

Правительство Российской Федерации

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования**

**"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет экономики

Программа дисциплины

Линейная алгебра

для направления 080100.62 Экономика
подготовки бакалавра

Авторы программы: А.П. Иванов, к.ф.-м.н., ординарный профессор, IvanovAP@hse.perm.ru
А.В. Морозова, ст. преподаватель, MorozovaAV@hse.perm.ru

Одобрена на заседании кафедры высшей математики

«06» ноября 2012 г

Зав. кафедрой _____ А.П. Иванов

Утверждена Учебно-методическим Советом НИУ ВШЭ - Пермь «___» _____ 2012 г.

Председатель _____ Г.Е. Володина

Пермь, 2012

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.



1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления подготовки 080100.62 Экономика подготовки бакалавра, изучающих дисциплину «Линейная алгебра».

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ по направлению подготовки 080100.62 Экономика, утвержденным от 02.07.2010 г., протокол № 15;
- Образовательной программой направления 080100.62 Экономика подготовки бакалавра.
- Рабочим учебным планом университета по направлению подготовки 080100.62 Экономика подготовки бакалавра, утвержденным в 2012 г.

2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра» по направлению подготовки 080100.62 Экономика являются:

2.1. В области обучения

- подготовка в области основ гуманитарных, социальных, экономических и математических знаний, получение высшего профессионально профилированного (на уровне бакалавра) образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности, обладать универсальными и предметно-специализированными компетенциями, способствующими его социальной мобильности и устойчивости на рынке труда.

2.2. В области воспитания личности

- формирование социально-личностных качеств студентов: целеустремленности, организованности, трудолюбия, ответственности, гражданственности, коммуникативности, толерантности, повышение их общей культуры и расширение кругозора.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате изучения дисциплины

В результате изучения курса студент должен:

- Знать основные понятия теории линейной алгебры и аналитической геометрии.
- Уметь производить матричные расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений.
- Иметь представление о сферах применения и возможностях теории линейной алгебры и аналитической геометрии.
- Обладать навыками исследования систем линейных уравнений, исследования линейных преобразований линейных пространств, применения аппарата линейной алгебры в учебной деятельности и научной работе.

В результате освоения курса студент осваивает следующие компетенции:



Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
способен собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов	ПК-1	Дает определение основных понятий, воспроизводит формулировку методов решения стандартных задач, распознает область применимости методов,	Ознакомление с терминологией, формулировка типовых задач и методов их решения
способен осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ПК-4	Использует стандартные математические модели, демонстрирует знание основных методов решений, владеет теорией	Решение задач в нестандартных формулировках, комбинирование мат. методов
способен выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	ПК-5	Распознает тип поставленной задачи, обосновывает применимость метода решения, применяет необходимый метод, интерпретирует полученный результат, оценивает влияние внешних воздействий на полученное решение поставленной задачи	Решение задач в нестандартных формулировках, комбинирование мат. методов

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к математическому циклу дисциплин и базовой части дисциплин.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- Школьный курс алгебры и начал анализа
- Школьный курс геометрии

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- Знание методов решения систем уравнений и техники элементарных преобразований.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- Математический анализ
- Теория вероятностей и математическая статистика
- Методы оптимальных решений
- Теория отраслевых рынков



- Эконометрика

5. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1	Линейная алгебра	52	14	16		22
2	Аналитическая геометрия	56	16	16		24
	ИТОГО	108	30	32		46

6. Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	1 год				Параметры
		1	2	3	4	
Текущий (неделя)	Контрольная работа	7				письменная работа 80 минут
	Домашняя работа		7			письменная работа
Итоговый	Зачет		9			письменная работа 80 минут

6.1. Критерии оценки знаний, навыков

По всем формам текущего и итогового контроля при выставлении оценок учитывается способность студента распознавать тип поставленной задачи, обосновывать применимость метода решения, применить необходимый метод, интерпретировать полученный результат, оценить влияние внешних воздействий на полученное решение поставленной задачи.

