашения.

Номер облигаций	Срок до погашения	Доходность до погашения, %
2	0,047	2,0602
4	0,373	2,0507
5	1,041	2,1544
8	2,721	2,4184
10	2,932	2,4189
15	4,983	2,7359
21	6,704	2,9319
28	9,879	3,2246
30	12,677	3,5318
31	13,422	3,6592
32	27,977	3,9484
33	49,937	4,0963

После выбора применяются метод интерполяции Эрмита и получается следующий график кривой доходности до погашения.

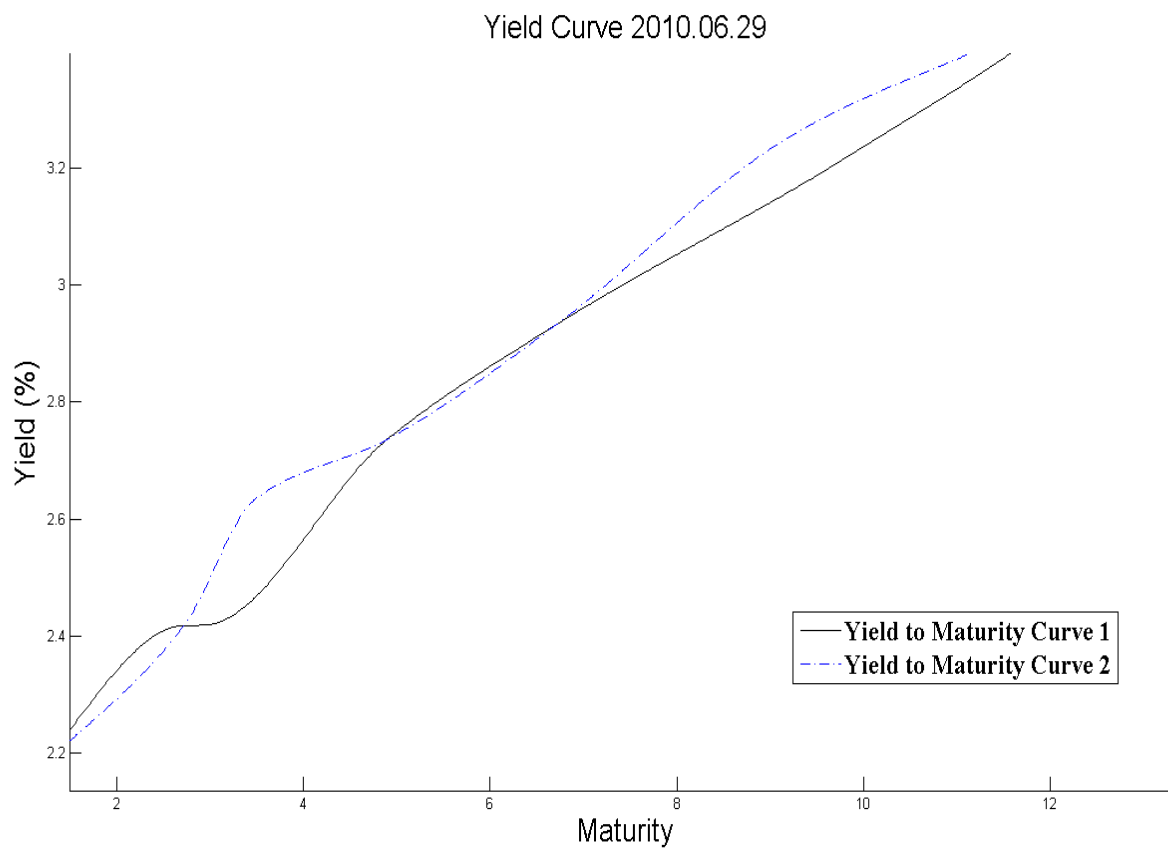


Подобный график показывается на главной странице сайта CCDC ежедневно, так как для целей многих инвесторов графика доходности до погашения (yield to maturity) достаточно. Чтобы увидеть срочную структуру процентных ставок, нужно зайти в специальный раздел и выбрать “spot rate yield curve”.

Попробуем лишь немного изменить выбор ключевых облигаций:

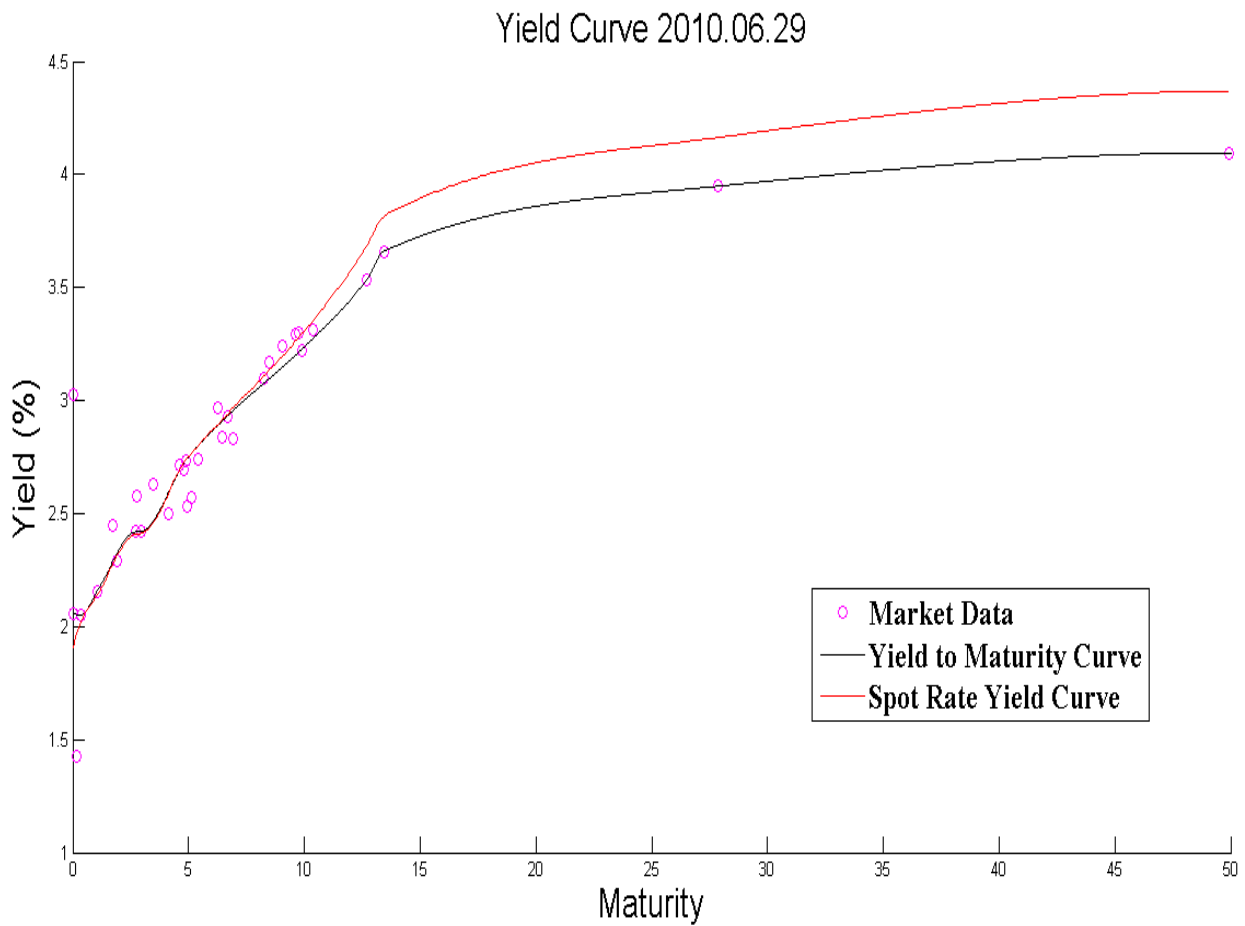
Номер облигаций	Срок до погашения	Доходность до погашения, %
2	0,047	2,0602
4	0,373	2,0507
5	1,041	2,1544
8	2,721	2,4184
10 → 11	2,932 → 3,474	2,4189 → 2,6329
15	4,983	2,7359
21	6,704	2,9319
28 → 25	9,879 → 9,071	3,2246% → 3,2401
30	12,677	3,5318
31	13,422	3,6592
32	27,977	3,9484
33	49,937	4,0963

