

Правительство Российской Федерации

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

Факультет Прикладной Математики и Кибернетики
Кафедра Механики и математического моделирования

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

На тему

Двумерная задача Стефана для переохлажденных структур

Студент группы № М-93
Полякова Л. О.

Подпись: _____

Научный руководитель
к.ф.-м.н., доцент Малашкин А.В.

Подпись: _____

Консультант
ассистент Ерохина О.С.

Подпись: _____

Рецензент
д.т.н. Ивашов Е.Н.

Подпись: _____

Аннотация

В данной работе был сделан обзор исследований спутника Юпитера Европы, и изложена теория существования на спутнике подповерхностного океана. Был сделан обзор методик проникновения сквозь толщу льда.

Было проведено моделирование прохождения сквозь лед в вакууме криобота с различными параметрами (геометрическими размерами, формой наконечника, поверхностной температурой). При анализе полученных данных были сделаны выводы о зависимости скорости проникновения от данных параметров. Сделан краткий обзор программ, используемых в моделировании.

Была рассмотрена задача выбора оптимальной формы и температуры прибора при заданных ограничениях. Для выбранных характеристик прибора была решена задача Стефана.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
ГЛАВА 1. Исследования спутника Европа	6
1. Европа. Общие сведения.	6
2. Миссии «Вояджер». Гипотеза о существовании подледного океана.....	6
3. Космический аппарат Галилео.....	8
4. Возможность существования жизни на Европе	9
5. Исследование подледного пространства	12
6. Методики прохождения сквозь толщу льда	13
6.1. Термобур.....	13
6.2. Зонд, использующий горячие струи воды	14
6.3. Криобот	14
ГЛАВА 2. Физическая и математическая постановка задачи	16
1. Физическая постановка задачи	16
2. Математическая постановка задачи	16
2.1. Уравнение теплопроводности.....	16
2.2. Граничные и начальные условия.....	18
2.3. Метод конечных элементов	19
2.4. Осесимметричные температурные поля	22
2.5. Задача Стефана.....	25
2.6. Математическая постановка задачи с учетом фазового перехода.....	26
ГЛАВА 3. Программы, используемые в моделировании.....	27
1. SolidWorks.....	27
2. MSC Nastran/Patran	28
3. FLOW-3D	30
ГЛАВА 4. Моделирование движения крибота различной формы	31
1. Пространственная задача	31
1.1. Опыты Австрийской академии наук	31
1.2. Расчет скорости сферического крибота. Пространственное моделирование.....	32
1.3. Моделирование с учетом фазового перехода.....	35
2. Влияние температуры на скорость движения. Осесимметричная постановка	40
2.1 Криобот со сферическим наконечником.....	40
2.2 Криобот с плоским наконечником	48

3. Анализ полученных результатов	51
3.1. Сравнение полученных данных	51
3.2. Вычисление площади поверхности крибота	55
4. Выбор оптимальной формы и температуры прибора при заданных ограничениях	57
4.1. Постановка задачи и моделирование в MSC Patran/ Nastran	57
4.2. Моделирование во FLOW-3D. Крибот со сферическим наконечником	67
Заключение	70
Список литературы	71
Приложение	72

Введение

Одним из объектов современного интереса ученых является спутник Юпитера Европа. В космических исследованиях поиск внеземной жизни всегда представлял большой интерес. В настоящее время Европа рассматривается в качестве одного из основных мест ее возможного существования в Солнечной системе.

Тремя факторами, необходимыми для существования жизни, являются вода, энергия и химические элементы, и Европа, возможно, удовлетворяет этим минимальным требованиям. Особый интерес представляет гипотеза о существовании океана под толщей льда, покрывающей спутник. На дне океана может существовать жизнь в условиях, похожих на условия глубокого океанского дна Земли.

Проникновение сквозь толщу льда спутника с целью взятия проб является одной из задач, стоящих перед современной наукой. Разработаны различные методики прохождения сквозь ледяной покров.

В данной работе рассматривается прибор под названием криобот, который движется за счет силы тяжести и растапливания льда в окрестности прибора. Для данного прибора было проведено несколько моделирований для различных параметров прибора и проанализированы зависимости скорости прохождения от данных характеристик.

ГЛАВА 1. Исследования спутника Европа

1. Европа. Общие сведения.

Европа – шестой спутник Юпитера, один из самых крупных спутников в Солнечной системе. Вместе с Ио, Ганимедом и Каллисто Европа была открыта в январе 1610 года Галилео Галилеем. В честь этого четыре наиболее крупных спутника носят название «галилеевых».

Оболочка спутника полностью состоит из льда, покрытого сетью многочисленных полос и трещин. Впервые ледяная поверхность Европы была обнаружена в 1960-х годах в ходе наземных исследований спутника в телескоп. На Европе практически полностью отсутствуют кратеры, а поверхность является достаточно гладкой (наибольшие перепады высот не превышают 100 м). Внутренний состав спутника составляют силикатные породы, в центре располагается металлическое ядро.

На спутнике была обнаружена крайне разреженная атмосфера, состоящая в основном из кислорода, образовавшегося в результате разложения льда на водород и кислород под действием солнечной радиации. Поверхностная температура оценивается в среднем в -170°C . Переход ледяных структур в жидкое состояние происходит предположительно при $-5, -6^{\circ}\text{C}$ [1].

2. Миссии «Вояджер». Гипотеза о существовании подледного океана.

Первыми космическими аппаратами, совершившими пролет над Юпитером, были Пионер 10 и 11 в 1970-х годах. Но первыми, кому удалось получить детализированные фотографии спутников Юпитера, были космические аппараты Вояджер, запущенные в 1977 году. Вояджер 1 подошел к Юпитеру на самое близкое расстояние в марте 1979, а Вояджер 2 в июле того же года. Оба аппарата проходили от Европы дальше, чем от других спутников, поэтому качество снимков поверхности было

ограниченно 2 км на пиксель. На полученных снимках можно было увидеть, что поверхность Европы ярче, чем земной луны, было впервые открыто, что поверхность испещрена множеством полос и трещин, но при этом на ней отсутствуют сильные перепады рельефа и метеоритные кратеры.

Несмотря на ограничение в разрешении, снимки были достаточно хорошего качества, чтобы исследователи смогли заметить следующее. Противоположные стороны некоторых темных полос идеально подходили друг к другу, как куски мозаики. Видимо, края трещин разошлись, а открывшиеся пустоты заполнились темным пластичным ледяным веществом, значит, поверхность в свое время была подвижной.

Удивление вызывало также то, что поверхность Европы выглядела относительно молодо в силу отсутствия большого количества кратеров, которые должны были скопиться за миллионы лет существования спутника.

Все это давало основания предположить наличие некоего рельефосглаживающего фактора на спутнике. Рисунки некоторых самых длинных линий на поверхности не соответствовали ни одной из простейших моделей напряжений, которые могли возникнуть от приливного взаимодействия с Юпитером. Но, если бы поверхность была повернута на несколько десятков градусов, то картина трещин идеально соответствовала бы модели асинхронного вращения, из чего следует, что ледяная поверхность медленно сдвигается. По исследованиям ученых, у экватора спутник нагревается сильнее, нежели у полюсов. Более толстый слой льда у полюсов поворачивается по отношению к экватору, но так как ледяная поверхность спутника едина, то поворачивается вся оболочка Европы [1, 2].

Этот механизм требует пластичного или жидкого слоя между поверхностью льда и недрами спутника. Все это в совокупности с исследованием «мозаичных» трещин позволило предположить, что когда-то недра Европы были горячими, а, возможно, остаются такими и по сей день. Теоретические модели приливного нагрева Европы позволяют предположить наличие на Европе подповерхностного океана.

3. Космический аппарат Галилео

Космический аппарат «Галилео» был запущен в 1989 году и к 1995 вышел на орбиту вокруг Юпитера. Миссия заключалась в исследовании каждого из четырех галилеевых спутников. В ходе исследований возникли проблемы с передачей информации, так как основная антенна не раскрылась, а для поддержания связи пришлось использовать дополнительную маломощную антенну.

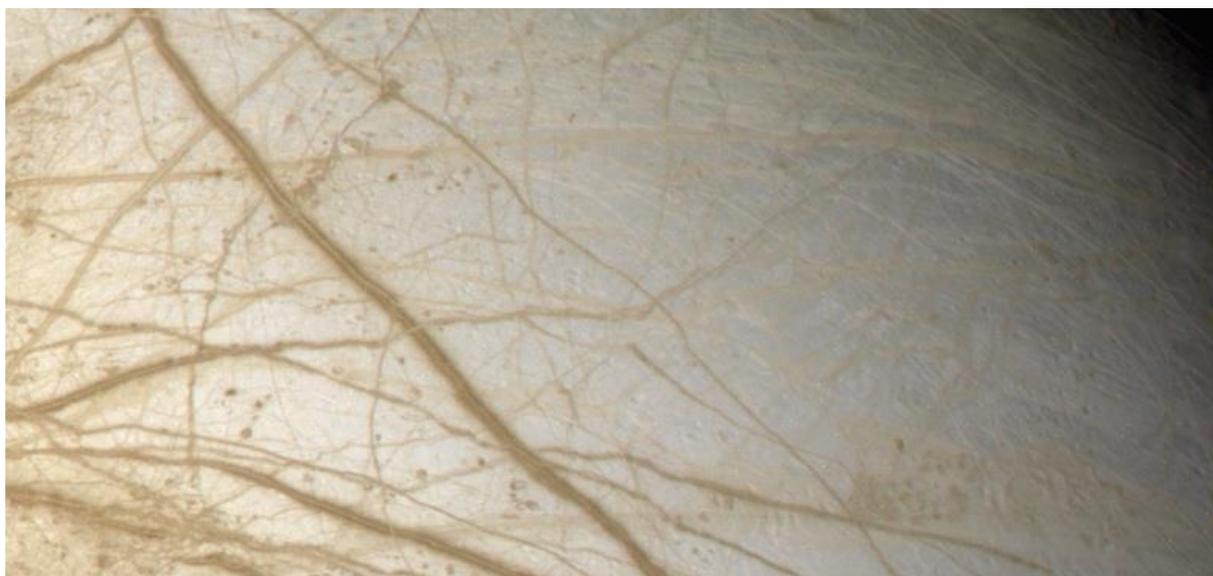


Рис. 1. Снимок линий на поверхности Европы, сделанный космическим аппаратом Галилео

В ходе миссии было сделано 12 близких пролетов вокруг Европы и получены фотографии поверхности Европы в различных масштабах, а также данные измерений магнитного поля Европы. Анализ этих данных подразумевал наличие индуцированного магнитного поля на спутнике, что

в очередной раз подтверждало гипотезу о существовании соленого океана под толщей льда.

Океан на Европе, вероятно, сформировался на ранних этапах эволюции спутника. Во время формирования солнечной системы растущий газовый гигант Юпитер вытянул материал из солнечных туманностей в почти первозданном виде. Поэтому исходный состав галилеевых спутников во многом схож с составом астероидов из внешнего астероидного пояса и включает в себя лед, силикаты, углеродосодержащий материал и железоникелевый металл. Галилеевы спутники сформировались путем объединения этих веществ, притом доля льда в составе спутника варьируется в зависимости от дальности спутника от Юпитера [1].

Изначально предполагалось, что космический аппарат Галилео проработает на орбите Юпитера два года. В итоге им было сделано 35 витков вокруг Юпитера, и он проработал 8 лет до завершения миссии в сентябре 2003 года. Галилео был сожжен в атмосфере Юпитера для того, чтобы избежать занесения на спутники микроорганизмов с земли.

4. Возможность существования жизни на Европе

Большой интерес в космических исследованиях всегда представлял поиск внеземной органической жизни. В настоящее время в качестве одного из основных мест ее возможного существования в нашей солнечной системе рассматривается спутник Европа.

Он уникален среди других покрытых льдом спутников за счет предположительного существования под относительно тонкой и геодинамически активной ледяной корой соленого океана. Облучение поверхности спутника и приливное нагревание внутри него могло бы дать Европе богатый источник химической энергии для жизни.

Одним из важных факторов является то, что океан Европы по предположению ученых напрямую контактирует с мантией спутника. В таком случае условия на дне океана Европы могут быть схожи с условиями на морском дне Земли. Гидротермальные зоны на морском дне Земли богаты биологической жизнью, которая подпитывается энергией и питательными веществами, возникающими в результате реакций между морской водой и нагретым дном океана.

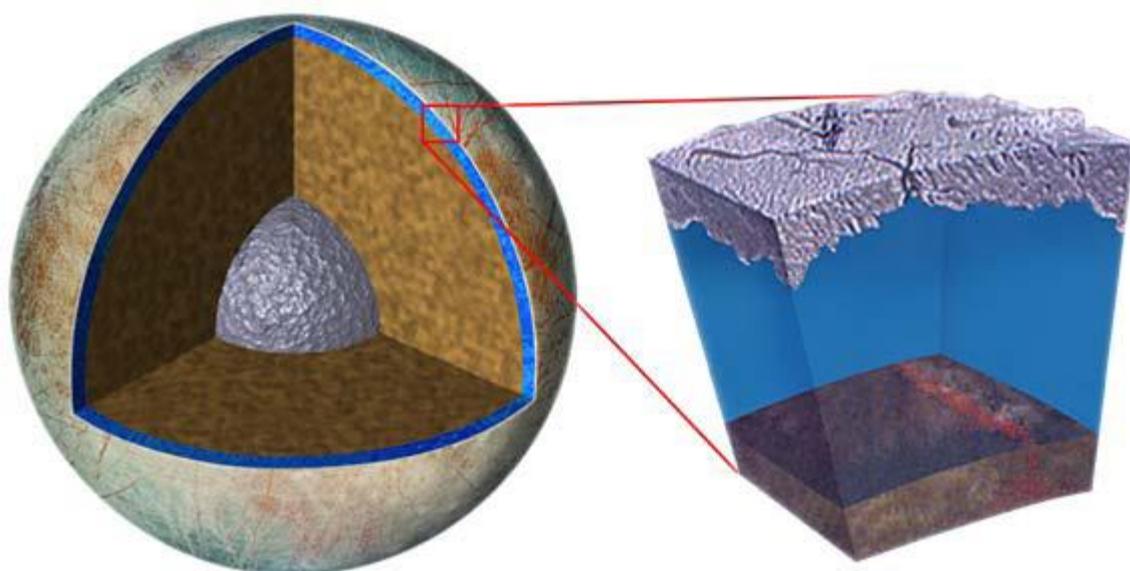


Рис. 2. Строение Европы

Ледяной покров Европы достаточно тонок (10–30 км), толщина подледного океана предположительно порядка 100 км, океан напрямую контактирует с горными породами мантии. В центре находится небольшое металлическое ядро [1, 3].

Существование жизни базируется на трех основных факторах:

- 1) устойчивое жидкое состояние водной среды;
- 2) важные химические элементы (С, Н, N, О, Р, S), необходимые для возникновения жизни;
- 3) источник энергии.



Рис. 3. Три основных фактора для существования жизни: вода, химические элементы и энергия

Эти факторы – основа для предположений о существовании жизни на Европе. Поэтому их исследование является основной темой новых миссий по изучению спутника

Рассмотрим Европу с этой точки зрения.

- Вода

Предположительное существование внутреннего океана под относительно тонкой ледяной поверхностью, прямое взаимодействие между океаном и мантией и потенциально активная геодинамика, позволяющая обмен веществом между океаном и поверхностью делают Европу главным кандидатом для дальнейших исследований.

- Химические элементы

Элементы изначального состава спутника, а также элементы, занесенные за время астероидами и кометами, делают спутник достаточно богатым в отношении химического состава. Геофизическая энергия

Европы, а также способность воды быть средой, ускоряющей химические реакции, послужили источником вероятного существования элементов, ключевых для жизни таких, как С, Н, N, О, Р, и S.

- Энергия

Европа уникальна большим количеством энергии приливного нагревания в сочетании с энергией излучения Юпитера. Круговорот энергии на Европе является одной из серьезных неопределенностей в оценке обитаемости спутника. Механизмы обмена энергией между поверхностью, льдом и океаном имеют решающее значение в обеспечении океана химической энергией [1].

Эти три фактора: вода, химические элементы и энергия являются основой для предположений о существовании жизни на Европе.

Хотя Европа, возможно, удовлетворяет этим минимальным требованиям, но процессы, формирующие ледяной покров Европы и процессы энергообмена между поверхностью и океаном пока слабо изучены. На данном этапе существует острая необходимость в исследованиях океана, его химического состава, его взаимодействия с ледяным покровом и геологической характеристики дна для ответа на вопрос о существовании жизни на спутнике Европа.

5. Исследование подледного пространства

Чтобы ответить на самый главный вопрос об обитаемости Европы, необходима направленная миссия по изучению спутника. Проникновение сквозь толщу льда с целью взятия проб является одной из задач, стоящих перед современной наукой.

Исследование космических объектов, покрытых льдом, представляет собой сложную задачу. К оборудованию предъявляются серьезные требования по минимизации габаритов, веса и энергозатрат из-за

трудностей его транспортировки на изучаемый объект. В ходе исследований были разработаны три методики прохождения сквозь толщу льда: криобот, термобур и зонд, использующий горячие струи воды. У каждого из них есть свои достоинства и недостатки [4].

6. Методики прохождения сквозь толщу льда

6.1. Термобур

Термобур – прибор, одновременно плавящий и бурящий лед. Его использование с одной стороны гарантирует достаточно эффективное прохождение, с другой стороны можно выделить такие недостатки, как достаточно высокий расход энергии и сложная непрочная конструкция.

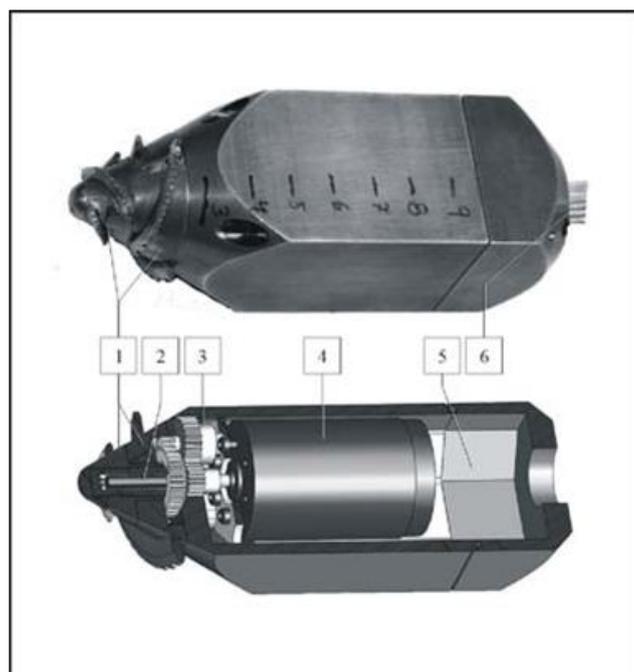


Рис. 4. Термобур

Термобур был разработан Гонконгским политехническим институтом и Австрийской академией наук. На носу и на конце прибора располагаются два нагревательных контура. Носовой элемент нагревает бурящее лезвие и стабилизирует прибор во время движения.

Проведенные эксперименты показали, что наибольших скоростей прибор достигает на поверхности, но при погружении в толщу льда значительно увеличивается потребление энергии, а также возникают проблемы с удалением продуктов бурения.

6.2. Зонд, использующий горячие струи воды

Термозонд, движение которого осуществляется за счет горячих водяных струй, создающих скважину, был создан американскими учеными Циммерманом и Карделлом. Он был



Рис. 5. Зонд, использующий горячие струи воды

протестирован на наземных ледниках и показал хорошую скорость проникновения. Однако в ходе исследований было установлено, что такой метод бурения осуществим лишь при наличии жидкой фазы в скважине, что делает невозможным его применение в космосе.

6.3. Криобот

Оптимальной и наиболее перспективной идеей является использование криобота – прибора, использующего только плавление. Его движение должно осуществляться за счет силы тяжести и растапливания льда в

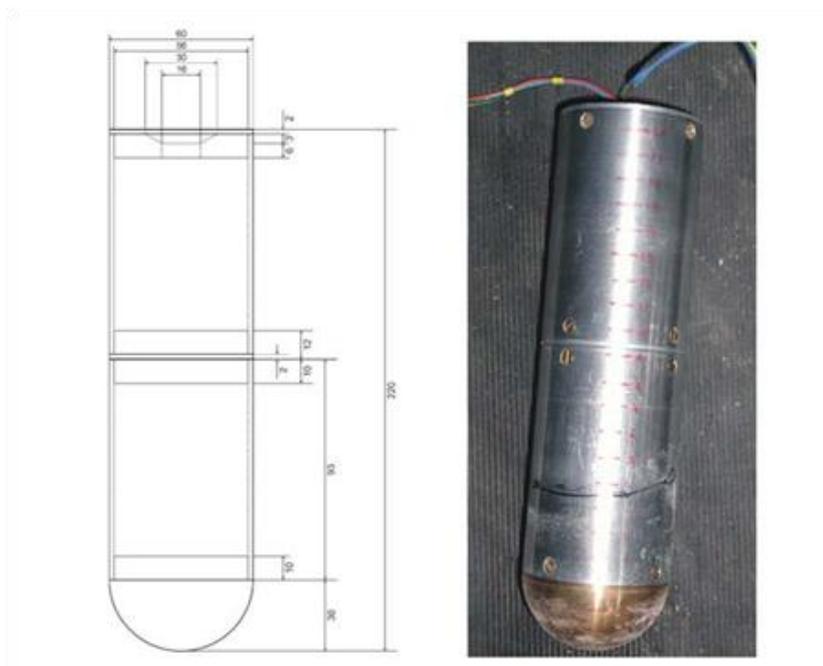


Рис. 6. Криобот

окрестности прибора. Для этого на поверхности криобота

поддерживается необходимая температура. Преимуществами использования этой методики являются сравнительно небольшие энергозатраты, малый размер и вес прибора, а также устойчивость прибора к повреждениям. Из недостатков можно назвать довольно низкую скорость проникновения [4].

В Институте космических исследований Австрийской академии наук в 2004 году был проведен ряд экспериментов по прохождению криоботами различных форм сквозь толщу сжатого льда и снега, в вакууме и при атмосферном давлении. Полученные скорости дали основание для дальнейших исследований в данной области.

ГЛАВА 2. Физическая и математическая постановка задачи

1. Физическая постановка задачи

В данной работе исследуется прохождение сквозь переохлажденный кусок льда нагретого криобота с различными характеристиками. Его движение осуществляется за счет силы тяжести и протаивания льда в окрестности прибора.

Варьируемы геометрия и размеры прибора, форма наконечника, температура поверхности. Рассматриваются пространственные, а также двухмерные осесимметричные температурные задачи.

Некоторые сложности в моделировании и дальнейшие отклонения результатов возникают из-за того, что нам точно не известны свойства реального льда. Поэтому было принято определять свойства льда по аналитическим зависимостям, предложенным С.Уламеком в работе «Access to glacial and subglacial environments in the solar system by melting probe technology» [3].

2. Математическая постановка задачи

2.1. Уравнение теплопроводности

Математическая модель основывается на классических уравнениях параболической физики: уравнении теплопроводности, начальных и граничных условиях.

Процесс распространения тепла в пространстве можно охарактеризовать температурой $u(x, y, z, t)$, где x, y, z – координаты точки пространства, а t – время. Если температура непостоянна, то возникают тепловые потоки, направленные от мест с более высокой температурой к местам с более низкой.

Выведем уравнение теплопроводности. Для этого рассмотрим некоторый объем V , ограниченный поверхностью S . Уравнение баланса тепла для объема V за время $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$\iiint_V c\rho[u(P, t_2) - u(P, t_1)]dV_p = - \int_{t_1}^{t_2} dt \iint_S W_n d\sigma + \int_{t_1}^{t_2} dt \left(\iiint_V F(P, t)dV_p \right)$$

где P – точка интегрирования, dV_p – элемент объема, $c\rho$ – теплоемкость единицы объема, W_n – нормальная составляющая плотности теплового потока. Это уравнение выражает закон сохранения тепла в объеме V за время Δt в результате действия внешних тепловых источников.

Предположим, что функция $u(x, y, z, t) = u(M, t)$ дважды дифференцируема по x , y и z и один раз по t , и эти производные непрерывны в рассматриваемой области. Перейдем от интегрального уравнения баланса к дифференциальному. Воспользуемся формулой Остроградского – Гаусса:

$$\iint_S W_n d\sigma = \iiint_V \operatorname{div} W dV$$

Предположим, что функция $F(P, t)$ – непрерывная функция своих аргументов. Тогда преобразуем уравнение баланса:

$$\iiint_V c\rho[u(P, t_2) - u(P, t_1)]dV_p = - \int_{t_1}^{t_2} \iiint_V \operatorname{div} W dV_p dt + \int_{t_1}^{t_2} \iiint_V F dV_p dt$$

Применим теорему о среднем и теорему о конечных приращениях для функций многих переменных.

$$c\rho \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{\substack{t=t_3 \\ P=P_1}} \Delta t \cdot V = -\operatorname{div} W \Big|_{\substack{t=t_4 \\ P=P_2}} \Delta t \cdot V + F \Big|_{\substack{t=t_5 \\ P=P_3}} \Delta t \cdot V$$

где t_3, t_4, t_5 – промежуточные точки из интервала Δt , а P_1, P_2, P_3 – точки в объеме V . Зафиксируем некоторую точку $M(x, y, z)$ внутри V и будем стягивать V в эту точку, устремляя Δt к нулю. Сократим на Δt и на V и осуществим указанный предельный переход, получим:

$$c\rho \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, z, t) = -\operatorname{div} W(x, y, z, t) + F(x, y, z, t) \quad (1)$$

Заменим W на $W = -k \operatorname{grad} u$ и получим дифференциальное уравнение теплопроводности:

$$c\rho u_t = \operatorname{div}(k \operatorname{grad} u) + F$$

или

$$c\rho u_t = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial u}{\partial z} \right) + F$$

Для однородной среды уравнение обычно записывается в виде

$$u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) + \frac{F}{c\rho}$$

где $a^2 = a^2/c\rho$ – коэффициент температуропроводности, или в виде

$$u_t = a^2 \Delta u + f, \quad \left(f = \frac{F}{c\rho} \right)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа [5].

2.2. Граничные и начальные условия

К уравнению теплопроводности необходимо добавить граничные и начальные условия.

В случае нашей задачи на границе задана постоянная температура u_b :

$$u|_L = u_b, \quad (2)$$

В начальный момент времени в области задано начальное распределение температуры

$$u(x_i, 0) = u_0(x_i). \quad (3)$$

2.3. Метод конечных элементов

Метод конечных элементов (МКЭ) – численный метод решения дифференциальных уравнений с частными производными. Его используют при поиске непрерывной функции с произвольной областью определения. Особенность метода заключается в способе аппроксимации искомой функции.

Суть метода заключается в том, что область, в границах которой производится поиск решения уравнения, разбивается на конечное количество подобластей, называемых элементами. В каждом из этих элементов функция аппроксимируется полиномом, и вне данного элемента аппроксимирующая функция равна нулю. На границе элементов аппроксимирующая функция должна быть непрерывна. Задача состоит в поиске коэффициентов полинома, которые обычно ищутся из условия равенства значения аппроксимирующих функций в узлах.

При решении воспользуемся тетраэдральными элементами. Функцию внутри каждого элемента будем аппроксимировать полиномом первой степени:

$$\Phi^{(e)}(x, y, z) = \alpha_1^{(e)} + \alpha_2^{(e)}x + \alpha_3^{(e)}y + \alpha_4^{(e)}z \quad (4)$$

Коэффициенты полинома $\alpha_1^{(e)}$, $\alpha_2^{(e)}$, $\alpha_3^{(e)}$, $\alpha_4^{(e)}$ выразим через узловые значения функций Φ_i , Φ_j , Φ_m , Φ_p используя соотношения:

$$\begin{aligned}
\Phi^{(e)} &= \Phi_i \text{ при } x = X_i, y = Y_i, z = Z_i \\
\Phi^{(e)} &= \Phi_j \text{ при } x = X_j, y = Y_j, z = Z_j \\
\Phi^{(e)} &= \Phi_m \text{ при } x = X_m, y = Y_m, z = Z_m \\
\Phi^{(e)} &= \Phi_p \text{ при } x = X_p, y = Y_p, z = Z_p
\end{aligned} \tag{5}$$

Подставим эти соотношения в формулу (4):

$$\begin{cases}
\alpha_1^{(e)} + \alpha_2^{(e)} x_i + \alpha_3^{(e)} y_i + \alpha_4^{(e)} z_i = \Phi_i \\
\alpha_1^{(e)} + \alpha_2^{(e)} x_j + \alpha_3^{(e)} y_j + \alpha_4^{(e)} z_j = \Phi_j \\
\alpha_1^{(e)} + \alpha_2^{(e)} x_m + \alpha_3^{(e)} y_m + \alpha_4^{(e)} z_m = \Phi_m \\
\alpha_1^{(e)} + \alpha_2^{(e)} x_p + \alpha_3^{(e)} y_p + \alpha_4^{(e)} z_p = \Phi_p
\end{cases} \tag{6}$$

Выразим $\alpha_1^{(e)}$, $\alpha_2^{(e)}$, $\alpha_3^{(e)}$, $\alpha_4^{(e)}$ через Φ_i , Φ_j , Φ_m , Φ_p , подставим в (1) получим:

$$\begin{aligned}
\Phi^{(e)} &= \frac{1}{6V} \{ (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \Phi_i + (a_j + b_j x + c_j y + d_j z) \Phi_j + \\
&(a_m + b_m x + c_m y + d_m z) \Phi_m + (a_p + b_p x + c_p y + d_p z) \Phi_p \}
\end{aligned} \tag{7}$$

Где

$$6V = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_m & y_m & z_m \\ 1 & x_p & y_p & z_p \end{vmatrix} \tag{8a}$$

Коэффициентами a_i , b_i , c_i , d_i обозначены определители

$$\begin{aligned}
a_i &= \det \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_m & y_m & z_m \\ x_p & y_p & z_p \end{vmatrix} & b_i &= -\det \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_m & z_m \\ 1 & y_p & z_p \end{vmatrix} \\
c_i &= -\det \begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_m & 1 & z_m \\ x_p & 1 & z_p \end{vmatrix} & d_i &= -\det \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_m & y_m & 1 \\ x_p & y_p & 1 \end{vmatrix}
\end{aligned} \tag{8b}$$

Остальные коэффициенты получаются циклической перестановкой индексов p, i, j, m .

Запишем (7) в матричном виде:

$$\begin{aligned}\Phi^{(e)} &= N_i^{(e)}\Phi_i + N_j^{(e)}\Phi_j + N_m^{(e)}\Phi_m + N_p^{(e)}\Phi_p \\ &= \begin{bmatrix} N_i^{(e)} & N_j^{(e)} & N_m^{(e)} & N_p^{(e)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \\ \Phi_m \\ \Phi_p \end{Bmatrix} = [N^{(e)}]\{\Phi\}\end{aligned}$$

Это соотношение содержит четыре функции формы:

$$N_i^{(e)} = \frac{1}{6V^{(e)}} [a_i^{(e)} + b_i^{(e)}x + c_i^{(e)}y + d_i^{(e)}z]$$

$$N_j^{(e)} = \frac{1}{6V^{(e)}} [a_j^{(e)} + b_j^{(e)}x + c_j^{(e)}y + d_j^{(e)}z]$$

$$N_m^{(e)} = \frac{1}{6V^{(e)}} [a_m^{(e)} + b_m^{(e)}x + c_m^{(e)}y + d_m^{(e)}z]$$

$$N_p^{(e)} = \frac{1}{6V^{(e)}} [a_p^{(e)} + b_p^{(e)}x + c_p^{(e)}y + d_p^{(e)}z]$$

При выбранном способе аппроксимации скалярная функция формы $\Phi^{(e)}$ определяется внутри элемента функциями формы, линейными по x, y и z .

Следовательно, компоненты градиента этой величины

$$\frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial x} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} \Phi_i + \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial x} \Phi_j + \frac{\partial N_m^{(e)}}{\partial x} \Phi_m + \frac{\partial N_p^{(e)}}{\partial x} \Phi_p = \frac{1}{6V^{(e)}} [b_i^{(e)}\Phi_i + b_j^{(e)}\Phi_j + b_m^{(e)}\Phi_m + b_p^{(e)}\Phi_p]$$

$$\frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial y} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} \Phi_i + \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial y} \Phi_j + \frac{\partial N_m^{(e)}}{\partial y} \Phi_m + \frac{\partial N_p^{(e)}}{\partial y} \Phi_p = \frac{1}{6V^{(e)}} [c_i^{(e)}\Phi_i + c_j^{(e)}\Phi_j + c_m^{(e)}\Phi_m + c_p^{(e)}\Phi_p]$$

$$\frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial z} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial z} \Phi_i + \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial z} \Phi_j + \frac{\partial N_m^{(e)}}{\partial z} \Phi_m + \frac{\partial N_p^{(e)}}{\partial z} \Phi_p = \frac{1}{6V^{(e)}} \left[d_i^{(e)} \Phi_i + d_j^{(e)} \Phi_j + d_m^{(e)} \Phi_m + d_p^{(e)} \Phi_p \right]$$

постоянны внутри каждого элемента и терпят разрыв на границе со смежными элементами.

Поэтому для величин, основанных на производных аппроксимируемой функции, таких как деформации, напряжения, тепловой поток необходимо использовать усреднение для смежных элементов. А также области быстрого изменения аппроксимируемой функции требуется разбивать на малые по величине элементы [6].

2.4. Осесимметричные температурные поля

В случае если тело обладает геометрией, симметричной относительно некоторой оси, а распределение температур не зависит от угла θ цилиндрической системы координат, связанной с этой осью, то распределение температуры в теле описывается уравнением в цилиндрических координатах:

$$c\rho \frac{\partial u}{\partial \tau} = \lambda \sum_i \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} \right] + Q, \quad (9)$$

где $u = u(r, z, \tau)$ – температура тела на окружности (r, z) в момент времени τ ; $c = c(T)$ – удельная теплоемкость (Дж/кг °С); $\rho = \rho(T)$ – плотность (кг/м³); $\lambda = \lambda(T)$ – теплопроводность (Вт/м°С); $Q = Q(r, z, T)$ – источник тепла внутри тела (Вт/м³) [6].

В начальный момент времени задано начальное распределение температур в области S .

$$u(r, z, 0) = u_0(r, z) \quad (10)$$

На границе задана постоянная температура.

$$u|_L = u_{\text{гр}} \quad (11)$$

Эта задача эквивалентна задаче по отысканию минимума функционала

$$J = \int_S \frac{1}{2} \left(\lambda \left[\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] - 2 \left(Q - c\rho \frac{\partial u}{\partial \tau} \right) u \right) r dS \quad (12)$$

Для того чтобы доказать это утверждение, вычислим вариацию этого функционала:

$$\begin{aligned} \delta J &= \int_S \frac{1}{2} \left(\lambda r \left[2 \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial \delta u}{\partial r} + 2 \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial \delta u}{\partial z} \right] - 2r \left(Q - c\rho \frac{\partial u}{\partial \tau} \right) \delta u \right) dS = \\ &= \int_S \lambda r \left[\frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial \delta u}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial \delta u}{\partial z} \right] dS - \int_S r \left(Q - c\rho \frac{\partial u}{\partial \tau} \right) \delta u dS \end{aligned}$$

Проинтегрируем первое слагаемое по частям:

$$\begin{aligned} \int_S \lambda r \left[\frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial \delta u}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial \delta u}{\partial z} \right] dS &= \int_S \lambda \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \delta u \right) + \frac{\partial u}{\partial z} \left(r \frac{\partial u}{\partial z} \delta u \right) \right] dS - \\ &- \int_S \lambda \left[r \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} + r \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \delta u dS \end{aligned}$$

Воспользуемся формулой Остроградского-Гаусса и приведем первое слагаемое к интегралу по поверхности контура:

$$\int_S \lambda \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \delta u \right) + \frac{\partial u}{\partial z} \left(r \frac{\partial u}{\partial z} \delta u \right) \right] dS = \int_L \lambda r \text{grad}(u) \cdot \vec{n} \delta u dL = \int_L \lambda r \frac{\partial u}{\partial \vec{n}} \delta u dL$$

\vec{n} – внешняя нормаль.

$$\delta J = \int_L \lambda r \frac{\partial u}{\partial \vec{n}} \delta u dL + \int_S \left(-\rho \frac{\partial u}{\partial \tau} - Q - \lambda \left[r \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} + r \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \right) \delta u dS$$

Приравняем вариацию к нулю $\delta J = 0$ и получим условия экстремума функционала. Они совпадут с уравнениями (9) – (11).