Оценки по всем формам текущего и итогового контроля выставляются по 10-ти балльной шкале:

высшая оценка в 9 баллов (10 баллов проставляется в исключительных случаях) проставляются при отличном выполнении заданий: полных (с детальными или многочисленными примерами и возможными обобщениями) ответах на вопросы, правильном решении задачи и четком и исчерпывающем ее представлении,

почти отличная оценка в 8 баллов проставляется при полностью правильных ответах и решении задач, но при отсутствии какого-либо из выше перечисленных отличительных признаков, как, например: детальными примерами или обобщениями, четкого и исчерпывающего представления решаемой задачи,

оценка в 7 баллов проставляется при правильных ответах на вопросы и правильном решении задачи, но при отсутствии пояснений, примеров, обобщений, без представления алгоритма или последовательности решения задач,

оценка в 6 баллов проставляется при наличии отдельных неточностей в ответах на вопросы (включая грамматические ошибки) или неточностях в решении задачи не принципиального характера (описки и случайные ошибки арифметического характера),

оценка в 5 баллов проставляется в случаях, когда в ответах и в решении задач имеются неточности и ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании вопросов и требующие дополнительного обращения к тематическим материалам,

оценка в 4 балла проставляется при наличии серьезных ошибок и пробелов в знании по контролируемой тематике,

оценка в 3 балла проставляется при наличии лишь отдельных положительных моментов в ответах на вопросы и в решении задач, говорящих о потенциальной возможности



в последующем более успешно выполнить задания; оценка в 3 балла, как правило, ведет к повторному написанию ответов на вопросы или решению дополнительной задачи,

оценка в 2 балла проставляется при полном отсутствии положительных моментов в ответах на вопросы и решении задач и, как правило, ведет к повторному написанию контрольной работы в целом,

оценка в 1 балл проставляется, когда неправильные ответы и решения, кроме того, сопровождаются какими-либо демонстративными проявлениями безграмотности или неэтичного отношения к изучаемой теме.

6.2. Порядок формирования оценок по дисциплине

При формировании оценки за промежуточный контроль преподаватель учитывает оценку за контрольную работу.

Преподаватель оценивает работу студентов на семинарских и практических занятиях: активность студентов при обсуждении вопросов на семинаре, правильность решения задач на семинаре, выполнение миниконтролей по заранее озвученным темам дисциплины, выполнение домашних заданий по тематике прошедших семинаров. Оценки за работу на семинарских и практических занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских и практических занятиях определяется перед промежуточным или итоговым контролем и называется - *О_{аудиторная}*.

Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{\text{накопленная}} = 2/3 * O_{\text{текущий}} + 1/3 * O_{\text{аудиторная}}$$

где $O_{\text{текущий}}$ рассчитывается как взвешенная сумма всех форм текущего контроля, предусмотренных в РУП:

$$O_{\text{текущий}} = n_1 \cdot O_{\text{к/р}} + n_2 \cdot O_{\text{дз}},$$

при этом $n_1 = 0,5$, $n_2 = 0,5$.

Способ округления накопленной оценки текущего контроля: арифметический.

Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$$O_{\text{результующая}} = 0,6 * O_{\text{накопленная}} + 0,4 * O_{\text{экз/зач}}$$

Способ округления накопленной оценки промежуточного (итогового) контроля в форме экзамена: арифметический.

На пересдаче студенту не предоставляется возможность получить дополнительный балл для компенсации оценки за текущий контроль.

В диплом выставляет результирующая оценка по учебной дисциплине, которая формируется равной результирующей оценке за последний модуль последнего года проведения дисциплины.

7. Содержание программы

Раздел 1. Линейная алгебра

Тема 1. Комплексные числа

Определение. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа. Геометрическая интерпретация, модуль, аргумент. Операции над комплексными числами: сложение, умножение, возведение в степень, извлечение корня. Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел.

Количество часов аудиторной работы: 8 часов

Тема 2. Матричное исчисление

Матрицы и их преобразования. Основные определения. Виды матриц. Линейные операции над матрицами: сложение вычитание, умножение на действительное число. Свойства, арифметические операции над матрицами. Умножение матриц, свойства.



Многочлены от матриц. Транспонированная матрица, свойства. Алгебра матриц. Применение матричного исчисления к решению прикладных задач.