График изменится существенно:



Из графика видно, что малое изменение выбранных облигаций может повлечь большое изменение кривой доходности, т.е. метод не является устойчивым. На самом деле, в компании ССДС есть группа опытных экспертов, которые каждый день наблюдают рыночные котировки и могут сделать оптимальный выбор, чтобы построить удовлетворительную кривую доходности. Но реализация такой методики для остальных исследователей или инвесторов не представляется возможной, и это один из главных недостатков этого метода.

Для получения срочной структуры процентных ставок нужны не доходности до погашения (yield to maturity), а мгновенные доходности (spot rate). Поэтому для выбранных точек (облигаций) нужно ещё делать метод bootstrapping и интерполяцию Эрмит (Hermite). С помощью MATLAB можно получить их срочную структуру процентных ставок:

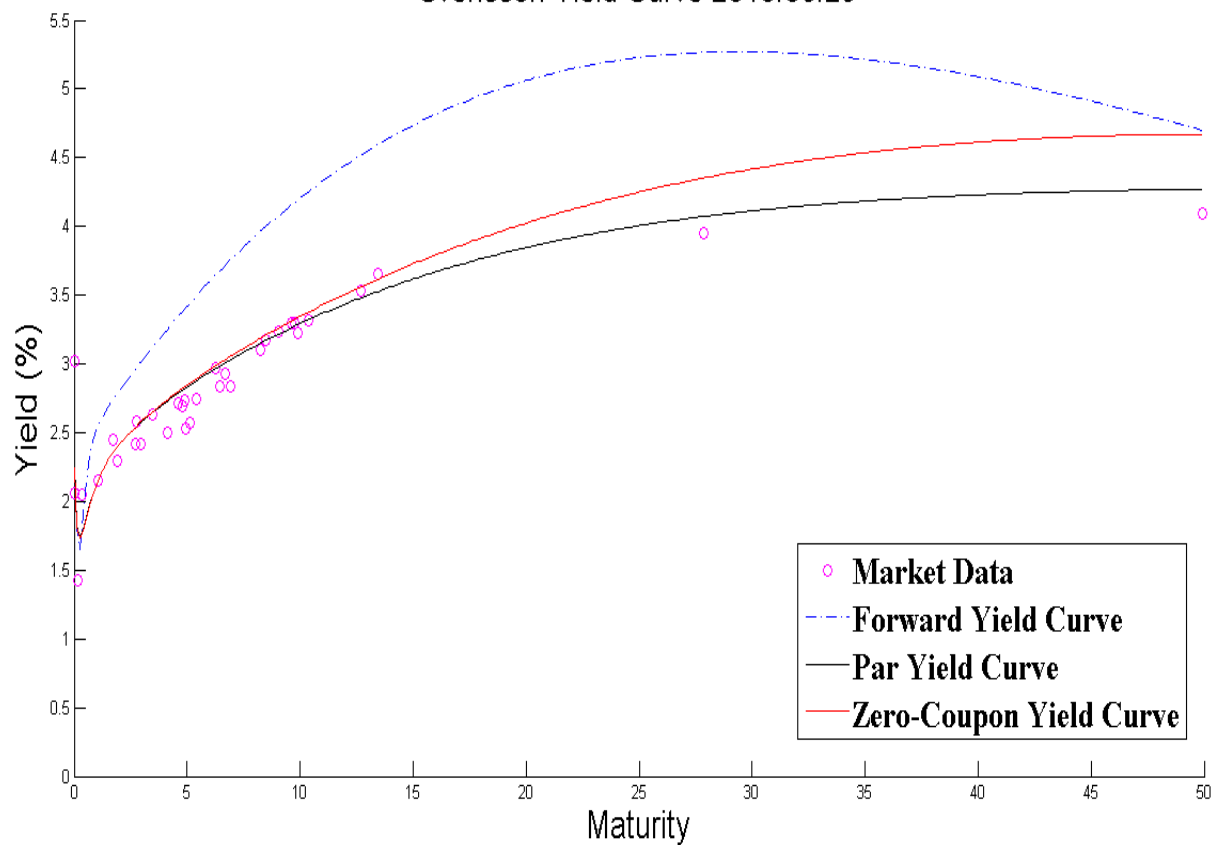


Далее будем сравнивать этот способ с другими методами и оценивать их качество.