Аппроксимируем в S функцию распределения температуры u . Воспользуемся методом конечных элементов. Разобьем область S на треугольные элементы, внутри каждого аппроксимируем функцию распределения температуры линейным полиномом.

$$[C] \frac{\partial \{u\}}{\partial \tau} + [K] \{u\} + \{F\} = 0, \quad (13)$$

где $[C] = \sum_{e=1}^E [C^{(e)}]$, $[K] = \sum_{e=1}^E [K^{(e)}]$, $\{F\} = -\sum_{e=1}^E \{F^{(e)}\}$.

$$[C^{(e)}] = \int_{S^{(e)}} c^{(e)} \rho^{(e)} [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] r dS \quad (14)$$

$$[K^{(e)}] = \int_{S^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] r dS \quad (15)$$

$$\{F^{(e)}\} = - \int_{S^{(e)}} Q^{(e)} [N^{(e)}]^T r dS \quad (16)$$

Выразим расстояние r через L координаты:

$$r = L_1 R_i + L_2 R_j + L_3 R_m \quad (17)$$

$$\int_{S^{(e)}} r dS = \frac{R_i + R_j + R_m}{3} S^{(e)} = \bar{r} S^{(e)}$$

$$\int_{S^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] r dS = \frac{\bar{r} \lambda}{4S^{(e)}} \begin{bmatrix} b_i b_i & b_i b_j & b_i b_m \\ b_j b_i & b_j b_j & b_j b_m \\ b_m b_i & b_m b_j & b_m b_m \end{bmatrix} + \frac{\bar{r} \lambda}{4S^{(e)}} \begin{bmatrix} c_i c_i & c_i c_j & c_i c_m \\ c_j c_i & c_j c_j & c_j c_m \\ c_m c_i & c_m c_j & c_m c_m \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\int_{S^{(e)}} Q^{(e)} [N]^T r dS = Q^{(e)} \int_{S^{(e)}} \begin{Bmatrix} r L_1 \\ r L_2 \\ r L_3 \end{Bmatrix} dS$$

Используем выражение (17) и проинтегрируем:

$$\int_{S^{(e)}} rQ[N]^T dS = \frac{Q^{(e)}S^{(e)}}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_i \\ R_j \\ R_m \end{Bmatrix} \quad (19)$$

$$[C^{(e)}] = c^{(e)}\rho^{(e)} \int_{S^{(e)}} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} [L_1 \quad L_2 \quad L_3] r dS = \frac{c^{(e)}\rho^{(e)}S^{(e)}}{60} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 6R_i + 2R_j + 2R_k & 2R_i + 2R_j + R_k & 2R_i + R_j + 2R_k \\ 2R_i + 2R_j + R_k & 2R_i + 6R_j + 2R_k & R_i + 2R_j + 2R_k \\ 2R_i + R_j + 2R_k & R_i + 2R_j + 2R_k & 2R_i + 2R_j + 6R_k \end{bmatrix} \quad (20)$$

2.5. Задача Стефана

Задача о распределении температуры при наличии фазового перехода и задача о скорости движения границы раздела фаз сводится к системе

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \text{ для } 0 < x < \xi \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \text{ для } \xi < x < \infty \end{cases} \quad (21)$$

с дополнительными условиями

$$\begin{cases} u_1 = c_1 \text{ при } x = 0 \\ u_2 = c \text{ при } t = 0 \end{cases} \quad (22)$$

и условиями на границе замерзания

$$u_1 = u_2 = 0 \text{ при } x = \xi, \quad (23)$$

$$k_1 \left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=\xi} - k_2 \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=\xi} = \lambda \rho \frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad (24)$$

где k_1, a_1^2 и k_2, a_2^2 – коэффициенты теплопроводности и температуропроводности твердой и жидкой фазы соответственно.

Задачу (21) – (24) называют задачей Стефана [5].

2.6. Математическая постановка задачи с учетом фазового перехода

Запишем математическую постановку задачи с учетом скрытой теплоты плавления и движения жидкости.

Уравнение теплопроводности для твердой и жидкой фазы с условием Стефана на границе:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_{ice}\rho_{ice} \frac{\partial u_{ice}}{\partial t} = \operatorname{div}(k_{ice} \operatorname{grad}(u_{ice})) + f_{ice} \\ c_{water}\rho_{water} \frac{\partial u_{water}}{\partial t} = \operatorname{div}(k_{water} \operatorname{grad}(u_{water})) + f_{water} \\ k_{ice} \operatorname{grad}(u_{ice})|_S - k_{water} \operatorname{grad}(u_{water})|_S = Lk_{water} \frac{dS}{dt} \\ u(x, y, z, t) = u_0(x, y, z) \\ u_L = u^{const} \end{array} \right.$$

где $u(x, y, z, t)$ – температура тела в точке (x, y, z) в момент времени t ; $c = c(u)$ – удельная теплоемкость; $\rho = \rho(u)$ – плотность.

Уравнения Навье-Стокса описывает движение вязкой жидкости. Система состоит из уравнения движения и уравнения неразрывности.

Уравнение Навье-Стокса для несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f}, \quad (25)$$

Уравнение равновесия:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (26)$$

где ∇ – набла оператор, Δ – оператор Лапласа, ν – коэффициент кинематической вязкости, ρ – плотность, p – давление, \vec{v} – скорости, \vec{f} – массовые силы.

Граничные условия сводятся к заданию вектора скорости на границе прибора:

$$\vec{v}|_{\text{cryo}} = \vec{v}^{\text{const}}$$

В начальный момент времени система покоится: $\vec{v}|_{t=0} = 0$

ГЛАВА 3. Программы, используемые в моделировании

1. SolidWorks

SolidWorks – программный продукт компании SolidWorks Corporation. Он предназначен для трехмерного проектирования и позволяет создавать модели любой сложности и назначения.



Программа была разработана в 1993 году и тут же составила конкуренцию таким продуктам как AutoCAD Autodesk Mechanical Desktop и Pro/ENGINEER. Главным преимуществом SolidWorks являлся простой, интуитивно понятный пользователю интерфейс. Программа работает в среде Microsoft Windows и предоставляет пользователю мощност трехмерной системы автоматизированного проектирования по цене двухмерной системы. В продукте реализованы такие свойства Windows среды, как режим copy-and-paste, режим drag-and-drop, быстрый просмотр, поиск и открытие файлов с помощью проводника, возможность "отката".

SolidWorks представляет собой инструментальную среду, предназначенную для моделирования сложных изделий, применяемых в различных областях. Программа является системой твердотельного и поверхностного параметрического моделирования и позволяет проектировать детали и сборки в трёхмерном пространстве, а также оформлять конструкторскую документацию.

В программном продукте эффективно работает механизм импорта и экспорта данных, в базовый пакет включено более 20 трансляторов, хорошо работает взаимодействие с Excel и Word. Большим достоинством SolidWorks является полная русификация программы и поддержка единой системы конструкторской документации [7].

2. MSC Nastran/Patran



MSC Nastran/Patran – программные продукты компании MSC Software Corporation.

Patran – интегрирующая среда и графическая оболочка для MSC Nastran. Программный продукт позволяет импортировать геометрические модели из различных систем автоматизированного проектирования, создавать расчетные модели и обчислять их. Доступно графическое отображение и обработка полученных результатов.

Преимуществом Patran являются полностью управляемый графический интерфейс и обширный инструментарий. Функционал продукта включает в себя создание срединных поверхностей, автоматическое распознавание и параметризацию отверстий и фасок, а также твердотельное моделирование.

Программа предоставляет обширные возможности по работе с конечно-элементными сетками. Присутствуют встроенные механизмы генерации сеток, позволяющие создавать сетки для «плохих» (с точки зрения генерации КЭ) поверхностей, возможно создание сеток на основе других сеток без использования геометрии, а также создание геометрических моделей по КЭ сеткам.

В Patran присутствуют разнообразные инструменты для задания нагрузок и граничных условий, характеристик и свойств материалов, параметров расчета. Возможны различные варианты визуализации результатов расчета, а также его обработки.

Программный продукт написан на языке Patran Command Language (PCL), который позволяет адаптировать ее к текущим требованиям пользователя, а также интегрировать собственные программные разработки в среду Patran.

MSC Nastran – ведущая система конечно-элементного анализа. Программа была разработана в 1960х годах для NASA с целью привести к единому стандарту все расчеты выполняемые в разных подразделениях и исследовательских центрах. Отсюда и происходит название Nastran (NASA Structural Analysis). В конце 60х компания MSC начала распространять и поддерживать свою собственную версию NASTRAN, названную MSC.Nastran.

В программном продукте реализованы такие функции, как расчет напряженно-деформированного состояния, запасов прочности, собственных частот и форм колебаний, а также решение температурных задач, анализ устойчивости и анализ контактного взаимодействия. Nastran позволяет моделировать практически любой тип материалов, включая гиперупругие, а также производить расчет характеристик конструкций, состоящих из композитных материалов.

Богатые возможности интеграции через Patran с другими системами, такими как , Fatigue, FlightLoads and Dynamics, Marc, Mvision, Dytran, Easy5, SimDesigner и Sofy, а также CAD/CAM/CAE значительно расширяют возможности программы по сравнению с другими расчетными системами. Появляется возможность подробного исследования функциональности изделия любой сложности еще до начала его производства, что позволит улучшить качество и существенно снизить затраты и риски.

NASTRAN зачастую называют стандартом для базового анализа аэрокосмических моделей и структур. Ядро программного продукта написано преимущественно на Фортране. Программа совместима с различными компьютерами (от небольших рабочих станций до суперкомпьютеров) и операционными системами [8].

3. FLOW-3D

FLOW-3D – программный продукт компании Flow Science, Inc. Программа представляет собой вычислительный гидродинамический пакет, предназначенный для моделирования различных задач течения жидкости. Она позволяет моделировать течения со свободной поверхностью, а также ограниченные и внутренние течения.



Для работы FLOW-3D не требует никаких дополнительных программ. Удобный графический интерфейс позволяет создавать или импортировать геометрию и генерировать сетку, после чего запускать задачу на решение и по завершении обрабатывать результаты. Доступны средства по контролю за ходом расчета.

Программа использует механизм свободного формирования сетки, что позволяет свободное изменение геометрии и сетки независимо друг от друга, что существенно облегчает задачу генерации сетки и обеспечивает ее регулярность.

Программа работает под различными операционными системами Microsoft Windows и Unix, а также поддерживает многопроцессорные вычисления [9].

ГЛАВА 4. Моделирование движения крибота различной формы

1. Пространственная задача

1.1. Опыты Австрийской академии наук

В 2004 г. в Институте космических исследований Австрийской академии наук ученой М.Треффер был проведен ряд несложных экспериментов. Она изучала проникновение нагреваемой латунной сферы сквозь толщу льда или снега. Для обоих материалов тесты проводились в вакууме и при атмосферном давлении. Наибольший интерес для дальнейших исследований крибота представляет случай со льдом в вакууме.

В ходе опыта мощность нагрева зонда постепенно увеличивали, пока не начался процесс плавления. Из-за повторного замерзания скважины зонд застрял на глубине 14 см [10].

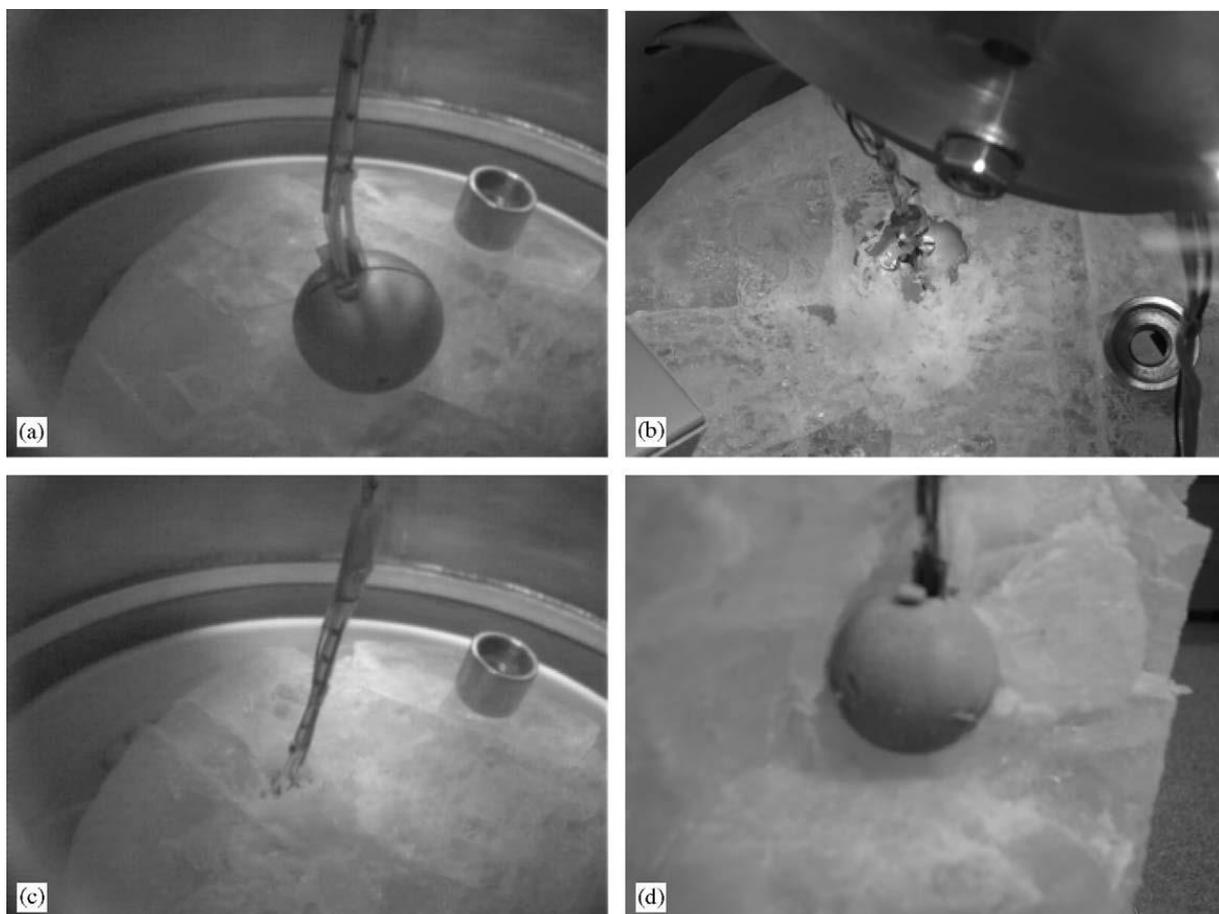


Рис. 7. Опыт М.Треффер (латунная сфера, лед, вакуум)

По результатам опыта было проведено сравнение скорости проникновения, полученной на практике, со скоростями, полученными в ходе расчета нескольких теоретических моделей.

Таблица 1. Значения скоростей, полученных в ходе эксперимента и из теоретических расчетов простой и усложненной моделей.

Эксперимент: v [см/ч]	Простая модель: v [см/ч]	Сложная модель: v [см/ч]
3.4	6.7	4.3

Как показал проведенный эксперимент, измеренная скорость получилась порядка $46\% \pm 4\%$ предполагаемой скорости в простой модели и приблизительно $70\% \pm 9\%$ в случае усложненной модели.

1.2. Расчет скорости сферического крибота. Пространственное моделирование

В качестве первого расчета в данной работе было решено смоделировать опыт, проведенный М.Треффер. В выбранной модели сферический крибот с постоянной температурой поверхности проходит сквозь цилиндр из льда.

Базируясь на данных, известных об эксперименте, и принимая некоторые допущения, были выбраны следующие характеристики:

Таблица 2. Основные характеристики ледяного цилиндра

Радиус цилиндра льда, см	10
Высота цилиндра льда, см	45
Температура льда, °С	-55

Таблица 3. Основные характеристики прибора

Диаметр крибота, см	4
Температура поверхности крибота, °С	20

На основе данных, полученных в ходе исследований космических аппаратов Вояджер и Галилео, температуру перехода ледяных структур в жидкое состояние было решено принять равной -6°C .

Таблица 4. Свойства льда для системы метр-килограмм-секунда [2].

	Лед: $T = -55^{\circ}\text{C}$	Вода: $T = -6^{\circ}\text{C}$
Плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$	0.924	0.980
Удельная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$	1741	4194
Теплопроводность, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$	2.39	0.55

Построение геометрии производилось в программе SolidWorks.

Моделирование проводилось в программах Patran и Nastran.

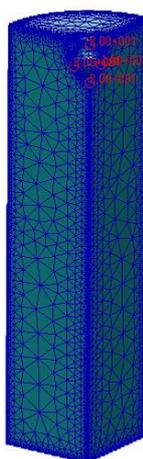


Рис. 8. Результат построения конечно-элементной сетки в программе Patran

Всего было проведено 4 шага решения: строилась геометрия, решалась температурная задача и по полученным данным геометрия перестраивалась.

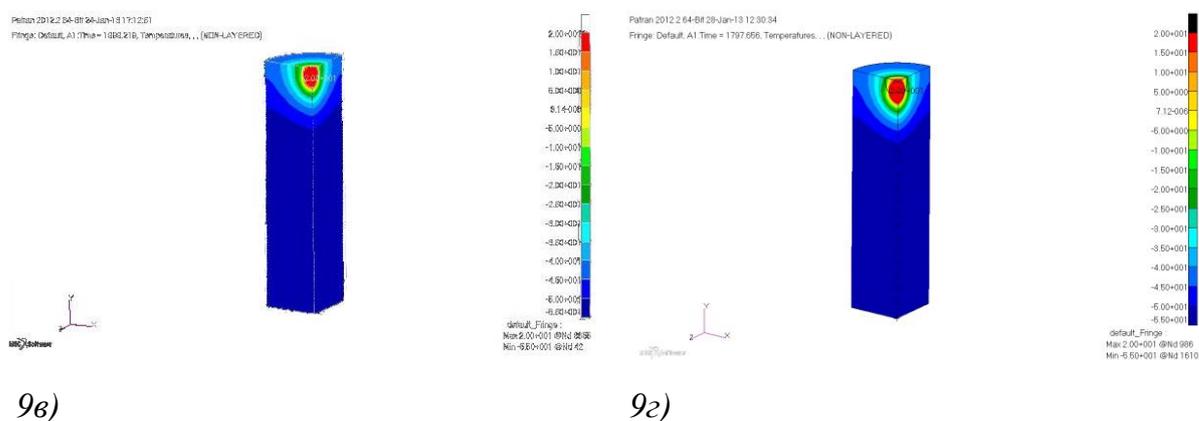
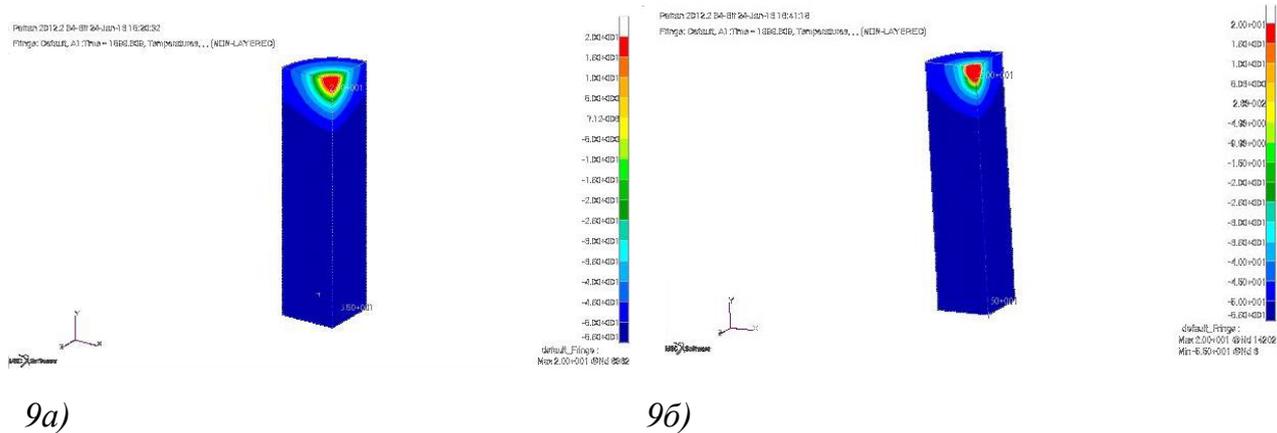


Рис. 9. Распределение температур в ледяном цилиндре: а) 1 шаг; б) 2 шаг; в) 3 шаг; г) 4 шаг

Как видно из полученных данных по распределению температур, относящихся к 4 шагу, к последнему этапу шар уже полностью погрузился в толщу льда. Для каждого шага была рассчитана скорость движения криобота.

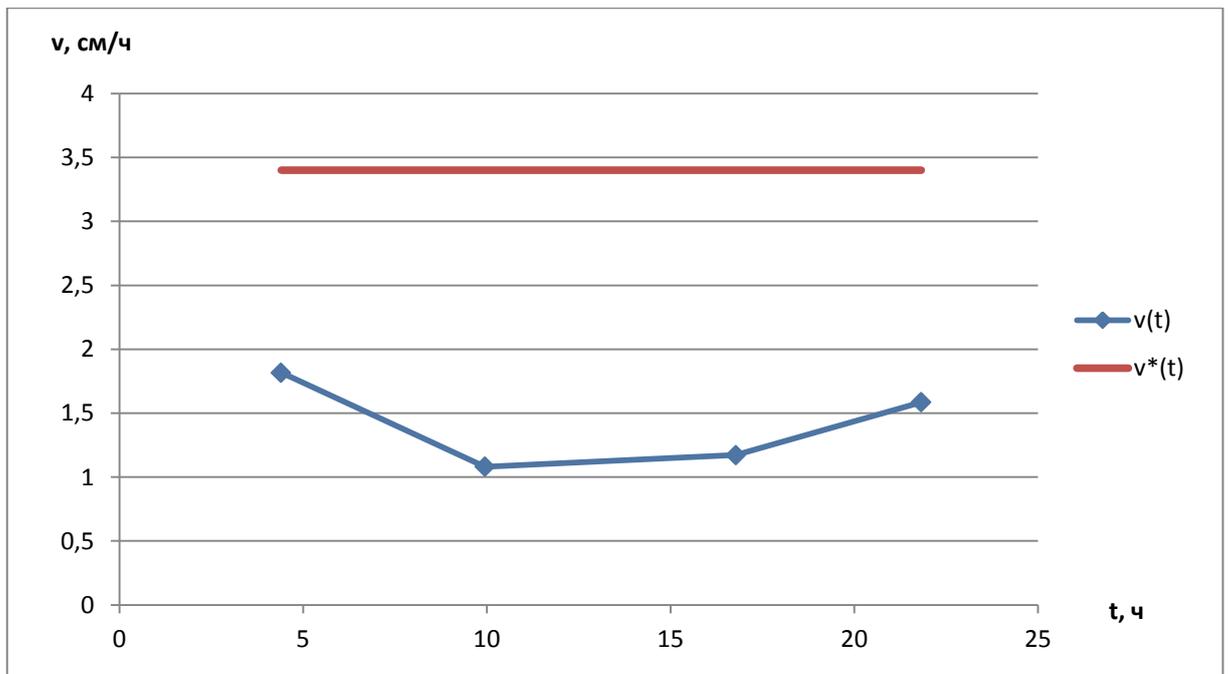


Рис. 10. $v(t)$ – график зависимости скорости движения кривота от времени;
 $v^*(t)$ – значение скорости полученное в эксперименте М.Треффер

Средняя скорость движения $v_{cp} = 1.4$ см/ч.

Если принять скорость, полученную в ходе эксперимента М.Треффер за 100%, то отклонения от нее теоретических скоростей для простой и усложненной модели будут 97% и 27% соответственно. В случае проведенного нами моделирования отклонение средней скорости равняется 59%, что в условиях неопределенности конкретных свойств льда является допустимым результатом.

1.3. Моделирование с учетом фазового перехода

По данным, полученным в ходе расчетов в MSC.Nastran, проведем моделирование, учитывающее скрытую теплоту плавления и движение жидкости.

Моделирование проведем в программе FLOW-3D.

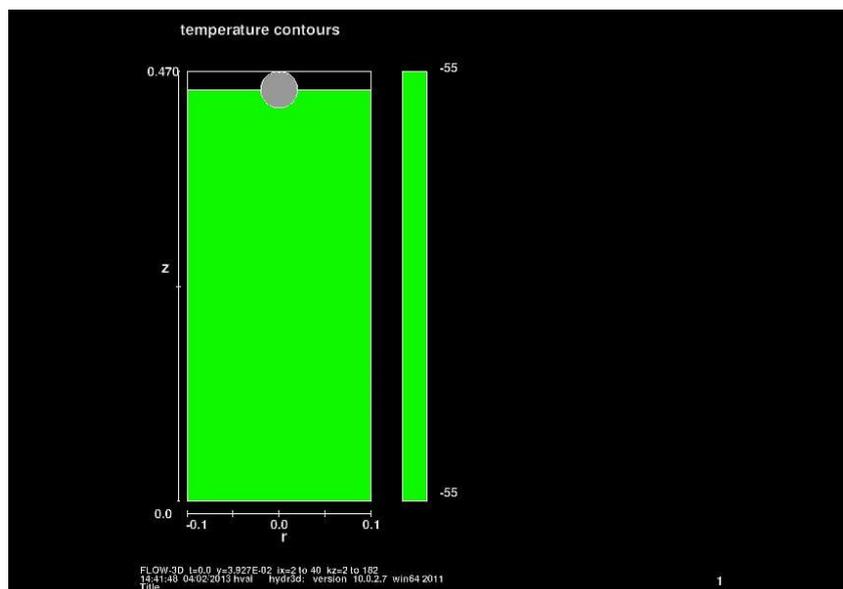


Рис. 11. Моделирование движения криобота, сферической формы во FLOW-3D. Начальный этап моделирования.

FLOW-3D не предполагает расчет скорости протаивания, поэтому при расчете во FLOW-3D воспользуемся данными о скорости движения криобота, полученными в результате моделирования в MSC Nastran/Patran. Результаты, полученные по итогам моделирования, учитывающего фазовый переход, позволят оценить адекватность полученных ранее значений скорости протаивания.

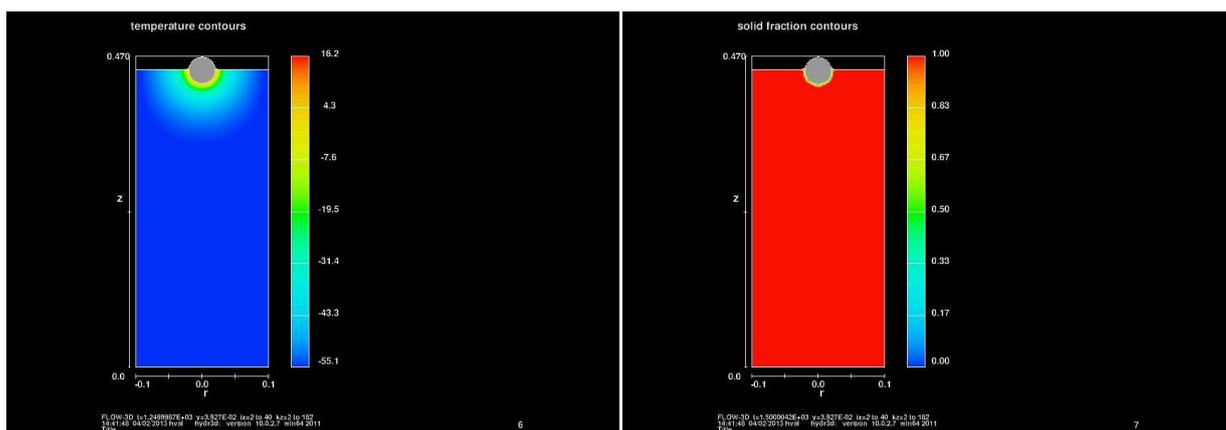


Рис. 12(а). Распределение температур Рис. 12(б). Твердая и жидкая фазы льда

Шкала на рисунках 12(б) отражает фазовое состояние льда в рассматриваемой области (лед - красный цвет; вода - синий цвет).

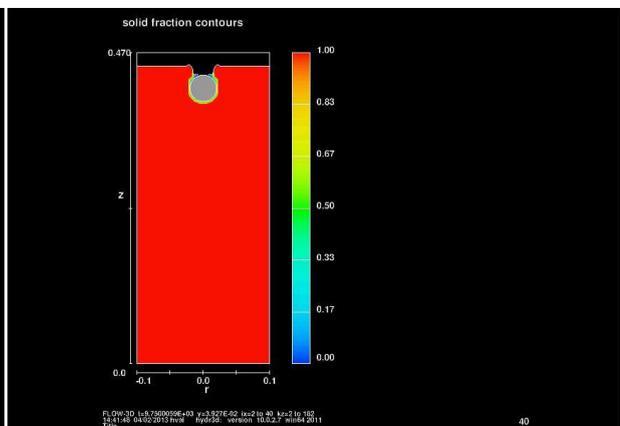
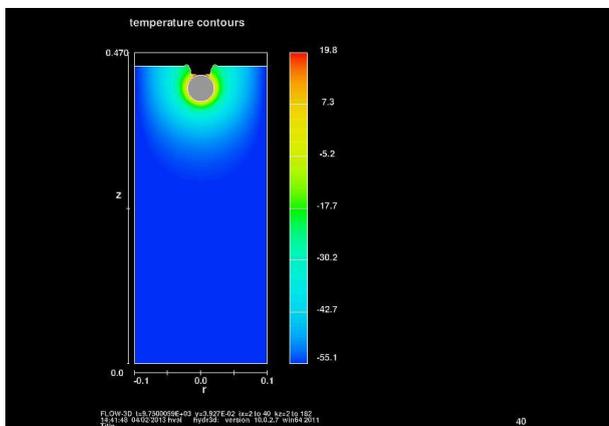
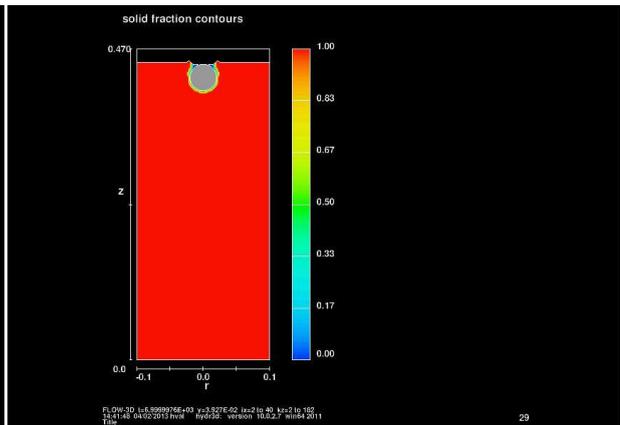
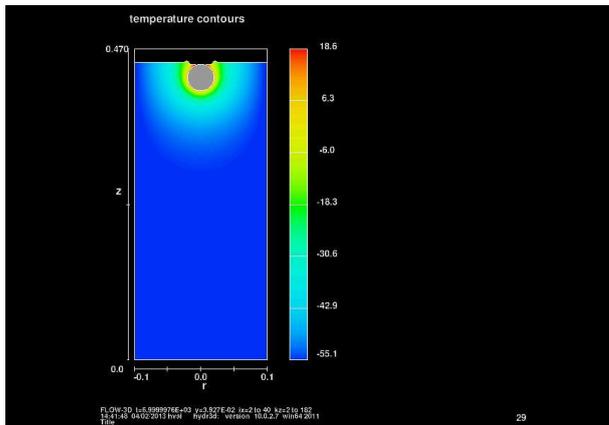
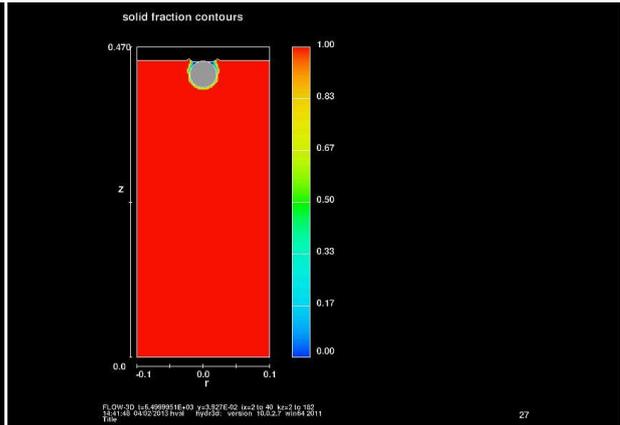
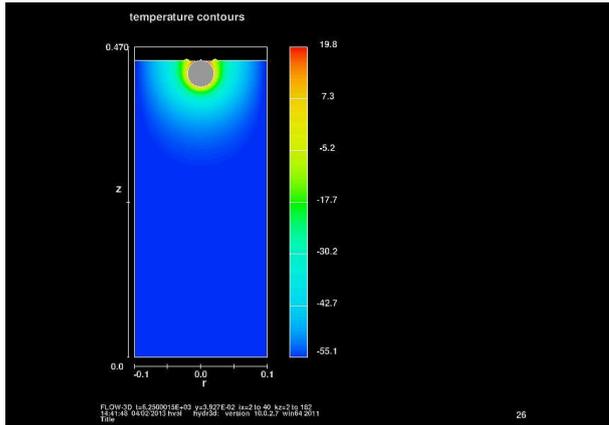
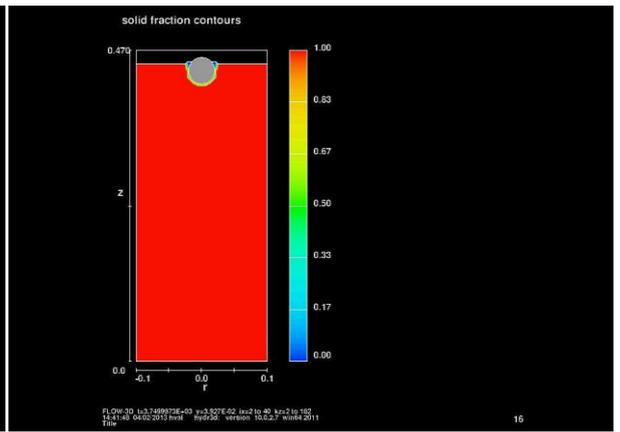
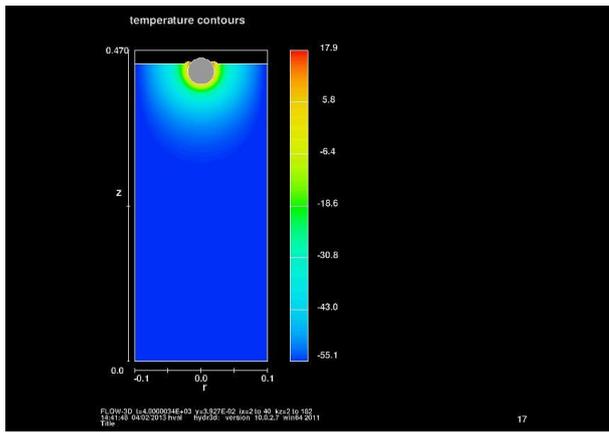


