

ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.И. Вольский

**ПРОЦЕДУРЫ ГОЛОСОВАНИЯ
В МАЛЫХ ГРУППАХ С ДРЕВНЕЙШИХ
ВРЕМЕН ДО НАЧАЛА XX ВЕКА**

Препринт WP7/2014/02

Серия WP7

Математические методы
анализа решений в экономике,
бизнесе и политике

Москва
2014

УДК 342.8
ББК 67.400.5
В71

Редакторы серии WP7
«Математические методы анализа решений в экономике,
бизнесе и политике»

Ф.Т. Алескеров, В.В. Подиновский, Б.Г. Миркин

В71 **Вольский, В. И.** Процедуры голосования в малых группах с древнейших времен до начала XX века: [Текст]: препринт WP7/2014/02 / В. И. Вольский ; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». – М. : Изд. дом. Высшей школы экономики, 2014. – 76 с. – (Серия WP7 «Математические методы анализа решений в экономике, бизнесе и политике»). – 10 экз.

Описываются процедуры голосования в малых группах начиная с процедур, предложенных спартанским законодателем Ликургом в VIII в. до н.э. Приведен пример манипулирования при голосовании, который был описан Плинием Младшим во II в. н.э. Если в античные времена и в первые века христианства применялись процедуры голосования, основанные на понятии большинства голосов, то в XIII в. Раймундом Луллием были предложены процедуры голосования, основанные на попарном сравнении кандидатов, а в XV в. Николай Кузанский описал процедуру, основанную на ранжировании кандидатов избирателями. Жан-Шарль де Борда и маркиз де Кондорсе в XVIII в. и Чарльз Лютвидж Доджсон в XIX в. провели сравнительный и критический анализ существовавших тогда процедур и предложили свои процедуры голосования. Кроме того, приведена процедура выбора дожа в Венецианской республике и описаны институты выборов в Древней Руси и дореволюционной России. Описаны процедуры голосования, предложенные в XIX в. и применяемые на практике до настоящего времени.

УДК 342.8
ББК 67.400.5

Работа осуществлена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований № 08-01-00039-а.

Вольский В.И. – Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»; Институт проблем управления РАН; vvolskiy@hse.ru

**Препринты Национального исследовательского университета
«Высшая школа экономики» размещаются по адресу: <http://www.hse.ru/org/hse/wp>**

© Вольский В. И., 2014
© Оформление. Издательский дом
Высшей школы экономики, 2014

Содержание

1. Введение	4
2. Процедуры голосования в античном мире	4
3. Голосование в ранних христианских сообществах.....	8
4. Выборы дожа в Венецианской республике	11
5. Вклад Раймунда Луллия в разработку процедур голосования	13
6. Николай Кузанский и его система голосования	21
7. Институт выборов в России с древнейших времен до начала XX в.	23
7.1 Вечевые институты в Древней Руси	23
7.2. Выборы в Земские соборы.....	24
7.3. Избирательные процедуры в XVIII в.	25
7.4. Выборы в органы местного самоуправления в XIX в.	27
8. Ж.-Ш. де Борда и маркиз де Кондорсе – родоначальники теории голосо- вания	28
8.1. Вклад Ж.-Ш. де Борда в теорию голосования	28
8.2. Вклад маркиза де Кондорсе в теорию голосования	33
9. Процедуры голосования в англоязычных странах в XIX в.	43
9.1. Процедура передачи голосов	44
9.2. Процедура Уэйра	48
9.3. Процедура Нансона	50
9.4. Процедура Болдуина	52
10. Работы Ч.Л. Доджсона в области теории голосования.....	53
10.1. Критика существующих процедур голосования.....	54
10.2. Новые подходы к принятию коллективного решения.....	59
11. Заключение	67
Литература	68

1. Введение

В наше время голосование является наиболее распространенным способом принятия коллективного решения. Хотя на практике чаще всего используется процедура голосования по большинству голосов (избранным считается кандидат, набравший более 50% голосов или кандидат, набравший больше голосов, чем другие кандидаты), в действительности в литературе описано и используется на практике много процедур голосования, существенно отличающихся друг от друга.

Следует различать голосование двух типов, положив в основу этого различия число избирателей:

– конституционное (всеобщее) голосование. В этом случае число избирателей очень велико (тысячи, миллионы). К этому типу голосования относятся выборы парламента или президента страны, общенациональные референдумы и т.д.;

– голосование в малых группах. Здесь число избирателей варьируется от нескольких человек до нескольких сотен человек. Примером может быть голосование на общем собрании акционеров, совете директоров компании, голосование в комитете или комиссии парламента и т.д.

Сравнительно небольшое число избирателей часто делает такую малую группу избирателей более однородной. Избиратели лучше и более обоснованно представляют себе точки зрения друг друга, сравнительно небольшое число избирателей допускает применение более сложных процедур голосования, представления избирателей о перечисленных в бюллетенях кандидатах являются более детальными. Поэтому во многих случаях избиратели имеют возможность упорядочить список кандидатов в соответствии с собственным мнением.

Данная работа посвящена истории голосования в малых группах с древнейших времен до начала XX в.

2. Процедуры голосования в античном мире

С древнейших времен для принятия коллективных решений применялось голосование. Интерес к процедурам голосования как к способу принятия решения коллективом возник еще в античные времена.

Плутарх рассказывает о двух процедурах голосования, принятых во времена легендарного спартанского законодателя Ликурга (VIII–IX вв. до н.э.) [Плутарх, 1994; Алескеров, Ордешук, 1995].

Первая процедура – выборы в Совет старейшин. Совет старейшин состоял из 28 членов. В случае смерти одного из членов Совета вставала задача выбора нового члена. Кандидатами были уважаемые граждане Спарты, достигшие 60 лет.

Решение выносилось следующим образом [Плутарх, 1994, с. 55]: «Когда народ сходил, особые выборные закрывались по соседству, так чтобы и их никто не видел, и сами они не видели, что происходит снаружи, но только слышали бы голоса собравшихся. Народ и в этом случае, как и во всех прочих, решал дело криком. Соискателей вводили не всех сразу, а по очереди, в соответствии со жребием, и они молча проходили через Собрание. У сидевших взаперти были таблички, на которых они отмечали силу крика, не зная, кому это кричат, но только заключая, что вышел первый, второй, третий, вообще очередной соискатель. Избранным объявлялся тот, кому кричали больше и громче других».

Говоря современным языком, имелись избиратели (граждане Спарты, пришедшие на площадь), избирательная комиссия (группа людей, сидевших в помещении без окон) и процедура голосования (победитель определялся по силе крика избирателей). Такая процедура сейчас называется процедурой «одобряющего голосования» (approval voting) [Brams, Fishburn, 1978; Алескеров, Ордешук, 1995]¹.

Вторая процедура, предложенная Ликургом, применялась для выбора участников общих трапез. Ликург ввел в Спарте много новых законов и нововведений. Одно из таких преобразований – учреждение общих трапез. На трапезы собиралось человек 15, иногда немного больше или меньше.

Плутарх пишет [Плутарх, 1994, с. 46]: «Желавший стать участником трапезы подвергался вот какому испытанию. Каждый из сотрапезников брал в руку кусок хлебного мякиша и, словно камешек для голосования, молча бросал в сосуд, который подносил, держа на голове, слуга. В знак одобрения комок просто опускали, а кто хотел выразить несогласие, тот предварительно сильно стискивал мякиш в кулаке. И если обнаруживали в сосуде хотя бы один такой комок, искателю в приеме отказывали,

¹ Согласно процедуре «одобряющего голосования», избиратель может указать в избирательном бюллетене не одного лучшего с его точки зрения кандидата, а нескольких кандидатов.

желая, чтобы все, сидящие за столом, находили удовольствие в обществе друг друга».

Такая процедура голосования в настоящее время получила название «принцип единогласия».

Голосование с помощью шаров использовалось в афинском суде присяжных, учрежденном Солоном в VI в до н.э. Судьи опускали в сосуд белый шар – в знак оправдания, черный – в знак обвинения.

Аристотель [Аристотель, 1997, с. 271–343] рассказывает об остракизме – процедуре изгнания из государства посредством голосования черепками (остраконами)², введенной афинским реформатором Клисфеном в VI в до н.э. Остракизм применялся как превентивная мера во избежание захвата власти или усиления влияния того или иного гражданина Афин [Суриков, 2006].

Процедура остракизма заключалась в следующем. Каждый гражданин Афин приносил с собой остракон и писал на нем имя человека, которого, по его мнению, надо было изгнать. Затем производился подсчет. Если черепков было менее 6 тысяч, то голосование считалось несостоявшимся. Если черепков было больше 6 тысяч, то остракизму (изгнанию из города) подвергался гражданин, против которого было подано наибольшее количество голосов. Изгнание было временным, обычно – 10 лет. При этом изгнанные не лишались прав гражданства и собственности. Остракизм играл большую роль в политической борьбе, развертывавшейся в афинском полисе. Противоборствующие группировки пытались с помощью остракизма изгнать из Афин своих влиятельных политических противников. Известны противостояния Менона и Перикла (начало 450-х гг. до н.э.) и Фукидида и Перикла (444 г до н.э.). Оба эти противостояния закончились победой Перикла и изгнанием Менона и Фукидида путем остракизма.

Примером голосования по большинству голосов являлось решение о судьбе раненого гладиатора во время гладиаторских боев в Древнем Риме [Лосев, 1979, с. 45–55]. В 106 г до н.э. гладиаторские игры были введены в число публичных зрелищ. Они были запрещены лишь в 404 г. н.э., когда в Римской империи возобладало христианство. Решение о судьбе раненого гладиатора принималось публично: император оценивал количество поднятых пальцев (жизнь) и опущенных пальцев (смерть). Если поднятых пальцев было больше, то император даровал жизнь раненому

² В Сиракузах с аналогичной целью использовались не черепки, а масляные листья (отчего и сам институт носил там название петализма).

гладиатору, т.е. также имела место процедура «по большинству голосов».

Пожалуй, первый случай манипулирования при голосовании имел место во II в. н.э. в Риме. Описание этой ситуации приведено в [Алескеров, Ордешук, 1995, с. 68–69]: «Плиний Младший [Письма Плиния Младшего, 1983] обсуждает в письме Аристону (крупному юристу II в. н.э.) следующее дело, которое рассматривалось в Римском Сенате: консул Афраний Декстр был найден мертвым и было не ясно, покончил ли он с собой или же, повинувшись приказу хозяина, его убил слуга. Мнения в Сенате относительно слуги разделились следующим образом: группа А, которая составляла относительное большинство в Сенате, считала, что слугу можно освободить; группа Б высказывалась за ссылку, а группа В – за казнь слуги. При этом группа Б + В составляла в Сенате большинство.

Плиний, который председательствовал в Сенате и был сторонником альтернативы «свобода», рассуждает следующим образом: если поставить на голосование все три альтернативы и использовать процедуру простого большинства голосов, то члены группы Б скорее присоединятся к группе В и будет принято решение о казни слуги. Если же альтернативы «казнь» и «ссылка» объединить в единую альтернативу «наказание», и сначала выбирать между альтернативами «наказание» и «свобода», то группы Б и В могут объединиться и выбрать альтернативу «наказание», а затем если поставить на голосование альтернативы «казнь» или «ссылка», то уже могут объединиться группы А и Б и принять решение о ссылке. Поэтому Плиний предложил считать мнения порознь и далее использовать правило «относительного большинства голосов», полагая, что альтернативы слишком различны, чтобы объединять их, и, конечно же, желая получить в виде результата альтернативу «свобода». Однако при подсчете голосов часть сторонников смертной казни перешла в группу Б, и относительным большинством голосов было поддержано решение о ссылке. Иначе говоря, Плинием впервые обсуждается вопрос о «стратегическом» поведении организатора и участников при голосовании: прогнозируя возможные последствия применения процедуры в конкретных условиях, т.е. при конкретных мнениях избирателей относительно вариантов, участники могут намеренно изменить свои мнения, чтобы добиться более приемлемого для себя результата.

Пример, описанный Плинием, интересен сразу по нескольким причинам. Во-первых, вместо принятия решения на множестве альтернатив,

показанном условно на рис. 1а, он предложил двухступенчатую систему принятия коллективного решения, которое условно показано на рис. 1б.

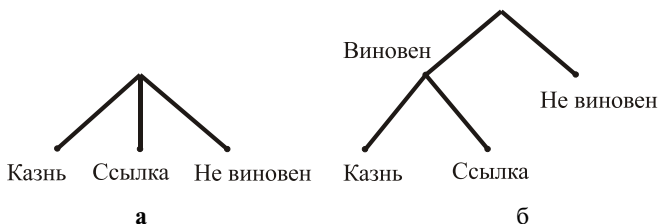


Рис. 1

Иначе говоря, с его стороны имело место манипулирование как множеством альтернатив, так и процедурой голосования (вместо процедуры «простое большинство голосов» использовалась процедура «относительное большинство голосов»).

Теперь обратимся к участникам процедуры голосования. Тот факт, что часть сторонников смертной казни переменяла свое мнение на вариант «ссылка», показывает, что имело место манипулирование со стороны избирателей. Таким образом, в целом имела место комбинация сразу трех разных типов манипулирования: манипулирование множеством альтернатив, манипулирование процедурой голосования и манипулирование со стороны избирателей».

3. Голосование в ранних христианских сообществах

Процедуры голосования в первые века христианства подробно описаны в [Мулен, 2002, с. 172–188].

Наиболее распространенный способ избрания в ранних церковных сообществах заключался в том, что умирающий аббат сам называл своего преемника. Если этого не происходило, то самый старый из монахов и, как предполагалось, самый мудрый, предлагал кандидатуру преемника, которая тотчас же принималась всеми – потому что либо она внушала доверие к себе, либо не оставалось возможности для выражения мнения меньшинства.

Однако постепенно в церковных сообществах стал вводиться принцип избрания путем всеобщего избирательного права и одобрения, при-

чем принцип абсолютного большинства (>50% голосов) был принят и провозглашен еще в IV в. Напротив, избрание относительным большинством голосов запрещалось, даже если не удавалось получить желаемое абсолютное большинство.