Применение параметрического метода

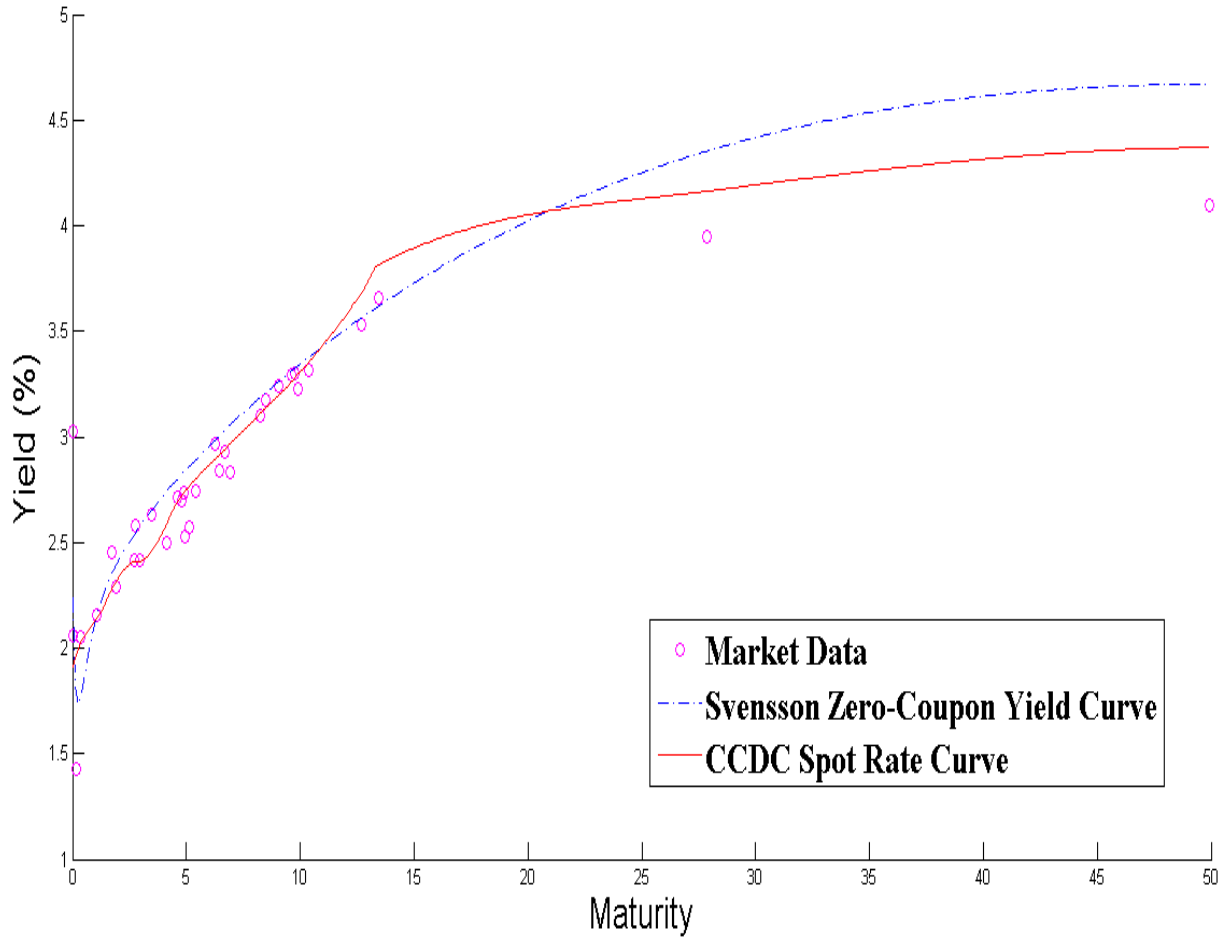
Чтобы сравнить метод CCDC с популярными методами построения срочной структуры процентных ставок, мы оценим параметрическую модель Свенссона на тех же данных.

Svensson Yield Curve 2010.06.29



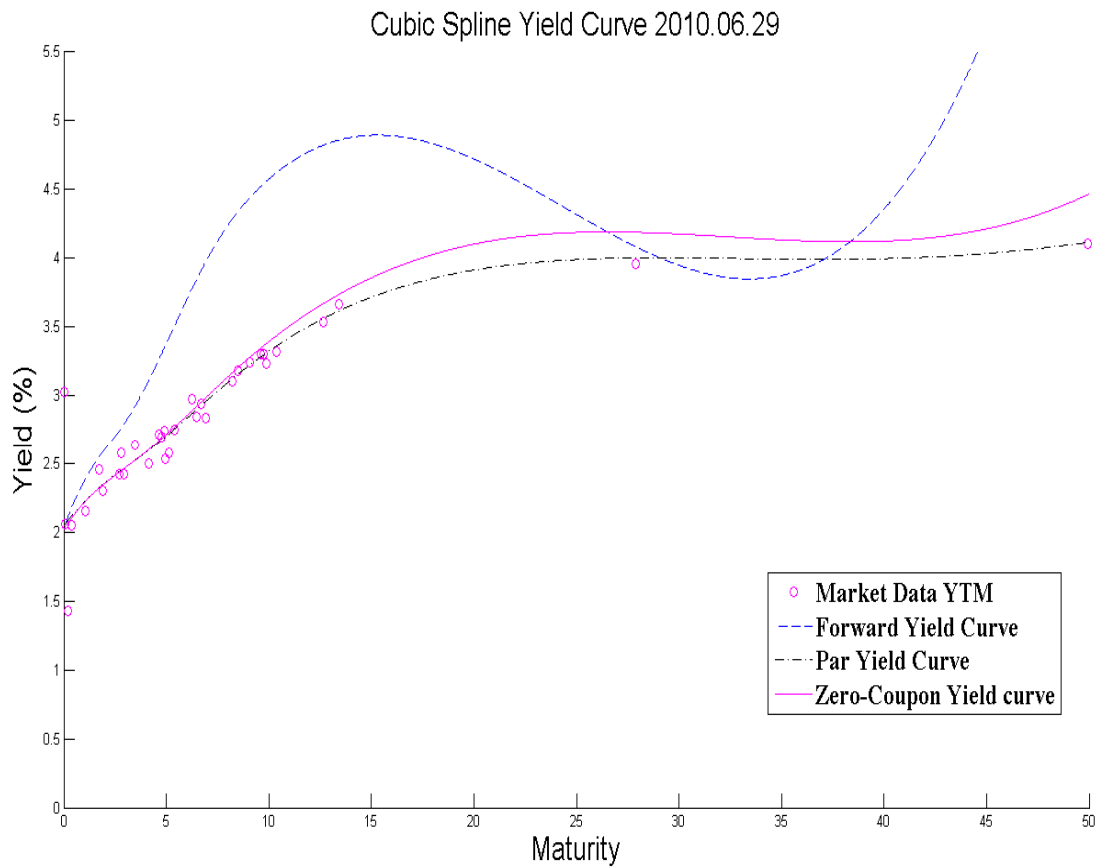
На графике синяя кривая является форвардной кривой, красная кривая представляет собой бескупонную кривую доходности. По сравнению с кривой CCDC видно, что кривая Svensson более гладкая.