Рис. 12(а). Распределение температур

Рис. 12(б). Твердая и жидкая фазы льда

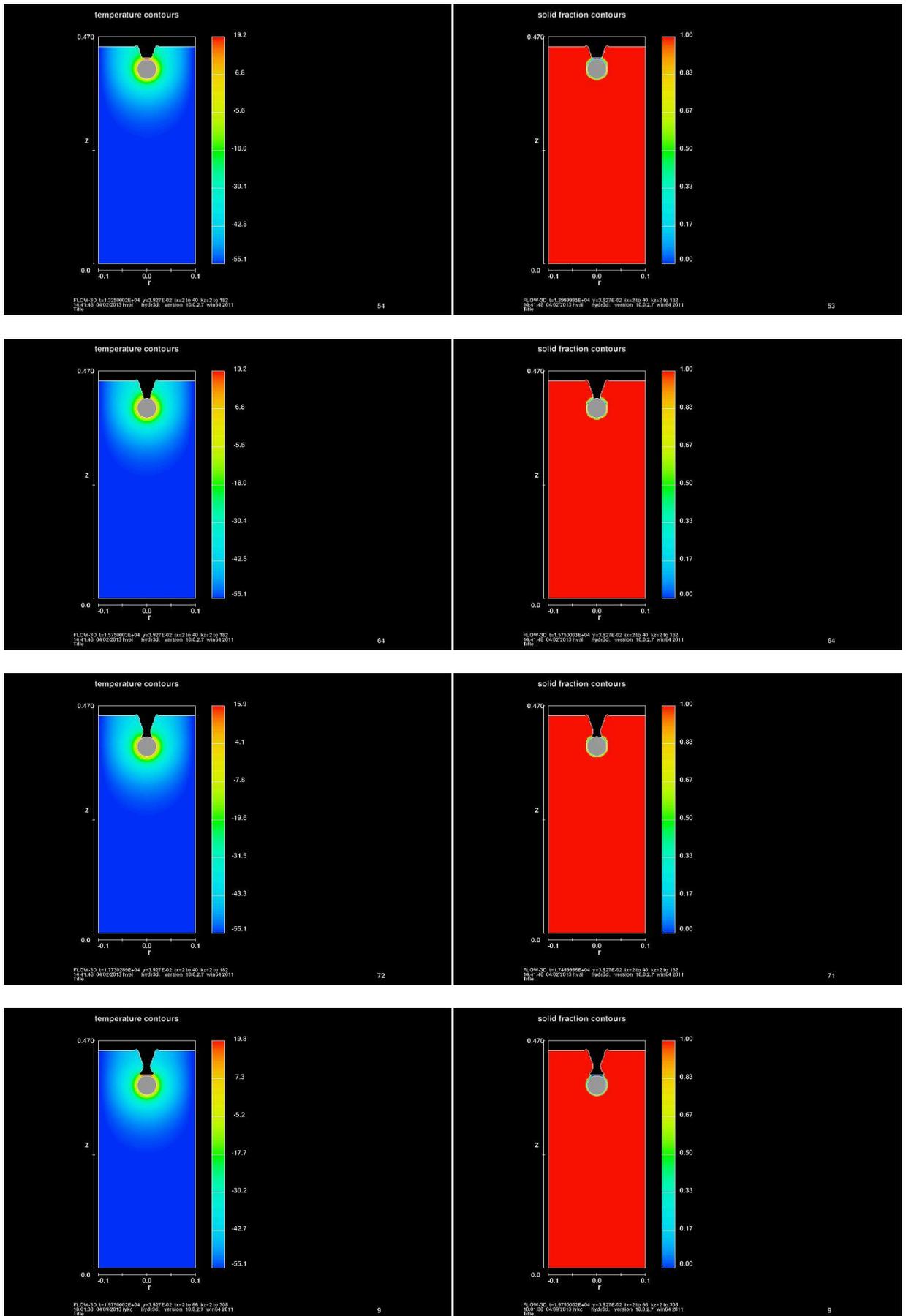


Рис. 12(а). Распределение температур Рис. 12(б). Твердая и жидкая фазы льда

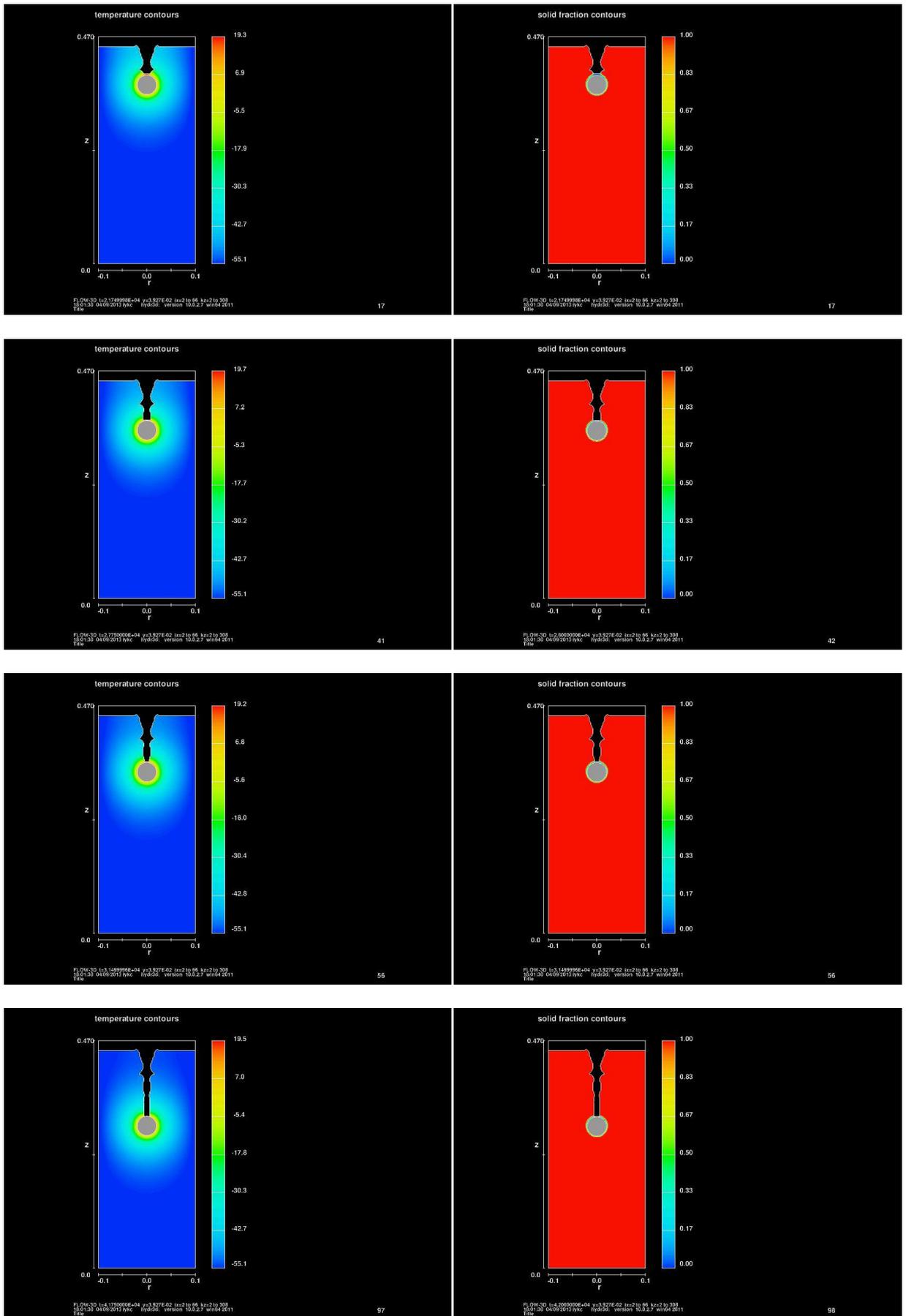


Рис. 12(а). Распределение температур Рис. 12(б). Твердая и жидкая фазы льда

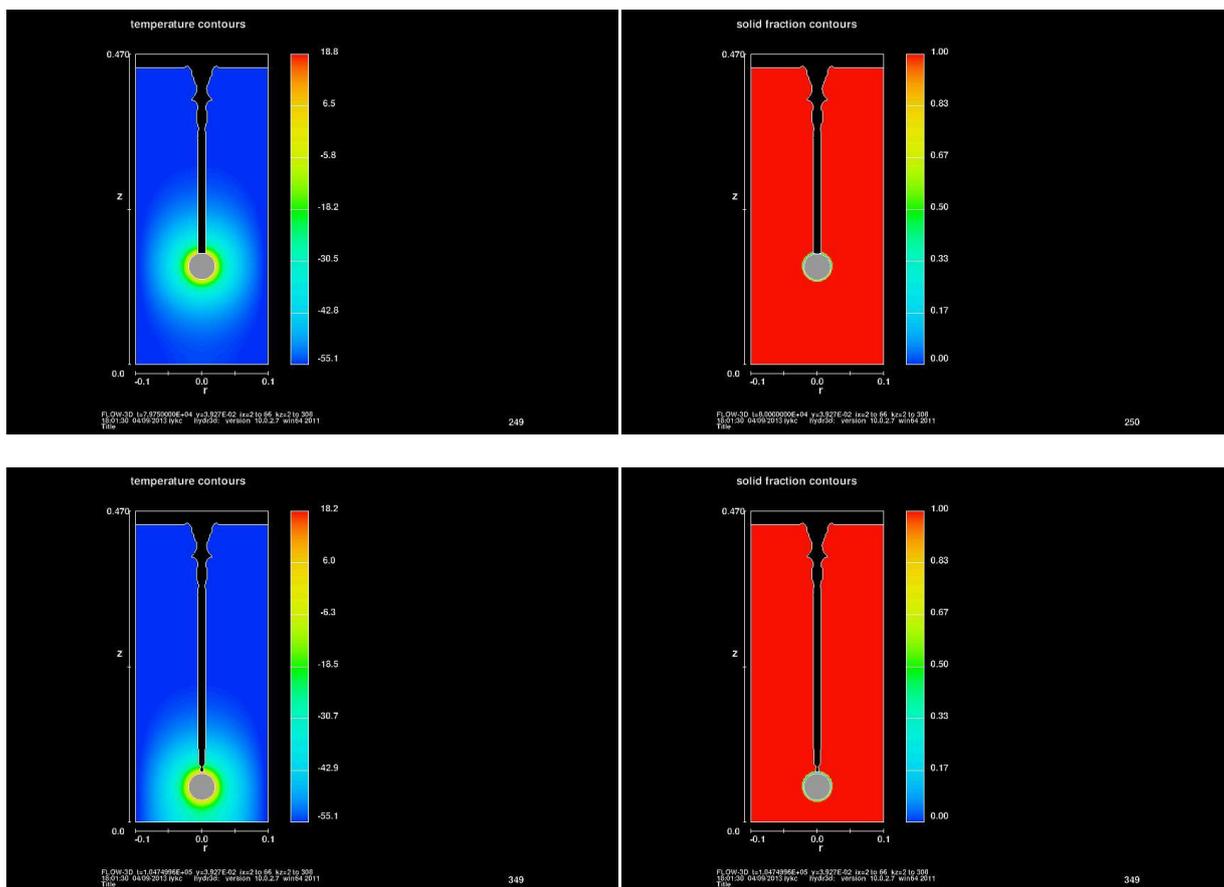


Рис. 12(а). Распределение температур Рис. 12(б). Твердая и жидкая фазы льда

Проведенное моделирование позволяет оценить форму канала протаивания и узнать момент времени его закрытия.

Тонкость прослойки воды, окружающей криобот во время движения позволяет предположить, что данные о скорости, полученные в результате расчета в Nastran/Patran адекватны и применимы к жизни.

2. Влияние температуры на скорость движения. Осесимметричная постановка

2.1 Криобот со сферическим наконечником

Рассмотрим влияние поверхностной температуры на скорость плавления. За основу моделирования возьмем данные об опытах, изложенных Кауфманом, Карглом и Комле в статье «Melting Probe for Mars and Europa. Final Report» [11]. В качестве модели криобота, возьмем,

описанный в данной статье, прототип 0 – криобот со сферическим наконечником.

Для упрощения расчетов вместо пространственной модели будем моделировать осесимметричную задачу.

Таблица 5. Основные характеристики льда (криобот со сферическим наконечником)

Радиус цилиндра льда, см	26
Высота цилиндра льда, см	100
Температура льда, °С	-50

Таблица 6. Основные характеристики прибора (криобот со сферическим наконечником)

Высота прибора, см	22
Радиус наконечника, см	3
Температура поверхности криобота, °С	10, 30, 50, 70, 90

Таблица 7. Свойства льда для системы метр-килограмм-секунда [2].

	Лед: T = -50°C	Вода: T = -6°C
Плотность, кг/м ³	0.924	0.980
Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	1741	4194
Теплопроводность, Вт/(м·К)	2.82	0.55

Расчеты произведем для различных температур поверхности криобота: от 10 градусов до 90 с шагом в 20 градусов.

Ход работы:

- 1) Построение геометрии в программе SolidWorks

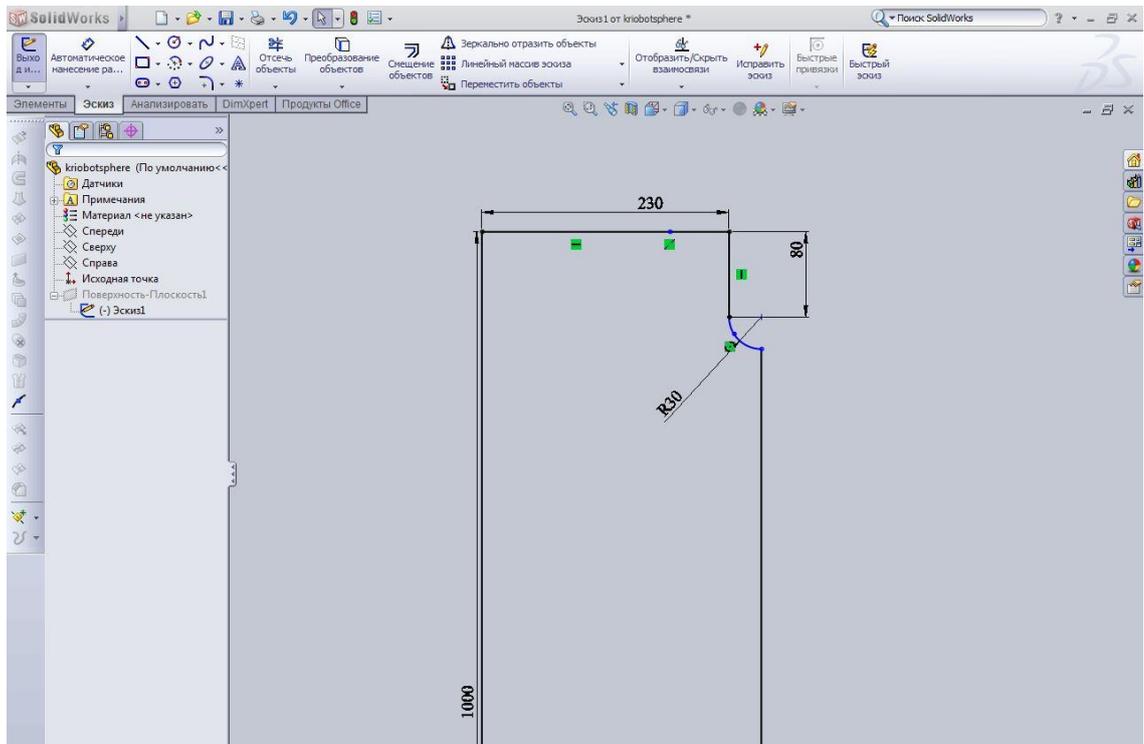


Рис. 13. Пример построения эскиза в SolidWorks

2) Моделирование в программе Patran: построение конечно-элементной сетки, создание материалов и свойств, задание граничных условий

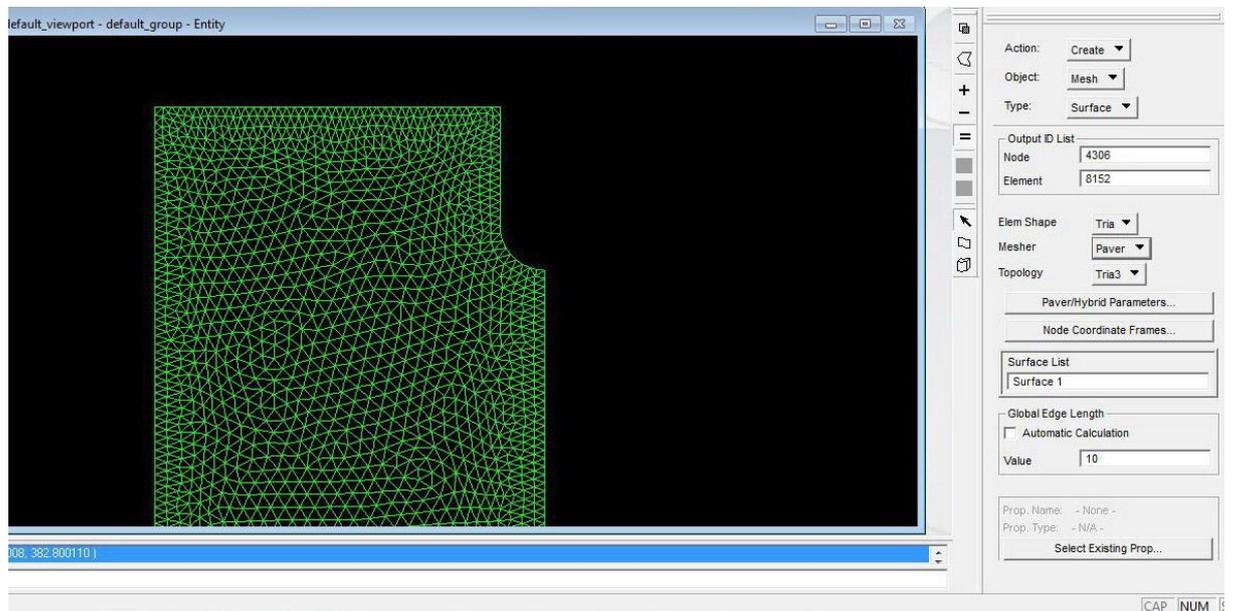


Рис. 14. Построение конечно-элементной сетки в Patran

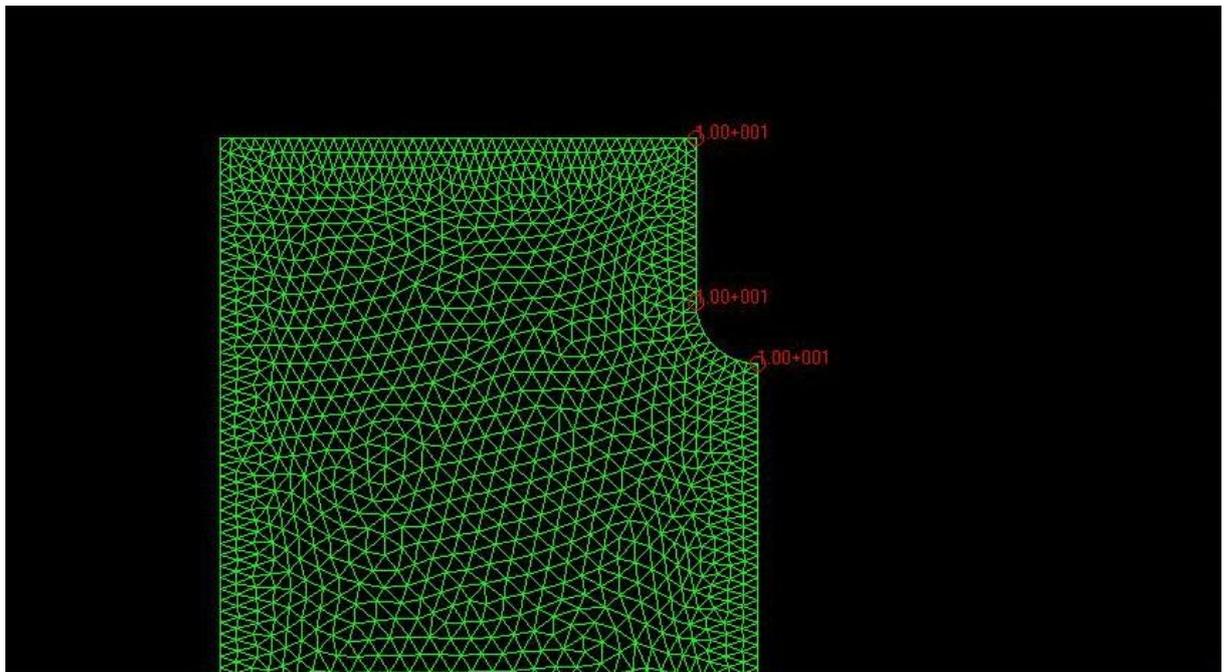


Рис. 15. Задание граничных условий: температура на поверхности крибота

- 3) Расчет в программе MSC.Nastran
- 4) Обработка результатов расчета, создание rpt-файла

В report входят сведения о температуре в выбранных узлах на каждом шаге по времени. В качестве интересующих узлов выбираем те, что расположены по оси движения крибота непосредственно под носом прибора.

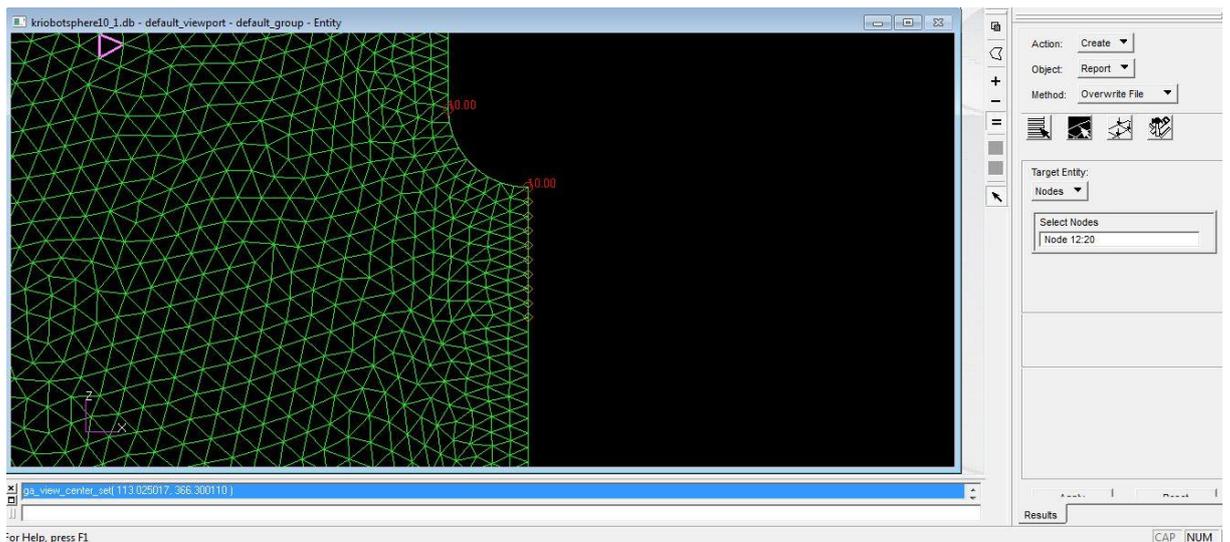


Рис. 16. Выбор узлов для rpt-файла

- 5) Обработка rpt-файла

rpt-файл обрабатывается в специальной расчетной программе. На выходе создается txt-файл со сведениями о времени достижения температуры плавления в каждом из выбранных узлов сетки, расположенных под носом прибора по вертикальной оси. Далее ищется момент стабилизации скорости по эмпирическому критерию.

Крибот с температурой поверхности 10 °С (сферический наконечник)								
Step_1	dx	t	v, mm/s	v, cm/h	%	2,20E+02	7,00E-06	
Node								
12	5,5	119,45	0,046044	16,57597	2,50%	3,85E-04	3,78E-04	
13	11	715,915	0,015365	5,531383	5,00%	-5,14E-05	4,44E-05	
14	16,5	2081,75	0,007926	2,853369	7,50%	-5,45E-06	-1,55E-06	
15	22	4192,38	0,005248	1,889142	10,00%	-1,27E-06	-5,73E-06	
16	27,5	6759,88	0,004068	1,464523	12,50%	-4,59E-07	-6,54E-06	
17	33	9512,97	0,003469	1,248821	15,00%	-2,18E-07	-6,78E-06	
18	38,5	12368,9	0,003113	1,120552	17,50%	-1,25E-07	-6,88E-06	
19	44	15286,3	0,002878	1,036222	20,00%	-8,03E-08	-6,92E-06	
20	49,5	18337	0,002699	0,971806	22,50%	-5,87E-08	-6,94E-06	
21	55	21446,9	0,002564	0,92321	25,00%	-4,34E-08	-6,96E-06	

Рис. 17. Обработка данных в Excel

б) Перестройка геометрии в программе SolidWorks по полученным данным

По итогам моделирования были получены следующие распределения температур для различных шагов и температур поверхности прибора.

Здесь приведены графики для температуры $T=10^{\circ}\text{C}$.

Распределения температур для 30°C – 90°C можно найти в Приложении 1.

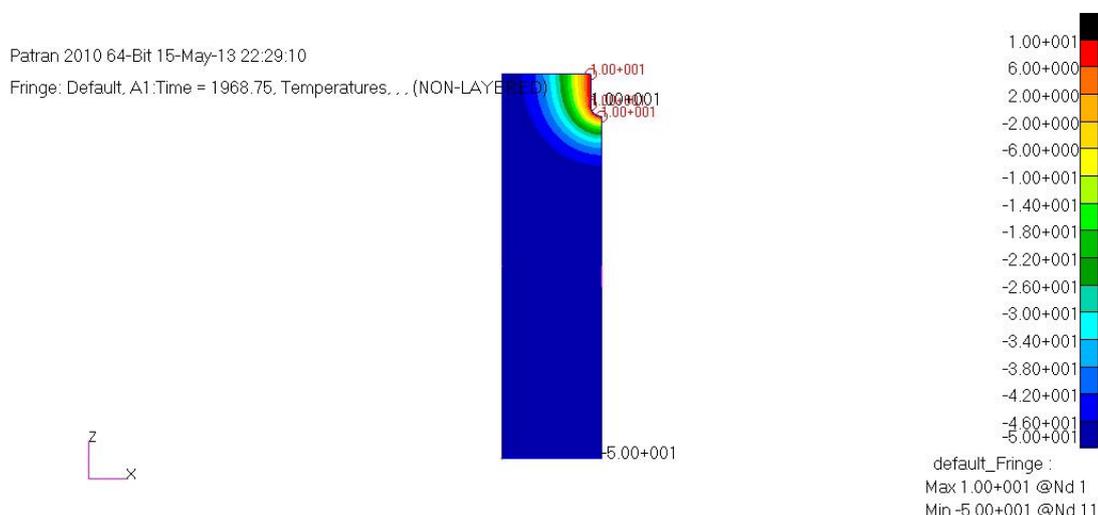
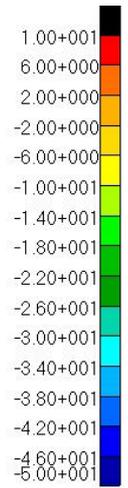
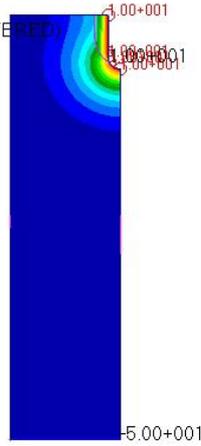


Рис. 18(a). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 01:24:40

Fringe: Default, A1:Time = 2756.25, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

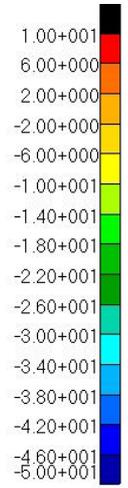
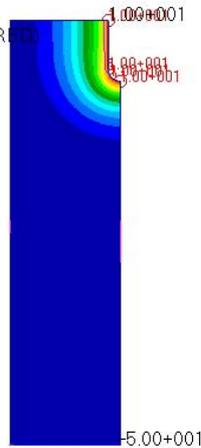


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 18(б). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 02:59:47

Fringe: Default, A1:Time = 2375., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

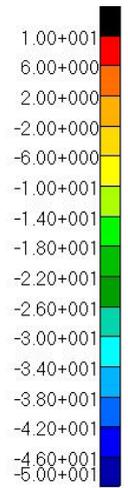
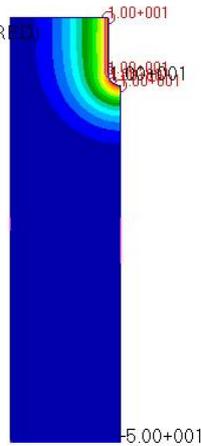


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 78

Рис. 18(в). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 13:19:30

Fringe: Default, A1:Time = 2350., Temperatures, ... (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 18(г). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

На 4 шаге для 50 градусов и на 3 шаге для 70 и 90 градусов произошло полное погружение прибора в лед.

Построим график зависимости скорости прибора от времени для различных температур поверхности.

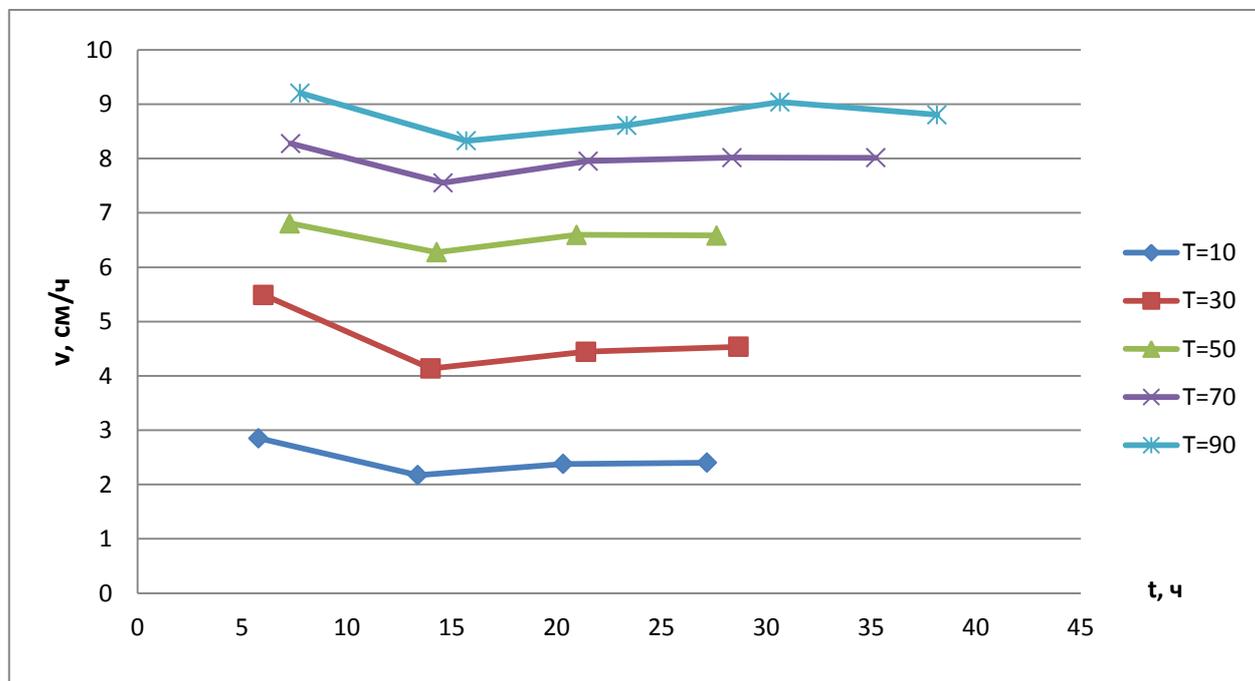


Рис. 19. График зависимости скорости движения крибота со сферическим наконечником от времени для различных температур

Анализируя полученные данные, можно выделить несколько закономерностей:

- Наибольшая скорость за весь процесс протаивания всегда достигается на первом шаге.
- Графики скоростей имеют тенденцию к выравниваю. Начиная с определенного шага, скорость стабилизируется.
- Чем больше мы поднимаем температуру поверхности, тем меньше от этого выигрыш по скорости (расстояния между графиками уменьшаются при движении по оси скорости вверх).

Посчитаем среднюю скорость для каждой из температур.

Таблица 8. Средняя скорость движения криобота в зависимости от температуры поверхности (сферический наконечник)

Температура поверхности Т, °С	Средняя скорость движения прибора v, см/ч
10	2,428
30	4,602
50	6,567
70	7,961
90	8,793

Построим график зависимости средней скорости проникновения от температуры поверхности прибора. Сравним полученный график с линейной функцией, выражающей прямую пропорциональную зависимость скорости от температуры с коэффициентом пропорциональности равным 1.

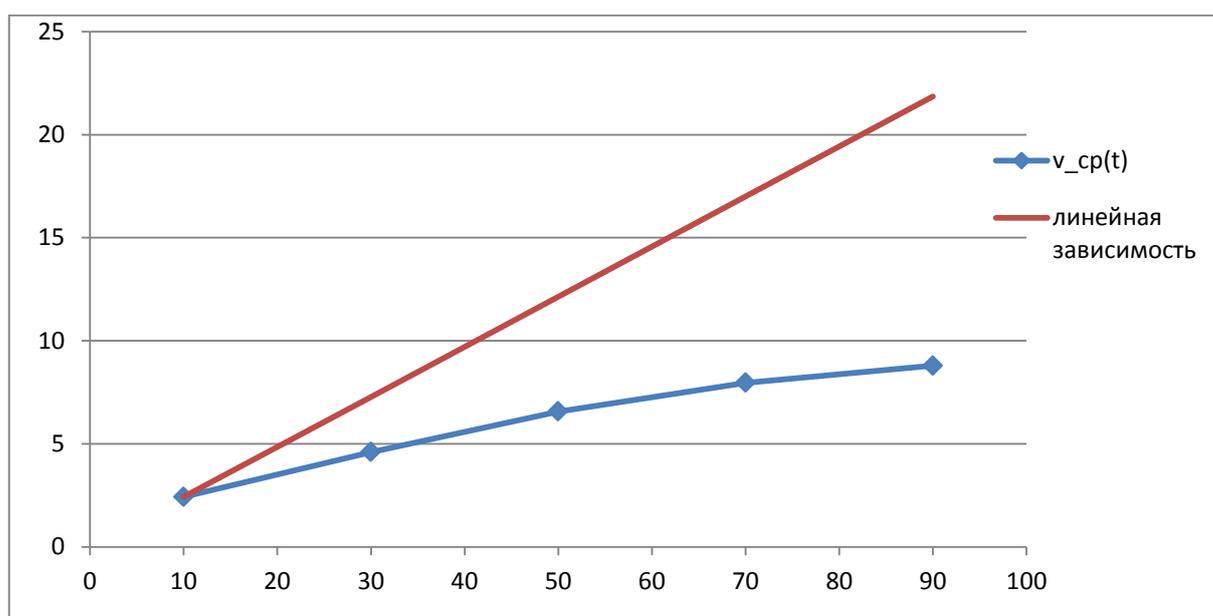


Рис. 20. График зависимости средней скорости движения криобота от температуры

Полученные результаты подтверждают замеченную ранее закономерность. С повышением температуры «КПД» этого повышения все сильнее и сильнее падает.

2.2 Криобот с плоским наконечником

Необходимо выяснить, зависит ли скорость прохождения прибора от формы наконечника. Для этого проведем численное моделирование аналогичное предыдущему, но, вместо сферического наконечника, рассмотрим плоский.

Таблица 9. Основные характеристики льда (криобот с плоским наконечником)

Радиус цилиндра льда, см	26
Высота цилиндра льда, см	100
Температура льда, °С	-50

Таблица 10. Основные характеристики прибора (криобот с плоским наконечником)

Высота прибора, см	22
Радиус наконечника, см	3
Температура поверхности криобота, °С	10, 30, 50, 70, 90

Свойства воды и льда идентичны используемым в предыдущем моделировании.

Таблица 11. Свойства льда для системы метр-килограмм-секунда [2].

	Лед: T = -50°C	Вода: T = -6°C
Плотность, кг/м ³	0.924	0.980
Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	1741	4194
Теплопроводность, Вт/(м·К)	2.82	0.55

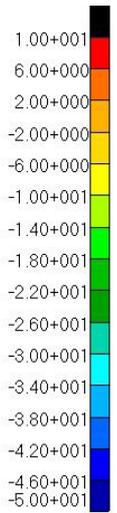
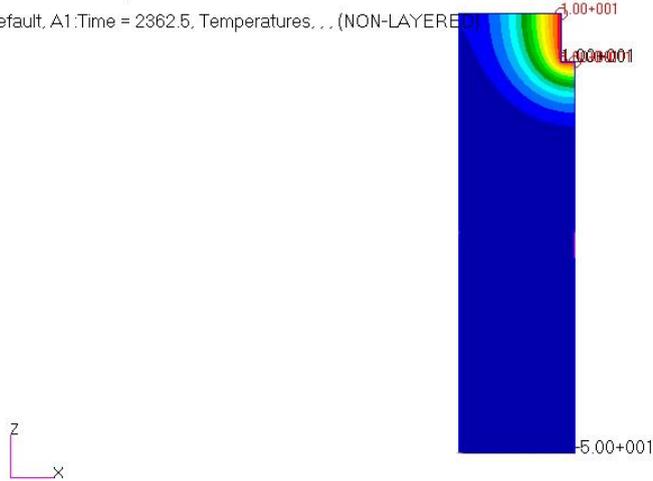
Для каждого из значений температуры были проведены 4 шага решения (по необходимости 5 для высоких показателей). Были получены следующие распределения температур.

Здесь приведены графики для температуры T=10°C .

Распределения температур для 30°C–90°C можно найти в Приложении 2.