Определитель матрицы. Определители второго и третьего порядков, свойства. Перестановки и подстановки, виды. Определители n -го порядка, свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу), методом приведения к треугольному виду, по теореме Лапласа.

Ранг матрицы. Ранг матрицы, ранг ступенчатой матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Обратимость элементарных преобразований. Теоремы о ранге матрицы. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов). Приведение матрицы к ступенчатому виду элементарными преобразованиями. Определитель произведения матриц. Ранг произведения матриц. Обратная матрица. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями.

Количество часов аудиторной работы: 10 часов

Тема 3. Системы линейных уравнений

Матричные уравнения. Основные определения. Решение систем линейных уравнений. Совместная и несовместная системы линейных уравнений. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Равносильность (эквивалентность) системы линейных уравнений. Элементарные преобразования. Матрица и расширенная матрица системы. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных. Метод Гаусса. Решение системы линейных уравнений со ступенчатой матрицей системы. Общее решение системы линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные. Решение системы линейных уравнений с помощью определителей (теорема Крамера) неоднородной системы линейных уравнений. Исследование и решение линейных систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы уравнений. Структура множества решений системы линейных уравнений. Теорема о выборе главных и свободных неизвестных. Численные методы линейной алгебры. Приложение матричного исчисления к задачам экономического характера. Межотраслевой баланс, модель Леонтьева.

Количество часов аудиторной работы: 12 часов

Базовый учебник

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: Учебник. 17-е изд., стер. – Спб.: Издательство «Лань», 2008.

Основная

1. Беклемышев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1977.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.: Наука, 1988.
3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. – М.: Высш. шк., 1999.
4. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. – М.: ИНФРА-М, 1998.
5. Скорняков Л.А. Элементы линейной алгебры. Учебное пособие. – М.: Наука, 1980.
6. Шевцов Г.С. Линейная алгебра. – Пермь: ПГУ, 2003.
7. Шипачев В.С. Задачи по высшей математике. – М.: Высшая школа, 1996.

Дополнительная

1. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии. – М.: Наука, 1977.
2. Ермаков В.И. Общий курс высшей математики для экономистов. – М.: ИНФРА-М, 2000.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1984.
4. Сборник задач по математике для ВТУЗов. Линейная алгебра и основы мат. анализа (под редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича). – М.: Наука, 1981.



Формы и методы проведения занятий по разделу, применяемые учебные технологии: лекционные занятия, решение задач на семинарах, самостоятельная работа, проверка усвоенного материала микроконтролем.

Раздел 2. Аналитическая геометрия

Тема 4. Элементы векторной алгебры

Направленные отрезки. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов и их свойства. Умножение вектора на действительное число, свойства. Теорема о коллинеарных векторах. Система векторов. Базис. Разложение вектора на плоскости по двум неколлинеарным векторам. Координаты вектора. Длина вектора. Операции с векторами, заданными своими координатами. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами. Линейная зависимость векторов. Линейные векторные пространства. Трёхмерное векторное пространство. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Ортонормированный базис. Векторное произведение векторов и его свойства, следствия. Смешанное произведение векторов и его свойства, следствия. N- мерное линейное векторное пространство.

Количество часов аудиторной работы: 8 часов

Тема 5. Элементы аналитической геометрии плоскости и пространства

Аффинная и прямоугольная системы координат. Деление отрезка в данном отношении. Расстояние между точками. Формулы преобразования координат при переходе от явной системы координат к другой. Полярные координаты. Метод координат на плоскости и его применение. Аффинные пространства. Прямые и плоскости в аффинном пространстве.

Прямая линия. Уравнение прямой. Общее уравнение прямой на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Параметрическое и каноническое уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Уравнения прямой с угловым коэффициентом ив отрезках.

Плоскости и прямые в пространстве. Элементы аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве. Уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Общее уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трёх плоскостей. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между прямыми в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Углы между прямыми; между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость.

Кривые второго порядка, общий вид. Уравнение окружности, ее характеристики. Уравнение эллипса, его характеристики. Уравнение гиперболы, ее характеристики. Уравнение параболы, ее характеристики.