Yield Curve 2010.06.29

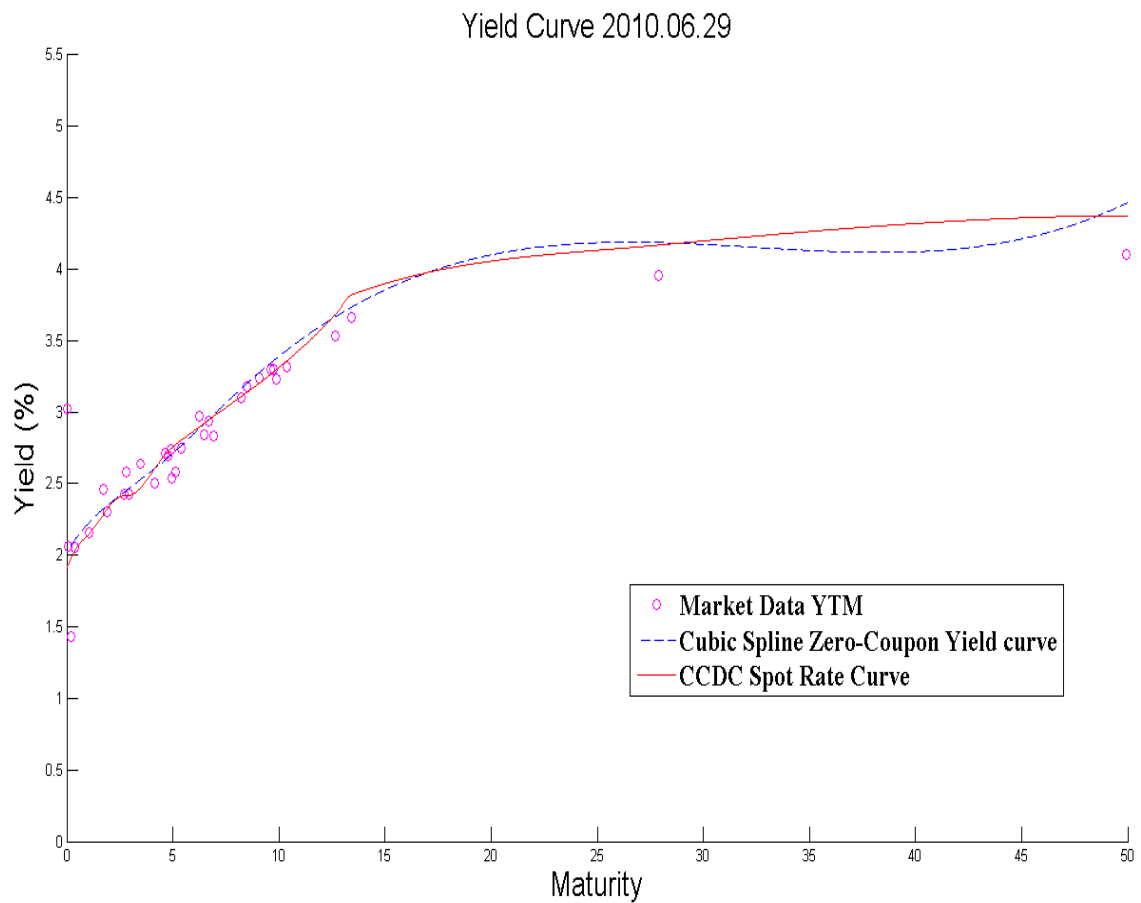


Применение непараметрического кубического сплайна

Теперь мы применим кубические сплайны для оценки кривой бескупонной доходности на тех же самых данных.

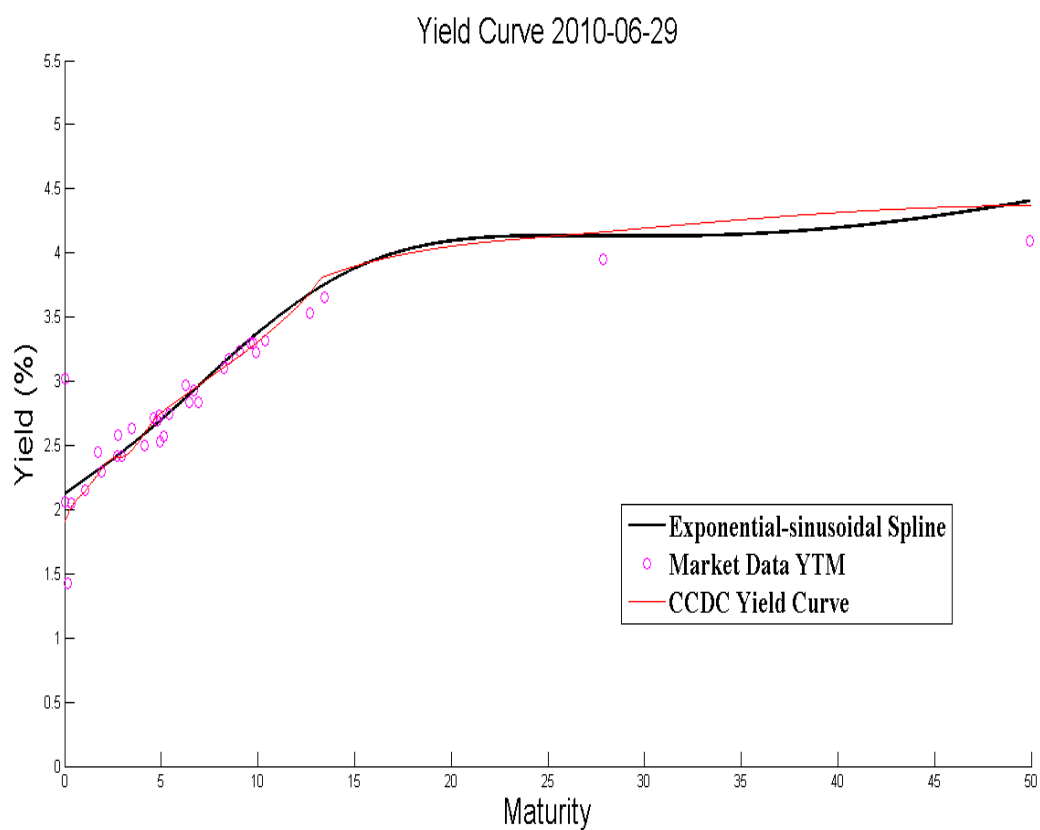


На графике синяя кривая является форвардной кривой, красная кривая представляет собой бескупонную кривую доходности. По сравнению с кривой CCDC видно, что кривая кубического сплайна более гладкая. Но амплитуда колебаний форвардной кривой кубического сплайна очень сильна для срока до погашения от 15 до 40 лет. Это противоречит здравому экономическому смыслу. Тем не менее видно, что кривая бескупонной доходности очень близка к оценке CCDC.



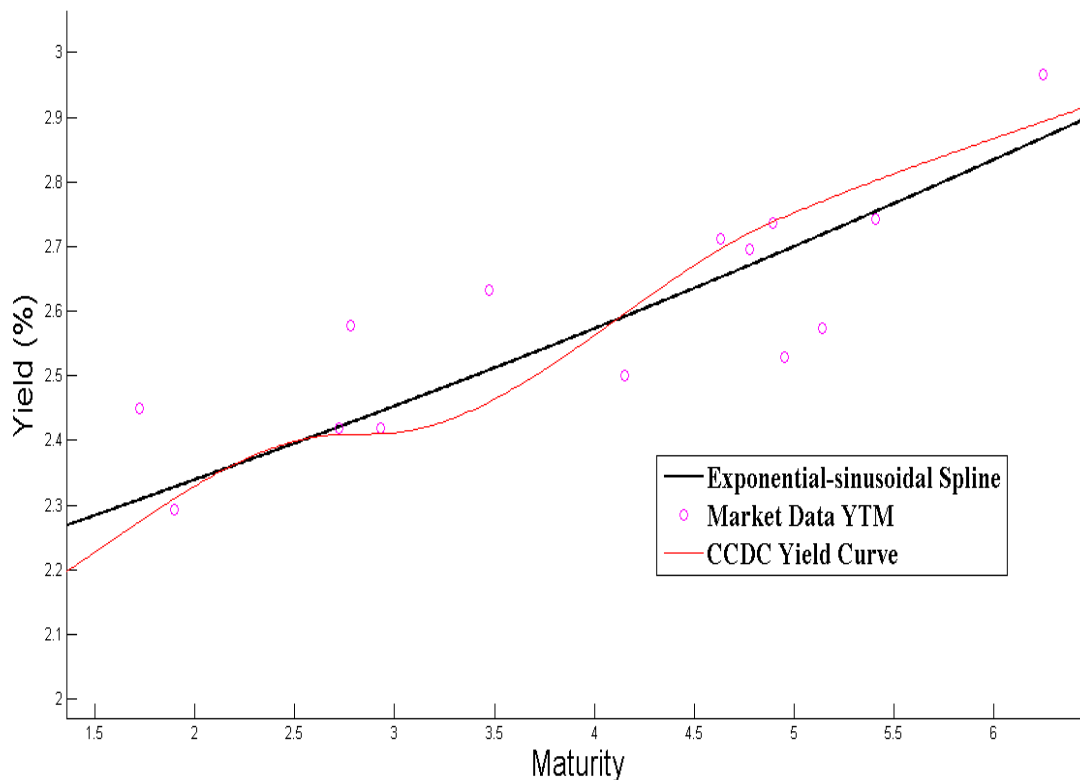
Применение синусоидально-экспоненциальных сплайнов