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 20:55:09

Fringe: Default, A1:Time = 2362.5, Temperatures, . . . (NON-LAYERED)

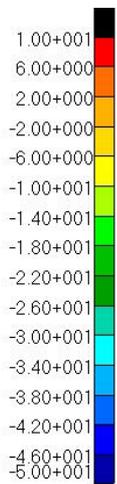
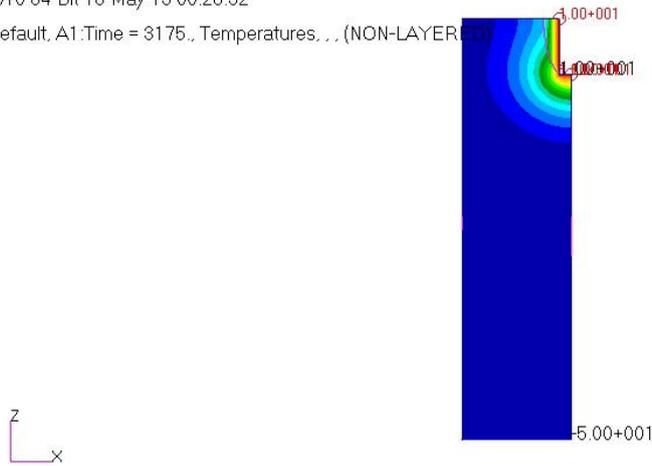


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 7

Рис. 21(а). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 00:28:32

Fringe: Default, A1:Time = 3175., Temperatures, . . . (NON-LAYERED)

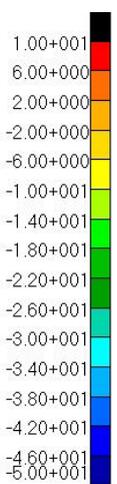
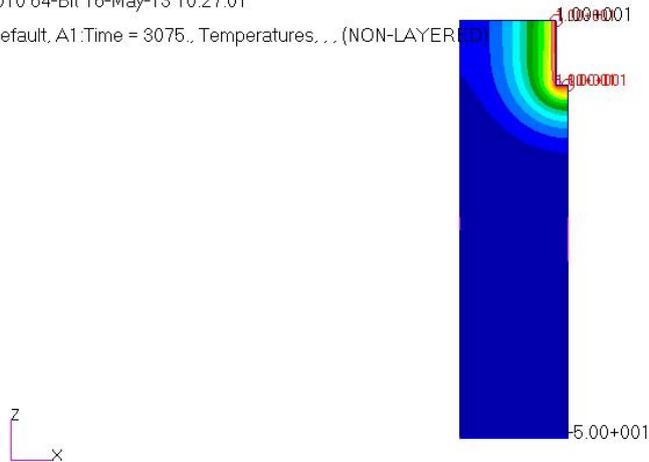


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 7

Рис. 21(б). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 10:27:01

Fringe: Default, A1:Time = 3075., Temperatures, . . . (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 91

Рис. 21(в). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 12:14:04

Fringe: Default, A1:Time = 2800., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

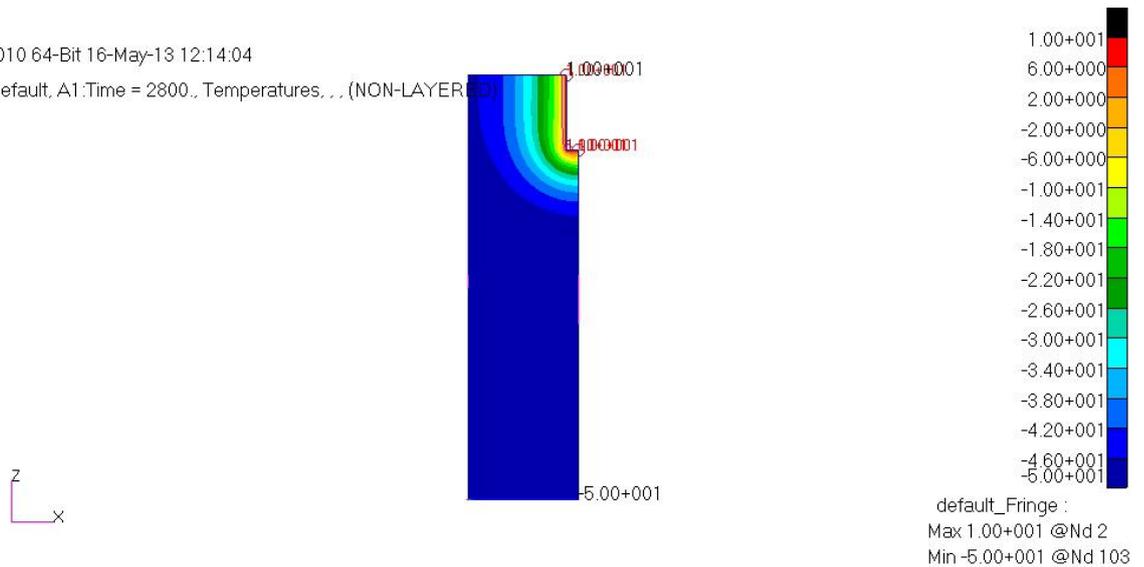


Рис. 21(г). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

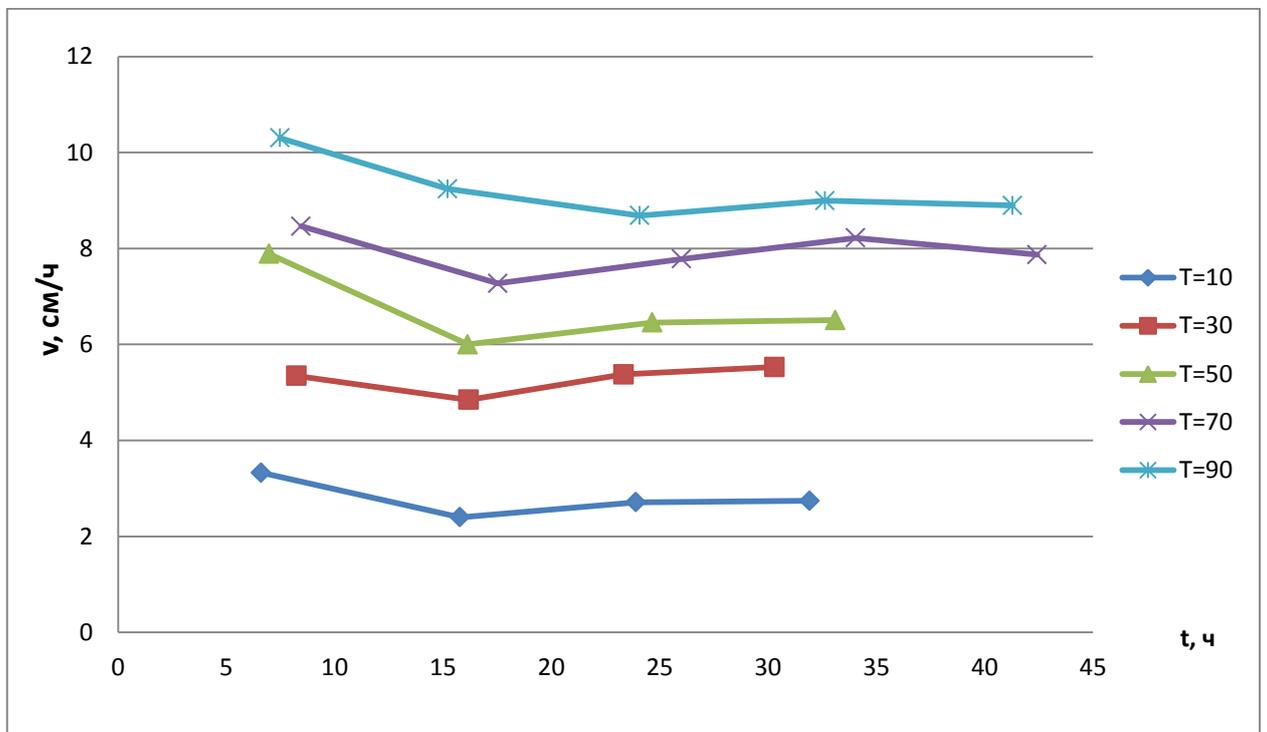


Рис. 22. График зависимости скорости движения криобота с плоским наконечником от времени для различных температур

Тенденции, отмеченные ранее для сферического наконечника, сохраняются и в случае плоского. Найдем среднюю скорость.

Таблица 12. Средняя скорость движения криобота в зависимости от температуры поверхности (плоский наконечник)

Температура поверхности Т, °С	Средняя скорость движения прибора v, см/ч
10	2,757
30	5,264
50	6,645
70	7,908
90	9,191

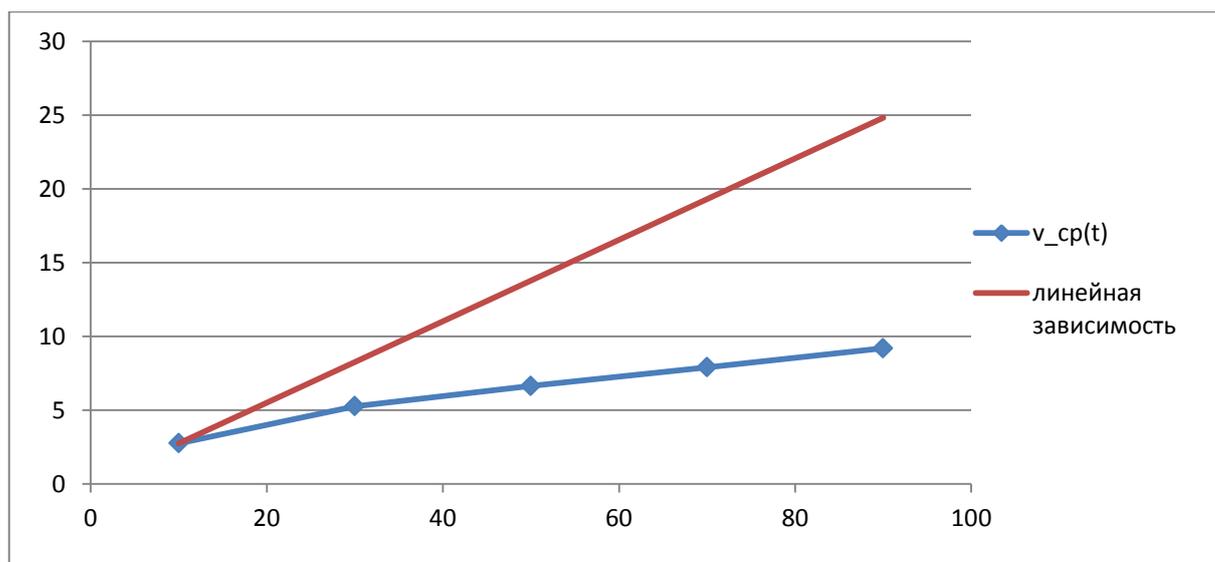


Рис. 23. График зависимости средней скорости движения криобота от температуры

3. Анализ полученных результатов

3.1. Сравнение полученных данных

Сравним и проведем анализ результатов, полученных для приборов различных форм. В начале сопоставим скорости движения прибора для выбранных температур.

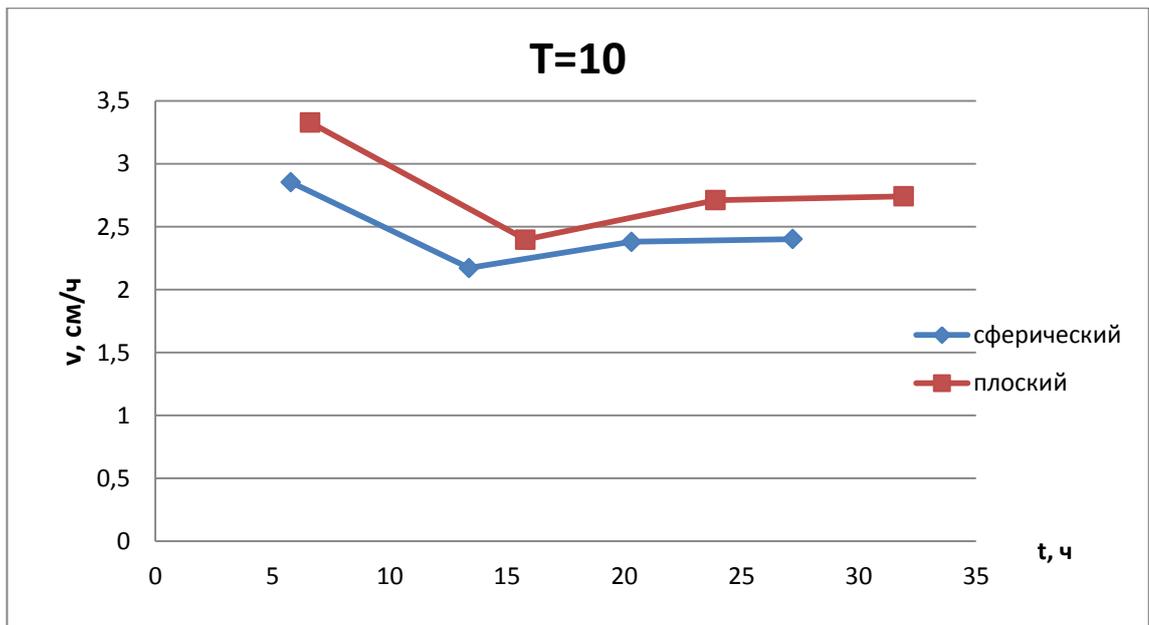


Рис. 24(а). График зависимости скорости движения криобота от времени для плоского и сферического наконечника, $T=10^{\circ}\text{C}$

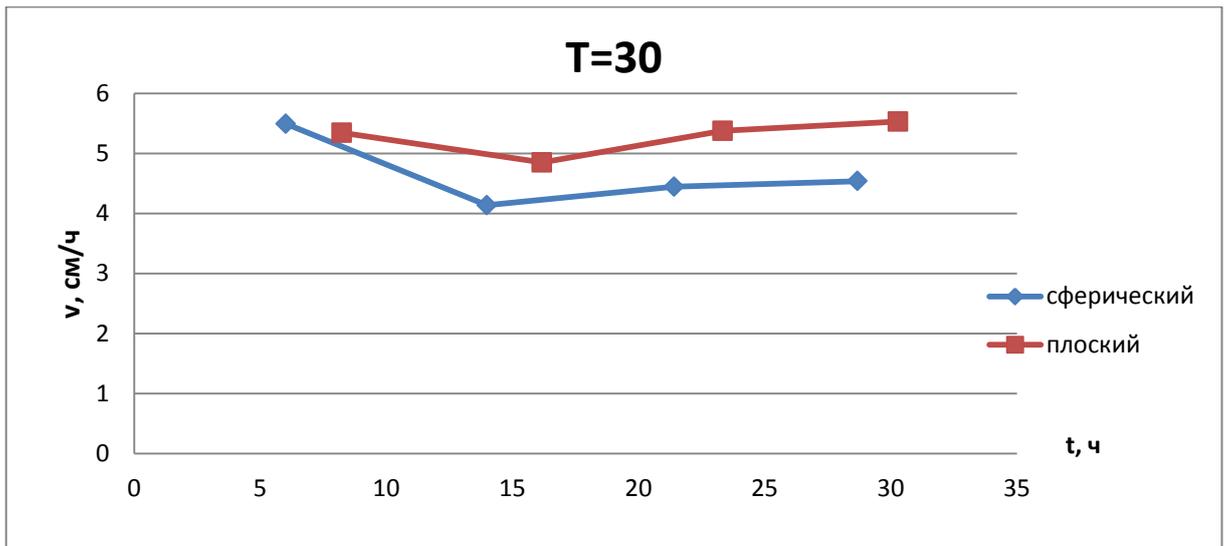


Рис. 24(б). График зависимости скорости движения криобота от времени для плоского и сферического наконечника, $T=30^{\circ}\text{C}$

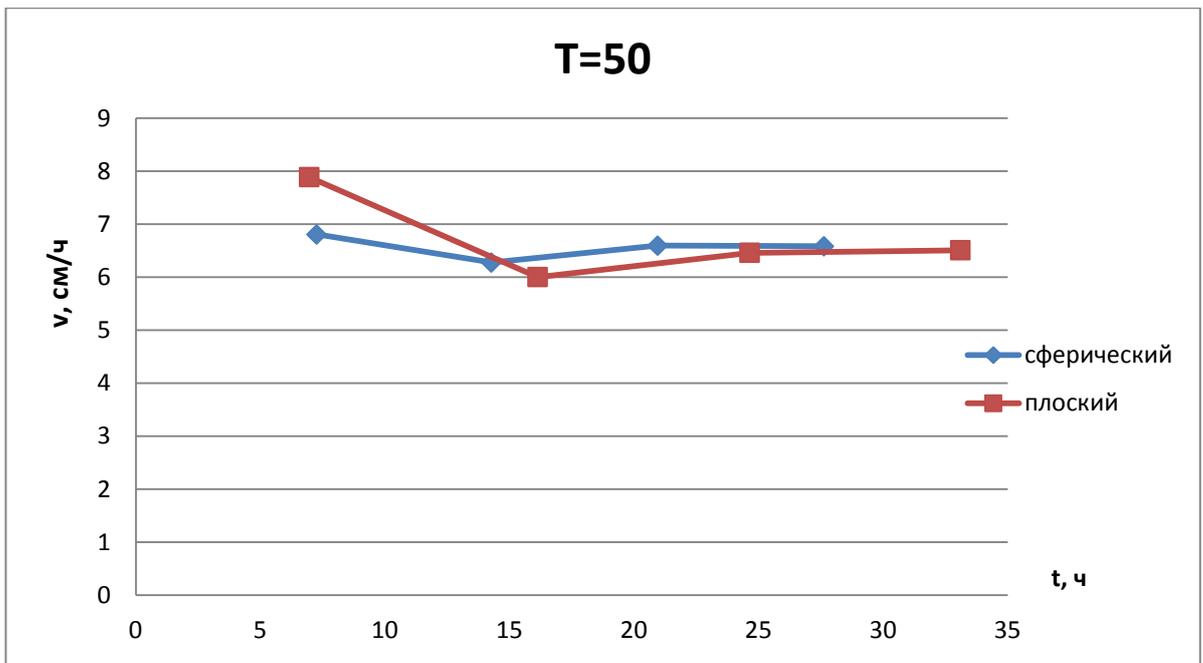


Рис. 24(в). График зависимости скорости движения крибота от времени для плоского и сферического наконечника, $T=50\text{ }^{\circ}\text{C}$

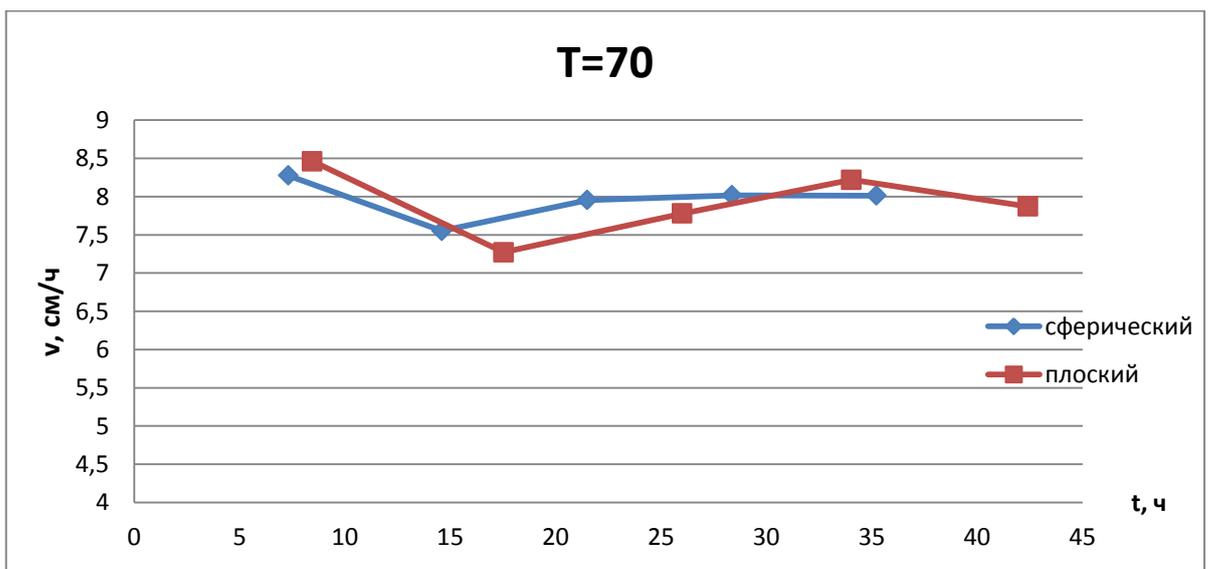


Рис. 24(г). График зависимости скорости движения крибота от времени для плоского и сферического наконечника, $T=70\text{ }^{\circ}\text{C}$

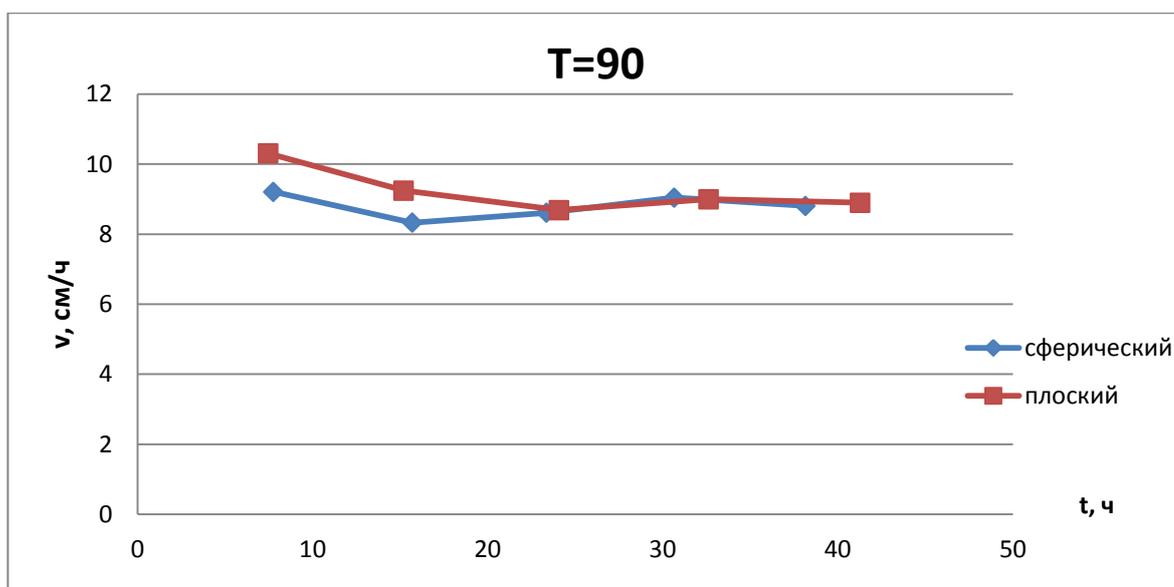


Рис. 24(д). График зависимости скорости движения криобота от времени для плоского и сферического наконечника, $T=90^{\circ}\text{C}$

При более низких температурах ($10-30^{\circ}\text{C}$) скорость прохождения прибора с плоским носом выше, чем у сферического. Однако, начиная с 50°C , графики скоростей пересекаются после второго шага решения. По двум последним графикам для 70 и 90°C , для которых сделано пять шагов решения, особенно четко видно, что в дальнейшем графики скоростей идут практически вровень.

То есть чем выше температура поверхности прибора, тем меньше зависит скорость проникновения от формы наконечника.

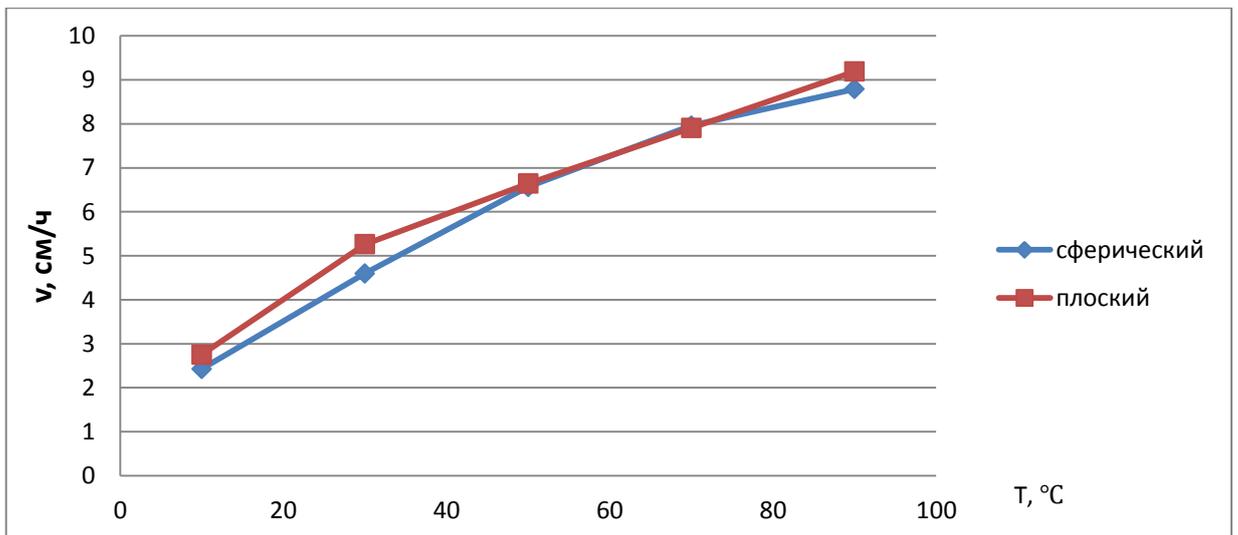


Рис. 25. График зависимости средней скорости движения кривоота от температуры для различных форм наконечника

3.2. Вычисление площади поверхности кривоота

Кривооты со сферическим и плоским наконечником имеют различную площадь поверхности. Вычислим ее.

$$S_{\text{сферы}} = 4\pi r^2$$

$$S_{\text{цилиндра}} = 2\pi r l + 2\pi r^2$$

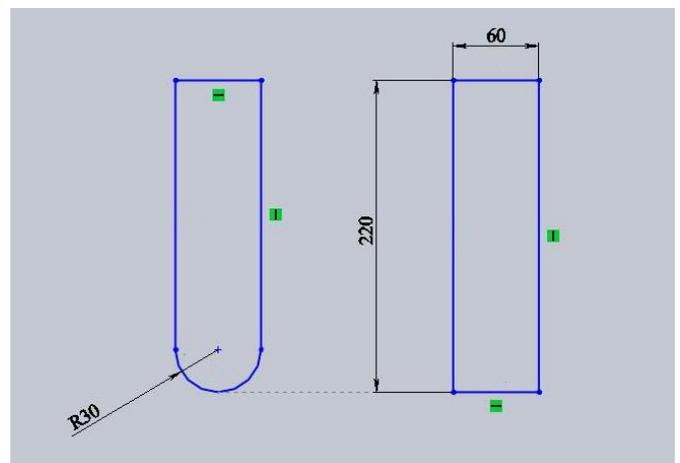


Рис. 26. Геометрия приборов

$$S_1 = 2\pi r^2 + 2\pi r(H - r) + \pi r^2 = 2\pi rH + \pi r^2 \quad - \quad \text{площадь поверхности сферического кривоота}$$

$$S_2 = 2\pi rH + 2\pi r^2 \quad - \quad \text{площадь поверхности плоского кривоота}$$

где $r = 30$ мм, а $H = 220$ мм.

$$S_1 = 14100\pi \text{ мм}^2$$

$$S_2 = 15000\pi \text{ мм}^2$$

Из которых

$$S_{\text{прибора без наконечника}} = 12300\pi \text{ мм}^2$$

$$S_{\text{сферического наконечника}} = 1800\pi \text{ мм}^2$$

$$S_{\text{плоского наконечника}} = 2700\pi \text{ мм}^2$$

В среднем для температур поверхности в 10 и 30 градусов выбор плоского криобота даст выигрыш в скорости на 5-15%. При этом площадь поверхности наконечника прибора увеличится в 1,5 раза (на 50%).

Увеличение площади поверхности ведет к увеличению затрат энергии на нагревание, что нежелательно в условиях работы в космосе. Посчитаем КПД каждого прибора, как среднюю скорость деленную на площадь поверхности.

Таблица 13. КПД криобота с различными формами наконечника

Температура поверхности T, °C	КПД прибора со сферическим наконечником	КПД прибора с плоским наконечником
10	0,0055	0,0058
30	0,0104	0,0111
50	0,015	0,0141
70	0,018	0,0168
90	0,0199	0,0195

Начиная с 50 градусов, принятое таким образом КПД прибора со сферическим наконечником превосходит КПД прибора с плоским наконечником. При текущей конфигурации прибора выбор сферического наконечника представляется более рациональным решением.

4. Выбор оптимальной формы и температуры прибора при заданных ограничениях

4.1. Постановка задачи и моделирование в MSC Patran/ Nastran

Сформулируем новую задачу следующим образом: необходимо подобрать оптимальные характеристики криобота для некоторых конкретно заданных ограничений.

Дано:

Температура льда: $T = -50^{\circ}\text{C}$;

Минимальный радиус прибора: $r \geq 10$ см;

Ограничение на объем прибора: возьмем объем в два раза больше, чем у прибора со сферическим наконечником из предыдущего моделирования.

Варьируемые параметры:

- поверхностная температура
(от 10 до 50 градусов с шагом 20)
- форма наконечника
(плоский, сферический или конический)

Выведем формулы для объема криобота различных форм.

$$V_{\text{прибор со сферическим наконечником}} = \pi r^2(H - r) + \frac{2}{3}\pi r^3 = \pi(r^2H - \frac{1}{3}r^3)$$

$$V_{\text{прибор с плоским наконечником}} = \pi r^2H$$

$$V_{\text{прибор с коническим наконечником}} = \pi r^2(H - r) + \frac{1}{3}\pi r^3 = \pi(r^2H - \frac{2}{3}r^3)$$

Посчитаем объем криобота со сферическим наконечником из предыдущего моделирования.

$$V' = \pi(900 \cdot 220 - 9000) = 189000\pi$$

$2V' = V_c = V_{\Pi} = V_k$, где V_c, V_{Π}, V_k – объемы искомым для моделирования приборов со сферическим, плоским и конически наконечниками соответственно.

$$r_c^2 H_c - \frac{1}{3} r_c^3 = 378000$$

$$r_{\Pi}^2 H_{\Pi} = 378000$$

$$r_k^2 H_k - \frac{2}{3} r_k^3 = 378000$$

Зависимость высоты прибора от радиуса:

$$H_c = \frac{378000}{r_c^2} + \frac{1}{3} r_c$$

$$H_{\Pi} = \frac{378000}{r_{\Pi}^2}$$

$$H_k = \frac{378000}{r_k^2} + \frac{2}{3} r_k$$

Возьмем $r_c = r_{\Pi} = r_k = 30$ мм . Следовательно $H_c = 430$ мм ; $H_{\Pi} = 420$ мм; $H_k = 440$ мм.

Таблица 14. Основные характеристики льда

Радиус цилиндра льда, см	28
Высота цилиндра льда, см	100
Температура льда, °С	-50

Таблица 15. Основные характеристики прибора со сферическим наконечником

Высота прибора, см	43
Радиус наконечника, см	3
Температура поверхности криобота, °С	10, 30, 50

Таблица 16. Основные характеристики прибора с плоским наконечником

Высота прибора, см	42
Радиус прибора, см	3
Температура поверхности криобота, °С	10, 30, 50

Таблица 17. Основные характеристики прибора с коническим наконечником

Высота прибора, см	44
Радиус наконечника, см	3
Температура поверхности криобота, °С	10, 30, 50

Здесь приведены графики только для температуры $T=10^{\circ}\text{C}$ и сферического наконечника.

Распределения температур для 30°C и 50°C для сферического наконечника, а также распределения температур для плоского и конического наконечника можно найти в Приложении 3.

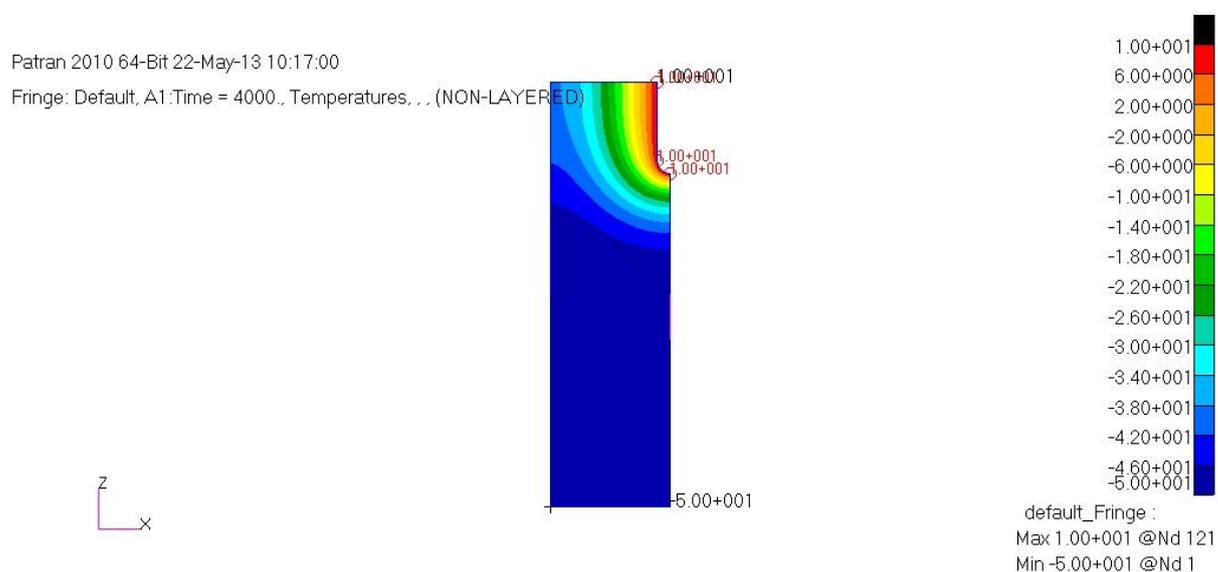


Рис. 27(а). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 01:03:12

Fringe: Default, A1:Time = 6300., Temperatures. . . (NON-LAYERED)

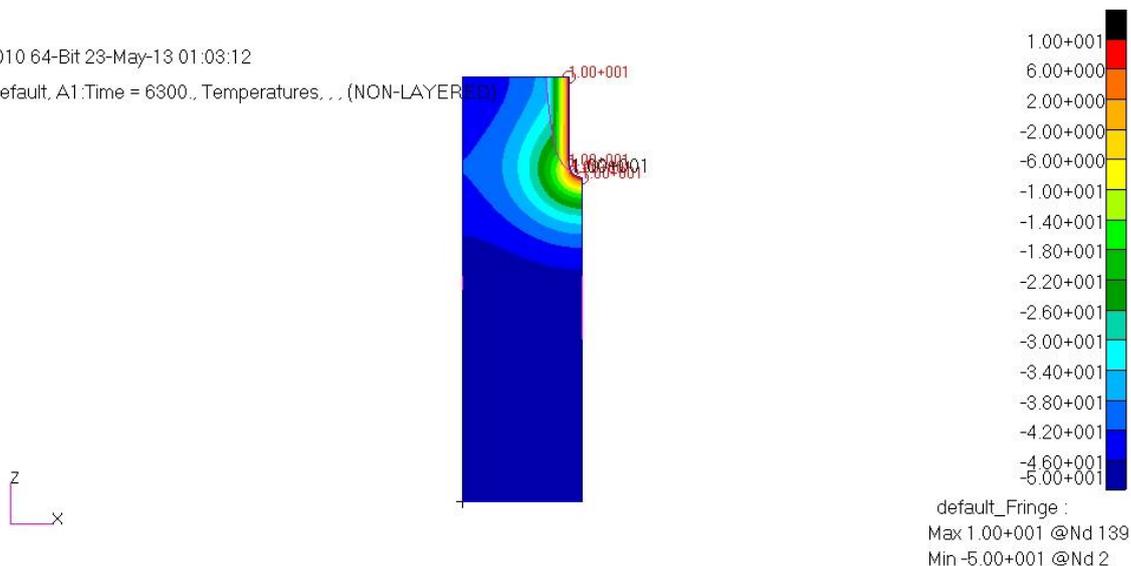


Рис. 27(б). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 00:32:50

Fringe: Default, A1:Time = 5400., Temperatures. . . (NON-LAYERED)

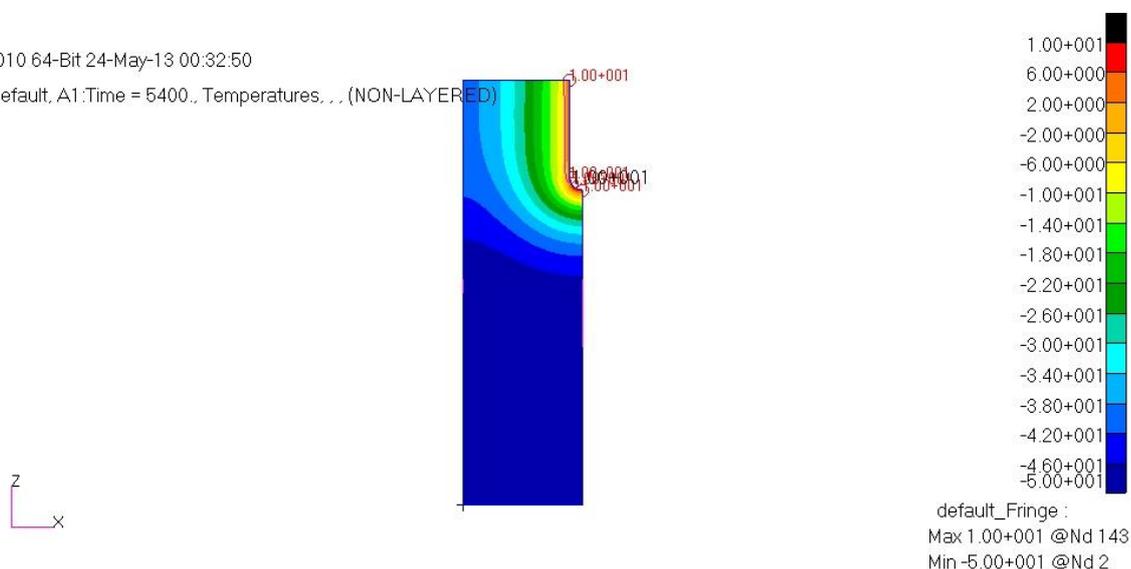


Рис. 27(в). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 10:10:49

Fringe: Default, A1:Time = 5500., Temperatures. . . (NON-LAYERED)

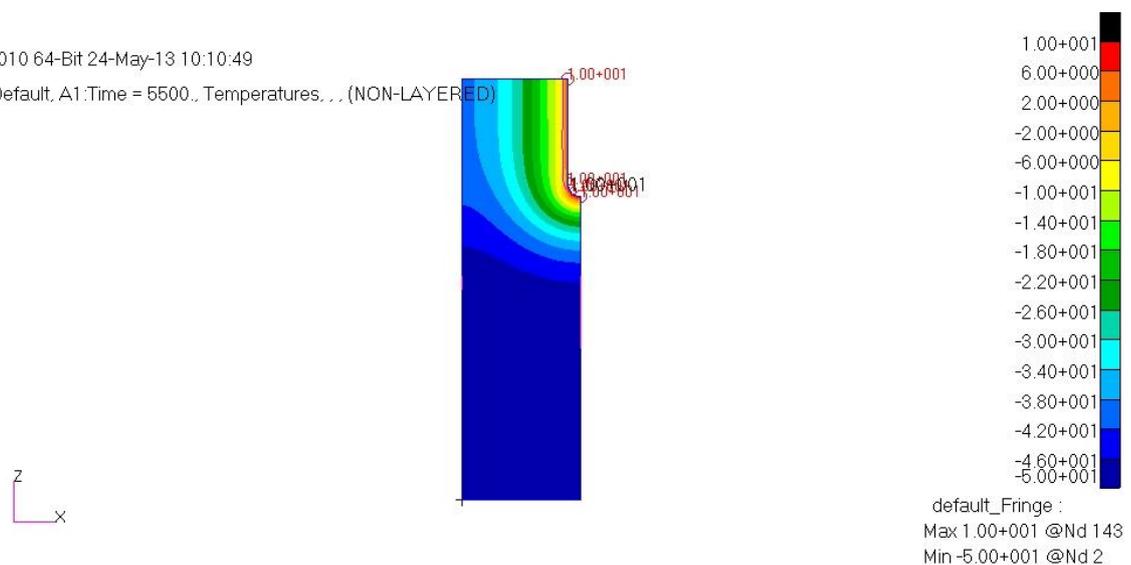


Рис. 27(г). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Построим графики зависимости скорости приборов с различной формой наконечника от времени для различных температур поверхности.