Папа Целестин I (годы пребывания на папском престоле 422–432 гг.) предписывает: «Ни один епископ не должен быть навязан».

Ученик Целестина I папа Лев I (годы пребывания на папском престоле 440–461 гг.) уточняет: «Каждый, кому предстоит управлять, должен быть избран всеми, кем он призывается руководить».

В VI в. св. Бенедикт несколько нарушил стройную систему голосования по большинству голосов, применявшуюся при избрании пап и аббатов. В своем уставе он перечисляет следующие способы избрания:

- единодушное голосование и избрание достойного монаха;
- единодушное выявление недостойного монаха;
- голосование по большинству голосов по поводу недостойного монаха;

– избрание меньшинством, которое тем не менее выносит наиболее здоровое решение и потому должно возобладать над большинством заблуждавшихся.

Однако вследствие того, что часто бывало трудно определить, когда меньшинство выносит наиболее здоровое решение, некоторые монашеские ордена продолжали использовать ясную и простую мажоритарную систему.

Например, генеральный капитул ордена цистерцианцев постановил в 1134 г., что в случае разделения голосов следует придерживаться мнения большинства.

Принцип тайного голосования начал использоваться в некоторых церковных сообществах с 1159 г.

В 1179 г. папа Александр III (годы пребывания на папском престоле 1159–1181 гг.) созвал Третий Латеранский собор. На соборе было установлено, что папа считается законно избранным, если за него проголосовало не менее двух третей членов коллегии кардиналов.

В некоторых случаях достижение двух третей от числа кардиналов-выборщиков, необходимых для избрания папы, требовало очень много времени. Например, в 1241 г. после смерти папы Григория IX кардиналы долго не могли избрать нового папу. Тогда сенатор Рима Маттео Орсини пригрозил кардиналам, что если они не примут решения, то он прикажет эксгумировать труп умершего папы и пронести его во всех регалиях по

всему городу. Только после этой угрозы кардиналы избрали папу Целестина IV.

В 1247 г. папа Иннокентий IV (годы пребывания на папском престоле 1243–1254 гг.) осудил положение, по которому над большинством может возобладать один лишь моральный и духовный авторитет.

В конце XIII в. папа Бонифаций VIII (годы пребывания на папском престоле 1294–1303 гг.) повелевает «не производить сравнение усердия или заслуг голосующих, но лишь подсчитывать голоса». В случае равного распределения голосов голос аббата или председателя засчитывался за два.

Папа Пий II после своего избрания на папский престол в 1458 г. заявил, что то, что избрано двумя третями голосов, избрано Святым Духом.

В монашеских орденах, прежде чем приступить к выборам, монахи постились, читали псалмы. Братии зачитывались правила выборов. Никто не мог выставить собственную кандидатуру. Тот, у кого возникала подобная идея, немедленно лишался не только права быть избранным, но и права голоса. В некоторых орденах от кандидата требовались двенадцатилетний срок пребывания в монастыре и определенный возраст. Прежде чем приступить к самим выборам, председатель, приор или другой наделенный полномочиями представитель напоминал всем, какими качествами и добродетелями необходимо обладать, чтобы руководить душами и аббатством в целом как внутри его, так и в связях с внешним миром.

Голоса подсчитывались разными способами:

– избиратель вслух называл предпочитаемого им кандидата, и затем подсчитывались голоса;

– избиратель заполнял бюллетень (после выборов бюллетени сжигались);

– в урну бросались камешки, монеты, бобы различных цветов;

– голосование при помощи руки;

– избиратель выходил в ту или иную дверь зала капитулов.

Во многих церковных сообществах существовало понятие кворума – минимального числа членов собрания, присутствие которых необходимо для того, чтобы голосование считалось действительным. Наличие кворума было мерой, позволявшей бороться с неявкой, которая очень рано обнаружилась на собраниях капитулов.

Уже в 1254 г. был составлен свод правил – «Книга о проведении выборов». Этот труд посвящен исключительно церковным выборам.

Можно утверждать, что практика проведения выборов в современном мире берет свое начало не в греческой и римской античности (ибо избирательная практика древних была предана забвению после нашествий варваров), а в тех избирательных системах, которые на протяжении веков использовались Церковью в целом и монашескими орденами в частности.

4. Выборы дожа в Венецианской республике

Дожи являлись правителями Венецианской республики. Согласно венецианскому автору «Венецианских хроник» Джону Дьякону (John the Deacon, *Chronicon Venetum* (Chronicle of Venice)), жившему в X в., титул дожа стал присваиваться правителю Венеции около 700 г. н.э. Титул дожа присваивался пожизненно.

Первые дожи были абсолютными монархами, которые пытались передать власть по наследству своим сыновьям.

В 1032 г. такой порядок был изменен. Был избран новый дож и два его герцогских советника. Одной из задач этих советников было следить, чтобы дож не мог передать свой титул по наследству.

В 1172 г. число герцогских советников возросло с 2 до 6. Был избран Большой Совет, состоящий из 480 знатных граждан. Большой Совет избирался сроком на 1 год. Из членов Большого Совета выделялись 11 граждан, которые избирали нового дожа.

В 1185 г. процедура была изменена: 4 члена Большого Совета называли 40 избирателей, которые избирали дожа. Однако в 1229 г. мнение 40 избирателей разделилось поровну между двумя кандидатами. Для избрания дожа был брошен жребий. Чтобы избежать таких ситуаций в будущем, число избирателей было увеличено до 41.

В 1268 г. была введена новая процедура избрания дожа. Эта процедура применялась до 1797 г., т.е. до конца существования Венецианской республики.

Прежде всего опишем систему правления Венецианской республикой, которая сложилась к тому времени:

Дожд

Совет герцогов (Collegio) – 6 членов

Совет сорока (Prageri)

Большой Совет (Maggior Consiglio)

Новая процедура избрания дожд состояла из нескольких этапов.

На следующее утро после смерти дожд собирался Большой Совет. В урну помещались шары. Число шаров было равно числу членов Большого Совета. 30 из этих шаров были золотыми, остальные – серебряными. Шары из урны вынимал мальчик, которого предварительно случайным образом находили на площади перед собором св. Марка. Этот мальчик поочередно вытаскивал из урны шар для каждого члена Большого Совета. Если шар был золотым, то этот член Большого Совета оставался в помещении, а все его родственники – члены Большого Совета – покидали помещение. Если мальчик доставал серебряный шар, то соответствующий член Большого Совета покидал помещение. Таким образом отбирались 30 членов Большого Совета, принадлежащие различным семействам.

После этого в урну помещались 30 шаров, 9 из которых были золотыми, остальные – серебряными. Мальчик доставал из урны поочередно для каждого из 30 членов Большого Совета шар. Девять человек, для которых был вынут золотой шар, оставались в помещении, остальные уходили.

Оставшиеся 9 членов Большого Совета избирали 40 человек, причем за каждого должны проголосовать не менее 7 человек из 9. В число этих 40 человек могли входить как члены Большого Совета, так и другие граждане республики.

После этого в урну помещались 40 шаров, 12 из которых золотые. Так же, как и прежде, из 40 человек выделялись 12, которые вытащили золотые шары. Остальные покидали помещение.

Оставшиеся 12 человек избирали 25 человек, причем каждый должен был получить голоса не менее 9 человек из 12.

Затем 25 шаров, 9 из которых золотые, помещались в урну. Избранные таким образом 9 человек из 25 избирали 45 избирателей (причем каждый из 45 избирателей должен был получить не менее 7 голосов из 9).

Далее 45 шаров, из которых 11 золотых, помещались в урну.

Отобранные таким образом 11 избирателей выбирали 41 окончательного избирателя (так называемых герцогских избирателей). Каждый из

41 герцогских избирателей должен был получить одобрение не менее 9 из 11 человек.

Окончательно 41 герцогских избирателей выбирали дожа, причем кандидат, для того, чтобы быть избранным, должен был получить не менее 25 голосов из 41.

Важно отметить, что на каждой стадии процедуры соблюдалось правило: в число избирателей мог входить только один представитель какого-либо семейства.

Этапы процедуры избрания дожа представлены в табл. 1.

Таблица 1. Этапы голосования по выборам дожа Венецианской республики

Этап	Процедура	Количество избирателей	Правило большинства
1	Жребий	Большой Совет	–
2	Жребий	30	–
3	Голосование	9	7 из 9
4	Жребий	40	–
5	Голосование	12	9 из 12
6	Жребий	25	–
7	Голосование	9	7 из 9
8	Жребий	45	–
9	Голосование	11	9 из 11
10	Голосование	41	25 из 41

5. Вклад Раймунда Луллия в разработку процедур голосования³

Итак, как в античные времена, так и в эпоху раннего и высокого средневековья при принятии коллективных решений использовался принцип большинства голосов (единогласие, больше половины, больше двух третей). Принципиально другой подход к проблеме коллективного решения путем голосования предложил выдающийся каталонский ученый, поэт, философ и миссионер Раймунд Луллий (1235–1315), разработавший процедуры голосования, основанные на попарных сравнениях кандидатов.

³ См. [Вольский, 2011a].

Раймунд Луллий (лат. Raymundus Lullius, каталан. Ramon LLull) родился в городе Пальме на острове Мальорка. Он принадлежал к знатному и богатому роду и провел свою молодость в кутежах при дворе арагонского короля Якова I Завоевателя. В возрасте 30 лет он оставил семью и поселился на пустынной горе Мирамар, где впоследствии несколько его учеников основали маленький монастырь. В своей автобиографии (1311 г.) Луллий говорит, что его обращение произошло после того, как ему было видение Христа, который попросил его написать «книгу, лучшую книгу в мире», направленную против заблуждений «неверных». Над этой книгой, известной под названиями «Ars Generalis Ultima» («Окончательное общее искусство») и «Ars Magna» («Великое искусство»), Луллий работал многие годы.

Твердо веря не только в истинность христианства, но и в его совершенную разумность, Луллий не сомневался в возможности обращения «неверных» путем убеждения. Получив в Парижском университете степень доктора теологии, он активно занялся миссионерской деятельностью и изучением восточных языков. За свою жизнь он трижды совершал миссионерские поездки в северную Африку (в район современных Туниса и Алжира), где проповедовал идеи христианства. В своих теологических работах он часто приводил математические аргументы для подтверждения истинности христианского учения.

Знаток иудейской и мусульманской теологии, Луллий был одним из родоначальников европейской арабистики. В целях специальной подготовки миссионеров он добился регулярного преподавания восточных языков в европейских университетах.

Луллий является основоположником и классиком каталанской литературы, одним из крупнейших лириков своего времени.

Наследие Луллия насчитывает около 300 сочинений, написанных главным образом по-каталански и по-арабски. Некоторые из его произведений сохранились в латинском переводе.

Проблемы голосования затрагивались Луллием в [Lull, не позднее 1283], в 24-й главе романа «Blanquerna» [Lull, 1283] и в [Lull, 1299].

Представленное ниже описание трех предложенных Луллием процедур голосования производится на основе английского перевода его оригинальных текстов, написанных на каталанском языке [Hagele, Pukelsheim, 2001].

1. Парное сравнение кандидатов. В трактате [Lull, не позднее 1283] Луллий рассматривает ситуацию, когда 16 монахов должны избрать из

своей среды прелата монастыря. Монахов Луллий обозначает буквами латинского алфавита: *b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q, r*.

Далее строится таблица, имеющая матричную структуру (рис. 2). Эта таблица содержит 120 ячеек, в которые помещены все возможные сочетания пар монахов.

<i>bc</i>	<i>cd</i>	<i>de</i>	<i>ef</i>	<i>fg</i>	<i>gh</i>	<i>hi</i>	<i>ik</i>	<i>kl</i>	<i>lm</i>	<i>mn</i>	<i>no</i>	<i>op</i>	<i>pq</i>	<i>qr</i>
<i>bd</i>	<i>ce</i>	<i>df</i>	<i>eg</i>	<i>fh</i>	<i>gi</i>	<i>hk</i>	<i>il</i>	<i>km</i>	<i>ln</i>	<i>mo</i>	<i>np</i>	<i>oq</i>	<i>pr</i>	
<i>be</i>	<i>cf</i>	<i>dg</i>	<i>eh</i>	<i>fi</i>	<i>gk</i>	<i>hl</i>	<i>im</i>	<i>kn</i>	<i>lo</i>	<i>mp</i>	<i>nq</i>	<i>or</i>		
<i>bf</i>	<i>cg</i>	<i>dh</i>	<i>ei</i>	<i>fk</i>	<i>gl</i>	<i>hm</i>	<i>in</i>	<i>ko</i>	<i>lp</i>	<i>mq</i>	<i>nr</i>			
<i>bg</i>	<i>ch</i>	<i>di</i>	<i>ek</i>	<i>fl</i>	<i>gm</i>	<i>hn</i>	<i>io</i>	<i>kp</i>	<i>lq</i>	<i>mr</i>				
<i>bh</i>	<i>ci</i>	<i>dk</i>	<i>el</i>	<i>fm</i>	<i>gn</i>	<i>ho</i>	<i>ip</i>	<i>kq</i>	<i>lr</i>					
<i>bi</i>	<i>ck</i>	<i>dl</i>	<i>em</i>	<i>fn</i>	<i>go</i>	<i>hp</i>	<i>iq</i>	<i>kr</i>						
<i>bk</i>	<i>cl</i>	<i>dm</i>	<i>en</i>	<i>fo</i>	<i>gp</i>	<i>hq</i>	<i>ir</i>							
<i>bl</i>	<i>cm</i>	<i>dn</i>	<i>eo</i>	<i>fp</i>	<i>gq</i>	<i>hr</i>								
<i>bm</i>	<i>cn</i>	<i>do</i>	<i>ep</i>	<i>fq</i>	<i>gr</i>									
<i>bn</i>	<i>cm</i>	<i>dp</i>	<i>eq</i>	<i>fr</i>										
<i>bo</i>	<i>cp</i>	<i>dq</i>	<i>er</i>											
<i>bp</i>	<i>cq</i>	<i>dr</i>												
<i>bq</i>	<i>cr</i>													
<i>br</i>														

Рис. 2

По мнению Луллия, при оценке кандидатов следует исходить из трех критериев: (1) честность и святость жизни, (2) знания и мудрость, (3) состояние здоровья. Соответственно, перед голосованием подготавливаются три одинаковых экземпляра таблицы – по таблице для каждого критерия.