На тех же самых данных оценим кривую бескупонной доходности при помощи экспоненциально-синусоидальных сплайнов:



На графике чёрная кривая представляет собой бескупонную кривую доходности синусоидально-экспоненциального сплайна. По сравнению с красной кривой (способ CCDC) видно, что черный сплайн более гладкий. Если обратить внимание на срок от 3 до 5 лет, то красная кривая имеет сильное колебание, так как многие выпущенные облигации имеют 3–5 лет до погашения. После фильтрации данных и выбора точек кривой способ CCDC учитывает только выбранные точки, поэтому гладкость очень нестабильна.

Yield Curve 2010-06-29



Качественное сравнение полученных результатов

Мы оценили бескупонную кривую доходности четырьмя разными способами: параметрическим методом Свенссона, непараметрической интерполяцией кубическими сплайнами, непараметрическим методом синусоидально-экспоненциальных сплайнов и официальным алгоритмом CCDC. Ниже мы сравним эти четыре способа по качеству.

Для сравнения качества мы выбрали следующие индикаторы:

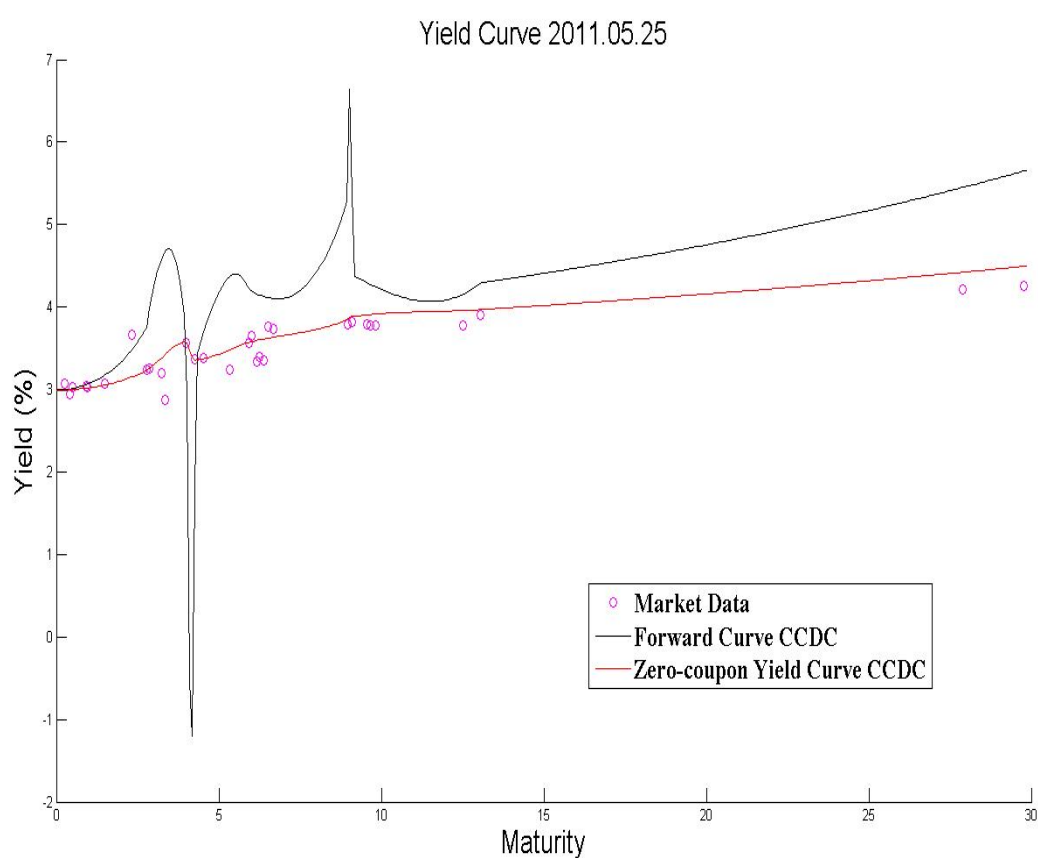
- (1) Среднее абсолютное значение ошибки оценки наблюдаемых цен облигаций (Mean Absolute Error, MAE).
- (2) Среднее абсолютное отклонение ошибки оценки наблюдаемых цен облигаций, отнесённое к спреду между ценой покупки и ценой продажи.
- (3) Среднее абсолютное значение ошибки оценки наблюдаемых доходностей облигаций.
- (4) Среднеквадратичное отклонение ошибки оценки наблюдаемых доходностей облигаций.

Из имеющихся данных с 2009 г. по 2011 г. мы выбрали 34 конкретных дня для сравнения. Так как способ CCDC не автоматический и надо вручную выбирать ключевые точки, его применение – трудоёмкий процесс. Выпишем результаты сравнения:

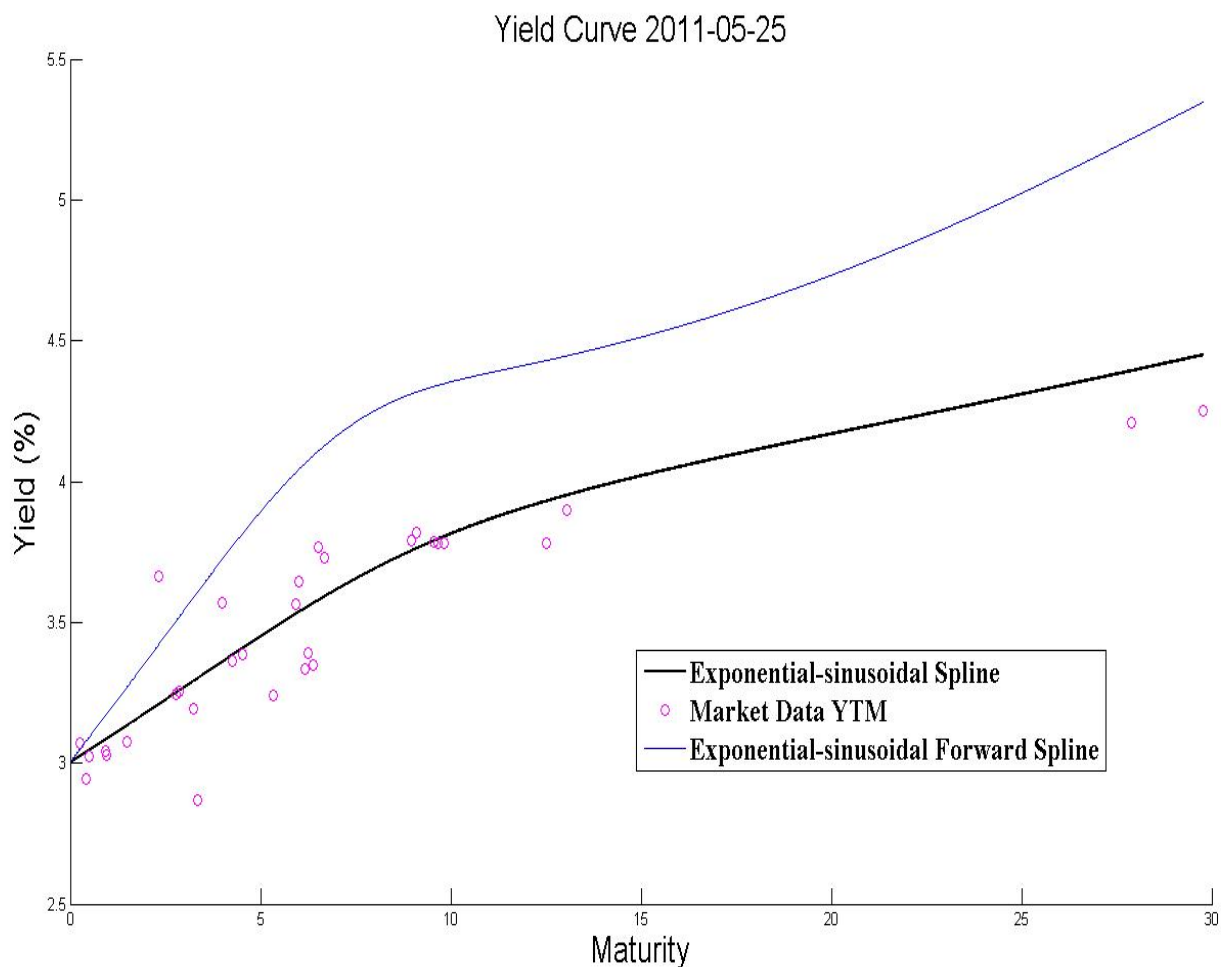
	Exp.-sin. Spline	Cubic Spline	Svensson	CCDC
Mean Absolute Price Error	0,414761	0,418817	0,585177	0,279525
STD(Price Error / (Ask-Bid))	0,890644	0,903296	0,983985	0,989662
Mean Absolute Yield Error	0,001421	0,001297	0,001505	0,001267
STD(Absolute Yield Error)	0,001504	0,001328	0,001302	0,001591

Проблема способа CCDC

Следует обратить внимание, что официальный метод CCDC сильно зависит от выбора базовых точек, более того, форвардная ставка для данного способа может быть отрицательной, что затрудняет использование этого алгоритма для финансовых расчётов.



В отличие от него метод, основанный на синусоидально-экспоненциальных сплайнах, по построению даёт неотрицательные мгновенные форвардные процентные ставки и позволяет получать кривую любой желаемой степени гладкости.



По точности оба эти метода сравнимы между собой (см. таблицу). Но как уже упоминалось, результаты расчётов по методу CCDC существенно зависят от выбора ключевых облигаций и от деталей фильтрации цен облигаций. Кроме того, гладкость кривой, полученной с помощью синусоидально-экспоненциальных сплайнов, явно выше. Кроме того, она не так чувствительна к выбросам в данных как интерполяция при помощи кубических сплайнов и метод CCDC.

Заключение

В итоге на основе сравнительного анализа результатов применения самых популярных способов на данных китайского рынка мы делаем следующие выводы.

Во-первых, точность метода CCDC и синусоидально-экспоненциальной модели выше, чем у остальных, а точность модели Свенссона значительно ниже. Кроме того, точность

модели CCDC зависит от выбора ключевых облигаций и фильтрации выбросов в ценах облигаций.

Во-вторых, гладкость синусоидально-экспоненциального метода лучше, чем у остальных способов при схожей точности, более того, выбросы в ценах сильно влияют на гладкость и форму кривой метода CCDC и кубических сплайнов.

Более того, форвардная ставка, рассчитанная по методу CCDC, может быть отрицательной, что затрудняет использование этого алгоритма для финансовых расчётов. А метод, основанный на синусоидально-экспоненциальных сплайнах, по построению даёт неотрицательные мгновенные форвардные процентные ставки и позволяет получать кривую любой желаемой степени гладкости.

Таким образом, мы считаем, что динамично развивающийся рынок облигаций КНР нуждается в новом эффективном способе расчёта важного финансового индикатора — кривой бескупонной доходности. Принятый в настоящее время алгоритм, хотя и обеспечивает достаточную точность, непригоден для углублённого финансового анализа и для оценки производных финансовых инструментов, так как получаемые мгновенные форвардные процентные ставки могут быть негладкими и/или отрицательными.

Большинство альтернативных методов, вошедших в сравнение, не обеспечивает достаточной точности, за исключением метода синусоидально-экспоненциальных сплайнов, который позволяет регулировать соотношение между желаемыми точностью и гладкостью при обеспечении неотрицательности мгновенных форвардных ставок – важного свойства, требуемого от модели оценки кривой бескупонной доходности.