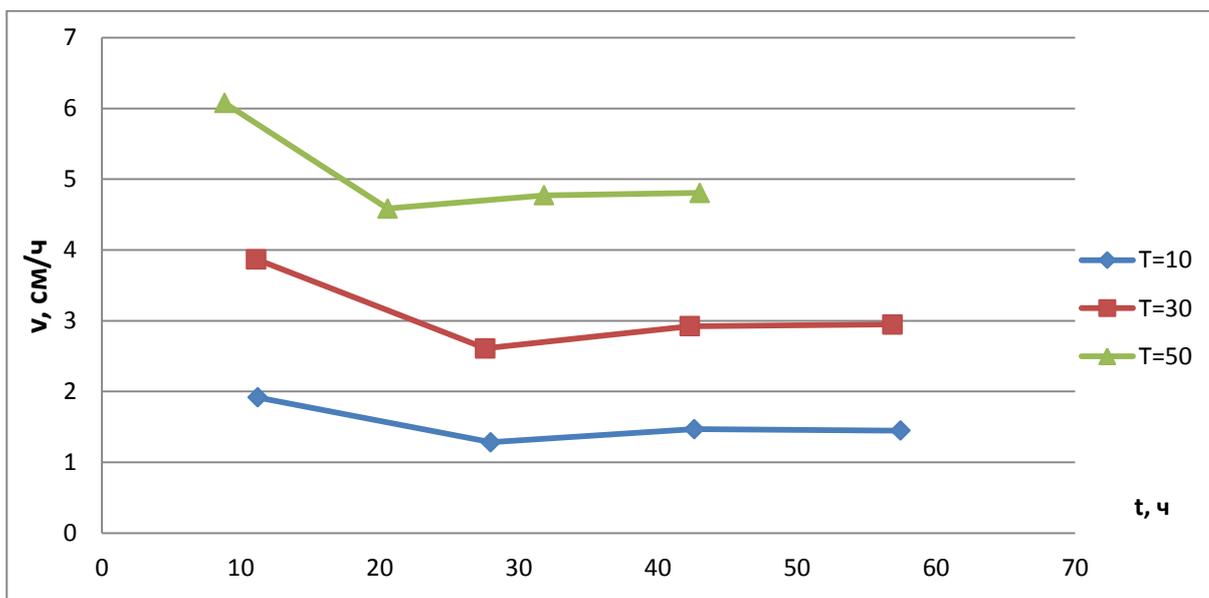


Рис. 28(а). График зависимости скорости движения крибота со сферическим наконечником от времени для различных температур

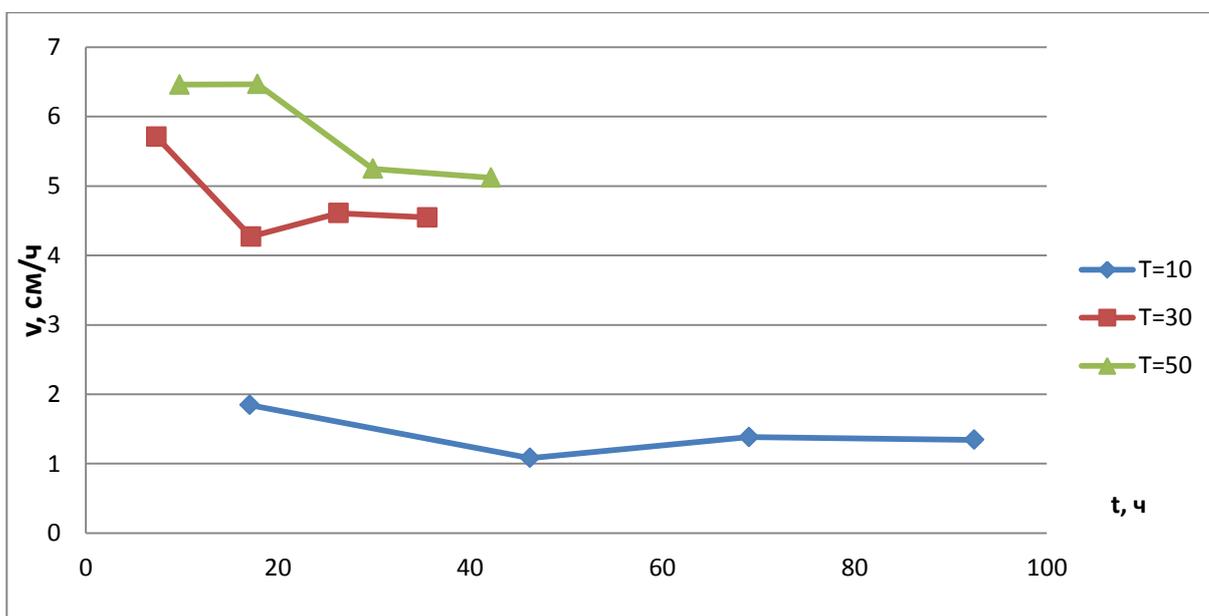


Рис. 28(б). График зависимости скорости движения крибота с плоским наконечником от времени для различных температур

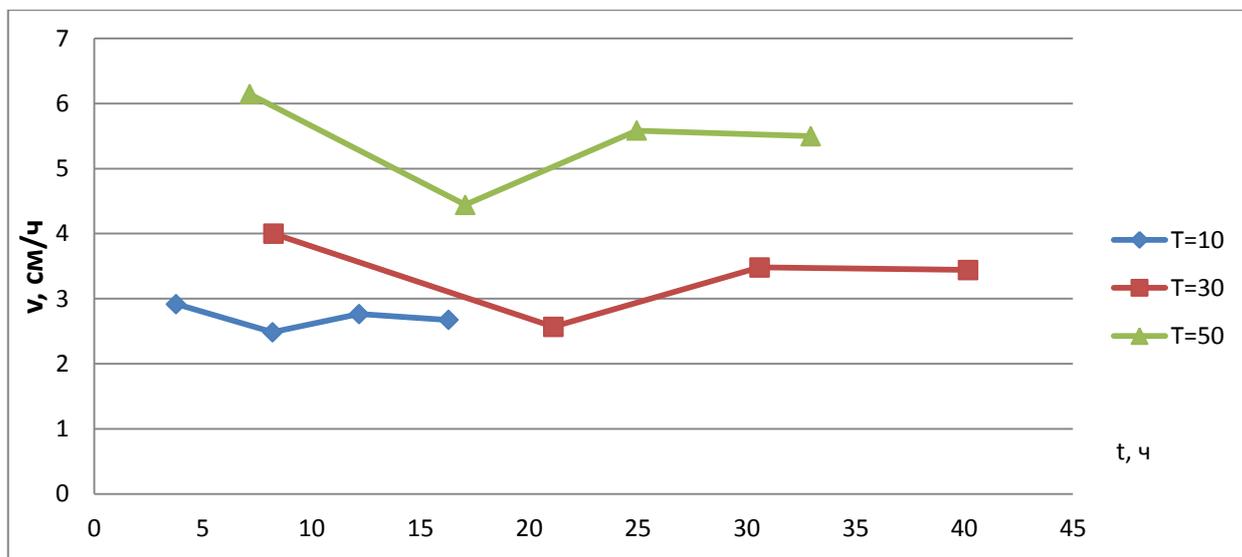


Рис. 28(в). График зависимости скорости движения криобота с коническим наконечником от времени для различных температур

По данным полученным в ходе моделирования заметно, что прибор со сферическим наконечником имеет наиболее равномерное распределение скоростей во времени.

Построим графики зависимости средней скорости проникновения от температуры поверхности прибора. Для каждого построим линейную функцию, выражающую прямую пропорциональную зависимость скорости от температуры с коэффициентом пропорциональности равным 1.

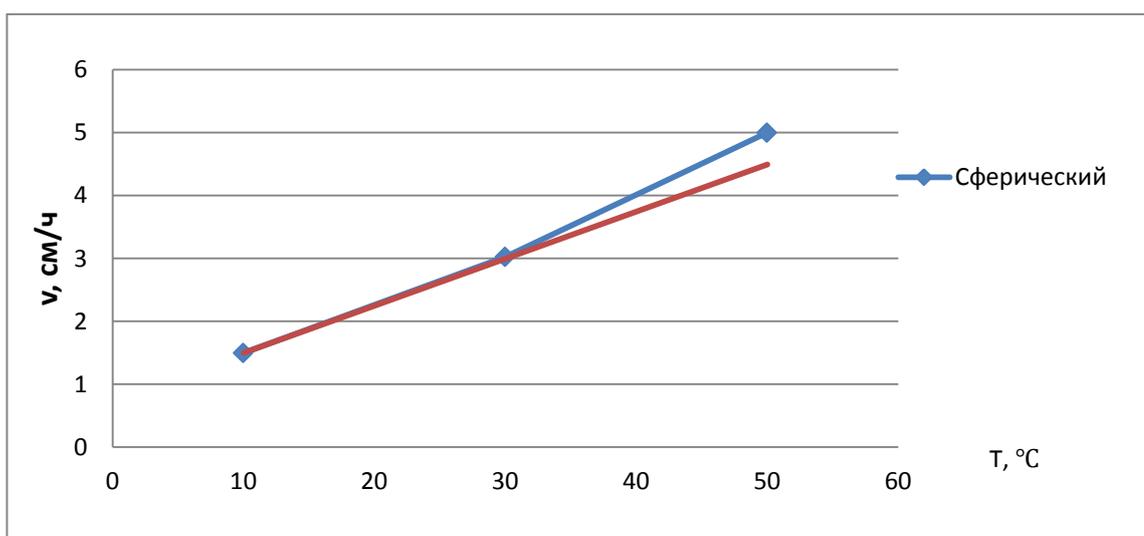


Рис. 29(а). График зависимости средней скорости движения криобота со сферическим наконечником от температуры

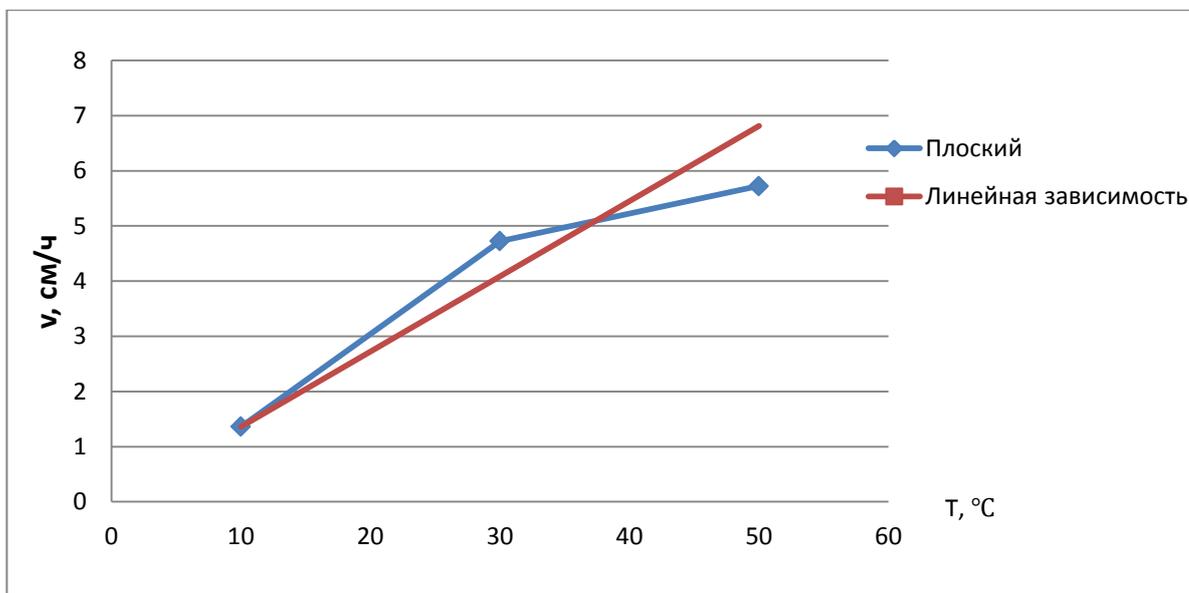


Рис. 29(б). График зависимости средней скорости движения криобота с плоским наконечником от температуры

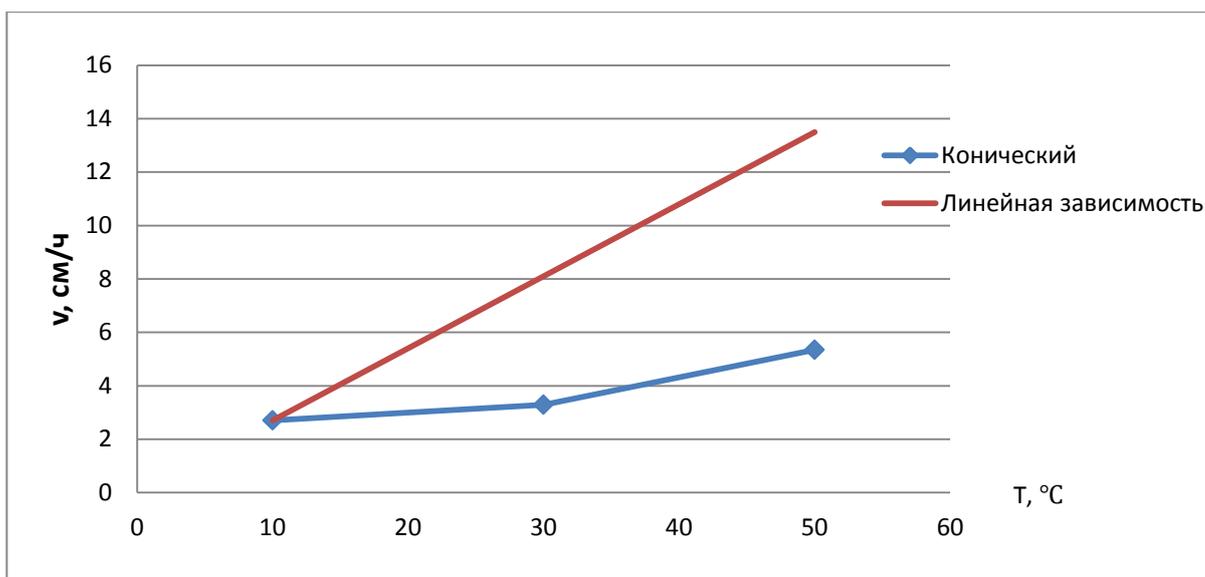


Рис. 29(в). График зависимости средней скорости движения криобота с коническим наконечником от температуры

Средняя скорость криобота со сферическим наконечником равномерно увеличивается с повышением температуры, притом увеличивается быстрее, чем линейная функция. Использование прибора с коническим наконечником, напротив выгодно при низких температурах. Прибор с плоским наконечником некоторое время «выигрывает» от повышения

поверхностной температуры, но с определенного момента продолжать повышать температуру становится невыгодно.

Построим графики и сопоставим скорости движения приборов различных конфигураций для каждой из выбранных температур.

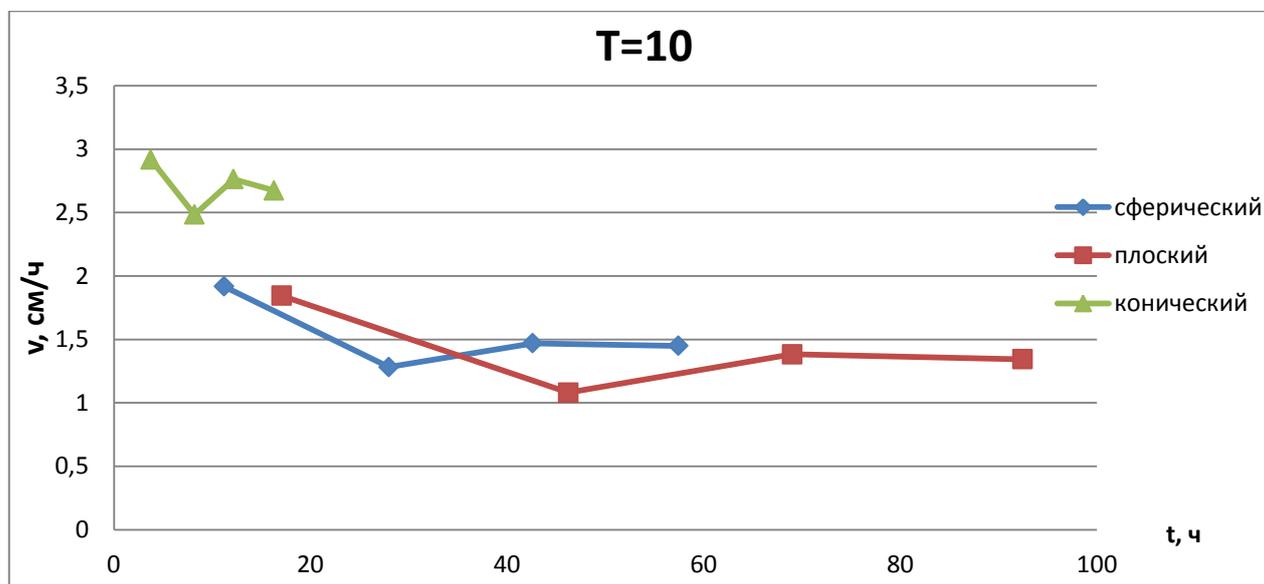


Рис. 30(а). График зависимости скорости движения кривоота от времени для сферического, плоского и конического наконечника, T=10°C

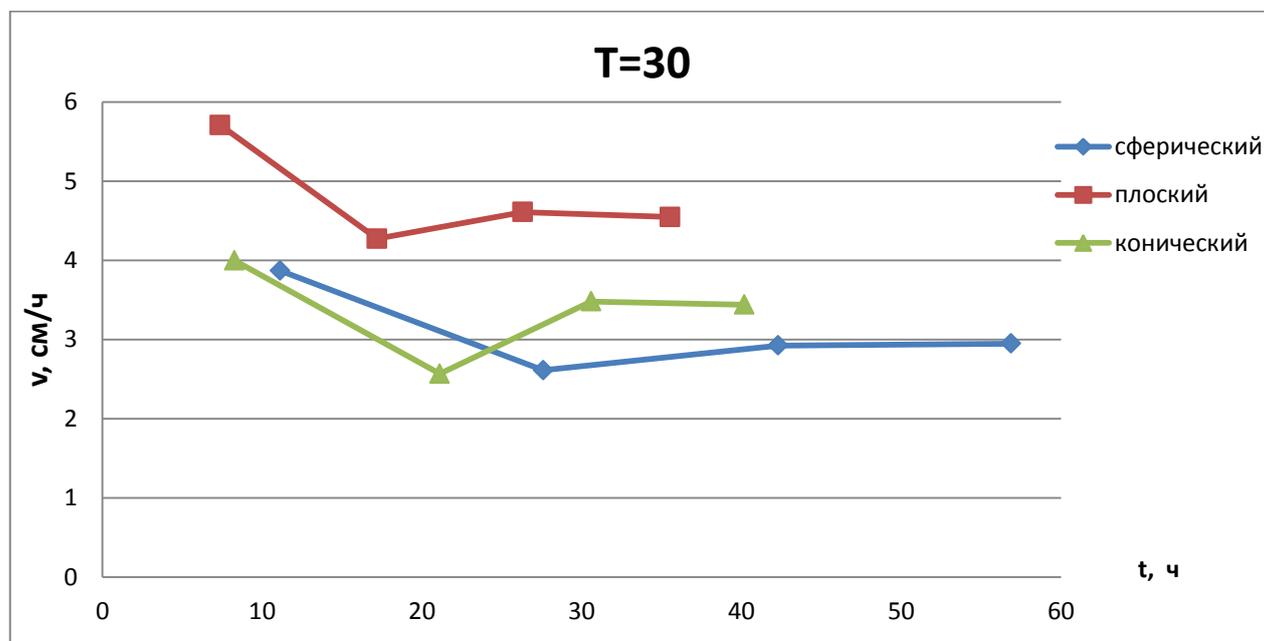


Рис. 30(б). График зависимости скорости движения кривоота от времени для сферического, плоского и конического наконечника, T=30°C

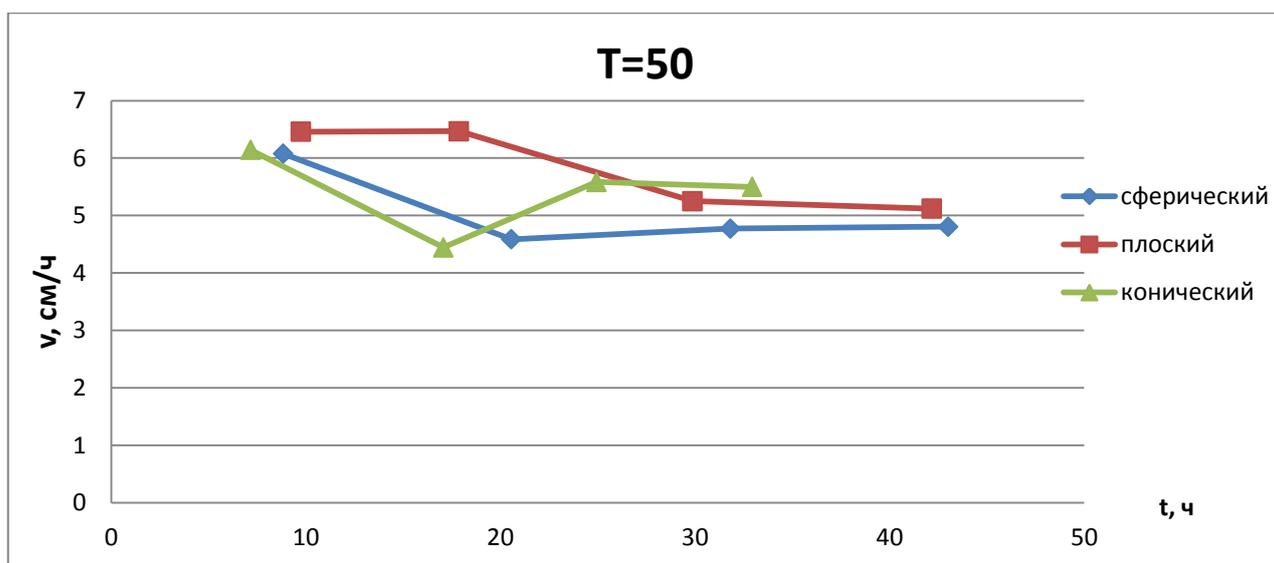


Рис. 30(в). График зависимости скорости движения криобота от времени для сферического, плоского и конического наконечника, $T=50\text{ }^{\circ}\text{C}$

Посчитаем среднюю скорость движения для каждого из моделируемых приборов.

Таблица 18. Средняя скорость движения криобота в зависимости от температуры поверхности (сферический наконечник)

Температура поверхности $T, \text{ }^{\circ}\text{C}$	Средняя скорость движения прибора $v, \text{ см/ч}$
10	1,497
30	3,024
50	4,999

Таблица 19. Средняя скорость движения криобота в зависимости от температуры поверхности (плоский наконечник)

Температура поверхности $T, \text{ }^{\circ}\text{C}$	Средняя скорость движения прибора $v, \text{ см/ч}$
10	1,363
30	4,728
50	5,726

Таблица 20. Средняя скорость движения криобота в зависимости от температуры поверхности (конический наконечник)

Температура поверхности $T, \text{ }^{\circ}\text{C}$	Средняя скорость движения прибора $v, \text{ см/ч}$
10	2,700
30	3,285
50	5,342

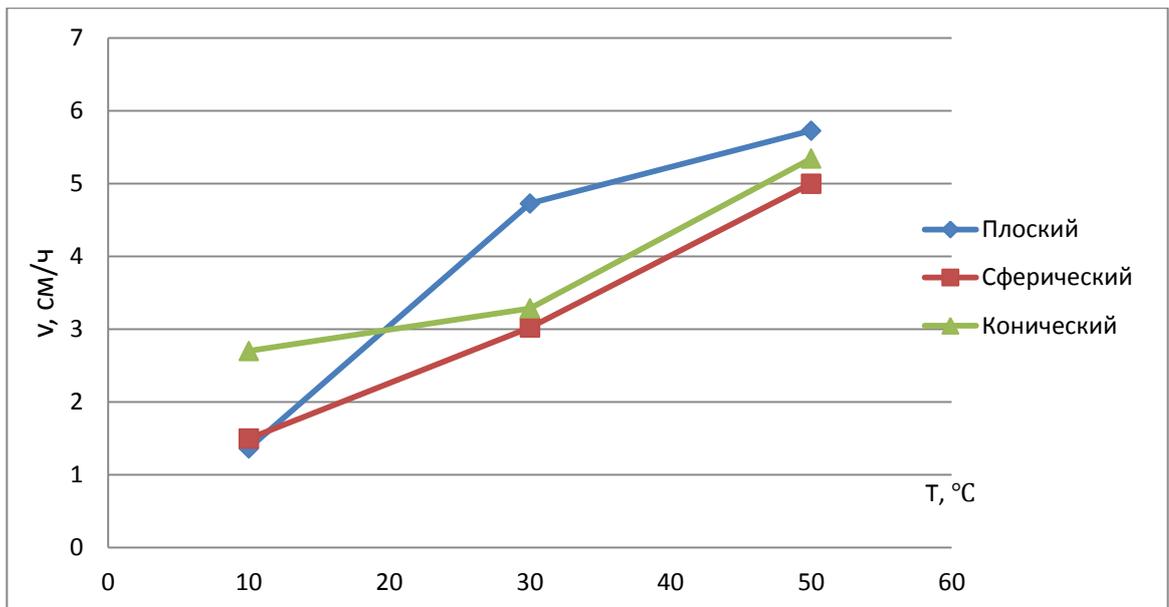


Рис. 31. График зависимости средней скорости движения кривоота от температуры для различных форм наконечника

По полученным данным видно, что с повышением температуры поверхности уменьшается зависимость скорости от формы наконечника. При $T=50^{\circ}\text{C}$ все три прибора движутся практически с одинаковой скоростью, значения средних скоростей очень близки. На рисунке. 29(в) можно заметить, как сходятся графики скоростей.

Вычислим площадь поверхности для каждого из моделируемых приборов:

$$S_c = 2\pi r_c(H_c - r_c) + \pi r_c^2 + 2\pi r_c^2$$

$$S_{\Pi} = 2\pi r_{\Pi}H_{\Pi} + 2\pi r_{\Pi}^2$$

$$S_k = 2\pi r_k(H_k - r_k) + \pi r_k^2 + \pi r_k^2\sqrt{2}$$

$$r_c = r_{\Pi} = r_k = 30 \text{ мм}; H_c = 430 \text{ мм}; H_{\Pi} = 420 \text{ мм}; H_k = 440 \text{ мм}.$$

$$S_c = 26700\pi$$

$$S_{\Pi} = 27000\pi$$

$$S_k = 26773\pi$$

Большая площадь поверхности означает большие затраты энергии на нагрев, что, в условиях функционирования прибора в космосе, является нежелательным эффектом, и мы стремимся к снижению энергозатрат. Также в условиях неопределенности реальных свойств льда, мы не можем гарантировать его однородность. А в случае льда с вкраплениями прибор с плоским наконечником будет отклоняться сильнее всего. Поэтому, несмотря на то что прибор с плоским наконечником показывает достаточно неплохие скорости проникновения, мы не можем утверждать, что он оптимален.

Скорости во время реального движения прибора редко бывают, постоянны, а меняются в некотором диапазоне значений. Время и скорость движения крибота с коническим наконечником находится в сильной зависимости от температуры поверхности прибора (рис. 28(в).) Поэтому в данном случае предпочтение отдается криботу со сферическим наконечником, т.к. его распределение скорости для различных температур наиболее равномерно во времени.

4.2. Моделирование во FLOW-3D. Крибот со сферическим наконечником

Так как моделирование с учетом фазового перехода во FLOW-3D дало адекватные результаты в случае моделирования перемещения сферического крибота, проведем подобное для данной задачи. Выберем крибот со сферическим наконечником и температурой поверхности 30°C.

Моделирование проведем, основываясь на данных, полученных в ходе расчетов в MSC.Nastran.

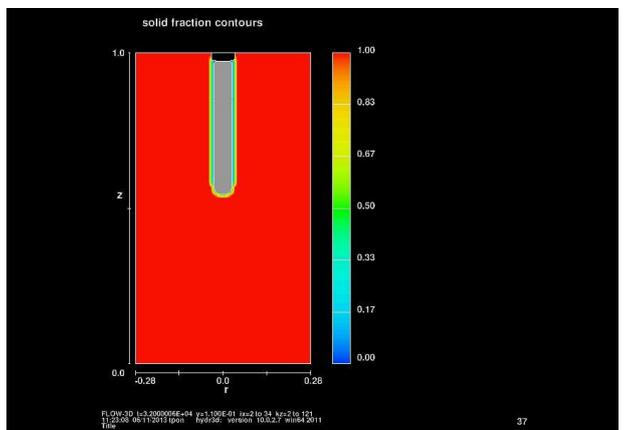
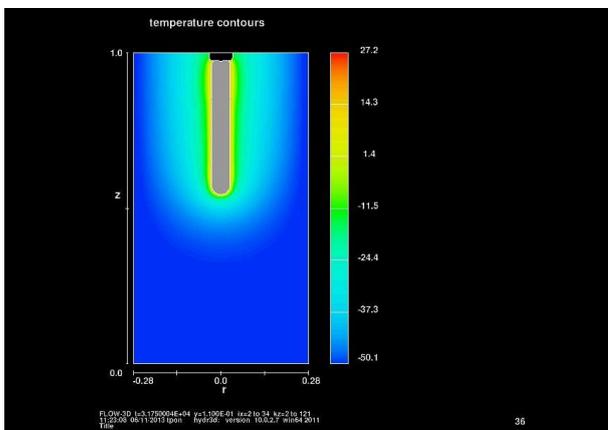
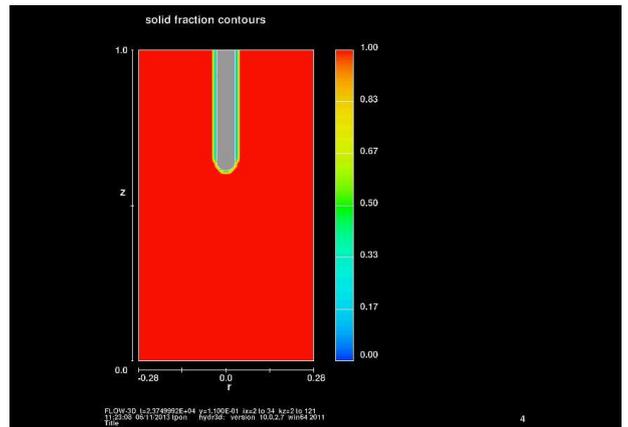
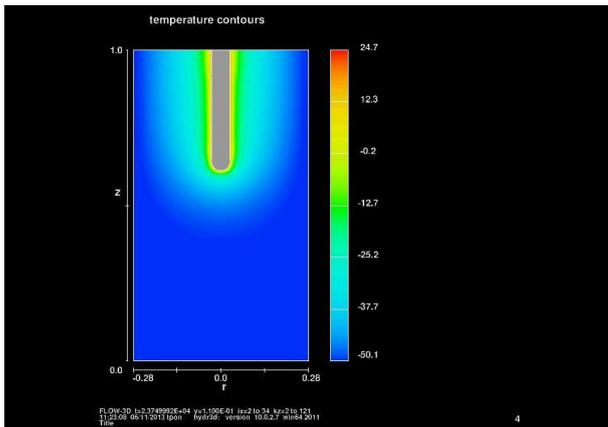
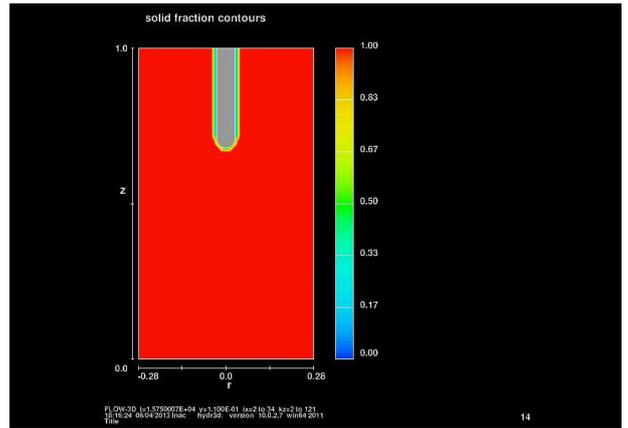
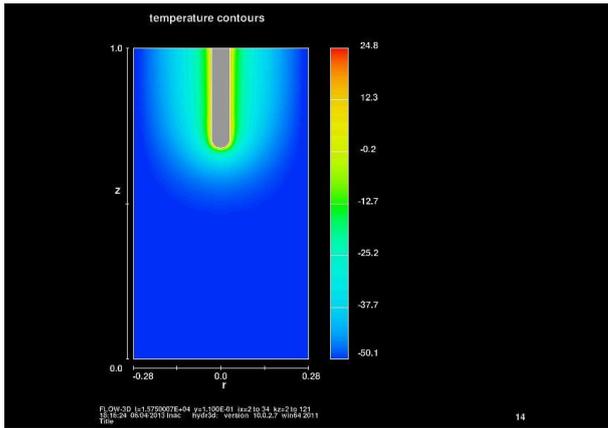
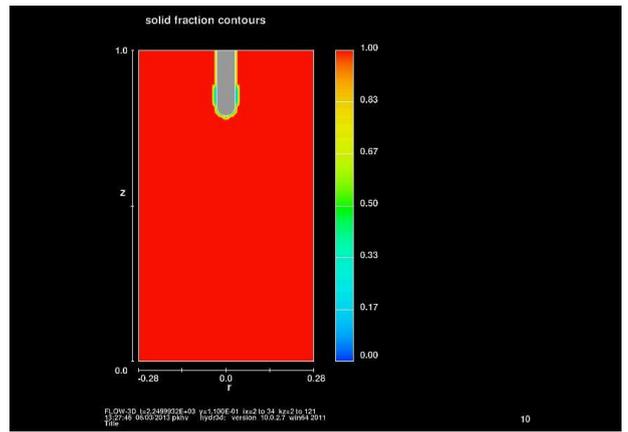
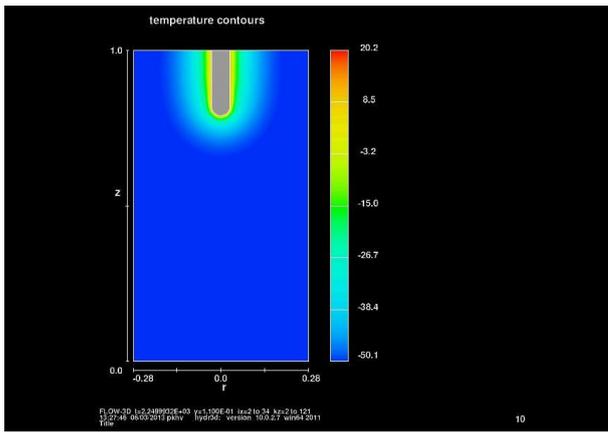


Рис. 32(а). Распределение температур

Рис. 32(б). Твердая и жидкая фазы льда

Полученные на выходе данные еще раз подтвердили эффективность данного метода расчета. Тот факт, что моделирование завершилось успешно, прибор погрузился под лед, а прослойка воды, окружавшая криобот во время движения, получилась сравнительно тонкой, доказывает «жизнеспособность» полученной в ходе моделирования в Nastran/Patran скорости протаивания.