Все монахи собираются в одном помещении, и начинается собственно процедура голосования. Прежде всего каждый монах должен поклясться на Евангелии, что при голосовании он будет принимать во внимание эти три критерия.

Далее два монаха, обозначенные в списке буквами *b* и *c*, покидают помещение. После этого каждый из оставшихся 14 монахов должен решить, кто из покинувших помещение лучше удовлетворяет каждому из критериев, т.е. должен совершить попарное сравнение этих двух монахов по трем критериям.

В первой таблице точкой отмечается монах (*b* или *c*), получивший больше голосов по первому критерию; во второй – по второму, в третьей – по третьему критерию. Если по какому-либо критерию оба монаха получили равное количество голосов (по семь), то они оба помечаются точками в таблице, соответствующей этому критерию.

После этого монахи b и c возвращаются, и описанный выше процесс повторяется для монахов b и d , затем для монахов b и e , и т.д. После завершения этой процедуры (заметим, весьма и весьма длительной, так как необходимо сравнить 120 пар монахов) для каждого из 16 монахов подсчитываются точки, проставленные во всех трех таблицах. Избранным на должность настоятеля считается тот, у которого суммарное число точек во всех таблицах максимально.

В случае если максимальное число точек оказывается сразу у нескольких монахов, эти монахи снова попарно покидают помещение, а оставшиеся, еще раз дав клятву на Евангелии, сравнивают их по указанной схеме. Если же и после этого два монаха набирают одинаковое число точек, выбор настоятеля осуществляется посредством жребия.

Луллий уверен, что использование данной процедуры полностью исключает возможность мошенничества и покупки церковной должности, позволяя выбрать наиболее достойного.

Опишем рассмотренную процедуру голосования в иных терминах.

Для множества кандидатов $A = \{x, y, \dots, z\}$ по каждому из трех критериев строятся три матрицы смежности $T_{xy}^i = \left\| t_{xy}^i \right\|$, $i = 1, 2, 3$ по следующей правилу:

для всех $x, y \in A$: $t_{xy}^i = 1$, если половина или более избирателей предпочитают кандидата x кандидату y ;
 $t_{xy}^i = 0$, если менее половины избирателей предпочитают кандидата x кандидату y .

После того как построены три матрицы

$$T^1 = \left\| t_{xy}^1 \right\|, \quad T^2 = \left\| t_{xy}^2 \right\|, \quad T^3 = \left\| t_{xy}^3 \right\|,$$

для каждого кандидата $x \in A$ подсчитывается следующее число:

$$f(x) = \sum_{y \in A} t_{xy}^1 + \sum_{y \in A} t_{xy}^2 + \sum_{y \in A} t_{xy}^3$$

Победителем объявляется кандидат y , у которого это значение максимально:

$$x = \underset{y \in A}{\operatorname{argmax}} f(y).$$

Построение матриц смежности $T_{xy}^i = \left\| t_{xy}^i \right\|$ и подсчет строчных сумм по этим матрицам, как это предписывает предложенная Луллием процедура, полностью совпадает с процедурой Коупленда, появившейся в середине XX в. [Copeland, 1951; Вольский, Лезина, 1991].

II. Попарное сравнение кандидатов с привлечением коллегии выборщиков. В [Lull, 1283] описывается следующая ситуация. Когда после смерти настоятельницы одного из женских монастырей встал вопрос о выборе новой настоятельницы, образованная монахиня по имени Натана рассказала сестрам о замечательной процедуре, используя которую «мы постигнем истину, а постигнув истину, мы сможем найти сестру, которая более всего достойна стать нашей настоятельницей». (Важно отметить, что Луллий видел в голосовании не способ агрегирования индивидуальных мнений избирателей, но путь к постижению божественной истины, которая всегда одна и только одна.) Предложенная ею процедура состояла из двух этапов: на первом избиралась своего рода «коллегия выборщиков», на втором осуществлялся собственно выбор настоятельницы.

Всего в монастыре было 20 монахинь. На первом этапе следовало отобрать нечетное число монахинь (Натана особо подчеркнула, что число обязательно должно быть нечетным) – например, пять или семь (лучше семь).

Прежде всего монахини должны дать клятву, что будут правдивы. Потом у одной из 20 монахинь спрашивают (так, чтобы не слышали остальные), каким семи из 19 монахинь она бы доверила избрание настоятельницы. После этого тот же вопрос задают второй монахине, третьей и т.д. Затем подсчитываются голоса, которые получила каждая из монахинь, и отбираются семь получивших наибольшее число голосов. (Другими словами, применяется процедура выбора k лучших по шкале «число голосов».) На этом первый этап завершается.

В начале второго этапа отобранные монахини должны договориться, что будут оценивать кандидатов по четырем критериям:

- какая из кандидаток больше любит и знает Бога;
- какая из кандидаток больше любит и знает добродетели;
- какая из кандидаток сильнее всего ненавидит зло и пороки;
- какая из кандидаток больше всего подходит на должность настоятельницы.

Теперь эти семь монахинь должны решить, кто еще из сестер достоин избрания на должность настоятельницы монастыря. Такой расширенный список может включать, например, девять монахинь (семь отобранных плюс еще две монахини, которых отобранные монахини считают наиболее достойными). Затем, как и в первой из предложенных Луллием процедур, строится и заполняется таблица, в ячейки которой помещены

все возможные сочетания пар кандидаток. В случае с девятью кандидатками (*b, c, d, e, f, g, h, i, k*) таких ячеек 36 (рис. 3).

<i>bc</i>	<i>cd</i>	<i>de</i>	<i>ef</i>	<i>fg</i>	<i>gh</i>	<i>hi</i>	<i>ik</i>
<i>bd</i>	<i>ce</i>	<i>df</i>	<i>eg</i>	<i>fh</i>	<i>gi</i>	<i>hk</i>	
<i>be</i>	<i>cf</i>	<i>dg</i>	<i>eh</i>	<i>fi</i>	<i>gk</i>		
<i>bf</i>	<i>cg</i>	<i>dh</i>	<i>ei</i>	<i>fk</i>			
<i>bg</i>	<i>ch</i>	<i>di</i>	<i>ek</i>				
<i>bh</i>	<i>ci</i>	<i>dk</i>					
<i>bi</i>	<i>ck</i>						
<i>bk</i>							

Рис. 3

Далее две монахини выходят из помещения, и оставшиеся «выборщицы» решают, какая из них более достойна должности настоятельницы, оценивая их по четырем критериям. Понятно, что когда сравнивается пара из семи отобранных монахинь, их оценивают пять «выборщиц»; если в пару входит отобранная монахиня и одна из «дополнительных», число «выборщиц» возрастает до шести, а если две «дополнительные» монахини – до семи.

подавляющая часть современных исследователей наследия Луллия исходит из того, что точка в ячейке таблицы (например, в ячейке *bc*) ставится той из кандидаток, которую считает лучшей большинство оценивающих их монахинь, причем с учетом всех четырех критериев сразу. Предположим, что монахини *b* и *c* входили в число отобранных и, соответственно, их оценивают пять монахинь. Пусть три из пяти убеждены, что монахиня *b* с учетом всех четырех критериев предпочтительнее монахини *c*, а две полагают, что *c* лучше, чем *b*. Тогда в паре *bc* точка ставится монахине *b*). При такой интерпретации, как и в рассмотренной выше первой процедуре, предложенной Луллием, выигрывает кандидатка, победившая в наибольшем числе попарных сравнений, т.е. второй этап этой процедуры эквивалентен процедуре Коупленда.

Однако возможна и другая трактовка. Некоторые современные исследователи полагают, что во фразе Луллия «избирается та, которая получила большинство голосов в большинстве ячеек» слова «в большинстве ячеек» являются лишними, несущественными (см., например, [McLean, Lorrey, Colomer, 2007]). Тогда эта процедура приобретает совсем иной вид.

В каждой ячейке таблицы подсчитывается число критериев, по которым один кандидат побеждает другого при попарном сравнении. Скажем, если в ячейке bc кандидат b оказался лучше (согласно оценке большинства выборщиков) кандидата c по трем критериям, а кандидат c превзошел кандидата b по одному критерию, то кандидату b в этой ячейке ставятся три точки, а кандидату c – одна (напомним, что число критериев равно четырем). Затем для каждого кандидата подсчитывается сумма точек по всем ячейкам, где присутствует этот кандидат. При такой интерпретации процедура становится близкой по духу к процедуре, предложенной Жаном-Шарлем де Борда (1733–1799) в 1770 г. [Borda, 1784].

Можно предположить, что, включая в свою процедуру этап избрания «коллегии выборщиков», Луллий хотел сократить время, которое необходимо затратить на определение победителя. Ведь если бы процедура применялась для всех 20 монахинь, то пришлось бы заполнять таблицу не из 36, а из 190 ячеек:

$$\frac{n*(n-1)}{2} = \frac{20*(20-1)}{2} = 190 \text{ ячеек.}$$

III. Последовательное исключение кандидатов. Процедура голосования, описанная Луллием в [Llull, 1299], кардинально отличается от первых двух, хотя она также основана на попарных сравнениях кандидатов.

В начале трактата Луллий подробно объясняет, почему Святой Церкви необходимо правильным образом выбирать иерархов, которые смогут успешно бороться с «неверными» и еретиками. Помочь в решении этой задачи, с его точки зрения, способна следующая процедура.

Допустим, имеется девять кандидатов на вакантную должность настоятеля монастыря, приора или епископа: $b, c, d, e, f, g, h, i, k$. (Кандидаты расположены именно в таком строго зафиксированном порядке.) Они должны выбрать из своего числа того, кто займет эту должность.

Прежде всего все кандидаты должны дать клятву, что изберут самого достойного. После этого первые два кандидата (b и c) отходят в сторону – так, чтобы видеть и слышать, что говорят остальные семь кандидатов. Каждый из этих семи кандидатов высказывает свое мнение о том, который из двух кандидатов больше подходит для данной должности. Победивший в этом попарном сравнении (т.е. кандидат, набравший больше голосов, чем соперник) остается стоять в стороне, а проигравший возвращается в основную группу. К победителю в первом попарном срав-

нении подходит кандидат, занимающий следующую позицию в списке (d), и т.д. Процедура повторяется до тех пор, пока через нее не пройдут все кандидаты вплоть до k . Победитель в этой последней паре и объявляется избранным.

Таким образом, победитель определяется за $n - 1$ шагов, где n – число кандидатов. Очевидно, чем дальше стоит кандидат от начала списка, тем больше у него шансов занять вакантную должность.

По мнению Луллия, данная процедура голосования гарантирует от обмана: поскольку избрание происходит открыто, избирателям (которые сами являются кандидатами) будет стыдно голосовать неискренне.

В основу описанной выше процедуры положен метод последовательного исключения кандидатов в процессе голосования. Подобные процедуры используются и в настоящее время, например в законодательных органах США. Так, в Конгрессе США при рассмотрении вопроса о внесении поправок в какой-либо документ принята следующая процедура. Допустим, имеется несколько альтернативных вариантов поправок. Тогда на голосование выносятся исходный документ (*status quo*) и стоящий первым по порядку вариант поправки. Победитель в этом попарном сравнении ставится на голосование со вторым вариантом поправки и т.д. На последнем этапе на голосование выносятся вариант, победивший на предпоследнем этапе, вместе с исходным документом.

И первая, и вторая процедуры голосования, предложенные Луллием, требуют $\frac{n*(n-1)}{2}$ попарных сравнений, где n – число всех кандидатов.

Однако во втором случае число кандидатов существенно меньше (в него входят лишь члены «коллегии выборщиков» плюс несколько «дополнительных»), что значительно сокращает время, необходимое для выявления победителя. Еще меньше времени занимает третья процедура, предполагающая всего $n - 1$ попарных сравнений кандидатов.

Луллий первым в мире разработал процедуры голосования, основанные не на понятии «большинство голосов», а на попарных сравнениях кандидатов избирателями. Французский философ, математик, экономист и публицист Жан Антуан Никола Карита, маркиз де Кондорсе (1743–1794), использовавший метод попарных сравнений в работе, опубликованной в 1785 г. [Condorcet, 1785], который (вместе с Ж.-Ш. де Борда) считается родоначальником теории голосования, по сути, лишь переоткрыл то, что пятью столетиями ранее было предложено Луллием.

6. Николай Кузанский и его система голосования⁴

Трактат «De Arte Ellectionis» [Луллий, 1299], в котором описана третья из предложенных Луллием процедур голосования, сохранился в личной библиотеке Николая Кузанского (1401–1464). Исследователи творчества Николая Кузанского полагают, что этот трактат переписан его рукой [Hagele, Pukelsheim, 2001]. Однако разработанная Николаем Кузанским процедура принципиально отличается как от процедур, выдвинутых Луллием, так и от процедур, основанных на понятии «число голосов».

Николай Кузанский (лат. Nicolaus Cusanus; настоящее имя – лат. Nicolaus Krebs) – крупнейший немецкий философ, теолог, ученый и церковный деятель, родился в 1401 г. в городе Кузе на реке Мозель (отсюда и прозвище Кузанский). Закончив университет и получив звание доктора канонического права, он занимался вопросами богословия в Кёльне и в 1426 г. был возведен в сан священника. Через некоторое время он становится настоятелем церкви св. Флорина в Кобленце, а затем поступает на службу в папскую курию. С 1448 г. – кардинал, в 1450 г. – епископ Бриксена и папский легат в Германии. В 50-е годы XV в. Николай Кузанский много путешествовал, стараясь примирить различные христианские течения Европы, в частности – гуситов с католической Церковью. В 1458 г. он вернулся в Рим и в качестве генерального викария пытался провести реформу церкви, однако смерть помешала ему завершить задуманное.

Свою процедуру голосования Николай Кузанский изложил в трехтомном трактате «De concordantia catholica» («О согласии католиков») [Nicolaus Cusanus, 1431] (перевод трактата на английский язык см. в [Nicolas of Cusa, 1996]).