Приложение: ошибки приближения цен облигаций различными методами

		Exp.-sin. Spline	Cubic Spline	Svensson	CCDC
20090304	Mean Absolute Price Error	0.38784	0.35606	0.48859	0.36048
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.40784	0.42921	0.52825	0.64690
	Mean Absolute Yield Error	0.00132	0.00136	0.00166	0.00134
	STD(Absolute Yield Error)	0.00145	0.00158	0.00156	0.00214
20090429	Mean Absolute Price Error	0.54972	0.76281	0.71979	0.14343
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	1.51467	2.62705	1.91519	0.50512
	Mean Absolute Yield Error	0.00159	0.00275	0.00134	0.00084
	STD(Absolute Yield Error)	0.00094	0.00377	0.00122	0.00059
20090512	Mean Absolute Price Error	0.27903	0.30186	0.52230	0.27448
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.48276	0.46651	0.67532	0.55611
	Mean Absolute Yield Error	0.00108	0.00106	0.00140	0.00101
	STD(Absolute Yield Error)	0.00078	0.00082	0.00113	0.00082
20090612	Mean Absolute Price Error	0.61944	0.54062	0.67886	0.24703
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	3.61781	5.02290	5.78861	4.88236
	Mean Absolute Yield Error	0.00242	0.00175	0.00201	0.00145
	STD(Absolute Yield Error)	0.00197	0.00173	0.00157	0.00232
20090728	Mean Absolute Price Error	0.68839	0.61543	0.81199	0.38385
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	1.84438	1.89210	2.35985	2.73714
	Mean Absolute Yield Error	0.00148	0.00132	0.00160	0.00149
	STD(Absolute Yield Error)	0.00136	0.00105	0.00136	0.00142
20090811	Mean Absolute Price Error	0.68472	0.60307	0.67845	0.55715
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	1.74590	1.68819	1.88720	2.27301
	Mean Absolute Yield Error	0.00199	0.00142	0.00155	0.00253
	STD(Absolute Yield Error)	0.00217	0.00147	0.00162	0.00486
20090923	Mean Absolute Price Error	0.42946	0.44597	0.49456	0.37159
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.73740	0.92866	1.15509	1.11012
	Mean Absolute Yield Error	0.00125	0.00110	0.00130	0.00122
	STD(Absolute Yield Error)	0.00107	0.00107	0.00126	0.00124
20091019	Mean Absolute Price Error	0.64607	0.55976	0.65210	0.37260
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	1.13439	1.29702	1.52029	1.35468
	Mean Absolute Yield Error	0.00253	0.00179	0.00200	0.00175
	STD(Absolute Yield Error)	0.00340	0.00243	0.00221	0.00216
20091111	Mean Absolute Price Error	0.44800	0.47185	0.55201	0.41443
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.56997	0.69809	0.90109	0.96448
	Mean Absolute Yield Error	0.00144	0.00132	0.00145	0.00146
	STD(Absolute Yield Error)	0.00099	0.00085	0.00105	0.00124
20091217	Mean Absolute Price Error	0.57574	0.51958	0.60396	0.26595
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.81274	0.79074	0.94874	0.84073
	Mean Absolute Yield Error	0.00140	0.00130	0.00144	0.00151
	STD(Absolute Yield Error)	0.00156	0.00138	0.00126	0.00193
20100108	Mean Absolute Price Error	0.38522	0.41876	0.42542	0.43723
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.57306	0.66969	0.62632	0.76004
	Mean Absolute Yield Error	0.00122	0.00141	0.00125	0.00181
	STD(Absolute Yield Error)	0.00107	0.00104	0.00111	0.00172

20100224	Mean Absolute Price Error	0.40294	0.39881	0.59641	0.21482
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	1.01528	0.66344	0.64147	0.85853
	Mean Absolute Yield Error	0.00234	0.00128	0.00161	0.00113
	STD(Absolute Yield Error)	0.00227	0.00101	0.00118	0.00142
20100317	Mean Absolute Price Error	0.32558	0.30102	0.51923	0.16342
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.58036	0.67052	0.84674	0.34088
	Mean Absolute Yield Error	0.00107	0.00103	0.00134	0.00098
	STD(Absolute Yield Error)	0.00074	0.00075	0.00102	0.00096
20100414	Mean Absolute Price Error	0.36643	0.37949	0.46238	0.16685
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.57482	0.44353	0.39818	0.39628
	Mean Absolute Yield Error	0.00231	0.00138	0.00161	0.00110
	STD(Absolute Yield Error)	0.00294	0.00130	0.00110	0.00151
20100526	Mean Absolute Price Error	0.31961	0.36296	0.40743	0.19437
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.30306	0.36731	0.38279	0.19712
	Mean Absolute Yield Error	0.00054	0.00095	0.00108	0.00068
	STD(Absolute Yield Error)	0.00081	0.00089	0.00085	0.00080
20100629	Mean Absolute Price Error	0.25141	0.30255	0.56364	0.21660
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.35427	0.39768	0.66591	0.41089
	Mean Absolute Yield Error	0.00131	0.00127	0.00160	0.00132
	STD(Absolute Yield Error)	0.00188	0.00195	0.00183	0.00207
20100714	Mean Absolute Price Error	0.29346	0.32936	0.48343	0.11888
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.16344	0.13759	0.21396	0.14417
	Mean Absolute Yield Error	0.00104	0.00112	0.00128	0.00090
	STD(Absolute Yield Error)	0.00113	0.00082	0.00097	0.00106
20100811	Mean Absolute Price Error	0.29843	0.31576	0.49633	0.17124
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.48620	0.46265	0.43625	0.64668
	Mean Absolute Yield Error	0.00121	0.00117	0.00145	0.00107
	STD(Absolute Yield Error)	0.00127	0.00107	0.00118	0.00125
20100915	Mean Absolute Price Error	0.16885	0.16098	0.36319	0.10380
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.09272	0.14622	0.25419	0.09559
	Mean Absolute Yield Error	0.00078	0.00062	0.00098	0.00057
	STD(Absolute Yield Error)	0.00059	0.00060	0.00074	0.00071
20101025	Mean Absolute Price Error	0.50274	0.48546	0.60308	0.43357
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.21354	0.23284	0.33145	0.30464
	Mean Absolute Yield Error	0.00120	0.00109	0.00138	0.00128
	STD(Absolute Yield Error)	0.00085	0.00087	0.00101	0.00113
20101119	Mean Absolute Price Error	0.44279	0.42711	0.61718	0.28465
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.34803	0.32354	0.43513	0.38851
	Mean Absolute Yield Error	0.00149	0.00118	0.00157	0.00115
	STD(Absolute Yield Error)	0.00162	0.00100	0.00106	0.00106
20101215	Mean Absolute Price Error	0.40079	0.41195	0.57687	0.35127
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.41951	0.41032	0.45098	0.43297
	Mean Absolute Yield Error	0.00132	0.00139	0.00173	0.00140
	STD(Absolute Yield Error)	0.00225	0.00220	0.00218	0.00233
20110117	Mean Absolute Price Error	0.53968	0.46937	0.57862	0.34228
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.54775	0.60149	0.69021	0.85564
	Mean Absolute Yield Error	0.00136	0.00110	0.00131	0.00126
	STD(Absolute Yield Error)	0.00131	0.00122	0.00173	0.00183