Заключение

В ходе данной работы было произведено моделирование перемещения криобота сквозь толщу льда. Были исследованы закономерности колебания скоростей в зависимости от геометрии прибора, формы наконечника и температуры поверхности. Моделирование позволило рассмотреть несколько шагов процесса во времени, оценить смещение скоростей на этих шагах и основные тенденции их изменения. Был выполнен подбор оптимальной конфигурации прибора для некоторого набора входных параметров. Для некоторых выбранных конфигураций приборов была решена двумерная осесимметричная задача Стефана.

Выбранная методика моделирования позволяет достаточно полно описать процесс протаивания. Ее практическое использование возможно при проектировании криоботов для космических исследований поверхности Европы.

Список литературы

1. Europa Study 2012 Report // Europa Study Team, 1 May 2012, JPL D-71990 Task Order NMO711062 Outer Planets Flagship Mission
2. Чумаченко Е.Н., Назиров Р.Р., Логашина И.В., Аксенов С.А. К образованию особенностей рельефа на поверхности Европы. Космические исследования, том 49, № 4, с. 392-397 // Институт космических исследований РАН, г. Москва, 2011.
3. Ulamec S., Biele J., Funke O., Engelhardt M. Access to glacial and subglacial environments in the solar system by melting probe technology // Rev. Environ. Sci. Biotechnology. 2006
4. Чумаченко Е.Н., Данхэм Д., Назиров Р.Р., Кулагин В.П., Логашина И.В., Ерохина О.С. Компьютерное моделирование проникновения крэйбота под ледяной покров Европы. 2011.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики // М.: Наука, 1977
6. Чумаченко Е.Н., Печенкин Д.В. Моделирование и расчет термоупругопластических деформаций при анализе локально изотропных конструкций. М.: МИЭМ, 2000.
7. <http://www.solidworks.com/>
8. <http://www.mssoftware.com/>
9. <http://www.flow3d.com/>
10. Kaufmann E., Kargl G., Koemle N.I. Melting Probe for Mars and Europa. Final Report. 2009
11. Treffer M., Koemle N., Kargl G. Preliminary studies concerning subsurface probes for the exploration of icy planetary bodies // Planetary and Space Science. 2006

Приложение

Приложение 1

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 22:29:10

Fringe: Default, A1:Time = 1968.75, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

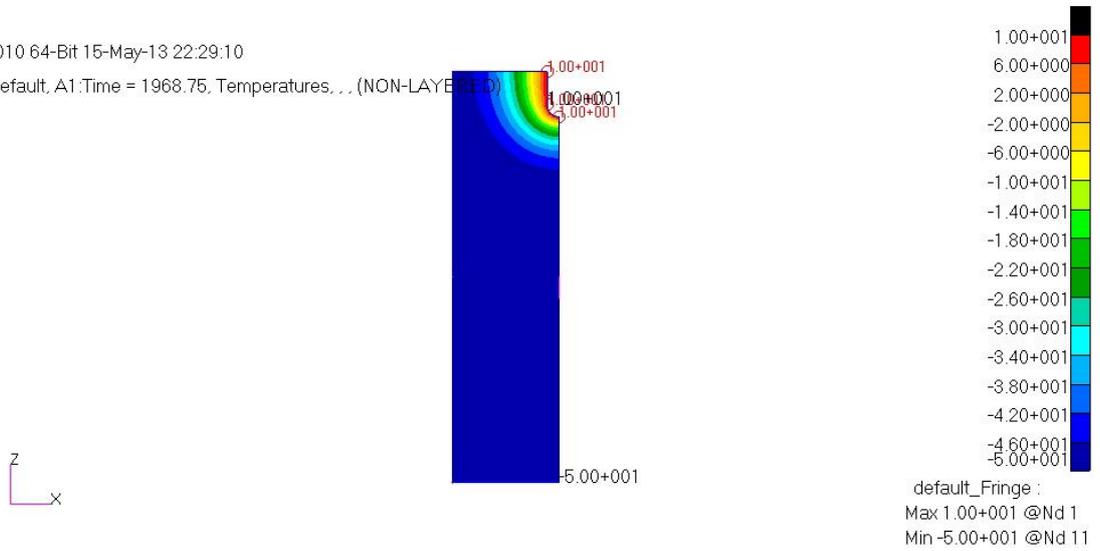


Рис. 1(а). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 01:24:40

Fringe: Default, A1:Time = 2756.25, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

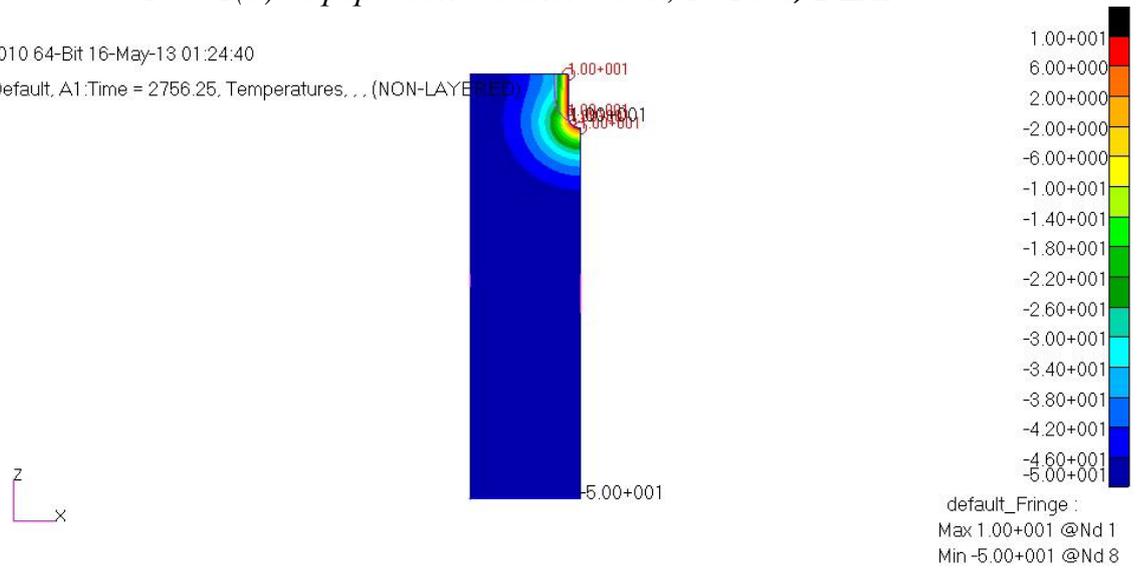


Рис. 1(б). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 02:59:47

Fringe: Default, A1:Time = 2375., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

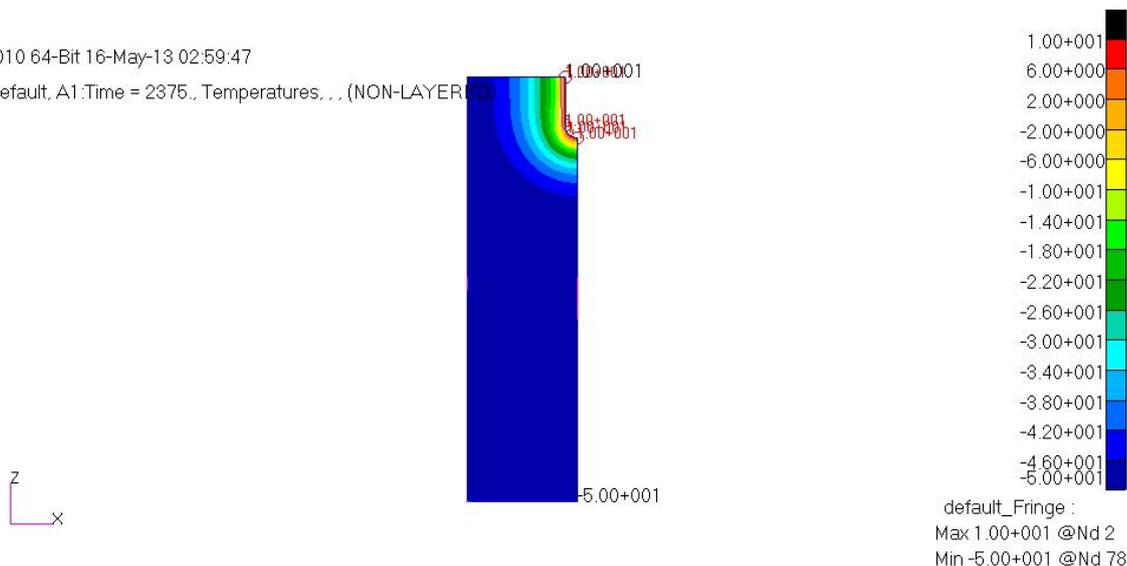


Рис. 1(в). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 13:19:30

Fringe: Default, A1:Time = 2350., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

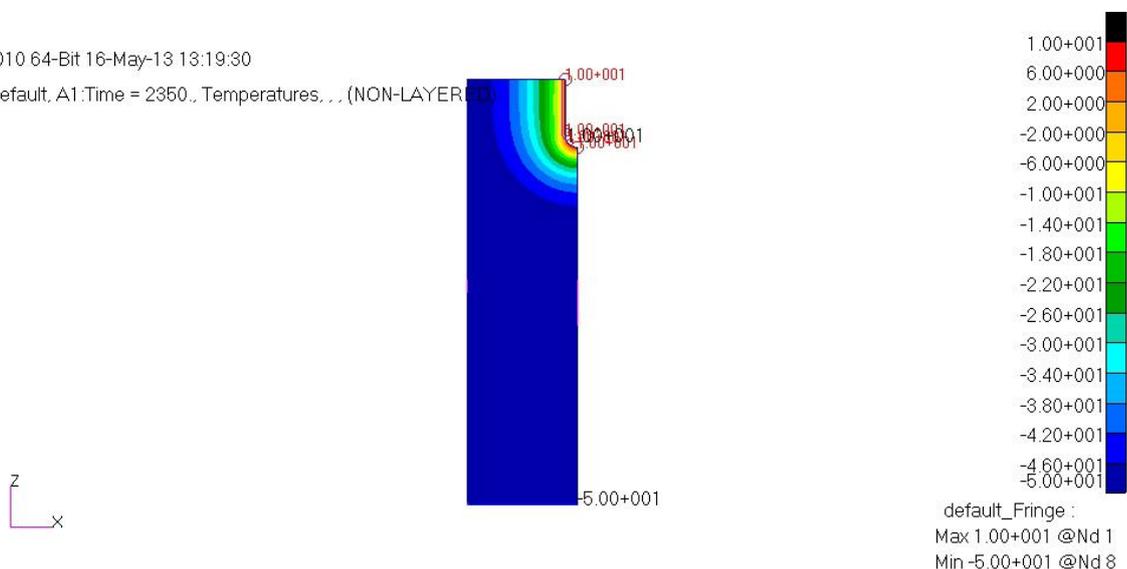


Рис. 1(г). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 22:40:06

Fringe: Default, A1:Time = 2368.75, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

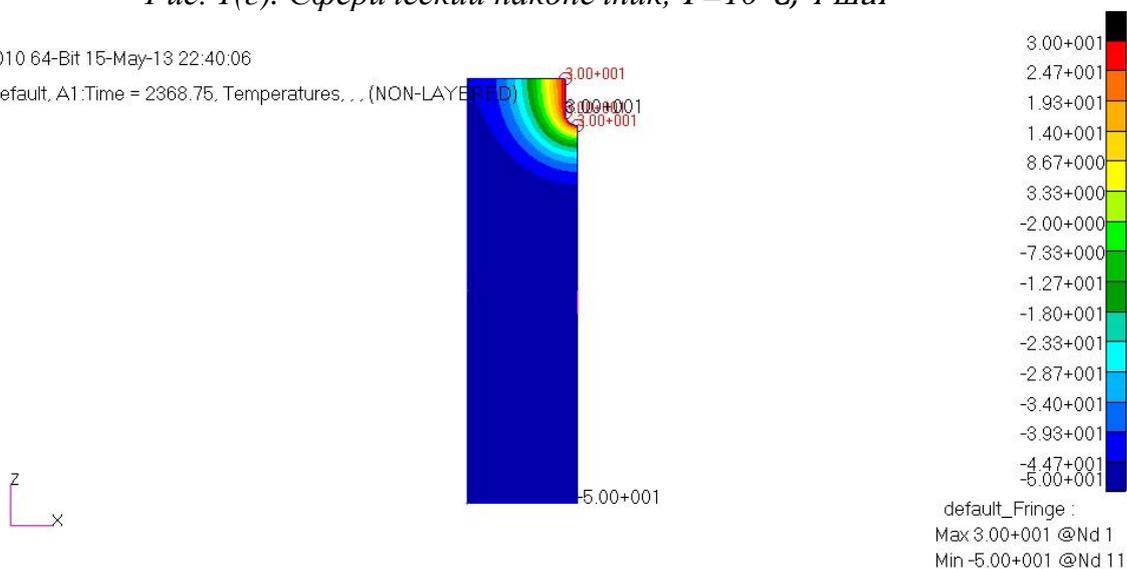
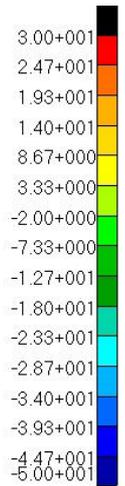
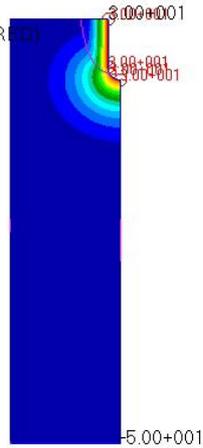


Рис. 2(а). Сферический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 01:33:19

Fringe: Default, A1:Time = 2775., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

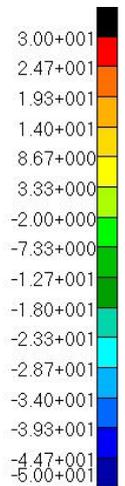
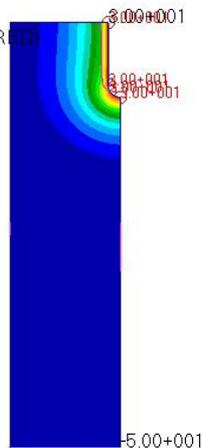


default_Fringe :
Max 3.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 206

Рис. 2(б). Сферический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 03:10:16

Fringe: Default, A1:Time = 2675., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

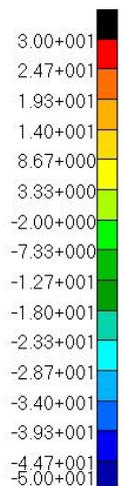
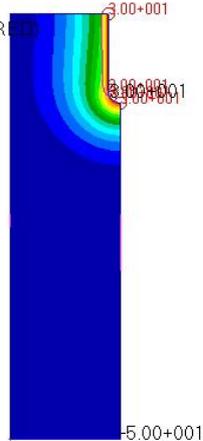


default_Fringe :
Max 3.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 130

Рис. 2(в). Сферический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 13:29:24

Fringe: Default, A1:Time = 2750., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

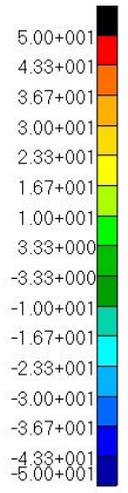
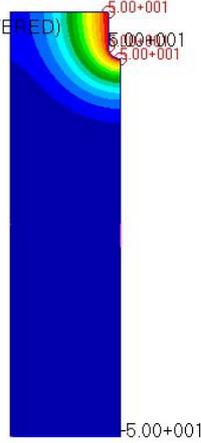


default_Fringe :
Max 3.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 2(г). Сферический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 22:47:39

Fringe: Default, A1:Time = 2768.75, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

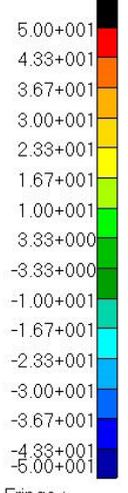
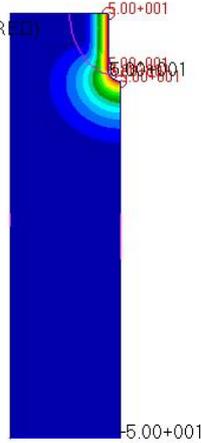


default_Fringe :
Max 5.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 11

Рис. 3(а). Сферический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 01:44:05

Fringe: Default, A1:Time = 2750., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

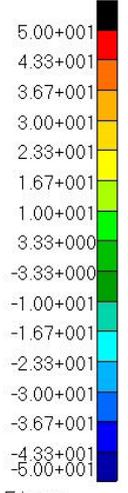
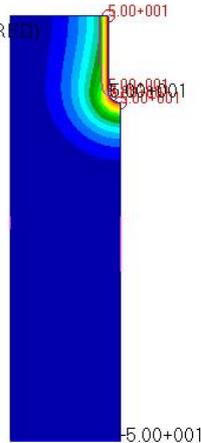


default_Fringe :
Max 5.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 3(б). Сферический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 09:36:09

Fringe: Default, A1:Time = 2375., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

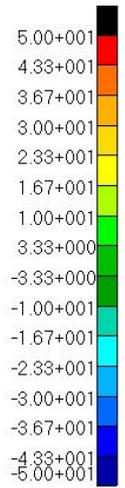
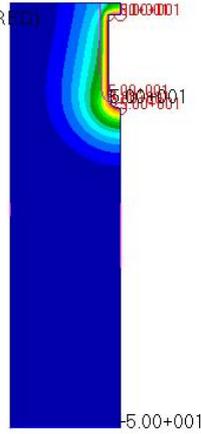


default_Fringe :
Max 5.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 3(в). Сферический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 13:45:09

Fringe: Default, A1:Time = 2375., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

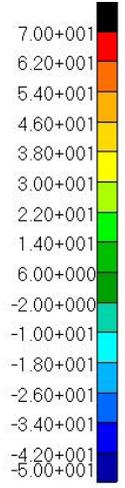
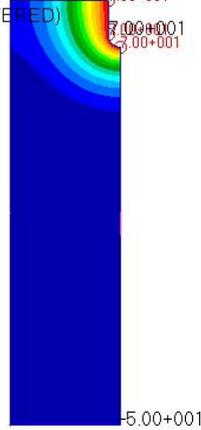


default_Fringe :
Max 5.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 3(г). Сферический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 22:56:13

Fringe: Default, A1:Time = 2768.75, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

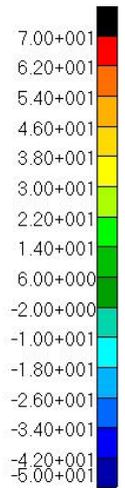
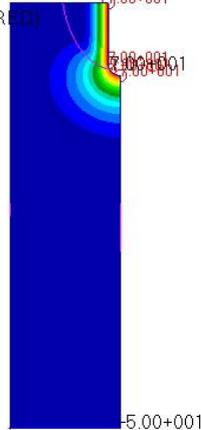


default_Fringe :
Max 7.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 11

Рис. 4(а). Сферический наконечник, $T=70^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 01:54:41

Fringe: Default, A1:Time = 2775., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

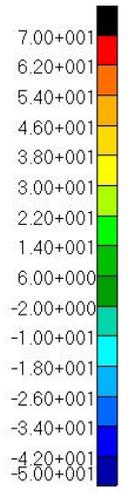
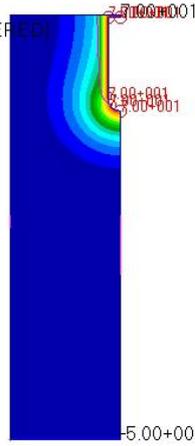


default_Fringe :
Max 7.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 4(б). Сферический наконечник, $T=70^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 09:47:40

Fringe: Default, A1:Time = 2362.5, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

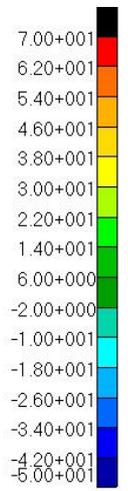
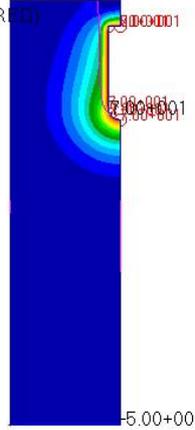


default_Fringe :
Max 7.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 217

Рис. 4(в). Сферический наконечник, $T=70^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 13:55:49

Fringe: Default, A1:Time = 2350., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

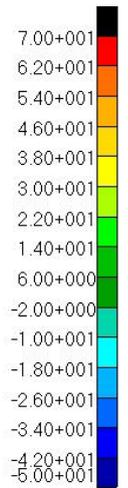
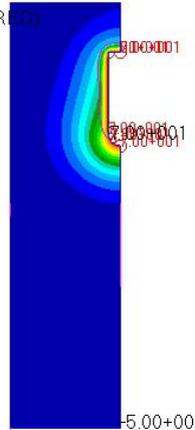


default_Fringe :
Max 7.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 4(г). Сферический наконечник, $T=70^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 27-May-13 00:50:45

Fringe: Default, A1:Time = 2375., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

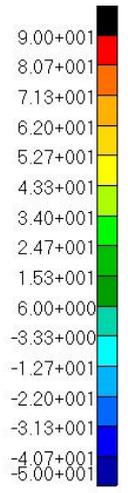
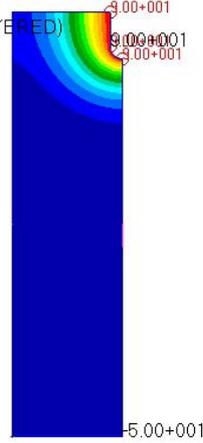


default_Fringe :
Max 7.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 4(д). Сферический наконечник, $T=70^{\circ}\text{C}$, 5 шаг

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 23:05:28

Fringe: Default, A1:Time = 2768.75, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

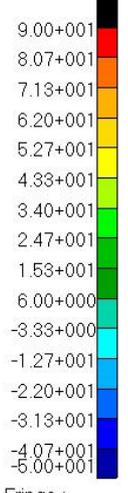
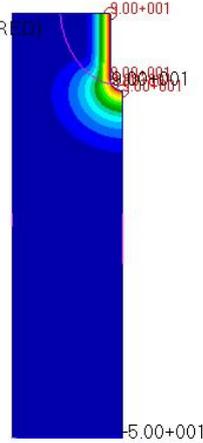


default_Fringe :
Max 9.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 11

Рис. 5(а). Сферический наконечник, $T=90^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 02:05:51

Fringe: Default, A1:Time = 2775., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

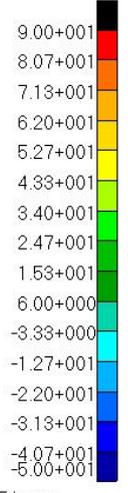
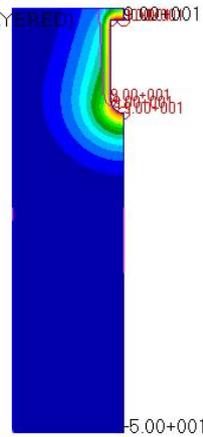


default_Fringe :
Max 9.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 5(б). Сферический наконечник, $T=90^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 10:15:57

Fringe: Default, A1:Time = 2775., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

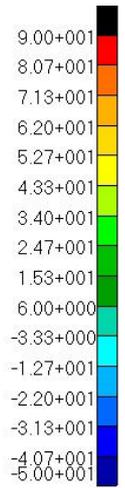
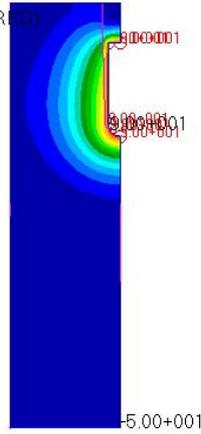


default_Fringe :
Max 9.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 272

Рис. 5(в). Сферический наконечник, $T=90^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 14:07:43

Fringe: Default, A1:Time = 2800., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

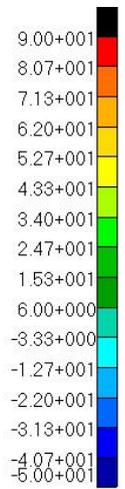
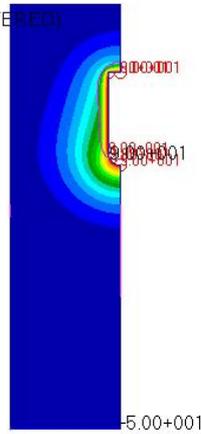


default_Fringe :
Max 9.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 5(з). Сферический наконечник, $T=90^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 27-May-13 01:01:55

Fringe: Default, A1:Time = 2756.25, Temperatures, ... (NON-LAYERED)



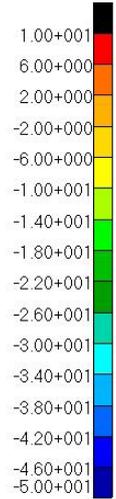
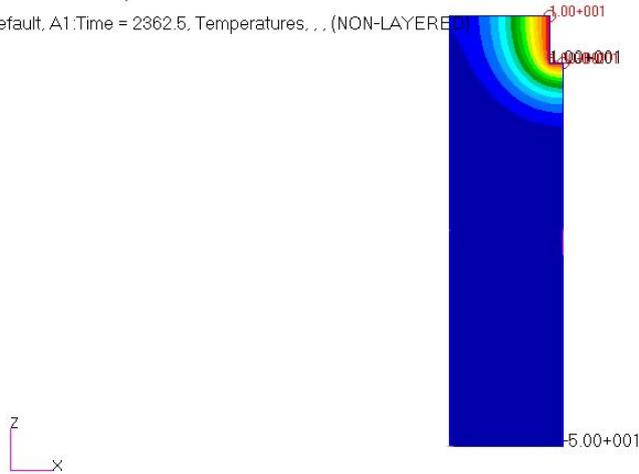
default_Fringe :
Max 9.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 8

Рис. 5(д). Сферический наконечник, $T=90^{\circ}\text{C}$, 5 шаг

Приложение 2

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 20:55:09

Fringe: Default, A1:Time = 2362.5, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

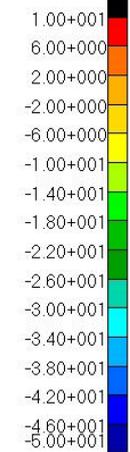
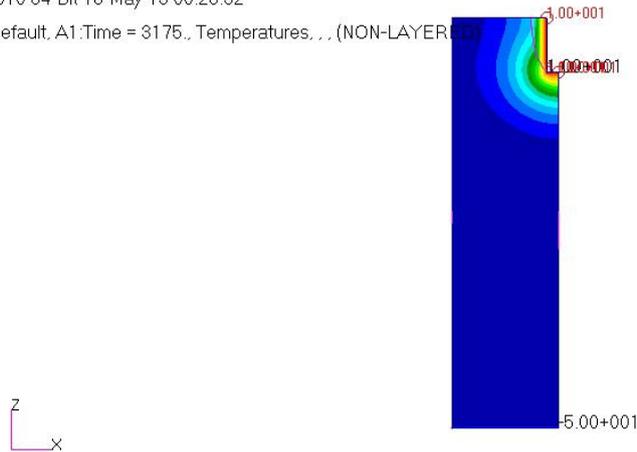


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 7

Рис. 6(а). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 00:28:32

Fringe: Default, A1:Time = 3175., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

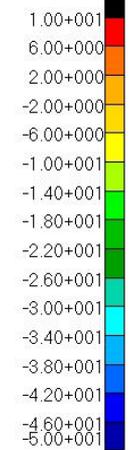
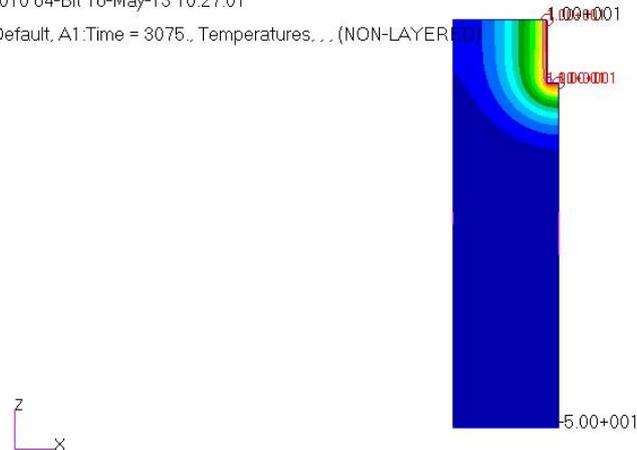


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 7

Рис. 6(б). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 10:27:01

Fringe: Default, A1:Time = 3075., Temperatures, ... (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 91

Рис. 6(в). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 12:14:04

Fringe: Default, A1:Time = 2800., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

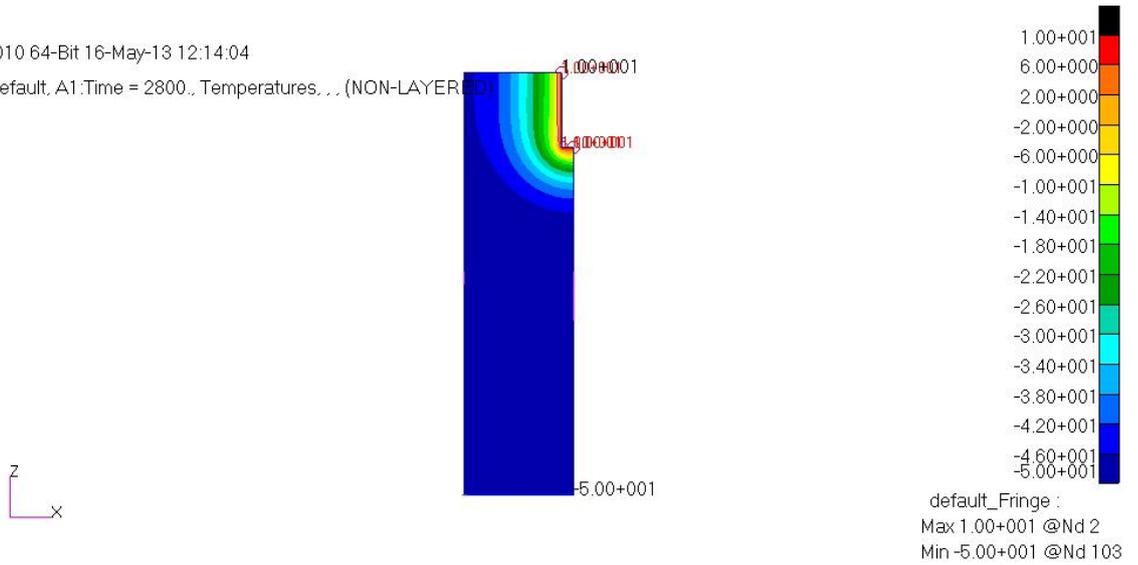


Рис. 6(г). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 21:09:08

Fringe: Default, A1:Time = 2762.5, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

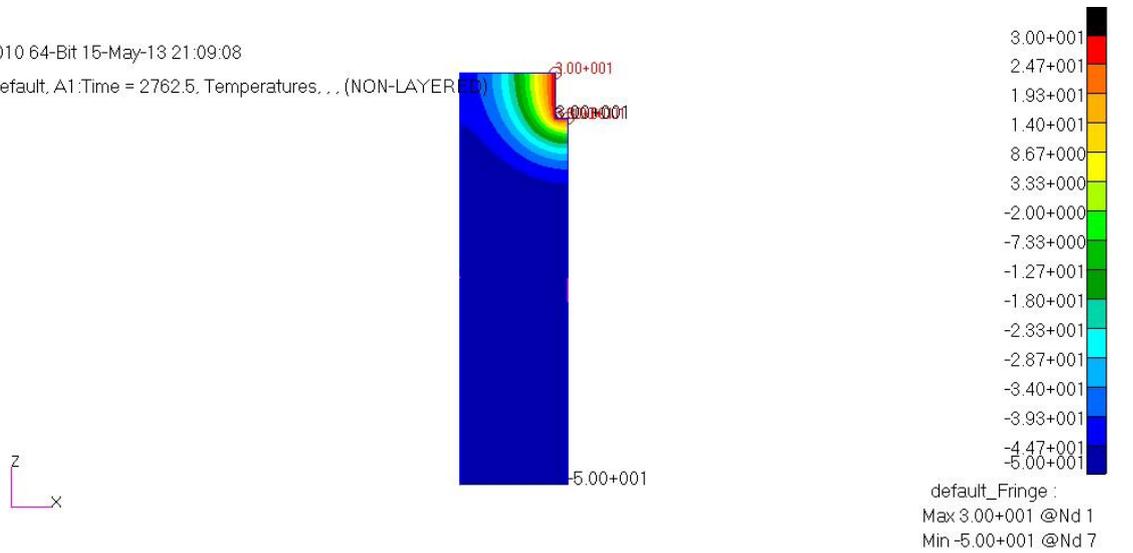


Рис. 7(а). Плоский наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 00:39:33

Fringe: Default, A1:Time = 2675., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

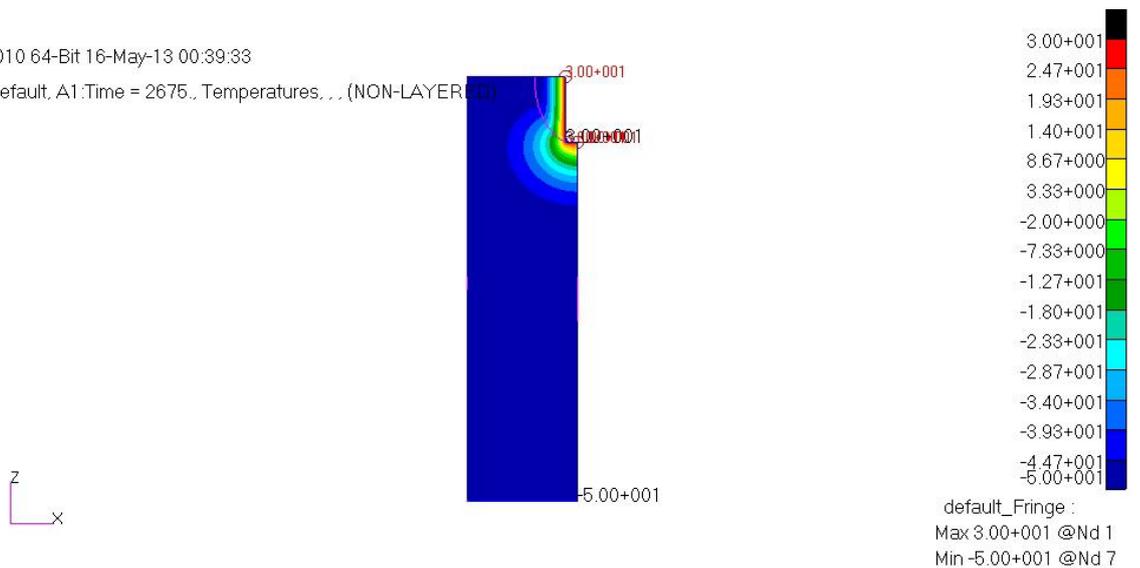
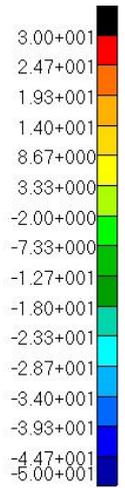
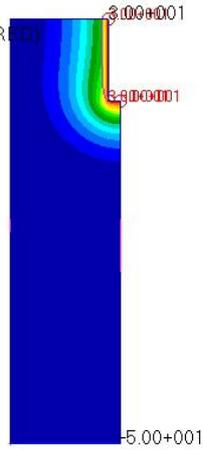


Рис. 7(б). Плоский наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 10:41:20

Fringe: Default, A1:Time = 2375., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