В этом трактате Николай Кузанский выступил за ограничение власти Папы Римского и усиление значения церковных соборов. Вместе с тем, будучи убежден, что идеальный порядок в Церкви есть часть более общего порядка во Вселенной, в человеческом обществе и в человеке, он сосредоточил свои усилия на поиске универсальной гармонии в мире. Николай Кузанский верил, что в мире существуют единые принципы, на базе которых должно быть организовано общество. Определяющей для него была концепция всеобщего порядка и гармонии, высшего единения в многообразии. По его представлениям, государственное устройство надо рассматривать как своеобразный конгломерат «Церковь – Государ-

⁴ См. [Вольский, 2001b].

ство» с двумя администрациями, одна из которых (Церковь) должна заниматься духовными вопросами, а другая (Государство) – светскими делами.

Важным для Николая Кузанского являлось ранжирование служителей церкви и построение иерархии. В его иерархической схеме, основанной на пастырской и управленческой ответственности священнослужителей, предусматривалось девять рангов: Папа, патриархи, архиепископы, епископы, архидьяконы, деканы, священники, дьяконы и подьячие.

Идея ранжирования использовалась и в разработанной им процедуре голосования.

Согласно Николаю Кузанскому, право избрания Папы и императора Священной Римской империи должно принадлежать гражданам, которые в первом случае передают его коллегии кардиналов, во втором – коллегии выборщиков. При этом власть, которую обретают избранные правители, лишь уступается им гражданами, и те в любой момент вправе ее отобрать. Это относится не только к императору, но и к Папе, который может быть низложен, если будет потворствовать ереси.

Процедура голосования, предложенная Николаем Кузанским, состоит в следующем. Каждому избирателю выдается бюллетень со списком кандидатов, и он должен, исходя из своих предпочтений, поставить против имени каждого кандидата число от единицы до числа, равного количеству кандидатов в списке. Например, если в бюллетене указаны 10 кандидатов, то лучшего с его точки зрения кандидата избиратель помечает числом «10», следующего – «9» и т.д. Худшему кандидату присваивается значение «1».

После заполнения всеми избирателями бюллетеней они помещаются в коробку и священник, отслужив мессу, вынимает бюллетени один за другим и записывает числа, которые стоят против имен кандидатов. Кандидат, получивший максимальную суммарную оценку по всем бюллетеням, объявляется избранным.

Николай Кузанский пишет, что он «не смог найти более безопасной системы и не может существовать более совершенной системы голосования» [Nicolaus Cusanus, 1431, p. 450].

Процедура голосования, описанная в трактате «О согласии католиков», была повторно изобретена в 1770 г. французским академиком Жаном-Шарлем де Борда (1733–1799) [Borda, 1784], который, вне всякого сомнения, не был знаком с разработками Николая Кузанского в этой области.

В настоящее время эта процедура широко используется на практике и носит имя Борда, хотя она с полным основанием могла бы называться процедурой Николая Кузанского.

7. Институт выборов в России с древнейших времен до начала XX в.

Вопросам выборов в России начиная с Древней Руси до наших дней посвящен фундаментальный труд [Институт выборов в истории России, 2001], содержащий статьи современных и дореволюционных историков, а также большое количество документов (отрывков летописей, царских указов и манифестов, законов) (см. также [Aleskerov, 2005]).

В настоящей работе будет представлено лишь краткое описание процедур голосования, применявшихся в России до начала XX в.

7.1. Вечевые институты в Древней Руси

Вече как явление обычного права существовало в Древней Руси с незапамятных времен [Сергеевич, 1908]. В XII в. Владимирский летописец говорит, что вече было «изначала». Эта форма решения важных вопросов сохранилась с родоплеменных времен и по-видимому существовала во всех древнерусских общинах, но постепенно была вытеснена княжеской властью, и в полной мере существовала в течение нескольких веков только в Новгороде.

Участие в вечевых собраниях понималось в древности как право, принадлежащее свободному человеку. Периодичность созыва вече неизвестна. При отсутствии необходимого повода вече могло не собираться даже в течение целого года, однако иногда в одну неделю могло быть несколько вечевых собраний. Вече созывалось двумя способами: колокольным звоном (в Новгороде и Пскове) и посредством приглашения через особых рассыльных.

Голоса присутствовавших на вече горожан не подсчитывались, так как большинство голосов не считалось достаточным для решения вопроса. Требовалось или единогласное решение, или такое большинство голосов, которое заставляло бы смолкать всех несогласных. Считалось, что решение по большинству голосов не заключает в себе никакой разумной

идеи. Если сто человек думают так, а пятьдесят – иначе, то отсюда вовсе не следует, что сто думают правильно, а пятьдесят – ложно, и что пятьдесят должны подчиниться мнению ста. В случае примерного равного разделения голосов стороны стояли друг против друга без всяких средств к мирному выходу из разногласия. Эти ситуации иногда приводили к конфликтам с убитыми и ранеными.

Наиболее известным является Новгородское вече. Это был высший орган власти во время Новгородской республики. Вече призывало и прогоняло князей, объявляло войну и заключало мир, устанавливало законы, т.е. выполняло функции своеобразного парламента, членство в котором принадлежало всему мужскому населению. Впервые Новгородское вече было создано Ярославом Мудрым в 1016 г. Институт вече просуществовал в Новгороде до 1478 года, когда вечевого колокол был отвезен в Москву.

Кроме того, в Новгороде архиерея не назначали сверху, а избирали волей народа из числа местного духовенства [Акунин, 2013, с. 338]. Для этого вече собиралось на специальной площадке у храма Святой Софии. Там обычным для Новгорода образом выбирали, т.е. выкрикивали, кандидатов. Три имени, получившие наибольшую поддержку, записывали на листки, которые клали на алтарь собора. Считалось, что окончательное решение по такому вопросу может принадлежать Всевышнему. Ребенок или слепец брал наугад один из листков – этот кандидат и провозглашался владыкой. (Данный обычай существовал не только в Новгороде. В 1917 г. предстоятель русской православной церкви был избран по тому же древнему принципу. Митрополит Тихон, который на предварительном этапе набрал меньше всего голосов из трех кандидатов, стал патриархом по жребию).

7.2. Выборы в Земские соборы

Деятельность Земских соборов в XVI–XVII вв. – один из узловых моментов в истории представительства в России. Земский собор представлял собой собрание представителей всех слоев населения (кроме крепостных крестьян) для обсуждения политических, экономических и административных вопросов.

Численность Земских соборов изменялась со временем. Например, в 1642 г. в Земском соборе принимали участие 192 члена, в 1648 г. – 292. Члены собора избирались на местных сходах и съездах, в уездных горо-

дах по призыву и под надзором городских воевод. Указы предписывали выбирать «лучших людей, добрых, умных и состоятельных» [Ключевский, 1987, с. 354–361]. Это значило, что требовались люди состоятельные, исправные и смышленные. Например, провинциальные дворяне выбирали советных людей на собор из высшего городского чина, называвшегося выбором. Грамотность не была непременным условием избираемости. Из 292 выборных на соборе 1648 г. членов 141 член, т.е. половина, были неграмотными.

Избирательный протокол, подписанный избирателями (так называемый «выборный список»), передавался воеводе как ружательство за годность избранников «к государству и земскому делу». Воевода отсылал выборных в Москву в Разрядный приказ, где проверяли правильность выборов.

7.3. Избирательные процедуры в XVIII в.

Выборные институты в России XVIII в. можно распределить на три категории: выборы представительных органов местного самоуправления (городов и посадов); выборы органов сословного управления (прежде всего дворянского) и, наконец, выборы депутатов общероссийских законосовещательных ассамблей, проекты созыва которых неоднократно рассматривались правящей администрацией и в некоторых случаях осуществлялись.

Наиболее известной попыткой создания некоего общероссийского органа, который был бы призван принять участие в подготовке важнейших общероссийских юридических документов, является екатерининская Комиссия для сочинения проекта нового Уложения. В соответствии с предписаниями Манифеста Екатерины II от 14 декабря 1766 г. ее депутаты избирались на основании детально разработанного регламента и представляли все «состояния» населения (исключая крепостных крестьян).

Согласно Манифесту, депутаты должны быть присланы в Петербург: от Сената, от Синода, от Коллегий, а также по одному депутату от каждого уезда, от каждого города, от каждой провинции. Кроме того, депутаты должны быть присланы «от пахотных солдат и разных служб служилых людей», от государственных черносошных и ясачных крестьян, от неkochующих разных народов и от казацких войск.

В Манифесте подробно описана процедура избрания дворянского предводителя уезда и процедура избрания депутата от уезда в Комиссию

для сочинения проекта нового Уложения. Эти две процедуры совпадают за исключением одного момента – депутатом может быть избран отсутствующий при избрании дворянин («лишь бы не был вне Государства и не был бы кого выберут депутатом, моложе 25 лет»).

Опишем процедуру выбора дворянского предводителя. В назначенный день дворяне данного уезда собираются в одном помещении, им зачитывается Манифест и объявляется, что они должны избрать дворянского предводителя. Требования к кандидатам: дворянин должен присутствовать на этом собрании, должен владеть деревней и ему должно быть не менее 30 лет. Предводитель дворянства избирается сроком на два года.

Опоздавшие на собрание дворяне к голосованию не допускаются. Каждому присутствующему выдается шарик. Зачитывается имя первого кандидата (т.е. того дворянина, который первым пришел на собрание). Все присутствующие дворяне по очереди кладут свои шарики в ящик, перегородженный посередине на две части и покрытый сукном. На правой стороне ящика написано «избираю», на левой – «не избираю». Каждый голосующий опускает свой шарик в одну из двух частей ящика. Тот дворянин, который в данный момент является кандидатом, может опустить свой шарик в ящик или не делать этого. После того, как все шарики опущены в ящик, организатор голосования снимает сукно, которым покрыт ящик, и вынимает шарики сначала из той части ящика, на которой написано «избираю», а затем из той части, где написано «не избираю». Затем подсчитываются голоса «за» и «против».

Процедура повторяется для следующего кандидата (дворянина, стоящего вторым в списке), и т.д.

Предписывается, что выбор надо стараться сделать за один день. Допускается продление на следующий день, но решение должно быть принято максимум за три дня.

Предводителем избирается тот дворянин, который получил наибольшее число шариков «за».

Если же два или более кандидатов наберут равное число голосов «за», то голосование продолжается с использованием этой же процедуры, но уже только для этих кандидатов, набравших максимальное число голосов «за».

При избрании депутата в Комиссию организатором голосования является избранный предводитель дворянства.

7.4. *Выборы в органы местного самоуправления в XIX в.*

Реформами Александра II в России была создана система выборных органов местного самоуправления – уездных и губернских земских учреждений, а также Городских Дум (в Петербурге, Москве и Одессе).

В «Положении о губернских и уездных земских учреждениях» (1864 г.) [Полное собрание законов, с. 355] подробно описываются состав земских учреждений, а также на каких съездах производится выбор уездных гласных (т.е. выборных депутатов уездных и губернских земских собраний), присутствующих в уездном земском Собрании. Четко прописано, кто имеет право участвовать в избирательных съездах и кто имеет право голоса. Процедура голосования в этом Положении не представлена. Указывается лишь, что если на съезде число избирателей оказалось меньше числа подлежащих избранию гласных, то выборы не производятся, а все избиратели признаются гласными. Губернское земское собрание составляется из гласных, избираемых уездными земскими собраниями сроком на три года.

В царствование Александра III было издано новое «Положение о губернских и уездных земских учреждениях» (1890 г.) [Полное собрание законов, с. 363]. Согласно Положению, уездное земское Собрание составляется из земских гласных, избираемых уездными избирательными Собраниями и волостными сходами, а губернское земское Собрание – из гласных, избираемых уездными земскими Собраниями из числа гласных этих Собраний. Гласные избираются на три года. В Петербурге, Москве и Одессе губернские гласные от этих городов избираются местными городскими Думами из числа гласных.

Избирательные Собрания могут избирать в гласные только лиц, имеющих право голоса в этом Собрании. Выборы на Собраниях производятся закрытой подачей голосов посредством баллотировки шарами.

Избирательное Собрание приступает к выборам, если избиратели будут в числе, превышающем две трети числа гласных, подлежащих избранию. Баллотироваться могут и отсутствующие члены Собрания, не заявившие самоотвода.

Для избрания в гласные необходимо получить более половины от числа избирателей. Если число лиц, получивших более половины от числа голосов, больше необходимого количества гласных, то избираются те кандидаты, которые получили больше голосов. При равенстве голосов применяется жребий.

8. Ж.-Ш. де Борда и маркиз де Кондорсе – родоначальники теории голосования⁵

Попытка критического анализа процедур голосования была предпринята только в конце XVIII в., когда два члена Французской королевской академии наук – Жан-Шарль де Борда (1733–1799) и Мари Жан Антуан Николя Карита, маркиз де Кондорсе (1743–1794) – впервые в мировой истории начали заниматься вопросами голосования как научной проблемой, привлекая для ее решения математический аппарат и метод анализа модельных ситуаций (то, что впоследствии получило название «умозрительные эксперименты»). Именно эти ученые по праву считаются основоположниками теории голосования.

8.1. Вклад Ж.-Ш. де Борда в теорию голосования

16 июня 1770 г. на заседании Королевской академии наук Борда выступил с докладом, в котором представил разработанную им процедуру голосования. Статья с описанием этой процедуры была напечатана в «Истории Королевской академии наук за 1781 год» [Borda, 1784]⁶.

По заключению Борда, широко распространенный подход, в соответствии с которым победителем признается кандидат, получивший наибольшее число голосов избирателей, логичен лишь при условии, что в избирательный бюллетень внесены два кандидата. В подтверждение своего тезиса он рассматривает случай, когда в бюллетень включены три кандидата (*A*, *B* и *C*), а предпочтения 21 избирателя относительно этих кандидатов распределились так, как отражено на рис. 4. Количество столбцов соответствует числу избирателей, кандидаты ранжированы в зависимости от места, которое они занимают в предпочтениях каждого избирателя.