Количество часов аудиторной работы: 10 часов

Тема 6. Линейные пространства и линейные операторы в них

Алгебраические операции (определение, примеры). Алгебраические структуры: группы относительно сложения и умножения, кольца и поля (определения, примеры, свойства). Связь между базисами линейного пространства. Линейные подпространства. Линейная оболочка векторов. Операторы и преобразования линейных пространств. Линейные преобразования. Определения и примеры. Линейные отображения. Матрица линейного преобразования. Связь матрицы одного и того же линейного преобразования в разных базисах. Характеристические корни матрицы и линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Свойства собственных векторов с одинаковыми и различными собственными значениями. Базис из собственных



векторов линейного преобразования. Нахождение базиса из собственных векторов линейного преобразования. Действия с линейными преобразованиями.

Количество часов аудиторной работы: 4 часов

Тема 7. Линейные, билинейные и квадратичные формы

Основные определения квадратичных форм. Общий вид линейной формы в n -мерном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса. Общий вид билинейной формы в n -мерном линейном пространстве. Матрицы билинейной и симметричной билинейной форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределение квадратичной формы. Критерий Сильвестра определенности квадратичной формы.

Количество часов аудиторной работы: 6 часов

Тема 8. Евклидовы пространства и операторы в них

Основные понятия, определения, замечания. Скалярное произведение. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника. Длина вектора и угол между векторами. Ортогональность векторов. Независимость попарно ортогональных векторов. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Построение ортонормированного базиса ортогонализацией произвольного базиса. Матрица скалярного произведения в ортонормированном базисе. Ортогональные матрицы. Геометрическая интерпретация. Евклидово пространство. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Линейные операторы в евклидовом пространстве. Сопряженные операторы. Матрица сопряженных оператор. Самосопряженные операторы, их собственные векторы и собственные значения, ортонормированный базис из собственных векторов самосопряженного оператора.

Количество часов аудиторной работы: 4 часов

Базовый учебник

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: Учебник. 17-е изд., стер. – Спб.: Издательство «Лань», 2008.

Основная

1. Беклемышев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1977.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.: Наука, 1988.
3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. – М.: Высш. шк., 1999.
4. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. – М.: ИНФРА-М, 1998.
5. Скорняков Л.А. Элементы линейной алгебры. Учебное пособие. – М.: Наука, 1980.
6. Шевцов Г.С. Линейная алгебра. – Пермь: ПГУ, 2003.
7. Шипачев В.С. Задачи по высшей математике. – М.: Высшая школа, 1996.

Дополнительная

1. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии. – М.: Наука, 1977.
2. Ермаков В.И. Общий курс высшей математики для экономистов. – М.: ИНФРА-М, 2000.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1984.
4. Сборник задач по математике для ВТУЗов. Линейная алгебра и основы мат. анализа (под редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича). – М.: Наука, 1981.

Формы и методы проведения занятий по разделу, применяемые учебные технологии: лекционные занятия, решение задач на семинарах, самостоятельная работа, проверка усвоенного материала микроконтролем.



8. Образовательные технологии

8.1. Методические рекомендации преподавателю

1. Изучив глубоко содержание учебной дисциплины, преподавателю целесообразно разработать матрицу наиболее предпочтительных методов обучения и форм самостоятельной работы студентов, адекватных видам лекционных и семинарских занятий.

2. Необходимо предусмотреть развитие форм самостоятельной работы, выводя студентов к завершению изучения учебной дисциплины на её высший уровень.

3. Пакет заданий для самостоятельной работы следует выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из обязательной и факультативной частей.

4. Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

5. Вузовская лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Преподаватель, читающий лекционные курсы в вузе, должен знать существующие в педагогической науке и используемые на практике варианты лекций, их дидактические и воспитывающие возможности, а также их методическое место в структуре процесса обучения.

6. Семинар проводится по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы. Он может быть построен как на материале одной лекции, так и на содержании обзорной лекции, а также по определённой теме без чтения предварительной лекции. Главная и определяющая особенность любого семинара – наличие элементов дискуссии, проблемности, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами.