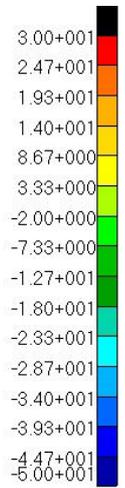
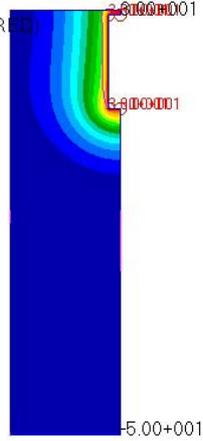


default_Fringe :
Max 3.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 141

Рис. 7(в). Плоский наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 12:28:05

Fringe: Default, A1:Time = 2775., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

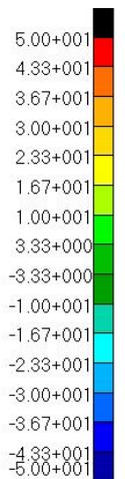
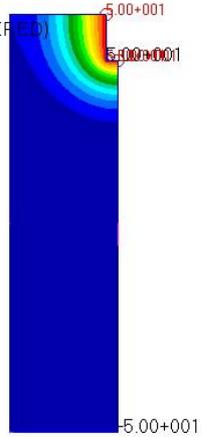


default_Fringe :
Max 3.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 164

Рис. 7(г). Плоский наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 21:29:48

Fringe: Default, A1:Time = 2362.5, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

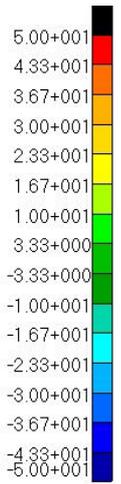
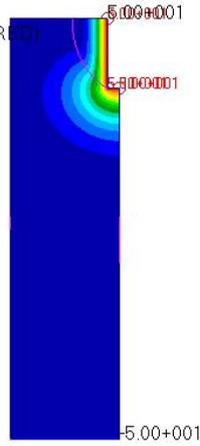


default_Fringe :
Max 5.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 7

Рис. 8(а). Плоский наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 00:51:27

Fringe: Default, A1:Time = 3175., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

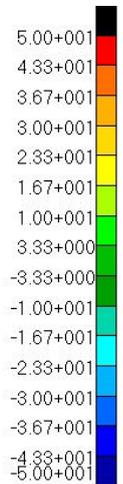
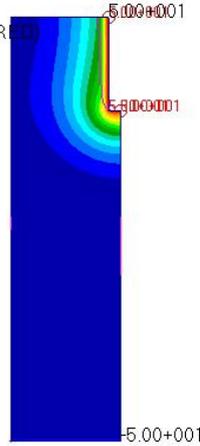


default_Fringe :
Max 5.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 329

Рис. 8(б). Плоский наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 10:57:33

Fringe: Default, A1:Time = 3075., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

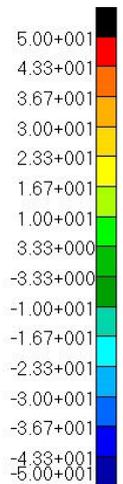
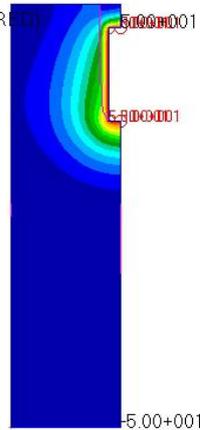


default_Fringe :
Max 5.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 179

Рис. 8(в). Плоский наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 12:42:15

Fringe: Default, A1:Time = 3175., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

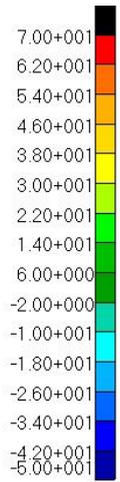
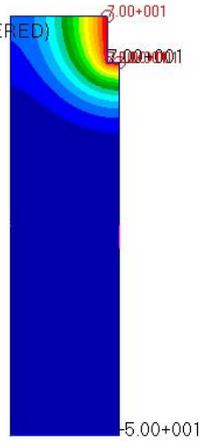


default_Fringe :
Max 5.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 273

Рис. 8(г). Плоский наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 21:47:05

Fringe: Default, A1:Time = 3162.5, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

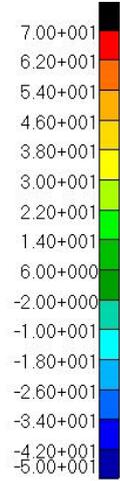
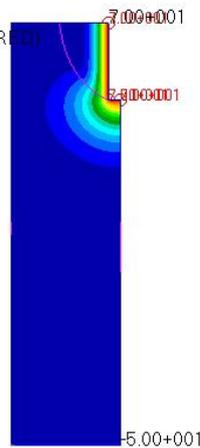


default_Fringe :
Max 7.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 7

Рис. 9(а). Плоский наконечник, $T=70^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 01:01:44

Fringe: Default, A1:Time = 3175., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

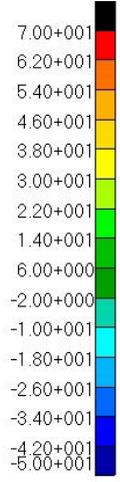
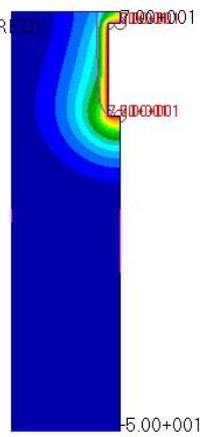


default_Fringe :
Max 7.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 389

Рис. 9(б). Плоский наконечник, $T=70^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 11:16:22

Fringe: Default, A1:Time = 3075., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

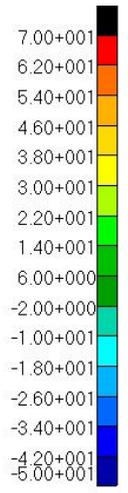
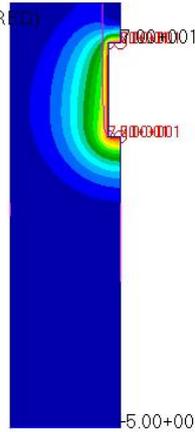


default_Fringe :
Max 7.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 302

Рис. 9(в). Плоский наконечник, $T=70^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 12:52:49

Fringe: Default, A1:Time = 2775., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

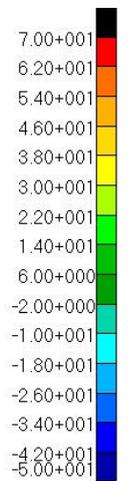
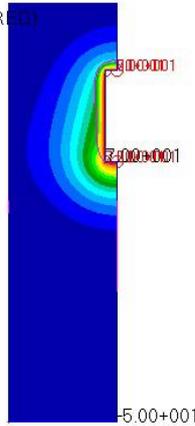


default_Fringe :
Max 7.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 294

Рис. 9(г). Плоский наконечник, $T=70^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 27-May-13 00:27:09

Fringe: Default, A1:Time = 3175., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

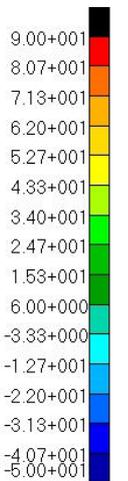
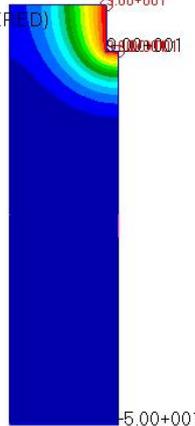


default_Fringe :
Max 7.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 7

Рис. 9(д). Плоский наконечник, $T=70^{\circ}\text{C}$, 5 шаг

Patran 2010 64-Bit 15-May-13 22:07:22

Fringe: Default, A1:Time = 2762.5, Temperatures, ... (NON-LAYERED)

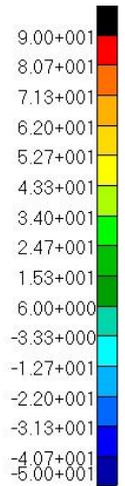
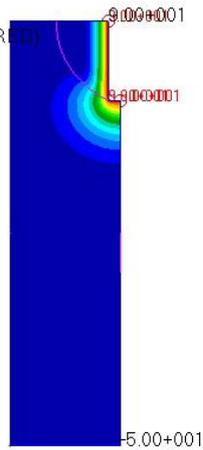


default_Fringe :
Max 9.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 7

Рис. 10(а). Плоский наконечник, $T=90^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 01:14:58

Fringe: Default, A1:Time = 2675., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

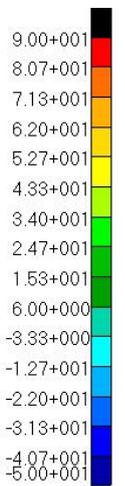
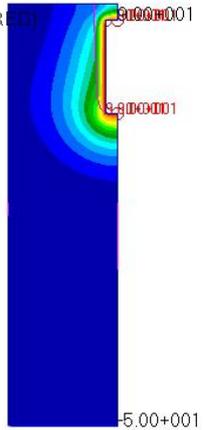


default_Fringe :
Max 9.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 404

Рис. 10(б). Плоский наконечник, $T=90^\circ\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 11:33:35

Fringe: Default, A1:Time = 3075., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

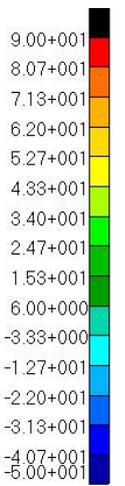
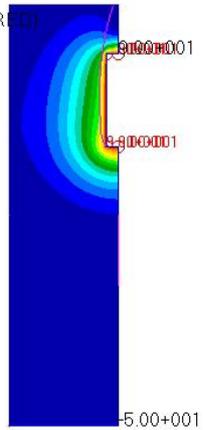


default_Fringe :
Max 9.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 299

Рис. 10(в). Плоский наконечник, $T=90^\circ\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 16-May-13 13:05:23

Fringe: Default, A1:Time = 3075., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

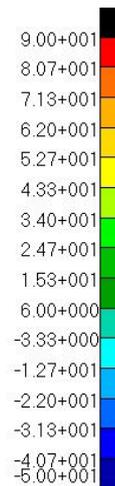
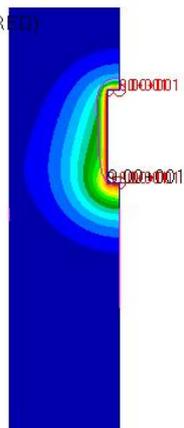


default_Fringe :
Max 9.00+001 @Nd 2
Min -5.00+001 @Nd 287

Рис. 10(г). Плоский наконечник, $T=90^\circ\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 27-May-13 00:42:01

Fringe: Default, A1:Time = 3175., Temperatures, ... (NON-LAYER 10)



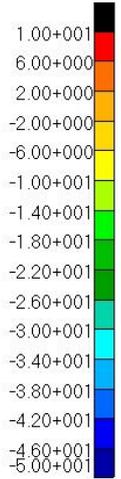
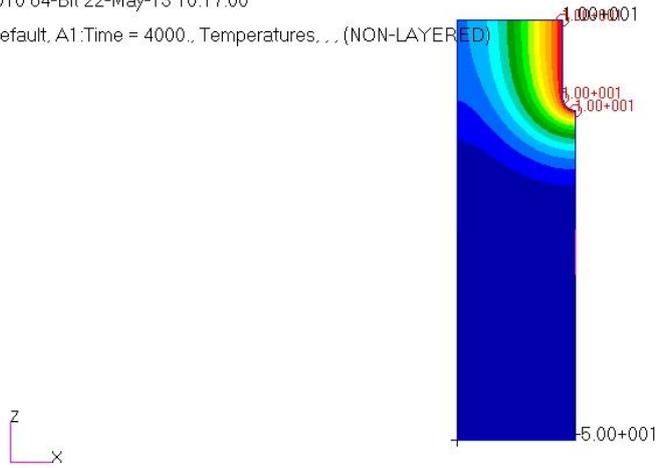
default_Fringe :
Max 9.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 336

Рис. 10(д). Плоский наконечник, $T=90^{\circ}\text{C}$, 5 шаг

Приложение 3

Patran 2010 64-Bit 22-May-13 10:17:00

Fringe: Default, A1:Time = 4000., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

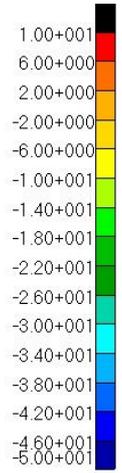
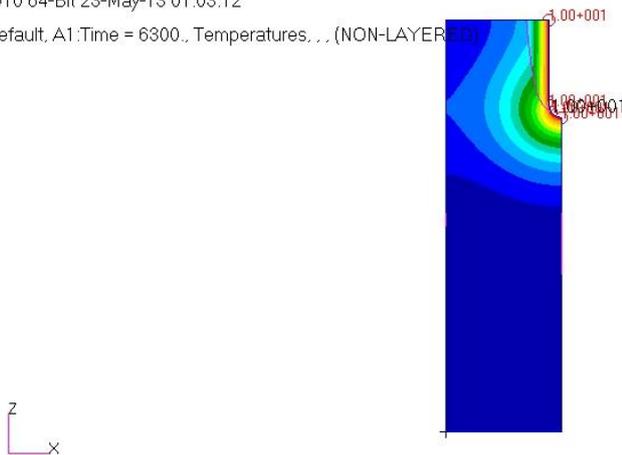


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 121
Min -5.00+001 @Nd 1

Рис. 11(а). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 01:03:12

Fringe: Default, A1:Time = 6300., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

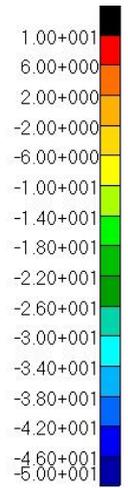
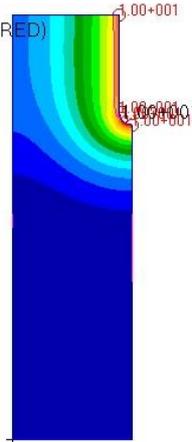


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 139
Min -5.00+001 @Nd 2

Рис. 11(б). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 00:32:50

Fringe: Default, A1:Time = 5400., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

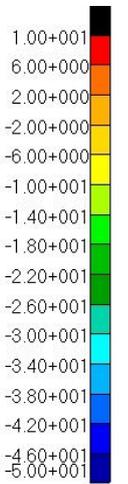
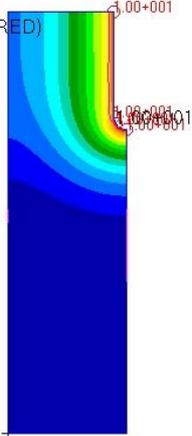


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 143
Min -5.00+001 @Nd 2

Рис. 11(в). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 10:10:49

Fringe: Default, A1:Time = 5500., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

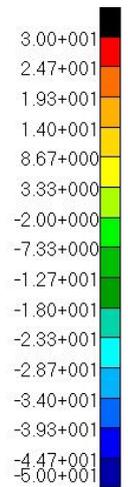
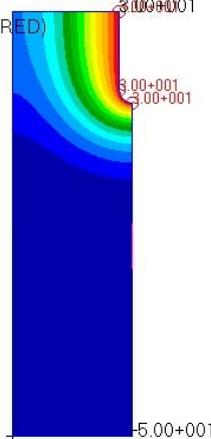


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 143
Min -5.00+001 @Nd 2

Рис. 11(г). Сферический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 22-May-13 10:24:00

Fringe: Default, A1:Time = 4000., Temperatures, ... (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 3.00+001 @Nd 121
Min -5.00+001 @Nd 1

Рис. 12(а). Сферический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 01:14:16

Fringe: Default, A1:Time = 6300., Temperatures, . . . (NON-LAYERED)

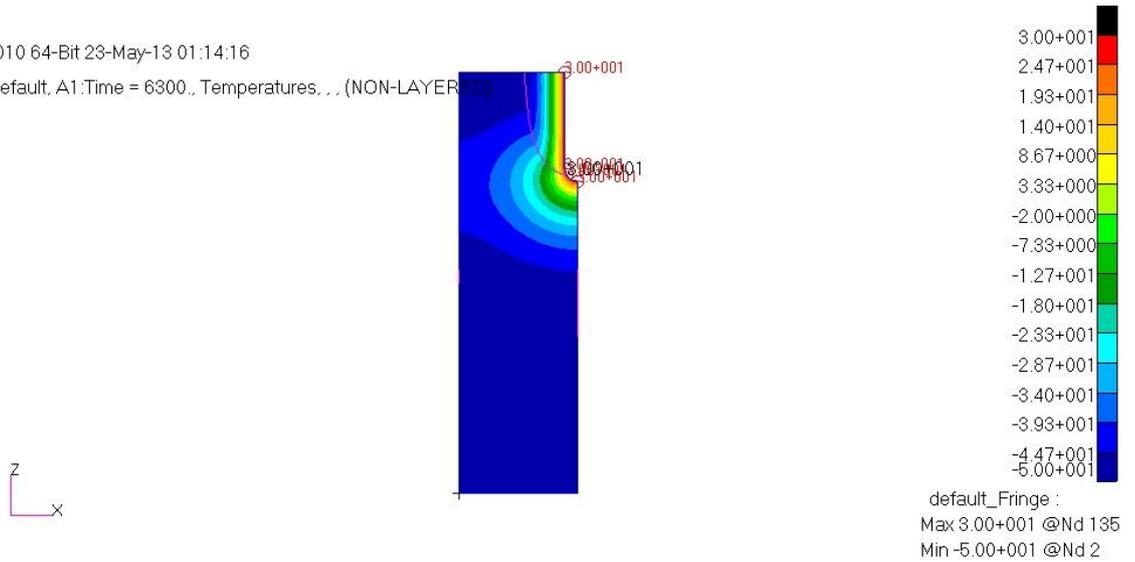


Рис. 12(б). Сферический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 01:06:11

Fringe: Default, A1:Time = 5500., Temperatures, . . . (NON-LAYERED)

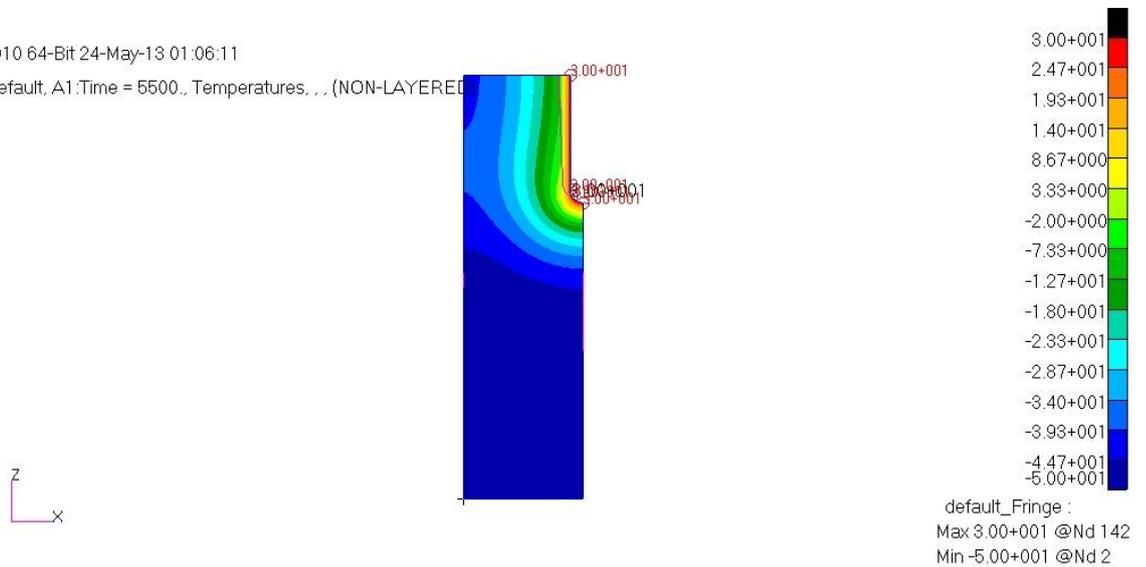


Рис. 12(в). Сферический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 10:19:53

Fringe: Default, A1:Time = 5275., Temperatures, . . . (NON-LAYERED)

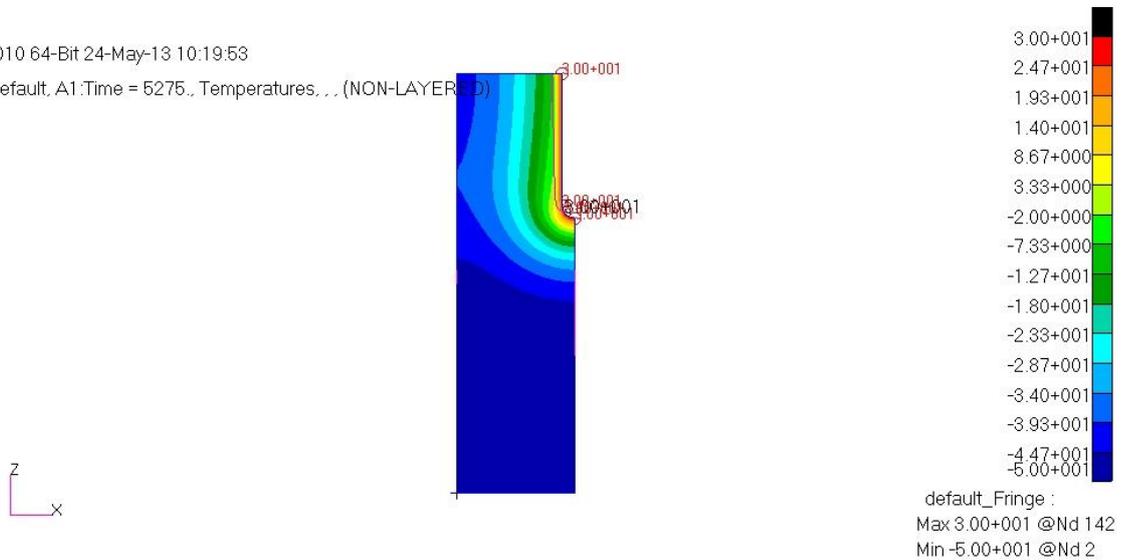


Рис. 12(г). Сферический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 22-May-13 10:31:03

Fringe: Default, A1:Time = 3200., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

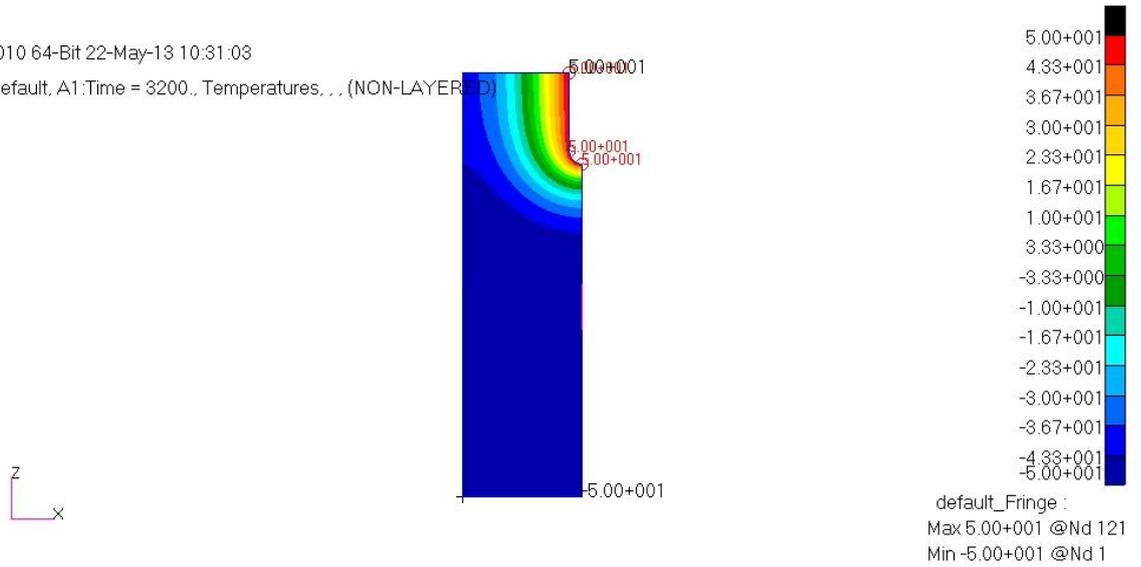


Рис. 13(а). Сферический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 01:23:15

Fringe: Default, A1:Time = 3900., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

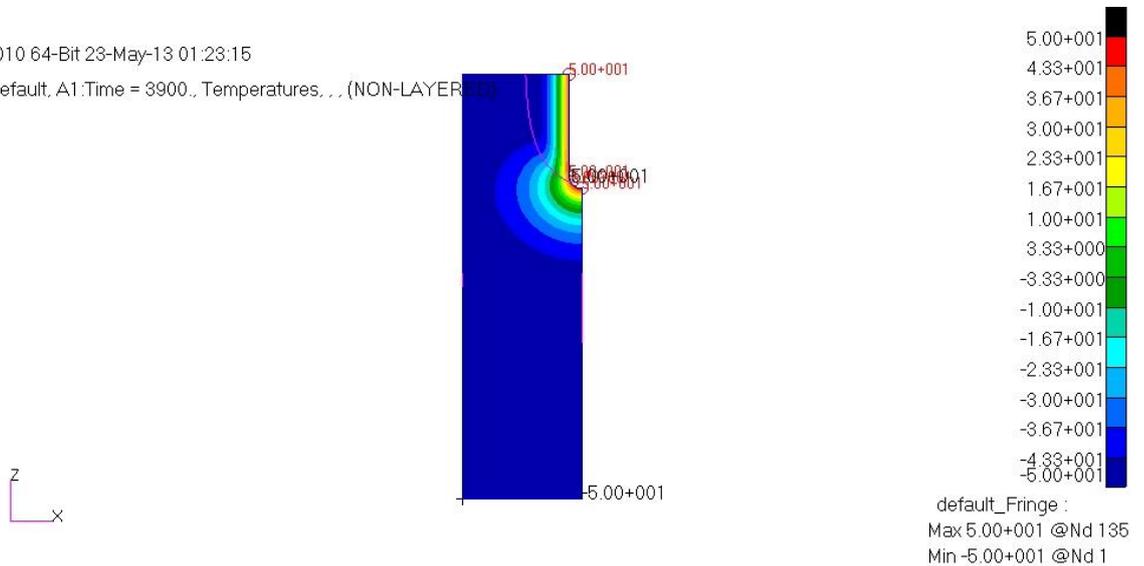


Рис. 13(б). Сферический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 07:37:04

Fringe: Default, A1:Time = 3900., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

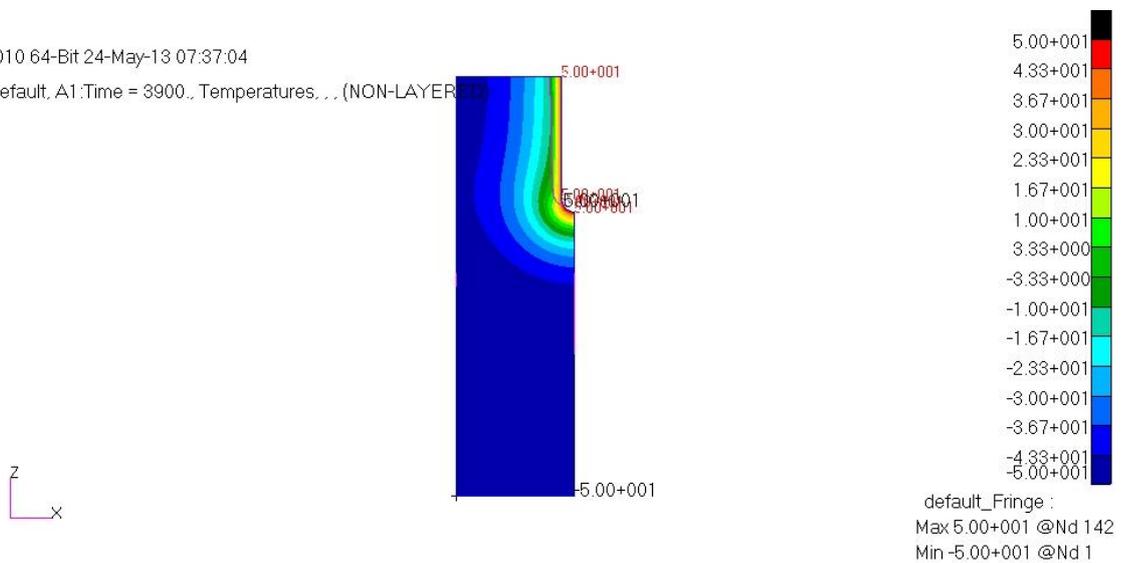
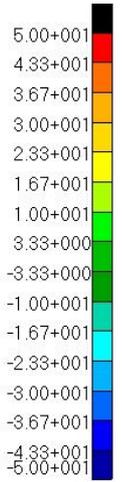
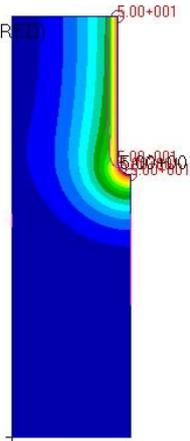


Рис. 13(в). Сферический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 10:31:51

Fringe: Default, A1:Time = 3900., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

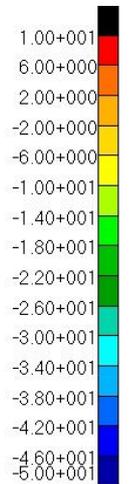
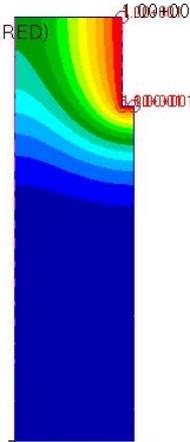


default_Fringe :
Max 5.00+001 @Nd 1
Min -5.00+001 @Nd 131

Рис. 13(г). Сферический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 22-May-13 07:43:51

Fringe: Default, A1:Time = 6400., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

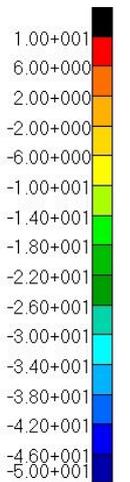
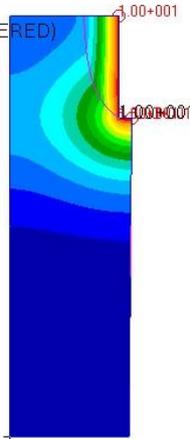


default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 124
Min -5.00+001 @Nd 2

Рис. 14(а). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 09:36:02

Fringe: Default, A1:Time = 11100., Temperatures, ... (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 1.00+001 @Nd 140
Min -5.00+001 @Nd 27

Рис. 14(б). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 01:28:31

Fringe: Default, A1:Time = 8700., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

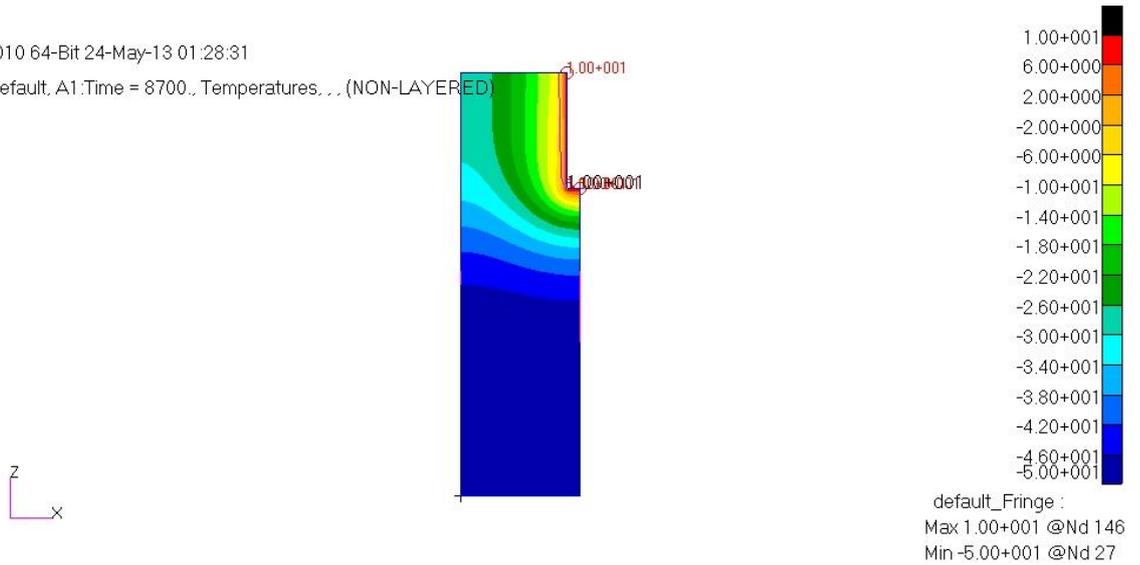


Рис. 14(в). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 09:31:41

Fringe: Default, A1:Time = 8700., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

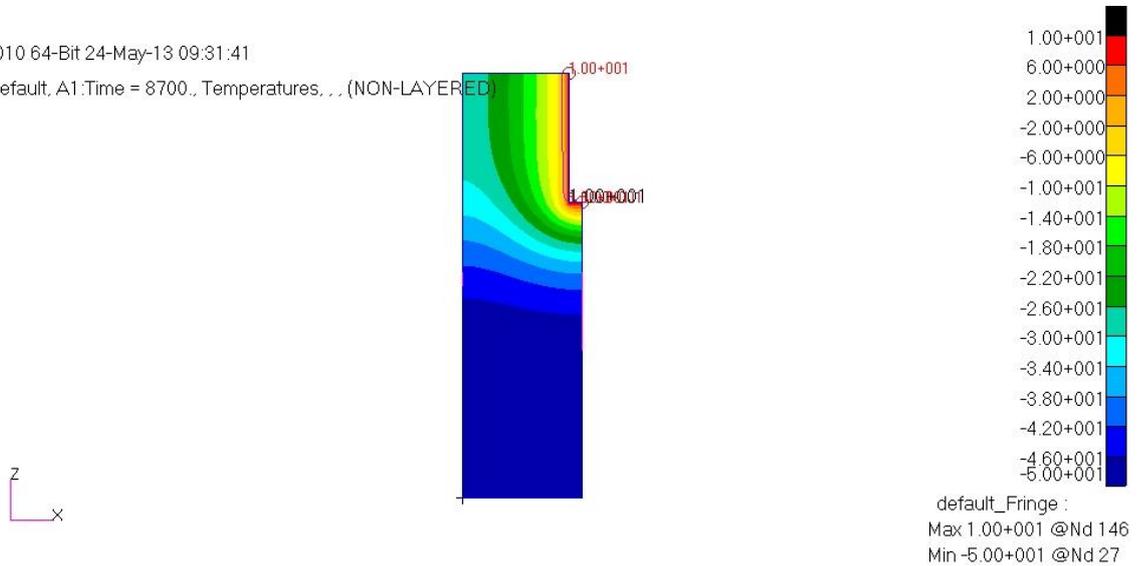


Рис. 14(г). Плоский наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 22-May-13 07:55:24

Fringe: Default, A1:Time = 2400., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

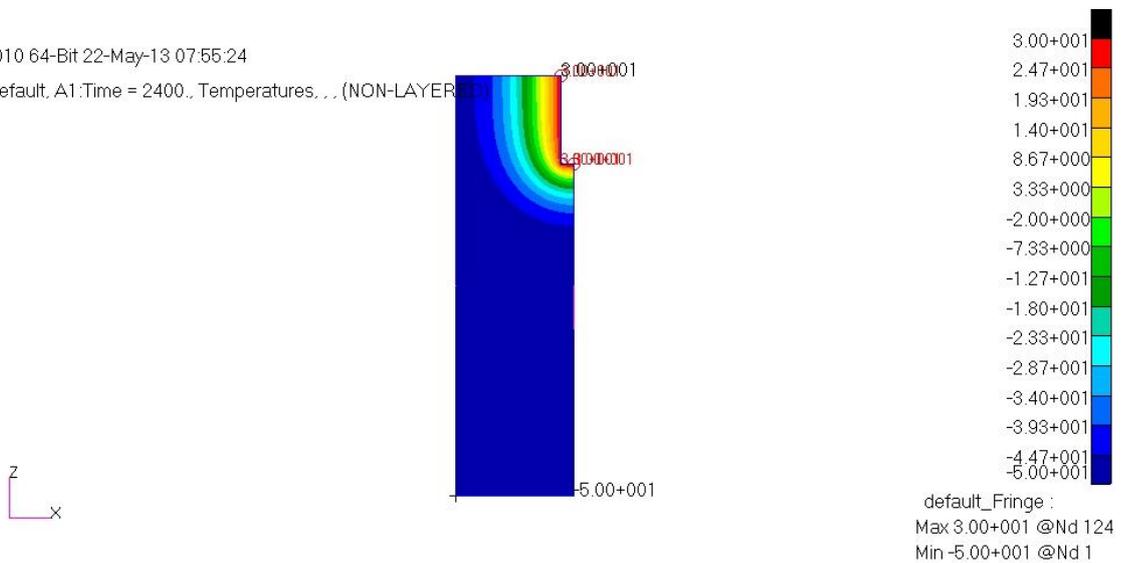


Рис. 15(а). Плоский наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 00:37:54