20110225	Mean Absolute Price Error	0.34434	0.37392	0.53729	0.28631
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	1.16197	1.14461	1.04992	1.48438
	Mean Absolute Yield Error	0.00118	0.00118	0.00145	0.00118
	STD(Absolute Yield Error)	0.00114	0.00109	0.00103	0.00151
20110329	Mean Absolute Price Error	0.35557	0.38061	0.57768	0.19530
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	3.80396	2.22437	1.65362	2.89211
	Mean Absolute Yield Error	0.00142	0.00149	0.00173	0.00130
	STD(Absolute Yield Error)	0.00264	0.00165	0.00148	0.00219
20110427	Mean Absolute Price Error	0.43562	0.45962	0.68743	0.46845
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	1.85113	1.23921	1.21262	1.65807
	Mean Absolute Yield Error	0.00162	0.00138	0.00163	0.00165
	STD(Absolute Yield Error)	0.00187	0.00126	0.00125	0.00153
20110525	Mean Absolute Price Error	0.46169	0.45344	0.68015	0.35107
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.84409	0.88136	0.91033	1.01752
	Mean Absolute Yield Error	0.00116	0.00118	0.00156	0.00132
	STD(Absolute Yield Error)	0.00115	0.00118	0.00112	0.00136
20110621	Mean Absolute Price Error	0.44688	0.43310	0.63916	0.20448
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.42808	0.38690	0.51875	0.53627
	Mean Absolute Yield Error	0.00154	0.00123	0.00157	0.00145
	STD(Absolute Yield Error)	0.00160	0.00110	0.00111	0.00146
20110630	Mean Absolute Price Error	0.35139	0.42515	0.63492	0.25655
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.42420	0.46358	0.58388	0.73255
	Mean Absolute Yield Error	0.00127	0.00116	0.00137	0.00125
	STD(Absolute Yield Error)	0.00103	0.00106	0.00134	0.00135
20110713	Mean Absolute Price Error	0.35444	0.35245	0.61740	0.17108
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.52712	0.48493	0.70491	0.58715
	Mean Absolute Yield Error	0.00123	0.00116	0.00161	0.00109
	STD(Absolute Yield Error)	0.00143	0.00124	0.00127	0.00157
20110825	Mean Absolute Price Error	0.36229	0.36182	0.55553	0.27406
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	1.12583	1.17323	1.34459	1.20135
	Mean Absolute Yield Error	0.00142	0.00136	0.00165	0.00137
	STD(Absolute Yield Error)	0.00216	0.00231	0.00253	0.00237
20110901	Mean Absolute Price Error	0.40740	0.40529	0.59583	0.23772
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.32070	0.36042	0.51087	0.45331
	Mean Absolute Yield Error	0.00111	0.00105	0.00124	0.00089
	STD(Absolute Yield Error)	0.00083	0.00085	0.00095	0.00084
20111021	Mean Absolute Price Error	0.35480	0.38554	0.78525	0.31655
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.68533	0.47160	0.52964	0.60255
	Mean Absolute Yield Error	0.00156	0.00152	0.00178	0.00128
	STD(Absolute Yield Error)	0.00158	0.00134	0.00092	0.00161
20111125	Mean Absolute Price Error	0.22111	0.26821	0.68957	0.15232
	STD(Price Error / (Ask-Bid))	0.56958	0.51454	0.38315	0.78063
	Mean Absolute Yield Error	0.00111	0.00124	0.00165	0.00107
	STD(Absolute Yield Error)	0.00128	0.00120	0.00106	0.00174

Литература

- [1] *Vasicek O.A.* An equilibrium characterization of the term structure // Journal of financial economics. 1977. Vol. 5. № 2. P. 177–188.
- [2] *Cox J.C., Ingersoll J.E., Ross S.A.* A Theory of the Term Structure of Interest Rates // Econometrica. 1985. Vol. 53. № 2. P. 385–408.
- [3] *Ho TSY., Lee S.* Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims // Journal of Finance. 1986. Vol. 44. № 5. P. 1011–1029.
- [4] *Hull. J., White A.* Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method // Journal of Financial and Quantitative Analysis. 1990. Vol. 25. P. 87–100.
- [5] *Heath D. Jarrow R., Morton A.* Bond pricing and the term structure of interest rates: A new methodology for contingent claims valuation // Econometrica. 1992. Vol. 16. № 1. P. 77–105.
- [6] *Nelson C.R., Siegel A.F.* Parsimonious Modeling of Yield Curves // Journal of Business. 1987. № 60. P. 473–489.
- [7] *Svensson L.* Estimating Forward Interest Rates with Extended Nelson-Siegel Method // Sveriges Risk bank. 1995. Quart. Rev. № 3. P. 13–26.
- [8] *Schoenberg I.J.* Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. 1946. Quart. Appl. Math. Vol. 4. P. 45–99; 112–141.
- [9] *McCulloch J.* Measuring the Term Structure of Interest Rates // Journal of Business. 1971. № 44(1). P. 19–31.
- [10] *McCulloch J.* The tax adjusted yield curve // Journal of Finance. 1975. № 30. P. 811–829.
- [11] *Kanony C., Mokrane M.* Reconstitution de la courbe des taux, analyse des facteurs d'évolution et couverture factorielle, 1992, Cahier de la C.A.R., № 1.
- [12] *Deacon M., Derry A.* Estimating the Term Structure of Interest Rates // Bank of England Quarterly Bulletin. 1994. P. 232–240.
- [13] *Vasicek O.A. Fong H.G.* Term Structure Modeling Using Exponential Splines // The Journal of Finance. 1982. Vol. 37. № 2. P. 339–348.
- [14] *Steeley J.M.* Estimating the Gilt-Edged Term Structure: Basis Splines and Confidence Intervals // Journal of Business. 1991. P. 513–529.
- [15] *Lin B.H., Paxson D.A.* Term structure volatility and Bund futures embedded options // Journal of Business Finance & Accounting. 1995. Vol. 22. No. 1. P. 101–127.
- [16] Chinabond Yield Curves Users' Manual (<http://eyield.chinabond.com.cn/cbweb/index.htm?lx=yc>).
- [17] *Zhen C.* Chinese T-bond yield curve research: [D]. Fudan University, 2009.

- [18] *Lapshin V.A.* Determining the term structure of interest rates. Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. 2009. № 33(4). P. 206–213.
- [19] *Smirnov S.N., Zakharov A.V.*, Fitting of Spot Yield Curve. Providing Positive Forward Rates. EFFAS-EBC Working Paper, 2003.
- [20] *Лапшин В.А.* Математические модели динамики срочной структуры процентных ставок, учитывающие качественные свойства рынка: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. М., 2009.
- [21] *Смирнов С.Н.* Риски рыночной ликвидности: измерение и управление. 2004: доклад на Международной конференции «Международный опыт риск-менеджмента и особенности развивающихся рынков», Москва, Россия.
- [22] *Смирнов С.Н., Косьяненко А.В., Лапшин В.А.* Программный комплекс построения бескупонных кривых доходности по группе облигаций различного кредитного качества // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2007614749 от 17.11.2007.
- [23] *Filipovic D.* A Note on the Nelson-Siegel Family // Mathematical Finance. 1999. Vol. 9. № 4. P. 349–359.
- [24] *Lapshin V.A., Jiang W.* Zero-coupon yield curve on Chinese bond market: New possibilities and new challenges. 2012. Thesis on the 2nd 3-C (China, Canada and US) Risk Forum & the 5th International Conference on Engineering and Risk management.
- [25] *Longstaff F., Schwartz E.* A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt // Journal of Finance. 1995. № 50. P. 789–821.
- [26] *Schaefer S.M. Schwartz E.S.* A Two-Factor Model of the Term structure An Approximate Analytical Solution // Journal of Financial and Quantitative Analysis. 1984. Vol. 19. № 4. P. 413–424.
- [27] *Shea G.* Pitfalls in Smoothing Interest Rate Term Structure Data // Journal of Finance. 1984. Quant. Anal № 19. P. 253–269.
- [28] *Spiegel M.M.*, Developing Asian Local Currency Bond Markets: Why and How // ADBI Working Paper Series. 2009. № 182.

*Препринт WP16/2013/02
Серия WP16
Финансовая инженерия,
риск-менеджмент и актуарная наука*

Лапшин Виктор Александрович, Ван Цзян

**Сравнительный анализ моделей оценки срочной структуры процентных ставок
на китайском рынке облигаций**