а) разработка учебно-методического материала:

- ü формулировка темы, соответствующей программе и госстандарту;
- ü определение дидактических, воспитывающих и формирующих целей занятия;
- ü выбор методов, приемов и средств для проведения семинара;
- ü подбор литературы для преподавателя и студентов;
- ü при необходимости проведение консультаций для студентов;

б) подготовка обучаемых и преподавателя:

- ü составление плана семинара из 3-4 вопросов;
- ü предоставление студентам 4-5 дней для подготовки к семинару;
- ü предоставление рекомендаций о последовательности изучения литературы (учебники, учебные пособия, законы и постановления, руководства и положения, конспекты лекций, статьи, справочники, информационные сборники и бюллетени, статистические данные и др.);
- ü создание набора наглядных пособий.



Подводя итоги семинара, можно использовать следующие критерии (показатели) оценки ответов:

- полнота и конкретность ответа;
- последовательность и логика изложения;
- связь теоретических положений с практикой;
- обоснованность и доказательность излагаемых положений;
- наличие качественных и количественных показателей;
- наличие иллюстраций к ответам в виде исторических фактов, примеров и пр.;
- уровень культуры речи;
- использование наглядных пособий и т.п.

В конце семинара рекомендуется дать оценку всего семинарского занятия, обратив особое внимание на следующие аспекты:

- качество подготовки;
- степень усвоения знаний;
- активность;
- положительные стороны в работе студентов;
- ценные и конструктивные предложения;
- недостатки в работе студентов;
- задачи и пути устранения недостатков.

После проведения первого семинарского курса, начинающему преподавателю целесообразно осуществить общий анализ проделанной работы, извлекая при этом полезные уроки.

7. При изложении материала важно помнить, что почти половина информации на лекции передается через интонацию. Учитывать тот факт, что первый кризис внимания студентов наступает на 15-20-й минутах, второй – на 30-35-й минутах. В профессиональном общении исходить из того, что восприятие лекций студентами младших и старших курсов существенно отличается по готовности и умению.

8. При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

8.2. Методические указания студентам

- При подготовке к семинарским занятиям и выполнении контрольных заданий студентам следует использовать литературу из приведенного в данной программе списка, а также руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя.
- Перед каждым семинарским занятием студент изучает план семинарского занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием по вынесенному на семинар материалу. Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к семинарскому занятию:
 1. проработать конспект лекций;
 2. проанализировать основную и дополнительную литературу, рекомендованную по изучаемому разделу;
 3. изучить решения типовых задач;
 4. решить заданные домашние задания;
 5. при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.
- Домашние задания необходимо выполнять к каждому семинарскому занятию. Сложные вопросы можно вынести на обсуждение на семинар или на индивидуальные консультации. Контрольные работы состоят из вопросов и задач, аналогичным задачам домашних заданий.



- Для более глубокого освоения дисциплины студентам рекомендуется больше решать задач из базового учебного пособия и задачника с тестами из списка основной литературы
- На семинарских занятиях приветствуется способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективное решение поставленных проблем.

9. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

9.1. Тематика заданий текущего контроля

Контрольная работа

1. Определение комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа.
2. Геометрическая интерпретация, модуль, аргумент.
3. Операции над комплексными числами: сложение, умножение, возведение в степень, извлечение корня.
4. Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел.
5. Определение матрицы, ее характеристики. Виды матриц.
6. Линейные операции над матрицами: сложение вычитание, умножение на действительное число.
7. Умножение матриц, свойства.
8. Транспонированная матрица, свойства.
9. Обратная матрица, свойства, способы нахождения обратной матрицы.
10. Обратная матрица. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями.
11. Определители второго и третьего порядков, свойства.
12. Миноры и алгебраические дополнения.
13. Определители n -го порядка, свойства.
14. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу), методом приведения к треугольному виду, по теореме Лапласа.
15. Ранг матрицы, ранг ступенчатой матрицы.
16. Элементарные преобразования матрицы.
17. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов).
18. Совместная и несовместная системы линейных уравнений.
19. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений.
20. Равносильность (эквивалентность) системы линейных уравнений.
21. Матрица и расширенная матрица системы.
22. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных. Метод Гаусса.
23. Решение системы линейных уравнений со ступенчатой матрицей системы.
24. Общее решение системы линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные.
25. Решение системы линейных уравнений с помощью определителей (теорема Крамера) неоднородной системы линейных уравнений.
26. Матричные уравнения. Нахождение решения матричного уравнения с помощью обратной матрицы.
27. Межотраслевой баланс, модель Леонтьева. Методы решения.
28. Характеристические корни матрицы. Собственные векторы и собственные значения матрицы.
29. Знакоопределение квадратичной формы. Критерий Сильвестра определённости квадратичной формы.