Fringe: Default, A1:Time = 3500., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

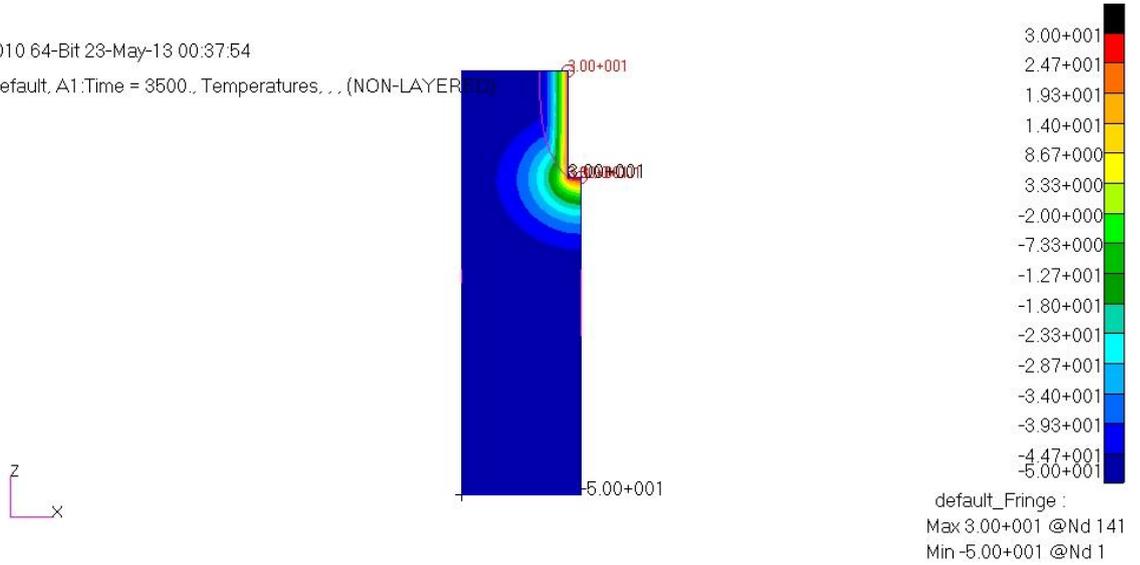


Рис. 15(б). Плоский наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 09:49:25

Fringe: Default, A1:Time = 3100., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

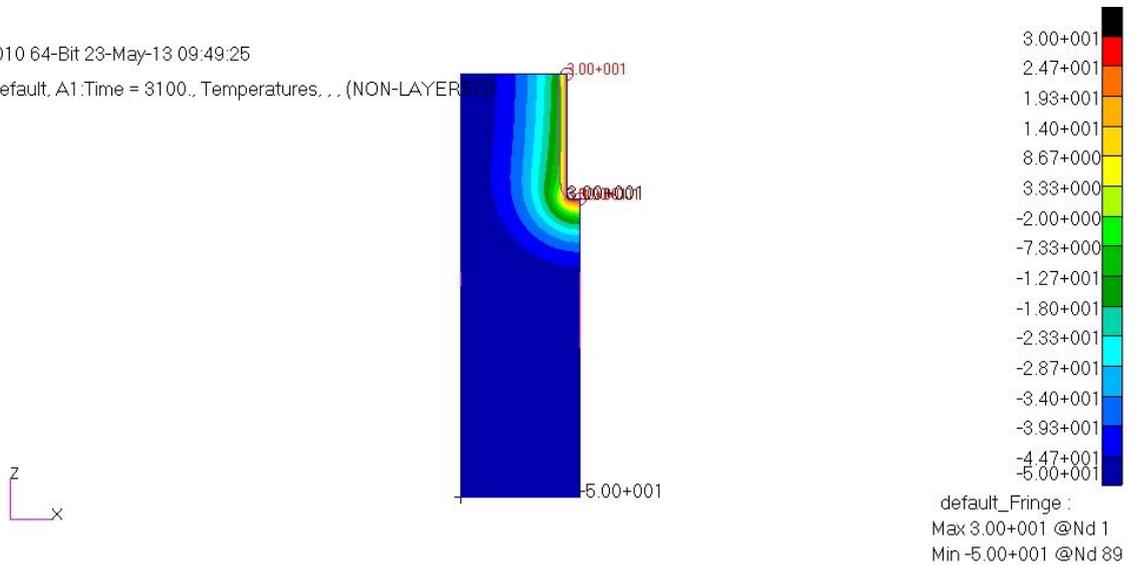


Рис. 15(в). Плоский наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 09:40:34

Fringe: Default, A1:Time = 3500., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

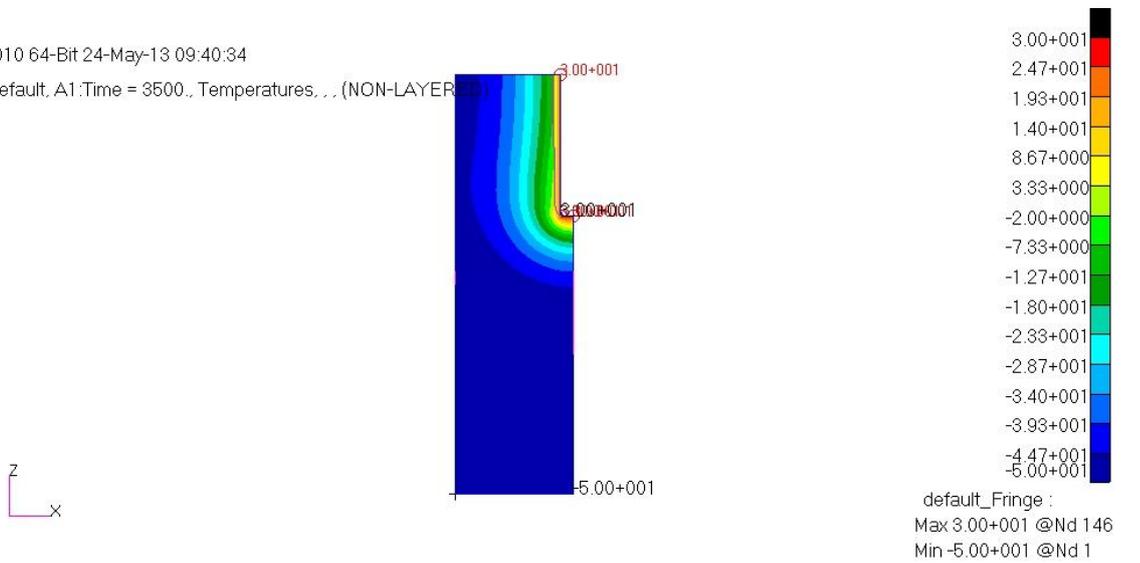


Рис. 15(г). Плоский наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 22-May-13 09:31:51

Fringe: Default, A1:Time = 3600., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

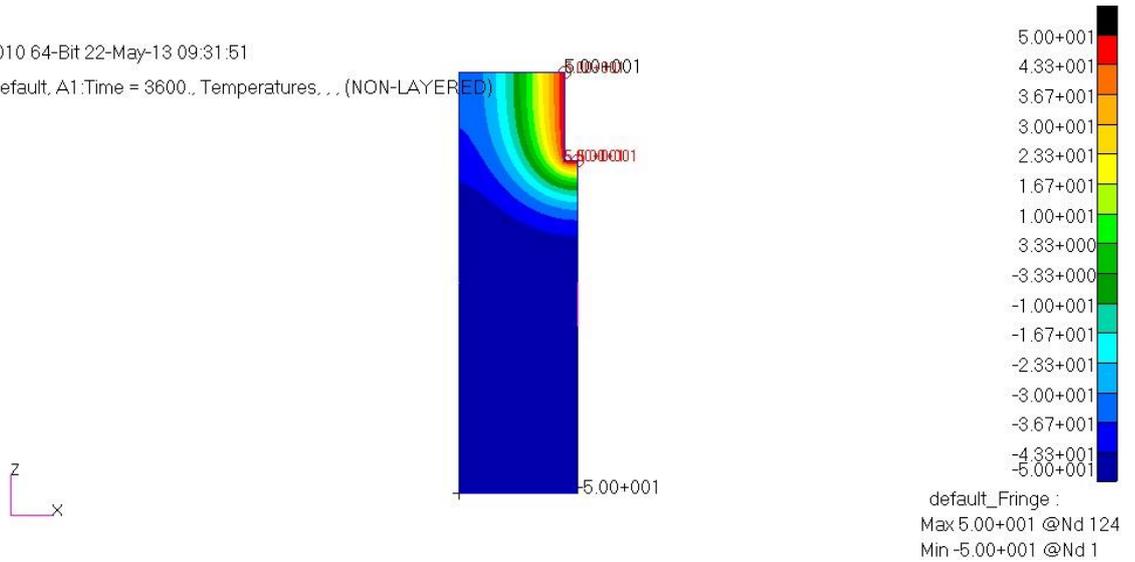


Рис. 16(а). Плоский наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 00:50:10

Fringe: Default, A1:Time = 3100., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

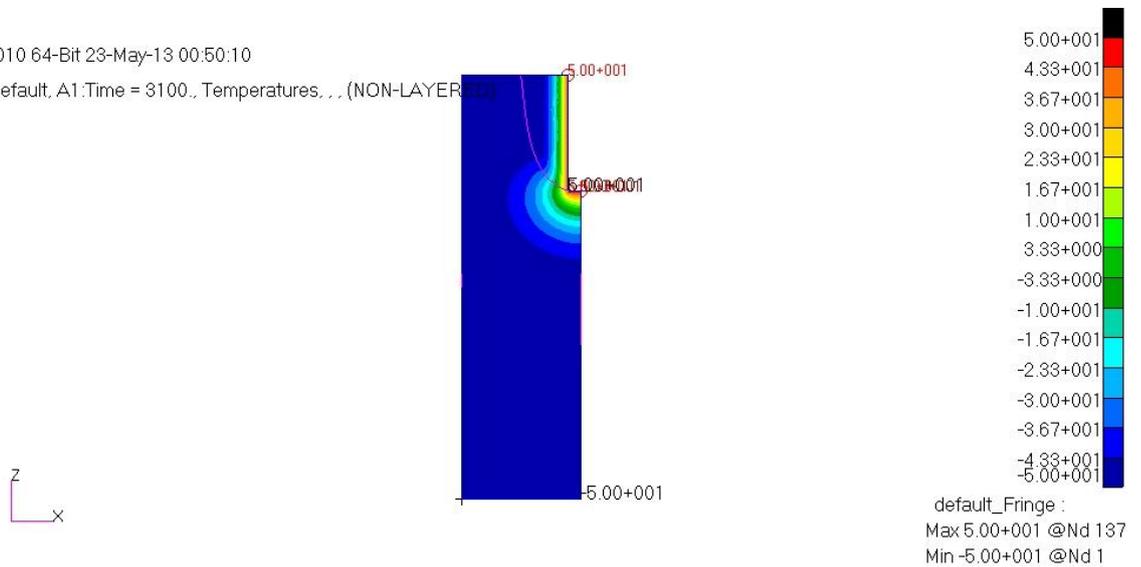


Рис. 16(б). Плоский наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 09:59:45

Fringe: Default, A1:Time = 3900., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

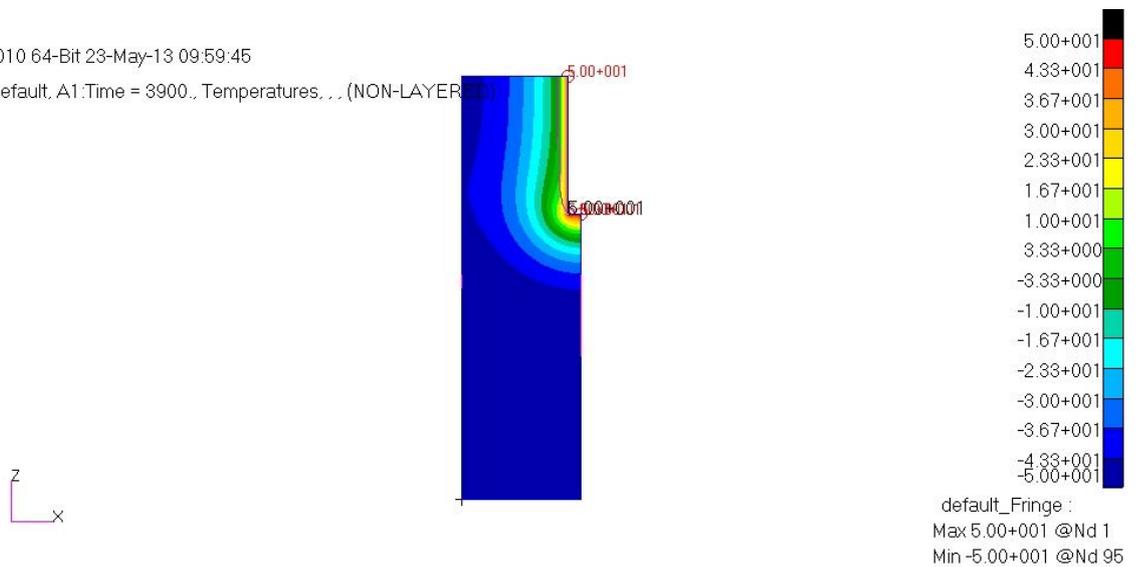


Рис. 16(в). Плоский наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 09:52:59

Fringe: Default, A1:Time = 3825., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

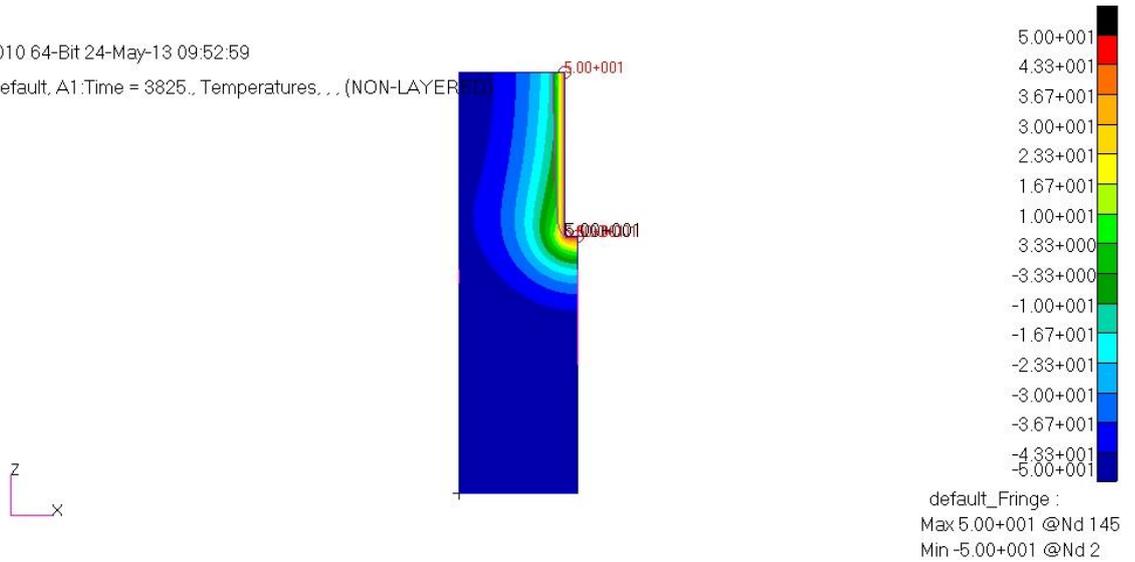


Рис. 16(г). Плоский наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 22-May-13 09:46:41

Fringe: Default, A1:Time = 1400., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

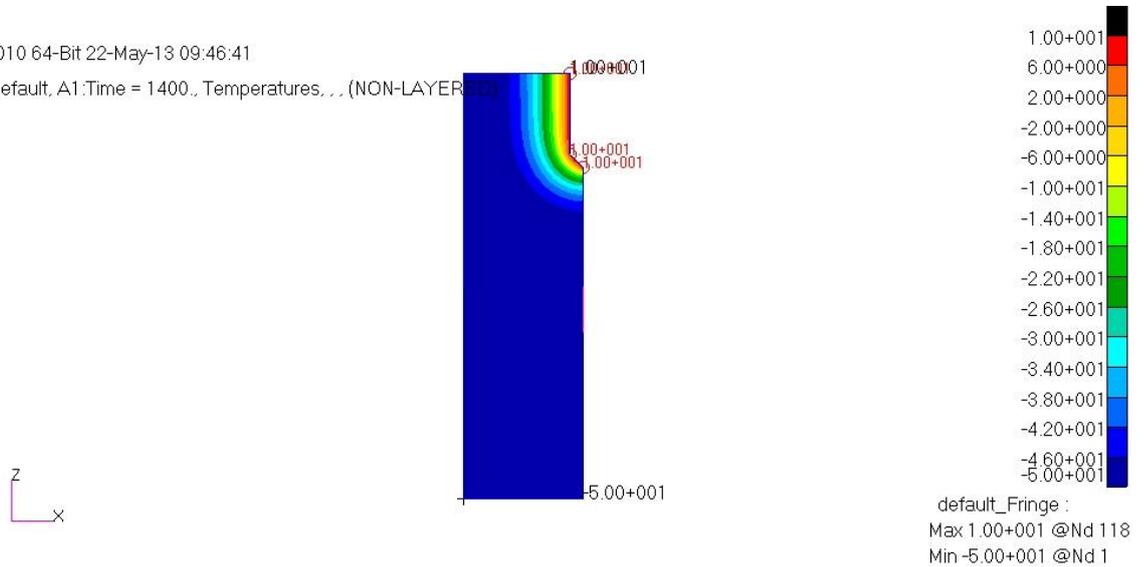


Рис. 17(а). Конический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 01:31:55

Fringe: Default, A1:Time = 1500., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

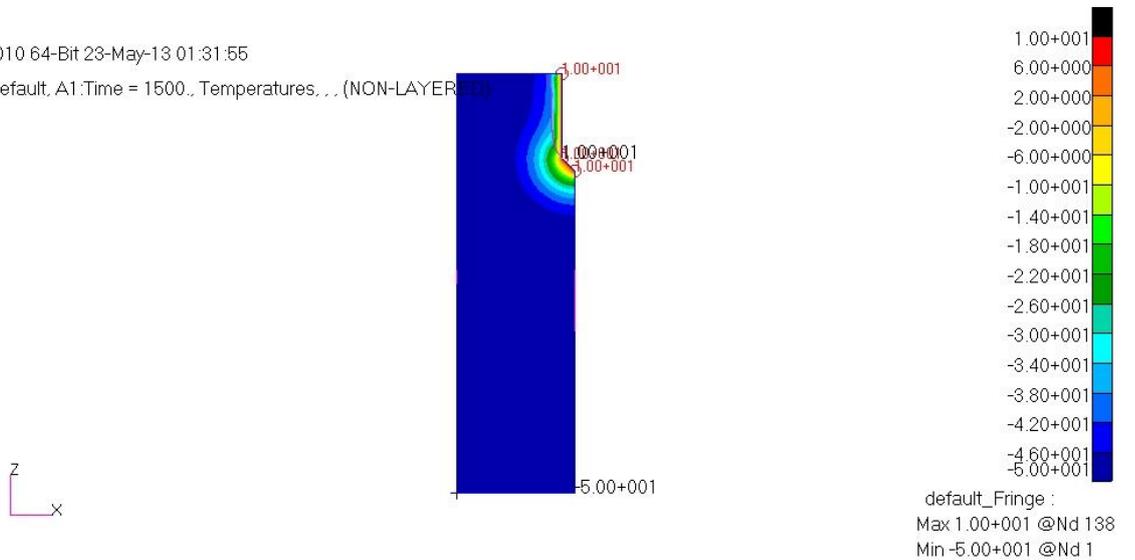


Рис. 17(б). Конический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 10:17:52

Fringe: Default, A1:Time = 1500., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

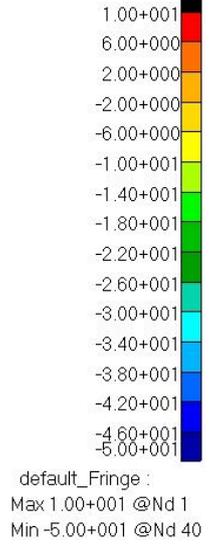
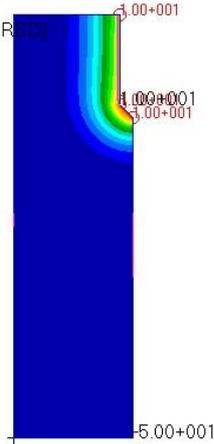


Рис. 17(в). Конический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 10:39:49

Fringe: Default, A1:Time = 1300., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

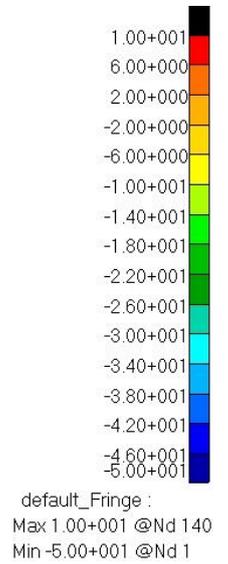
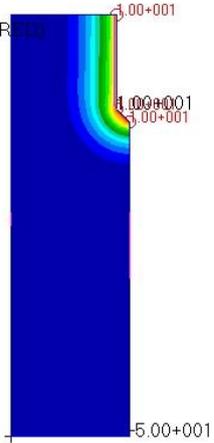


Рис. 17(г). Конический наконечник, $T=10^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 22-May-13 09:56:04

Fringe: Default, A1:Time = 2800., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

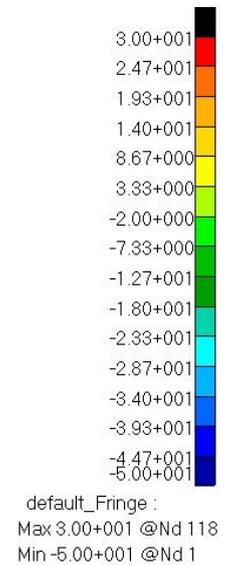
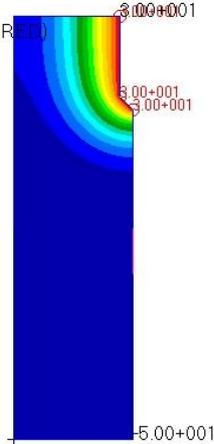


Рис. 18(а). Конический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 01:40:10

Fringe: Default, A1:Time = 4700., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

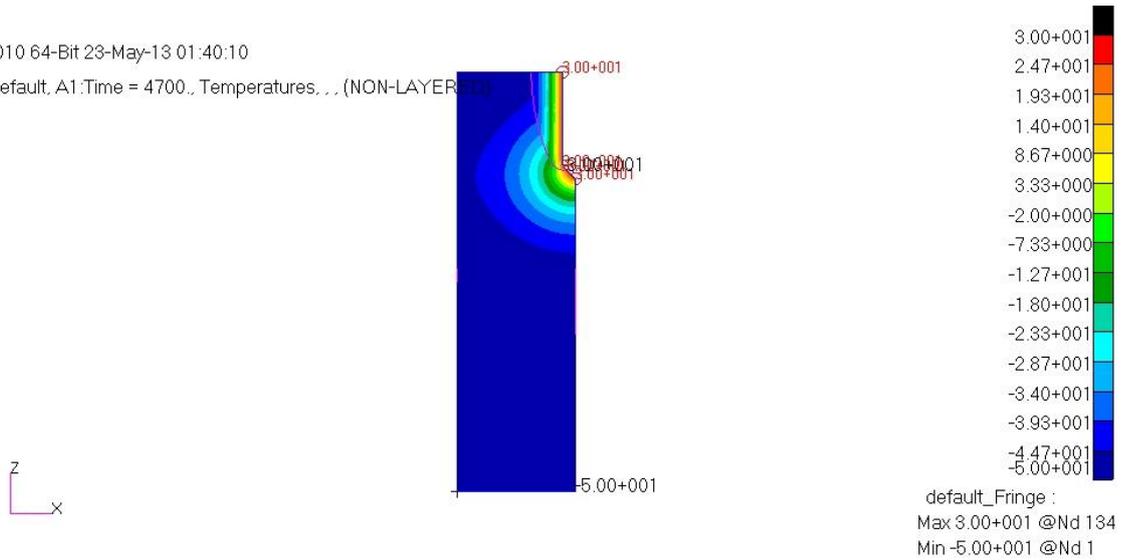


Рис. 18(б). Конический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 00:09:39

Fringe: Default, A1:Time = 3500., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

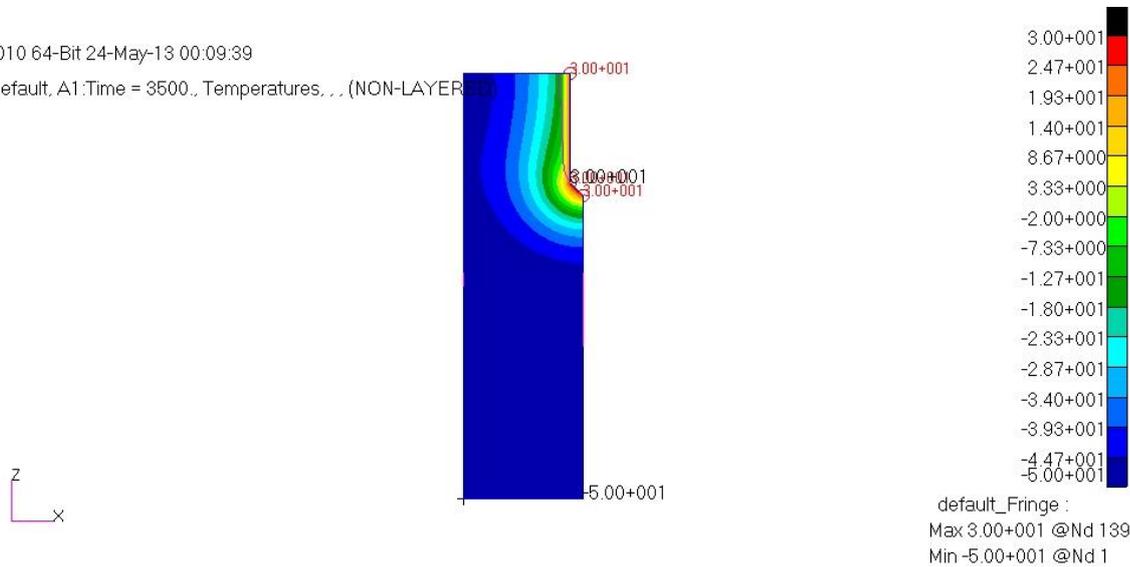


Рис. 18(в). Конический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 11:02:34

Fringe: Default, A1:Time = 3500., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

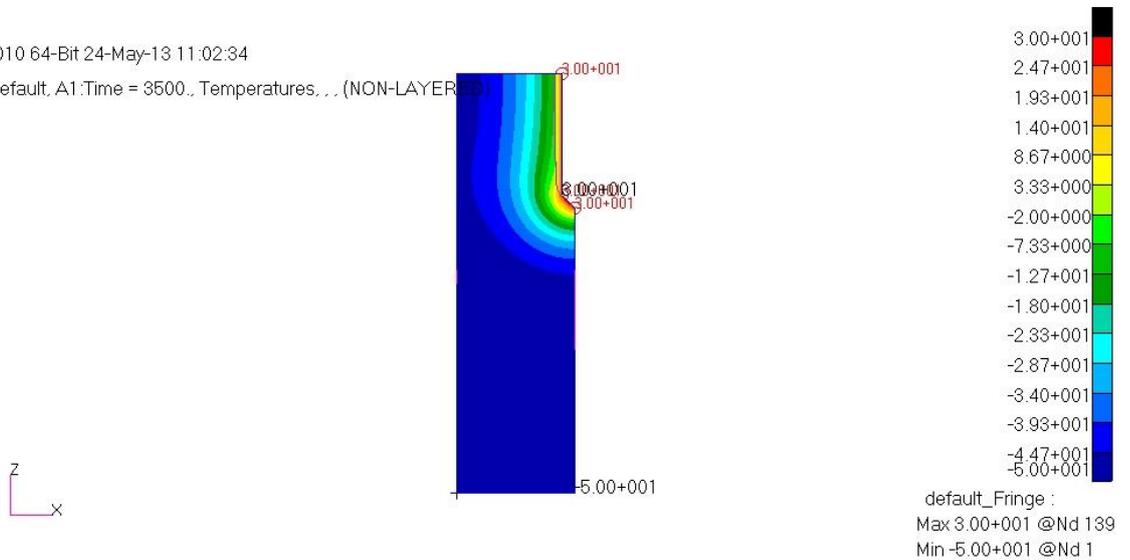


Рис. 18(г). Конический наконечник, $T=30^{\circ}\text{C}$, 4 шаг

Patran 2010 64-Bit 22-May-13 10:03:50

Fringe: Default, A1:Time = 2400., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

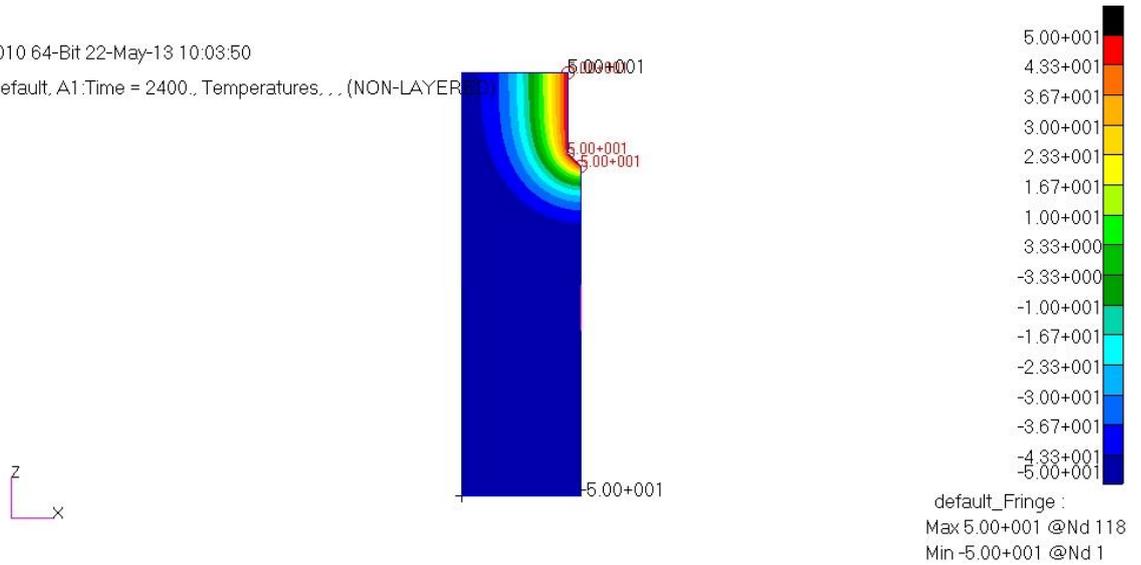


Рис. 19(а). Конический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 1 шаг

Patran 2010 64-Bit 23-May-13 01:49:41

Fringe: Default, A1:Time = 3500., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

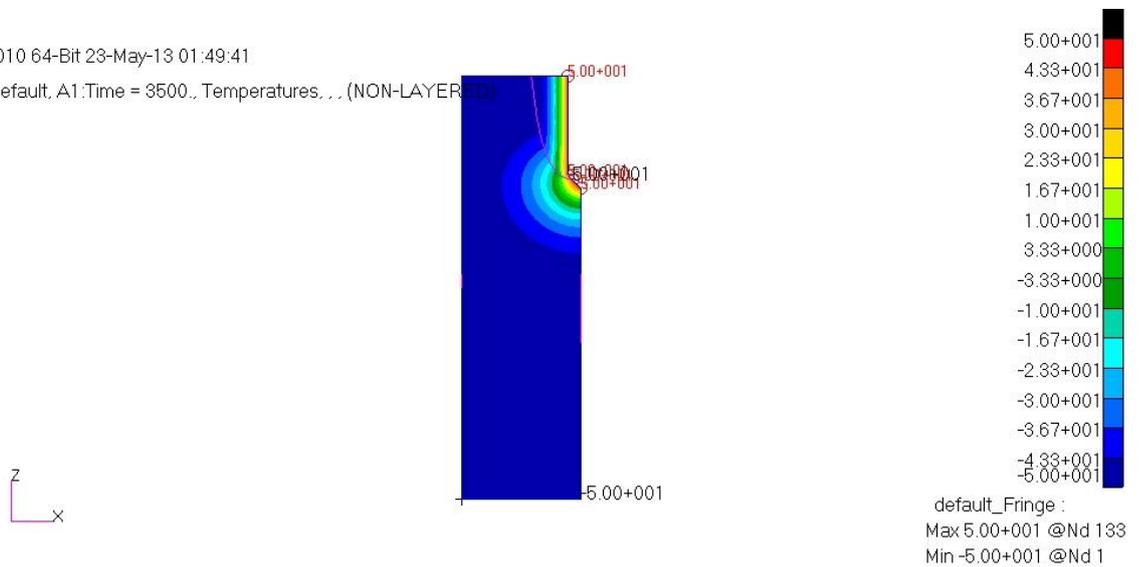


Рис. 19(б). Конический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 2 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 00:21:00

Fringe: Default, A1:Time = 2700., Temperatures, ... (NON-LAYERED)

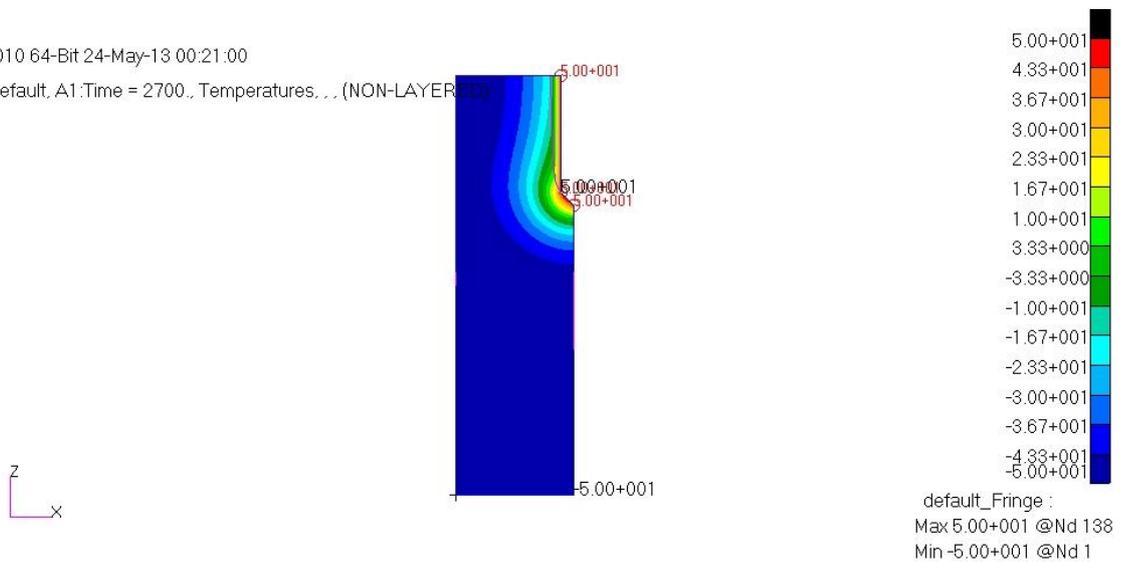
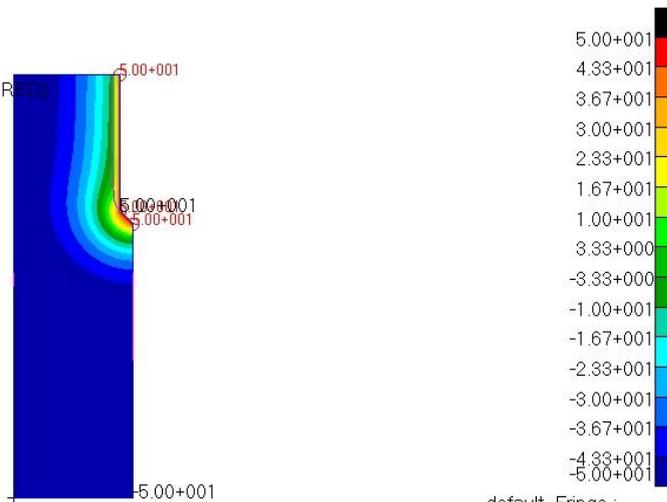


Рис. 19(в). Конический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 3 шаг

Patran 2010 64-Bit 24-May-13 11:18:12

Fringe: Default, A1.Time = 2700., Temperatures... (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 5.00+001 @Nd 139
Min -5.00+001 @Nd 1

Рис. 19(г). Конический наконечник, $T=50^{\circ}\text{C}$, 4 шаг