<i>A A A A A A A A A</i>	<i>B B B B B B B</i>	<i>C C C C C C</i>
<i>B C C C C C C C</i>	<i>C C C C C C C</i>	<i>B B B B B B</i>
<i>C B B B B B B B</i>	<i>A A A A A A A</i>	<i>A A A A A A</i>
8 избирателей	7 избирателей	6 избирателей

Рис. 4

⁵ См. [Вольский, 2013].

⁶ Перевод на английский язык см. в [Pulskamp, 2009].

Согласно правилу «большинство голосов», побеждает кандидат A , получивший 8 голосов, хотя остальные 13 избирателей предпочли бы ему любого из альтернативных кандидатов.

Приведенный пример показывает, что у общепринятой процедуры определения победителя по большинству голосов имеется серьезный изъян. Чтобы избежать подобных ситуаций, считает Борда, необходимо учитывать не только то, какой из кандидатов кажется избирателю наилучшим, но и распределение его предпочтений применительно к другим кандидатам.

По мнению Борда, существует две процедуры голосования, позволяющие решить эту проблему:

1) каждый избиратель в своем упорядочении кандидатов присваивает им числовую оценку;

2) проводится голосование по всем возможным парам кандидатов, т.е. каждый кандидат попарно сравнивается с остальными.

Описывая первую процедуру, которую он называет «порядок качества кандидатов», Борда исходит из допущения, что если избиратель предпочитает кандидата A кандидату B , а кандидата B кандидату C , то превосходство A над B идентично превосходству B над C . Тогда если качество последнего кандидата в упорядочении (C) оценить числом a , то качество кандидата B можно оценить числом $a + b$, а качество кандидата A – числом $a + 2b$. Аналогичным образом формируются числовые оценки кандидатов в упорядочениях других избирателей. Сумма числовых оценок, которые получил кандидат во всех упорядочениях избирателей, и будет составлять его итоговую (коллективную) числовую оценку. В современной литературе такую оценку принято называть суммой рангов кандидата в упорядочениях избирателей.

Поскольку числа a и b могут быть любыми, Борда предлагает приравнять их к единице. В этом случае применительно к примеру, представленному на рис. 4, мы получаем следующую картину:

итоговая числовая оценка кандидата A : $8 \cdot 3 + 13 \cdot 1 = 37$;

итоговая числовая оценка кандидата B : $7 \cdot 3 + 7 \cdot 2 + 7 \cdot 1 = 42$;

итоговая числовая оценка кандидата C : $6 \cdot 3 + 14 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 47$.

Таким образом, при данной процедуре голосования победу одержит кандидат C , вторым в коллективном решении будет кандидат B , а третьим кандидат – A ; иными словами, результат будет прямо противоположен тому, что мы получим при использовании правила «большинство голосов» (A – 8 голосов, B – 7 голосов, C – 6 голосов).

Обозначив число первых, вторых и третьих мест в упорядочениях кандидатов через y , x и z , Борда выводит общую формулу числовой оценки кандидата:

$$3y + 2x + z.$$

Очевидно, что общее число избирателей равно

$$E = y + x + z.$$

В связи с этим числовую оценку кандидата можно представить как

$$2y + x + E.$$

А поскольку число E для всех кандидатов (A , B , C) одинаково, эту оценку правомерно упростить до

$$2y + x.$$

Рассмотрим теперь процедуру голосования, основанную на попарных сравнениях кандидатов избирателями.

В случае, когда в бюллетень внесены три кандидата (A , B и C), необходимо провести три попарных сравнения:

$$1) \text{ сравнение } A \text{ с } B \rightarrow \begin{cases} a \text{ голосов за } A \\ b \text{ голосов за } B \end{cases}$$

$$2) \text{ сравнение } A \text{ с } C \rightarrow \begin{cases} a' \text{ голосов за } A \\ c \text{ голосов за } C \end{cases}$$

$$3) \text{ сравнение } B \text{ с } C \rightarrow \begin{cases} b' \text{ голосов за } B \\ c' \text{ голосов за } C \end{cases}$$

Кандидат A , занимающий первое место в упорядочении кандидатов, получает два голоса при попарном сравнении с другими кандидатами – один голос при сравнении с кандидатом B и один голос при сравнении с C . Соответственно, если он стоит на втором месте, то ему достается один голос (при попарном сравнении с кандидатом B или с кандидатом C), а если на третьем – ни одного.

Следовательно, заключает Борда, общее число голосов, которое кандидат A получит при попарном сравнении с другими кандидатами (B и C), будет равно:

$$a + a' = 2y + x,$$

т.е. его числовая оценка окажется той же, что и при использовании процедуры «порядок качества кандидатов».

Для случая, представленного на рис. 4, при попарном сравнении кандидатов A , B и C имеем:

$$a = 8$$

$$b = 13$$

$$c = 13$$

$$a' = 8$$

$$b' = 8$$

$$c' = 13$$

Итоговые числовые оценки при попарном сравнении кандидатов будут иметь значения:

$$\text{для кандидата } A: a + a' = 8 + 8 = 16,$$

$$\text{для кандидата } B: b + b' = 13 + 8 = 21,$$

$$\text{для кандидата } C: c + c' = 13 + 13 = 26.$$

Другими словами, при данной процедуре голосования победу опять же одерживает кандидат C , вторым в коллективном решении оказывается кандидат B , а третьим – кандидат A .

Таким образом, использование обеих процедур дает идентичные результаты, однако поскольку при большом количестве кандидатов процедура, основанная на попарных сравнениях кандидатов, становится неудобной, Борда высказывается в пользу процедуры «порядок качества кандидатов».

Как было показано выше, определение победителя по большинству голосов не всегда отражает реальные предпочтения избирателей. Так каким же должно быть большинство голосов, чтобы получившего его кандидата можно было признать справедливо избранным? Для ответа на этот вопрос Борда строит аналитические модели, вводя следующие обозначения:

m – число кандидатов,

E – число избирателей,

A – кандидат, получивший большинство голосов избирателей,

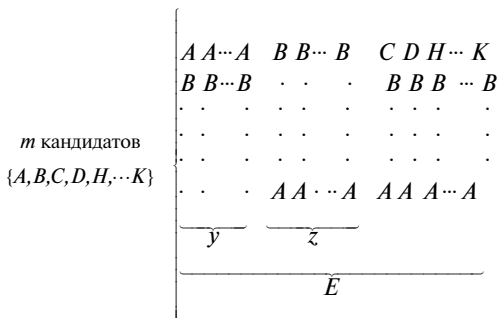
y – число избирателей, поставивших кандидата A на первое место в своих упорядочениях кандидатов,

B – кандидат, получивший второе после A число голосов,

z – число избирателей, поставивших кандидата B на первое место в своих упорядочениях кандидатов.

Наиболее сомнительной победа кандидата A окажется в том случае, если в упорядочениях всех избирателей, не отдавших ему предпочтение, он занимает последнее место, в то время как в упорядочениях всех из-

бирателей, не отдавших предпочтение кандидату B , тот занимает второе место. Соответствующая ситуация отражена на рис. 5.



Тогда при наличии трех кандидатов ($m = 3$) имеем $y > \frac{2}{3}E$, т.е. процедура «порядок качества кандидатов» всегда будет давать тот же результат, что и правило простого большинства, только если кто-то из кандидатов занимает первое место в упорядочениях более чем $2/3$ избирателей.

Если $m = 4$, то $y > \frac{3}{4}E$, и т.д.

Если же число кандидатов больше или равно числу избирателей ($E \geq m$), то $y > E - 1$, т.е. в этом случае решение должно быть принято только единогласно.

Стоит отметить, что вскоре после выхода в свет работы Борда предложенная им процедура стала использоваться при избрании членов Французской королевской академии наук. Однако это продолжалось недолго, и по настоянию одного из своих новых членов Академия отказалась от нее. Имя этого нового члена Академии – Наполеон Бонапарт.

Несколькими годами позже, в 1795 г., другой выдающийся французский ученый Пьер-Симон Лаплас (Pierre-Simon, marquis de Laplace (1749–1827)) пришел к процедуре Борда исходя из совсем иных предпосылок (см. [Laplace, 1812]).

8.2. Вклад маркиза де Кондорсе в теорию голосования

В опубликованном 1785 г. труде «Рассуждения о применении анализа к оценке выборов большинством голосов» [Carita (Condorcet), 1785]⁷, Кондорсе, подобно Борда, уделяет основное внимание случаям, когда в бюллетень внесены три кандидата (A , B и C), и рассматривает попарное сравнение кандидатов⁸, однако вкладывает в данное понятие принципиально иной смысл. В отличие от Борда, при попарном сравнении кандидатов Кондорсе интересовало не количество избирателей, предпочитающих одного кандидата другому, а сам факт победы одного кандидата над другим. Согласно Кондорсе, кандидат A побеждает кандидата B при попарном сравнении, если более половины избирателей предпочитают кан-

⁷ Подробное описание работы Кондорсе см. в [Black, 1958].

⁸ Судя по всему, Кондорсе был знаком с работой Борда по теории голосования, тем более что одна из его статей («Вычисление вероятностей») напечатана в том же томе «Истории Королевской академии наук».

дидата A кандидату B . Такой подход приводит к совершенно другой процедуре голосования.

Мнения избирателя относительно кандидатов, рассуждает Кондорсе, могут быть такими:

- « A лучше, чем B » или « B лучше, чем A »,
- « B лучше, чем C » или « C лучше, чем B »,
- « C лучше, чем A » или « A лучше, чем C ».

Если избиратель в состоянии упорядочить кандидатов согласно своим предпочтениям, то его мнение является согласованным. Соответственно, к согласованным относятся следующие мнения избирателя:

A	A	C	B	B	C
B	C	A	A	C	B
C	B	B	C	A	A

При использовании правила большинства голосов возможны все восемь (2^3) вариантов коллективного решения (см. рис. 6; стрелка от одного кандидата к другому показывает, что большинство избирателей предпочитают первого кандидата второму).

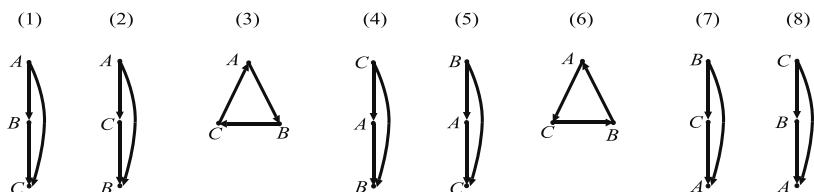


Рис. 6

Из восьми коллективных решений шесть (1, 2, 3, 4, 5, 7, 8) носят согласованный характер. В этих случаях нет никаких сомнений, кто из кандидатов должен быть коллективно выбран. Оставшиеся два коллективных решения (3 и 6) Кондорсе называет противоречивыми, так как предпочтения избирателей образуют цикл, что исключает возможность победителя.

В каких же случаях согласованные мнения избирателей могут привести к противоречивому коллективному решению, если попарное сравнение кандидатов производится по большинству голосов? Чтобы ответить на этот вопрос, Кондорсе рассматривает пример (рис. 7), когда q_1

избирателей q_1 предпочитают кандидата A кандидату B и кандидата B кандидату C , q_2 избирателей предпочитают кандидата A кандидату C и кандидата C кандидату B , и т.д.

q_1	q_2	q_4	q_5	q_7	q_8
A	A	C	B	B	C
B	C	A	A	C	B
C	B	B	C	A	A

Рис. 7

Общее число избирателей равно $q_1 + q_2 + q_4 + q_5 + q_7 + q_8$. Результаты попарного сравнения кандидатов приведены на рис. 8.

	A	B	C
A	0	$\frac{q_1 + q_2 + q_4}{q_5 + q_7 + q_8}$	$\frac{q_1 + q_2 + q_5}{q_4 + q_7 + q_8}$
B	$\frac{q_5 + q_7 + q_8}{q_1 + q_2 + q_4}$	0	$\frac{q_1 + q_5 + q_7}{q_2 + q_4 + q_8}$
C	$\frac{q_4 + q_7 + q_8}{q_1 + q_2 + q_5}$	$\frac{q_2 + q_4 + q_8}{q_1 + q_5 + q_7}$	0

Рис. 8

Из представленной на рис. 8 матрицы видно, что противоречивое коллективное решение (A лучше, чем B ; B лучше, чем C ; C лучше, чем A) возникает в случаях:

$$q_1 + q_2 + q_4 > q_5 + q_7 + q_8$$

$$q_4 + q_7 + q_8 > q_1 + q_2 + q_5$$

$$q_1 + q_5 + q_7 > q_2 + q_4 + q_8$$

или, если перенести все члены в левую часть неравенства:

$$(q_1 - q_8) + (q_4 - q_5) - (q_7 - q_2) > 0$$

$$(q_4 - q_5) + (q_7 - q_2) - (q_1 - q_8) > 0$$

$$(q_7 - q_2) + (q_1 - q_8) - (q_4 - q_5) > 0$$

При каких же условиях не может возникнуть противоречивое коллективное решение? Очевидно, что оно невозможно в случае, если кому-то из кандидатов отдают предпочтение свыше половины избирателей. Например, если

$$q_1 + q_2 > \frac{q_1 + q_2 + q_4 + q_5 + q_7 + q_8}{2},$$

то кандидат A будет коллективно избран.

Кроме того, противоречивое коллективное решение не может возникнуть, если имеется кандидат, который при попарном сравнении превосходит каждого другого кандидата более чем на $1/3$ общего количества избирателей.

Но даже если кандидат побеждает всех при попарном сравнении, это еще не гарантирует, что он является предпочтительным для коллектива. Чтобы продемонстрировать это, Кондорсе использует аппарат теории вероятностей и иллюстрирует свои рассуждения на следующем примере.

Пусть имеется 33 избирателя, чьи предпочтения относительно кандидатов A , B и C отражены в табл. 2.

Таблица 2

18 избирателей	14 избирателей	1 избиратель
A	B	C
B	C	B
C	A	A

Матрица попарных сравнений кандидатов для этого случая приведена на рис. 9.

	A	B	C
A	0	(18, 15)	(18, 15)
B	(15, 18)	0	(32, 1)
C	(15, 18)	(1, 32)	0

Рис. 9

Коллективное решение согласовано, и избранным должен быть кандидат A (рис. 10).