Домашняя работа

1. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на действительное число. Длина вектора.
2. Операции с векторами, заданными своими координатами.
3. Базис. Разложение вектора на плоскости по двум неколлинеарным векторам.
4. Линейная зависимость векторов.
5. Скалярное произведение векторов. Свойства.
6. Угол между векторами.
7. Трёхмерное векторное пространство. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Ортонормированный базис.
8. Векторное произведение векторов. Свойства. Следствия.
9. Смешанное произведение векторов. Свойства. Следствия.
10. Аффинная и прямоугольная системы координат.
11. Формулы преобразования координат при переходе от явной системы координат к другой.
12. Полярные координаты.
13. Метод координат на плоскости и его применение.
14. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнения прямой с угловым коэффициентом и в отрезках. Параметрическое и каноническое уравнение прямой.
15. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
16. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между прямыми.
17. Угол между двумя прямыми.
18. Общее уравнение плоскости.
19. Взаимное расположение двух и трёх плоскостей.
20. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
21. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между плоскостями.
22. Уравнение прямой в пространстве.
23. Взаимное расположение прямых в пространстве.
24. Углы между прямыми в пространстве.
25. Взаимное расположение прямой и плоскости.
26. Угол между прямой и плоскостью.
27. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между прямыми в пространстве. Расстояние между прямой и плоскостью.
28. Кривые второго порядка, общий вид. Уравнение окружности, ее характеристики.
29. Уравнение эллипса, его характеристики.
30. Уравнение гиперболы, ее характеристики.
31. Уравнение параболы, ее характеристики.

9.2. Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Определение комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа.
2. Геометрическая интерпретация, модуль, аргумент.
3. Операции над комплексными числами: сложение, умножение, возведение в степень, извлечение корня.
4. Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел.
5. Определение матрицы, ее характеристики. Виды матриц.
6. Линейные операции над матрицами: сложение вычитание, умножение на действительное число.
7. Умножение матриц, свойства.
8. Транспонированная матрица, свойства.



9. Обратная матрица, свойства, способы нахождения обратной матрицы.
10. Обратная матрица. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями.
11. Определители второго и третьего порядков, свойства.
12. Миноры и алгебраические дополнения.
13. Определители n -го порядка, свойства.
14. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу), методом приведения к треугольному виду, по теореме Лапласа.
15. Ранг матрицы, ранг ступенчатой матрицы.
16. Элементарные преобразования матрицы.
17. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов).
18. Совместная и несовместная системы линейных уравнений.
19. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений.
20. Равносильность (эквивалентность) системы линейных уравнений.
21. Матрица и расширенная матрица системы.
22. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных. Метод Гаусса.
23. Решение системы линейных уравнений со ступенчатой матрицей системы.
24. Общее решение системы линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные.
25. Решение системы линейных уравнений с помощью определителей (теорема Крамера) неоднородной системы линейных уравнений.
26. Матричные уравнения. Нахождение решения матричного уравнения с помощью обратной матрицы.
27. Межотраслевой баланс, модель Леонтьева. Методы решения.
28. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на действительное число. Длина вектора.
29. Операции с векторами, заданными своими координатами.
30. Базис. Разложение вектора на плоскости по двум неколлинеарным векторам.
31. Линейная зависимость векторов.
32. Скалярное произведение векторов. Свойства.
33. Угол между векторами.
34. Трёхмерное векторное пространство. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Ортонормированный базис.
35. Векторное произведение векторов. Свойства. Следствия.
36. Смешанное произведение векторов. Свойства. Следствия.
37. Аффинная и прямоугольная системы координат.
38. Формулы преобразования координат при переходе от явной системы координат к другой.
39. Полярные координаты.
40. Метод координат на плоскости и его применение.
41. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнения прямой с угловым коэффициентом и в отрезках. Параметрическое и каноническое уравнение прямой.
42. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
43. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между прямыми.
44. Угол между двумя прямыми.
45. Общее уравнение плоскости.
46. Взаимное расположение двух и трёх плоскостей.
47. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
48. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между плоскостями.
49. Уравнение прямой в пространстве.
50. Взаимное расположение прямых в пространстве.
51. Углы между прямыми в пространстве.
52. Взаимное расположение прямой и плоскости.