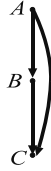


Рис. 10

Обозначив через v вероятность того, что мнение избирателя о кандидатах истинно, а через e – вероятность того, что оно ложно, на основании теоремы Бернулли Кондорсе выводит следующую формулу:

вероятность того, что решение избирателя при попарном сравнении двух кандидатов (например, кандидатов A и B) истинно, равно

$$\frac{v^{h-k}}{v^{h-k} + e^{h-k}},$$

где h – число избирателей, которые считают, что A лучше, чем B ;
 k – число избирателей, которые считают, что B лучше, чем A .

Тогда для случая, приведенного в табл. 2, получаем:

вероятность того, что A лучше B равна

$$\frac{v^{18-15}}{v^{18-15} + e^{18-15}} = \frac{v^3}{v^3 + e^3};$$

вероятность того, что A лучше C равна

$$\frac{v^{18-15}}{v^{18-15} + e^{18-15}} = \frac{v^3}{v^3 + e^3};$$

вероятность того, что A лучше B и C (т.е. это вероятность того, что кандидат A должен быть коллективно избран), равна

$$\frac{v^3}{v^3 + e^3} * \frac{v^3}{v^3 + e^3} = \frac{v^6}{v^6 + 2v^3e^3 + e^6} = Y_1;$$

вероятность того, что B лучше C равна

$$\frac{v^{32-1}}{v^{32-1} + e^{32-1}} = \frac{v^{31}}{v^{31} + e^{31}};$$

вероятность того, что B лучше A равна

$$\frac{v^{18-15}}{v^{18-15} + e^{18-15}} = \frac{v^3}{v^3 + e^3};$$

вероятность того, что B лучше A и C (т.е. это вероятность того, что кандидат B должен быть коллективно избран) равна:

$$\frac{v^{31}}{v^{31} + e^{31}} * \frac{e^3}{v^3 + e^3} = \frac{v^{31}e^3}{v^{34} + v^{31}e^3 + v^3e^{31} + e^{34}} = Y_2.$$

Если $v=1, e=0$, то $Y_1=1, Y_2=0$, побеждает кандидат A .

Однако существует определенный диапазон значений v , при котором $Y_2 > Y_1$. Как видно из табл. 3, если вероятность того, что решение избирателя при попарном сравнении кандидатов является истинным, находится в промежутке от 0,51 до 0,53, то победу должен одержать кандидат B .

Таблица 3

v	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55	0,60	0,70	0,80	0,90	1
Y_1	0,25	0,281	0,319	0,347	0,380	0,418	0,595	0,860	0,969	0,999	1
Y_2	0,25	0,365	0,406	0,401	0,379	0,353	0,229	0,073	0,015	0,001	0

Несмотря на наличие такого варианта, Кондорсе считает, что если имеется кандидат, который побеждает всех остальных при попарном сравнении, то именно он и должен быть коллективно выбран. Но как быть, если такого кандидата нет (т.е. присутствует противоречивое коллективное решение)? Один из возможных подходов к решению данной проблемы – признать победителем кандидата, получившего при попарном сравнении с другими кандидатами наибольшее число голосов, т.е., по сути, воспользоваться процедурой попарного сравнения, предложенной Борда.

Покажем это на примере. Пусть имеется 60 избирателей, чьи предпочтения относительно кандидатов A, B и C отражены в табл. 4.

Таблица 4

23 изб.	17 изб.	2 изб.	10 изб.	8 изб.
A	B	B	C	C
B	C	A	A	B
C	A	C	B	A

Матрица попарных сравнений кандидатов для этого случая представлена на рис. 11.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>A</i>	0	$\frac{33}{27}$	$\frac{25}{35}$
<i>B</i>	$\frac{27}{30}$	0	$\frac{42}{18}$
<i>C</i>	$\frac{35}{25}$	$\frac{18}{42}$	0

Рис. 11

Имеет место противоречивое коллективное решение (рис. 12):

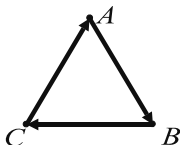


Рис. 12

Сумма голосов за кандидата *A*: $33 + 25 = 58$

за кандидата *B*: $27 + 42 = 69$,

за кандидата *C*: $35 + 18 = 53$.

Коллективно избран должен быть кандидат *C*.

Нетрудно убедиться, что такой подход абсолютно идентичен процедуре «порядок качества кандидатов», предложенной Борда.

Однако данная процедура представляется Кондорсе неоптимальной, поскольку возможны ситуации, когда при наличии согласованного коллективного решения (т.е. кандидата, побеждающего всех других при попарном сравнении) она не позволяет его выявить. Рассмотрим соответствующий пример.

В табл. 5 отражены предпочтения 81 избирателя.

Таблица 5

30 изб.	1 изб.	10 изб.	29 изб.	10 изб.	1 изб.	Ранг
<i>A</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>f</i>
<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>g</i>
<i>C</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>h</i>

Из матрицы попарных сравнений кандидатов, приведенной на рис. 13, видно, что существует согласованное коллективное решение – кандидат A .

	A	B	C
A	0	$\frac{41}{40}$	$\frac{60}{21}$
B	$\frac{40}{41}$	0	$\frac{69}{12}$
C	$\frac{21}{60}$	$\frac{12}{69}$	0

Рис. 13

Для того, чтобы кандидат A был бы выбран по описанной выше процедуре Борда, числа f , g и h нужно подобрать таким образом, чтобы $f > g > h$, и при этом числовая оценка кандидата A должна быть выше числовой оценки кандидата B , т.е. должно выполняться неравенство

$$30 * f + 1 * f + 10 * g + 29 * g + 10 * h + 1 * h > 30 * g + 1 * h + 10 * h + 29 * f + 10 * f + 1 * g.$$

Приведя подобные члены, приходим к противоречию: $g > f$.

И хотя, по признанию самого Кондорсе, такой неправильный (с его точки зрения) результат данная процедура Борда дает довольно редко, он предлагает другой метод определения лучшего кандидата в случае противоречивого коллективного решения – удалить из рассмотрения ту стрелку на графе попарных сравнений, которая соответствует наименьшему превосходству одного кандидата над другим.

На рис. 14 приведен граф попарных сравнений для примера, представленного в табл. 4



Рис. 14

Кандидат A имеет наименьшее превосходство над кандидатом B (33 против 27), и значит стрелка AB должна быть удалена (рис. 15).



Рис. 15

Победителем должен быть признан кандидат B .

В работе Кондорсе рассматриваются и случаи, когда число кандидатов больше трех. Например, анализируется ситуация с пятью кандидатами (A, B, C, D, E), попарное сравнение которых избирателями дало следующий результат:

$$A > B \quad A > C \quad A > D \quad A > E \quad B > C$$

$$B > D \quad B > E \quad C > D \quad E > C \quad D > E$$

Граф попарных сравнений приведен на рис. 16.

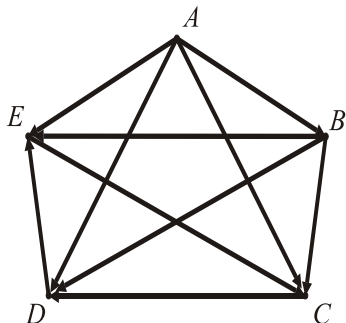


Рис. 16

По мнению Кондорсе, лучшим в такой ситуации должен быть признан кандидат A как победивший всех других кандидатов при попарном сравнении. Вторым в коллективном предпочтении является кандидат B , уступивший в попарном сравнении лишь кандидату A . Противоречия возникают только между кандидатами C, D и E .

Случаи, когда при наличии более трех кандидатов среди них нет такого, который бы при попарных сравнениях побеждал всех остальных, описаны Кондорсе очень кратко и без поясняющих примеров, так что довольно сложно понять, как в такой ситуации должна выглядеть процедура определения победителя. На это еще более 100 лет назад обратил внимание английский математик Э.Дж. Нансон [Nanson, 1907]. Одна из возможных интерпретаций заключается в том, что если на графе попарных сравнений нет безусловного победителя, нужно отбрасывать поочередно все дуги с наименьшим превосходством одного кандидата над другим до тех пор, пока не появится кандидат, к которому не подходит ни одной стрелки. Этот кандидат и считается избранным.

Помимо подхода, основанного на попарных сравнениях кандидатов, Кондорсе предложил процедуру голосования, основанную на иных принципах, – так называемый практический метод Кондорсе (Condorcet practical method) [Nanson, 1882; Berg, Nurmi, 1988; Nurmi, 1999]. Согласно [Nanson, 1882], эта процедура в конце XVIII в. использовалась в Женеве.

Согласно этой процедуре, избиратели упорядочивают кандидатов в своих бюллетенях. Если имеется кандидат, занимающий первое место в бюллетенях более половины избирателей, то он считается избранным. Если такого кандидата нет, то для каждого кандидата подсчитывается число избирателей, поставивших этого кандидата на первое и второе места в своих бюллетенях. Кандидат, у которого это число максимально, считается избранным.

Поясним практический метод Кондорсе на примере. Пусть имеется 18 избирателей, предпочтения которых относительно кандидатов A, B, C, D представлены в табл. 6.

Таблица 6

7 изб.	6 изб.	4 изб.	1 изб.
A	B	C	B
B	C	D	C
C	D	A	A
D	A	B	D

Здесь нет кандидата, стоящего на первом месте более чем у половины избирателей. Поэтому для каждого кандидата подсчитывается число

избирателей, поставивших этого кандидата на первое или второе место в своих упорядочениях: для кандидата *A* – 7 избирателей, для *B* – 14 избирателей, для *C* – 11 избирателей, для *D* – 4 избирателя. Согласно практическому методу Кондорсе, избирается кандидат *B*.

Нансон замечает [Nanson, 1888], что практический метод Кондорсе может приводить к неразумному результату. В случае, представленном в табл. 7, согласно практическому методу Кондорсе, будет избран кандидат *B*, в то время как кандидат *B* проигрывает кандидатам *A* и *C* в попарных сравнениях, кандидат *A* является победителем во всех попарных сравнениях (победителем Кондорсе), а кандидат *C* избирается по сумме рангов (по процедуре Борда).

Таблица 7

5 изб.	5 изб.	2 изб.	2 изб.	2 изб.
<i>A</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>B</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>A</i>
<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>B</i>

* * *

Работы Борда и Кондорсе расширили арсенал методов, применяемых при голосовании, дополнив их двумя новыми (упорядочение внесенных в бюллетень кандидатов по степени предпочтительности и метод попарных сравнений)⁹. Однако их значение этим не ограничивается. Благодаря этим работам возникло осознание того, что понятие «большинство голосов» далеко не однозначно и использование его для определения победителя на выборах может приводить к парадоксальным результатам. Стало очевидно, что голосование – научная проблема, и в ее решение включились крупные ученые.

9. Процедуры голосования в англоязычных странах в XIX в.

Промышленная революция, которая началась в Великобритании в конце XVIII в., привела к бурному росту числа акционерных обществ и об-

⁹ Борда и Кондорсе не знали о работах Раймунда Луллия и Николая Кузанского в этой области.

шеств с ограниченной ответственностью. Решения в этих компаниях принимались на советах директоров, на общих собраниях акционеров, в различных комитетах и комиссиях. Кроме того, шел рост числа закрытых клубов как для аристократов, так и для других слоев британского общества. Решения о принятии новых членов принимали члены этих клубов. Поэтому не удивительно, что именно в Великобритании в XIX в. были предложены новые процедуры голосования.

9.1. Процедура передачи голосов

Процедура передачи голосов (Single Transferable Vote) была предложена английским математиком Т.Р. Хиллом в 1819 г. (Thomas Wright Hill (1763–1851)). Хилл применил эту процедуру для выборов членов комитета в «Обществе литературного и научного развития» в Бирмингеме.

Опишем процедуру, предложенную Хиллом. Избиратели должны выбрать из списка кандидатов некоторое (заранее фиксированное) число лучших. Каждый избиратель должен упорядочить всех кандидатов в соответствии со своими предпочтениями.

Далее устанавливается квота, т.е. число голосов, которое должен получить кандидат для того, чтобы быть избранным.

На первом этапе учитываются только первые в упорядочениях избирателей кандидаты. Кандидат, получивший число первых мест в упорядочениях избирателей, равное или превышающее квоту, считается избранным. Если число голосов, поданное за этого кандидата, превышает квоту, то этот избыток голосов передается по жребию кандидатам, которые стоят на втором месте в упорядочениях тех избирателей, которые были выбраны этим жребием. Если после этого появился кандидат, который получил число голосов, равное или превышающее квоту, то он считается избранным. Если при этом число голосов за него превысило квоту, то процесс продолжается до тех пор, пока не будет избрано заранее фиксированное число лучших кандидатов.

Поясним эту процедуру на примере. Пусть имеется шесть избирателей и три кандидата (A , B и C), из которых надо выбрать двух лучших. Организатор голосования установил значение квоты, равное 3. Предпочтения избирателей представлены в табл. 8.

Таблица 8

Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3	Изб. 4	Изб. 5	Изб. 6
<i>A</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>
<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>B</i>
<i>C</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C</i>

На первом этапе избирается кандидат *A*, получивший пять голосов. Избыток голосов равен:

$$5 - 3 = 2.$$

По жребию определяются два из пяти избирателей, поставивших кандидата *A* на первое место в своих упорядочениях. Пусть жребий выпал на избирателей Изб. 1 и Изб. 5. Тогда имеет место ситуация, представленная в табл. 9, т.е. голоса этих избирателей передаются кандидатам, стоящим на втором месте в их упорядочениях.

Таблица 9

Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3	Изб. 4	Изб. 5	Изб. 6
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>		<i>A</i>
<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>B</i>
<i>C</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C</i>

Избирается кандидат *B*, набравший три голоса, т.е. число голосов, равное квоте.

Итак, согласно процедуре, предложенной Хиллом, избираются кандидаты *A* и *B*.

С 1855 г. по предложению датского математика и политика К. Андре (Carl Christofer Georg Andrae (1812–1893)) процедура передачи голосов начала использоваться в Ригсдаге (датском парламенте).