53. Угол между прямой и плоскостью.
54. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между прямыми в пространстве. Расстояние между прямой и плоскостью.
55. Кривые второго порядка, общий вид. Уравнение окружности, ее характеристики.
56. Уравнение эллипса, его характеристики.
57. Уравнение гиперболы, ее характеристики.
58. Уравнение параболы, ее характеристики.
59. Алгебраические структуры: группы относительно сложения и умножения, кольца и поля (определения, примеры, свойства).
60. Линейная зависимость векторов. Базис, размерность, координаты векторов.
61. Связь между базисами линейного пространства. Матрица перехода от старого базиса к новому, если базисные вектора заданы своими координатами по отношению к искомому базису.
62. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
63. Матрица линейного преобразования. Связь матрицы одного и того же линейного преобразования в разных базисах.
64. Характеристические корни матрицы и линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
65. Общий вид линейной формы в n -мерном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса.
66. Общий вид билинейной формы в n -мерном линейном пространстве. Матрицы билинейной и симметричной билинейной форм.
67. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичных форм.
68. Знакоопределение квадратичной формы. Критерий Сильвестра определённости квадратичной формы.
69. Евклидовы пространства и операторы в них. Основные понятия, определения.
70. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника.
71. Ортогональность векторов. Независимость попарно ортогональных векторов. Ортогональная проекция вектора на подпространство.
72. Построение ортонормированного базиса ортогонализации произвольного базиса.
73. Матрица скалярного произведения в ортонормированном базисе.
74. Ортогональные матрицы.
75. Ортогональные преобразования евклидова пространства.
76. Линейные операторы в евклидовом пространстве.
77. Сопряженность операторов. Матрица сопряженных оператор. Самосопряженные операторы, их собственные векторы и собственные значения, ортонормированный базис из собственных векторов самосопряженного оператора.

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

10.1. Базовый учебник

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: Учебник. 17-е изд., стер. – Спб.: Издательство «Лань», 2008.

10.2. Основная литература

1. Беклемышев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1977.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.: Наука, 1988.
3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. – М.: Высш. шк., 1999.



4. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. – М.: ИНФРА-М, 1998.
5. Скорняков Л.А. Элементы линейной алгебры. Учебное пособие. – М.: Наука, 1980.
6. Шевцов Г.С. Линейная алгебра. – Пермь: ПГУ, 2003.
7. Шипачев В.С. Задачи по высшей математике. – М.: Высшая школа, 1996.

10.3. Дополнительная литература

1. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии. – М.: Наука, 1977.
2. Ермаков В.И. Общий курс высшей математики для экономистов. – М.: ИНФРА-М, 2000.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1984.
4. Сборник задач по математике для ВТУЗов. Линейная алгебра и основы мат. анализа (под редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича). – М.: Наука, 1981.

10.4. Справочники, словари, энциклопедии

1. Справочник по математике / Под ред. М.Я. Выгодского. – М.: АСТ, 2010.

10.5. Программные средства

Для успешного освоения дисциплины, студент может использовать следующие программные средства: Microsoft Excel 2003/2007/2010, Mathcad 2001i Professional и др.

10.6. Дистанционная поддержка дисциплины

Задания для семинарских занятий, домашние задания по семинарским занятиям, вспомогательный лекционный материал, примеры разобранных решений размещены на <http://lms.hse.ru>. Задания для самоконтролей, для подготовки к контрольным мероприятиям и итоговой работе размещены на <http://trajectory.hse.perm.ru>.

11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

В рамках отдельных лекционных занятий необходимо наличие проектора.