В 1857 г. английский юрист Т. Хар (Thomas Hare (1806–1891)) независимо от своих предшественников предложил такую же процедуру для выборов в парламент и муниципальные органы власти. В качестве квоты Хар предложил использовать следующее числовое значение:

$$\text{Квота Хара} = \frac{\text{Число избирателей}}{\text{Число кандидатов, которое необходимо избрать}}$$

Так же, как Хилл, Хар предлагал избыток голосов, превышающий квоту, распределять по жребию. Процедура передачи голосов, основанная на квоте Хара, использовалась на выборах в Палате ассамблей Тасмании в 1897 г.

В 1868 г. английский математик Г. Друп (Henry Richmond Droop (1832–1884)) предложил другое выражение для вычисления квоты [Droop, 1881]:

$$\text{Квота Друпа} = \left[\frac{\text{Число избирателей}}{\text{Число кандидатов, которое необходимо избрать} + 1} \right] + 1,$$

где $[...]$ – означает целую часть от числа.

Смысл введения этой квоты состоит в том, чтобы исключить ситуацию, когда число кандидатов, преодолевших квоту, больше числа кандидатов, которые должны быть избраны.

Процедура передачи голосов, использующая квоту Друпа, широко использовалась (и используется до настоящего времени) во многих странах, включая Ирландскую республику, Мальту, Австралию, Новую Зеландию и другие страны.

В 1880 г. Дж.Б. Грегори (John Burslem Gregory (1844–1920)) предложил распределить избыток голосов при использовании процедуры передачи голосов не случайным образом (по жребию), как это делалось ранее, а с использованием так называемого передаваемого значения.

Поясним метод Грегори на примере. Имеется 20 избирателей и 5 кандидатов – *A, B, C, D, E*. (Заметим, что избиратели не обязаны упорядочивать всех кандидатов в соответствии со своими предпочтениями.) Необходимо избрать трех лучших кандидатов, используя квоту Друпа. Предпочтения избирателей представлены в табл. 10.

Таблица 10

1 изб.	2 изб.	8 изб.	4 изб.	4 изб.	1 изб.
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>E</i>	
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>E</i>			
<i>E</i>					

$$\text{Квота Друпа} = \left[\frac{20}{3+1} \right] + 1 = 6.$$

Первый этап. Для каждого кандидата подсчитывается число голосов избирателей, поставивших этого кандидата на первое место в своих предпочтениях:

A – 1 голос,

B – 2 голоса,

C – 12 голосов,

D – 4 голоса,

E – 1 голос.

Кандидат *C*, набравший число голосов, превышающее квоту, избран.

Избыток голосов = $12 - 6 = 6$.

Второй этап. Подсчет передаваемого значения.

Передаваемое значение подсчитывается как частное от деления избытка голосов, полученного избранным кандидатом, на общее число голосов, полученное этим кандидатом, т.е.

$$\text{передаваемое значение} = \frac{6}{12} = 0,5.$$

Третий этап. Распределение избытка голосов.

Для каждой группы бюллетеней, в которых кандидат *C* указан на первом месте, 0,5 голосов передаются кандидатам, которые стоят на втором месте. Из тех, кто поставил на первое место в своих упорядочениях кандидата *C*, 8 избирателей поставили на второе место кандидата *D* и 4 избирателя кандидата *E*.

Таким образом, кандидату *D* переходит

$$8 \cdot 0,5 = 4 \text{ голоса};$$

кандидату *E* переходит

$$4 \cdot 0,5 = 2 \text{ голоса}.$$

В итоге после первого распределения голосов имеем:

A: 1 голос,

B: 2 голоса,

C: $12 - 6 = 6$ голосов,

D: $4 + 4 = 8$ голосов,

E: $1 + 2 = 3$ голоса.

Кандидат *D*, набравший число голосов, превышающее квоту, избран.

Избыток голосов = $8 - 6 = 2$.

Четвертый этап: Подсчет передаваемого значения.

Передаваемое значение = $\frac{2}{8} = 0,25$.

Пятый этап. Распределение избытка голосов.

Для каждой группы бюллетеней, в которых имеется кандидат, стоящий после кандидата D , $0,25$ голосов передается этому кандидату.

В восьми упорядочениях после D стоит E , и еще в четырех упорядочениях после D стоит кандидат E .

Таким образом, кандидату E на этом этапе переходит $8 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,25 = 2 + 1 = 3$ голоса.

В итоге после второго распределения голосов имеем:

A : 1 голос,

B : 2 голоса,

C : $12 - 6 = 6$ голосов,

D : $8 - 2 = 6$ голосов,

E : $3 + 3 = 6$ голосов.

Кандидат E , набравший число голосов, равное квоте, избран.

Таким образом, избраны кандидаты C , D и E .

В XX в. были предложены различные модификации метода Грегори: включающий метод Грегори, взвешенный включающий метод Грегори [Gilmour, 2007]. Осознание недостатков всех модификаций метода Грегори привело в конце XX в. к появлению еще одной процедуры передачи голосов – метод Мика [Meek, 1994]. Этот метод настолько сложен, что его прямое описание заменено ссылкой на статью в журнале. Программа, реализующая этот метод, занимает на языке Pascal несколько страниц.

Обзор различных процедур передачи голосов приведен в [Вольский, Карпов, 2011]. Аксиоматическое описание процедуры передачи голосов дано в [Aleskerov, Карпов, 2013]

9.2. Процедура Уэйра [Reilly, 2001]

Как было указано в разделе 9.1, Томас Хар предложил использовать в процедуре передачи голосов квоту, получившую его имя. Он же поставил задачу поиска процедуры, которая позволила бы всегда выбирать одного лучшего кандидата [McLean, Urken, 1995]. В 1871 г. профессор Гарвардского колледжа американский архитектор В.Р. Уэйр (William

Robert Ware (1832–1915)) в письме Томасу Хару предложил метод «Немедленное дополнительное голосование» (Instant – runoff voting). Это письмо опубликовано в приложении к четвертому изданию [Hare, 1873]. Фактически этот метод является модификацией процедуры передачи голосов в случае, когда используется квота Друпа и необходимо избрать одного лучшего кандидата.

В этом случае квота Друпа имеет вид:

$$\text{Квота Друпа} = \left\lceil \frac{\text{Число избирателей}}{1+1} \right\rceil + 1,$$

т.е. требуется, чтобы победитель голосования получил более 50% голосов избирателей.

Согласно этой процедуре, избирается кандидат, получивший более 50% первых мест в упорядочениях избирателей. Если такой кандидат существует, то процедура заканчивается. В противном случае из списка кандидатов исключается кандидат, который имеет наименьшее число первых мест в упорядочениях избирателей. Процедура повторяется для уменьшенного таким способом списка кандидатов, и т.д. до тех пор, пока не появится кандидат, получивший более 50% первых мест в сокращенном списке кандидатов.

Поясним действие этой процедуры на примере. Пусть мнения восьми избирателей относительно кандидатов A , B , C , D представлены в табл. 11.

Таблица 11

Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3	Изб. 4	Изб. 5	Изб. 6	Изб. 7	Изб. 8
A	A	A	B	B	C	C	D
B	B	B	D	D	A	A	B
C	C	D	A	C	D	D	A
D	D	C	C	A	B	B	C

Ни один из кандидатов не набрал более 50% первых мест в упорядочениях избирателей (т.е. 5 или больше). Поэтому отбрасывается кандидат, имеющий наименьшее число первых мест в упорядочениях избирателей, т.е. кандидат D .

Таким образом, имеет место ситуация, представленная в табл. 12.

Таблица 12

Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3	Изб. 4	Изб. 5	Изб. 6	Изб. 7	Изб. 8
<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>B</i>
<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>C</i>

Как мы видим, после отбрасывания из рассмотрения кандидата *D* не появился кандидат, имеющий более 50% первых мест в упорядочениях избирателей. Поэтому снова отбрасываем кандидата, имеющего наименьшее число первых мест, т.е. кандидата *C*.

Получаем следующую ситуацию (табл. 13).

Таблица 13

Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3	Изб. 4	Изб. 5	Изб. 6	Изб. 7	Изб. 8
<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>A</i>

Согласно процедуре Уэйра, избирается кандидат *A*, набравший 5 голосов (т.е. более 50% первых мест в упорядочениях избирателей).

9.3. Процедура Нансона [Nanson, 1907]

Английский математик Э.Дж. Нансон (Edward John Nanson (1850–1936)) предложил процедуру, которая является модификацией процедуры Борда (выбор лучшего кандидата по сумме рангов). Как было отмечено ранее (см. раздел 8.1), выбор по процедуре Борда может отличаться от победителя Кондорсе на мажоритарном графе, т.е. кандидат, победивший всех кандидатов в попарных сравнениях, может быть не избран согласно процедуре Борда.

Процедура Нансона характерна тем, что если для профиля предпочтений избирателей существует победитель Кондорсе, то именно он обязательно избирается согласно процедуре Нансона. Если победителя Кон-

доре не существует, то процедура Нансона избирает кандидата, который может совпадать или не совпадать с выбором по процедуре Борда.

Согласно процедуре Нансона, на первом этапе для каждого кандидата подсчитывается сумма рангов в упорядочениях избирателей. Далее подсчитывается среднее арифметическое сумм рангов всех кандидатов. Отбрасываются из рассмотрения все кандидаты, сумма рангов которых меньше или равна среднему арифметическому. Для оставшихся кандидатов подсчитывается сумма рангов. Подсчитывается среднее арифметическое. Отбрасываются из рассмотрения кандидаты, сумма рангов которых меньше или равна среднему арифметическому. Процесс повторяется до получения единственного победившего кандидата.

Поясним эту процедуру на примере. Имеется 3 избирателя, предпочтения которых относительно кандидатов A, B, C, D представлены в табл. 14.

Таблица 14

Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3	Ранг
A	D	D	4
B	A	A	3
C	B	C	2
D	C	B	1

Здесь имеется победитель Кондорсе (кандидат D), но по процедуре Борда избирается кандидат A .

Согласно процедуре Нансона, на первом этапе подсчитываются суммы рангов всех кандидатов:

$$A: 4 + 3 + 3 = 10,$$

$$B: 3 + 2 + 1 = 6,$$

$$C: 2 + 1 + 2 = 5,$$

$$D: 1 + 4 + 4 = 9.$$

$$\text{Среднее арифметическое} = \frac{10+6+5+9}{4} = 7,5.$$

Отбрасываются из рассмотрения кандидаты, имеющие суммы рангов, меньшие или равные среднему арифметическому, т.е. кандидаты B и C . Таким образом, имеет место ситуация, представленная в табл. 15.

Таблица 15

Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3	Ранг
<i>A</i>	<i>D</i>	<i>D</i>	2
<i>D</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	1

Суммы рангов:

$$A: 2 + 1 + 1 = 4,$$

$$D: 1 + 2 + 2 = 5,$$

т.е. согласно процедуре Нансона избирается кандидат *D*.

9.4. Процедура Болдуина [Baldwin, 1926]

Эта процедура была предложена австралийским астрономом Дж.М. Болдуином (Joseph Mason Baldwin (1878–1945)). Она так же, как и процедура Нансона, основана на подсчете сумм рангов кандидатов в упорядочениях избирателей и так же, как и процедура Нансона, избирает победителя Кондорсе, если он существует.

Согласно процедуре Болдуина, на каждом этапе отбрасывается из рассмотрения кандидат, имеющий наименьшую сумму рангов в упорядочениях избирателей.

Поясним действия этой процедуры для случая, представленного в табл. 14.

Суммы рангов всех кандидатов:

$$A: 4 + 3 + 3 = 10,$$

$$B: 3 + 2 + 1 = 6,$$

$$C: 2 + 1 + 2 = 5,$$

$$D: 1 + 4 + 4 = 9.$$

Отбрасывается из рассмотрения кандидат *C*, имеющий наименьшую сумму рангов (табл. 16).

Таблица 16

Изб 1	Изб 2	Изб 3	Ранг
<i>A</i>	<i>D</i>	<i>D</i>	3
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	2
<i>D</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	1

Суммы рангов:

$$A: 3 + 2 + 2 = 7,$$

$$B: 2 + 1 + 1 = 4,$$

$$D: 1 + 3 + 3 = 7.$$

Отбрасывается кандидат *B* (табл. 17).

Таблица 17

Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3	Ранг
<i>A</i>	<i>D</i>	<i>D</i>	2
<i>D</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	1

Таким образом, согласно процедуре Болдуина, избирается кандидат *D*.

10. Работы Ч.Л. Доджсона в области теории голосования¹⁰

Чарльз Лютвидж Доджсон (Charles Lutwidge Dodgson (1832–1898)) широко известен под псевдонимом Льюис Кэрролл как автор сказок «Алиса в стране чудес» и «Алиса в Зазеркалье», а также ряда других литературных произведений. Но помимо писательской деятельности важное место в жизни Доджсона занимали исследования в таких областях математики, как геометрия, матричная алгебра, математическая логика, теория голосования и пропорциональное представительство. Доджсон учился, а затем в течение 26 лет читал лекции в колледже Крайст-Черч – одном из крупнейших колледжей Оксфордского университета.

За период с 1873 по 1877 г. Доджсоном были написаны три статьи, посвященные проблеме голосования – «Обсуждение различных процедур при проведении выборов», «Предложения относительно оптимального метода учета голосов в ситуации, когда на голосование выносятся более двух альтернатив» и «Метод учета голосов при наличии более чем двух исходов» [Dodgson, 1873; Dodgson, 1874; Dodgson, 1876]¹¹. В своих

¹⁰ См. [Вольский, 2012].

¹¹ Тексты этих трех работ перепечатаны в [Black, 1958].

работах Доджсон критически осмысливает понятие «большинство голосов», рассматривая парадоксальные ситуации, которые могут возникнуть при его использовании, и предлагает новые подходы к принятию коллективного решения.

10.1. Критика существующих процедур голосования

Для демонстрации уязвимых сторон известных ему процедур голосования Доджсон анализирует возможные распределения предпочтений 11 избирателей, выбирающих между кандидатами a , b , c , и d . Распределения предпочтений отражены в таблицах, где количество столбцов соответствует числу избирателей, а кандидаты ранжированы в зависимости от места, которое они занимают в предпочтениях каждого из участников голосования.

10.1.1. Процедура «относительное большинство голосов» (избранным считается кандидат, набравший больше голосов, чем другие)¹²

В случае применения этой процедуры при распределении предпочтений, представленном в табл. 18, победителем окажется кандидат b , которого почти две трети избирателей (7 из 11) оценили как наихудшего. Интуитивно ясно, что в данной ситуации гораздо больше оснований быть избранным имеет кандидат a , которого 3 избирателя поставили на первое место, а остальные 8 – на второе место.

Таблица 18

a	a	a	b	b	b	b	c	c	c	d
c	c	c	a	a	a	a	a	a	a	a
d	d	d	c	c	c	c	d	d	d	c
b	b	b	d	d	d	d	b	b	b	b

¹² В уставе колледжа Крайст-Черч от 1867 г. отмечалось, что «кандидат, получивший большинство голосов на выборах, считается избранным».

*10.1.2. Процедура «абсолютное большинство голосов»
(избранным считается кандидат, набравший более половины
голосов избирателей)*

При распределении предпочтений, представленном в табл. 19, применение этой процедуры принесет победу кандидату *b*, неприемлемому для почти половины голосовавших (5 из 11). По мнению Доджсона, в данном случае волеизъявлению избирателей больше соответствовало бы избрание кандидата *a*, набравшего на один голос меньше победителя, но при этом не опускающегося ниже второго места в предпочтениях участников голосования.

Таблица 19

<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>c</i>
<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>

*10.1.3. Процедура последовательного попарного сравнения
кандидатов*

В соответствии с этой процедурой из списка кандидатов случайным образом выбираются два кандидата, которые предлагаются избирателям для голосования. Проигравший при попарном сравнении исключается из рассмотрения, а победитель сравнивается со следующим, выбранным случайным образом кандидатом, и т.д. Победивший в последнем попарном сравнении кандидат считается избранным.

Если при распределении предпочтений, представленном в табл. 20, первыми сравниваются кандидаты *a* и *b*, то из дальнейшего рассмотрения исключается кандидат *a*.

Между тем этот кандидат выглядит наилучшим в глазах пяти избирателей и не опускается ниже третьего места в предпочтениях остальных избирателей, тогда как его соперник является лучшим лишь для двоих участников голосования, а четверо считают его наихудшим. Более того, при любой последовательности дальнейших попарных сравнений окончательно избранным окажется кандидат *c*, который выбыл бы из игры уже на первом этапе, если бы сравнивался с кандидатом *a*.

Таблица 20

<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>
<i>b</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>d</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>

10.1.4. Процедура последовательного исключения кандидатов

Согласно этой процедуре, на каждом шаге отбрасывается из рассмотрения кандидат, получивший наименьшее число первых мест в предпочтениях избирателей.

При распределении предпочтений, представленном в табл. 21, на первом же этапе из борьбы выбывает кандидат *a*, входящий в число двух наиболее предпочтительных для избирателей. При этом победителем оказывается кандидат *c*, который является наихудшим для четверых избирателей и наилучшим – лишь для троих.

Таблица 21

<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>d</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>

10.1.5. Метод балльных оценок

В соответствии с этим методом каждому избирателю предоставляется фиксированное число баллов, и он может приписать все баллы одному кандидату или распределить их между несколькими. Избранным считается кандидат, получивший максимальное суммарное число баллов.

Главный недостаток этого метода, по мнению Доджсона, заключается в том, что он не учитывает психологии избирателей. Стремясь обеспечить победу наиболее предпочтительному для себя кандидату, каждый избиратель, скорее всего, припишет ему все баллы, и в результате рассматриваемый метод окажется равнозначен процедуре «относительное большинство голосов» со всеми присущими ей изъянами.

10.1.6. Метод номинации

При использовании этой процедуры избирателям предлагается один из кандидатов, представленных в бюллетене, и они должны проголосовать «за» или «против» него. Однако, как отмечает Доджсон, избиратель проголосует за этого кандидата только в том случае, если тот лидирует в его предпочтениях, и против, если считает его наихудшим. При любом другом раскладе избирателю будет сложно определиться со своим выбором, ибо он не знает, какой кандидат будет представлен для голосования на следующем этапе – более или, напротив, менее предпочтительный для него.

Поэтому в ситуации, когда кто-то из представленных в бюллетене кандидатов стоит на первом месте в предпочтениях большинства избирателей и именно с него начинается голосование, выбор победителя по методу номинации, по сути, не будет отличаться от выбора по процедуре «простое большинство голосов».

Еще больше проблем возникнет при отсутствии такого кандидата. Так, при распределении предпочтений, отраженном в табл. 22, если на первом этапе избирателям будет предъявлен кандидат *a*, он будет отвергнут (так как 6 из 11 избирателей будут надеяться, что на каком-то из следующих этапов им будет предъявлен более предпочтительный для них кандидат). Между тем, по мнению Доджсона, именно этот кандидат достоин быть избранным, поскольку при сравнении с любым другим кандидатом ему отдают предпочтение 9 из 11.

Таблица 22

<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>
<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>

10.1.7. Процедура с дополнительной альтернативой «не проводить голосование»

Согласно этой процедуре, сначала избирателям задается вопрос: проводить или не проводить голосование? Если альтернатива «не проводить голосование» набирает более половины голосов, то голосование не проводится. В противном случае применяется та или иная процедура голо-

сования. Иными словами, в рассмотрение включается дополнительный «кандидат» («не проводить голосование»), которого Доджсон обозначает символом «0».

Анализируя данную процедуру, исследователь отмечает, что она способна работать лишь в ситуации, когда избиратели четко делятся на тех, кто предпочитает альтернативу «0» всем кандидатам, и тех, кто предпочитает даже худшего для себя кандидата альтернативе «0». Но такое встречается крайне редко. Как правило, какая-то часть избирателей рассуждает следующим образом: «Если бы я знал, что будет избран кандидат c или d , то голосовал бы за отказ от голосования, а если a или b – за его проведение».

При распределении предпочтений, представленном в табл. 23, альтернатива «0» не набирает большинства голосов, т.е. голосование проводится. Однако какой бы из кандидатов ни был в итоге избран, 9 из 11 избирателей предпочли бы ему альтернативу «не проводить голосование».

Таблица 23

a	a	b	b	c	c	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	a	a	b	b	c
c	c	a	a	b	b	d	d	c	c	b
d	d	d	d	d	d	b	c	a	a	a
b	b	c	c	a	a	c	b	d	d	d

10.1.8. Процедура с альтернативой «не проводить голосование», предъявляемой на заключительном этапе

В соответствии с этой процедурой сначала выявляется победитель по процедуре «простое большинство голосов», а затем перед избирателями ставится вопрос: считать ли победителя избранным или же отказаться от голосования?

Дефекты данной процедуры отчетливо видны при распределении предпочтений, представленном в табл. 24. На первом этапе здесь побеждает кандидат b (по правилу «простое большинство голосов»), а на втором – альтернатива «не проводить голосование», хотя 10 из 11 предпочли бы ей избрание кандидата a .

Таблица 24

b	b	b	b	b	0	a	a	a	a	a
a	a	a	a	a	b	0	0	0	0	0
c	c	c	c	c	a	b	b	b	b	b
d	d	d	d	d	c	c	c	c	c	c
0	0	0	0	0	d	d	d	d	d	d

10.2. Новые подходы к принятию коллективного решения

Стремясь преодолеть изъяны, присущие проанализированным им процедурам голосования, Доджсон разработал три новые процедуры, позволяющие более точно учитывать предпочтения избирателей.

10.2.1. Модифицированный метод балльных оценок [Dodgson, 1873]

В соответствии с этой процедурой каждому из включенных в список кандидатов приписывается число баллов, отвечающее его месту в предпочтениях каждого избирателя.

Пусть избиратель имеет следующие предпочтения относительно включенных в список кандидатов a , b , c , d :

a
 b
 c
 d

Тогда кандидату a приписывается 3 балла, кандидату b – 2 балла, кандидату c – 1 балл и кандидату d – 0 баллов. (При добавлении альтернативы «не проводить голосование» в качестве одного из «кандидатов» занявшему первое место приписывается 4 балла, занявшему второе место – 3 балла и т.д.). Затем для каждого кандидата подсчитывается сумма балльных оценок во всех упорядочениях избирателей, и победителем объявляется тот, кто набрал максимальную сумму баллов.

Как показывают приводимые в табл. 25 данные, при применении этой процедуры во всех рассмотренных выше случаях (табл. 16–22) победу одерживает кандидат, который интуитивно представляется лучшим, но проигрывает при использовании иных процедур.

Таблица 25

Процедура голосования	a	b	c	d	Альтернатива «Не проводить голосование»
10.1.1. Процедура «Простое большинство голосов»	25	12	20	9	
10.1.2. Процедура «Абсолютное большинство голосов»	27	18	11	10	
10.1.3. Процедура последовательного попарного сравнения кандидатов	23	15	14	14	
10.1.4. Процедура последовательного исключения кандидатов	24	15	14	13	
10.1.6. Метод номинации	27	17	14	8	
10.1.7. Процедура с дополнительной альтернативой «Не проводить голосование»	21	21	20	10	38
10.1.8. Процедура «Абсолютное большинство голосов», в которой альтернатива «Не проводить голосование» предъявляется на заключительном этапе	37	33	16	5	19

Следует отметить, что процедура «Модифицированный метод балльных оценок» полностью совпадает с процедурой, предложенной еще в XV в. Николаем Кузанским и заново изобретенной Ж.Ш. де Борда в конце XVIII в. (см. разделы 6 и 8.1 настоящей работы). Известно, что с работами своих предшественником Доджсон знаком не был.

10.2.2. Процедура учета голосов в ситуации, когда на голосование выносятся более двух альтернатив [Dodgson, 1874]

Процедура состоит из следующих этапов:

1. Составляется бюллетень, содержащий имена всех кандидатов (или названия всех альтернатив, если голосование проводить по поводу каких-то предложений). После предварительного обсуждения избирателями в бюллетень может быть внесена альтернатива «Не проводить голосование». Избирательный бюллетень изготавливается в единственном экземпляре.

2. Избирательный бюллетень передается избирателям. Каждый избиратель пишет свое имя под именем наиболее предпочтительного для себя кандидата (или наименованием альтернативы).

3. Если какой-либо кандидат (альтернатива) получает заранее оговоренное избирателями большинство голосов, он считается избранным, и процедура завершается.

4. При отсутствии такого кандидата (альтернативы) проводится попарное сравнение кандидатов (альтернатив). Если находится кандидат (альтернатива), побеждающий всех других в попарном сравнении, он объявляется окончательным победителем.

Процедура, основанная на выявлении абсолютного победителя в попарных сравнениях кандидатов, была впервые предложена Раймундом Луллием в XIII в. (см. раздел 5), а затем, независимо от Луллия, маркизом де Кондорсе в конце XVIII в. (см. раздел 8.2). Не будучи знаком с этими работами, Доджсон не только воспроизвел предлагаемый в них подход, но и, подобно работам Кондорсе, зафиксировал возможность циклов на мажоритарном графе ($a > b > c > a$), т.е. ситуации, при которой абсолютного победителя в принципе не существует, и разработал оригинальную процедуру, позволяющую преодолеть цикличность предпочтений.

10.2.3. Процедура учета голосов при наличии более чем двух исходов [Dodgson, 1876]

Процедура включает следующие этапы:

1. Каждый избиратель указывает в бюллетене предпочтительного для себя кандидата (при этом альтернатива «Не проводить голосование» включается в список как один из «кандидатов»). Если кто-то из кандидатов набирает простое большинство голосов, он объявляется избранным и процедура заканчивается.

2. При отсутствии такого кандидата избирателям предлагается указать в своих бюллетенях строгие упорядочения всех кандидатов. Если находится кандидат, который побеждает любого другого кандидата в попарном сравнении, он объявляется избранным и процедура заканчивается.

3. Если абсолютного победителя в попарном сравнении не существует, т.е. предпочтения избирателей носят «циклический» характер, вся совокупность кандидатов делится на два подмножества. К первому подмножеству относятся кандидаты, формирующие цикл, ко второму – все

остальные. Если каждый кандидат из первого подмножества при попарном сравнении побеждает каждого кандидата из второго подмножества, последнее исключается из рассмотрения.

4. Для каждого из входящих в цикл кандидатов высчитывается, сколько изменений в избирательных бюллетенях надо произвести, чтобы при попарном сравнении он стал абсолютным победителем (в рамках данного цикла).

5. Результаты подсчетов доводятся до сведения избирателей, которые получают возможность внести изменения в упорядочение кандидатов в своих бюллетенях.

6. После этого вновь проводится попарное сравнение всех кандидатов. Если же и оно содержит цикл, выборы объявляются несостоявшимися.

Обосновывая целесообразность использования данной процедуры при принятии важных коллективных решений, Доджсон рассматривает ряд примеров, демонстрирующих ее преимущества по сравнению с процедурами относительного большинства голосов и последовательного исключения кандидатов, вводя принципиально новое понятие – степень превосходства одного кандидата над другим при попарном сравнении.

Пример 1. В голосовании участвуют 11 избирателей, предпочтения которых относительно кандидатов a, b, c, d представлены в табл. 26.

Таблица 26

a	a	a	a	b	b	b	c	c	c	d
d	d	b	b	c	c	d	b	b	b	c^*
c	c	d	d	a	a	c	d	d	d	b^*
b	b	c	c	d	d	a	a	a	a	a

При использовании процедуры «относительное большинство голосов» победителем является кандидат a . При попарном же сравнении кандидатов возникает цикл ($a > d > c > b > a$), в рамках которого каждый кандидат побеждает последующего.

Результаты попарных сравнений кандидатов отражены в табл. 27. В числителе дроби, расположенной на пересечении строки a и столбца b , приведено число избирателей, предпочитающих кандидата b кандидату a ; в знаменателе – число избирателей, предпочитающих кандидата a кандидату b . По аналогичному принципу построены дроби и на пере-

сечении других строк и столбцов. Если значение дроби меньше единицы, то кандидат, обозначенный в столбце, проигрывает при попарном сравнении кандидату, обозначенному в строке. В этом случае дробь заключается в скобки.

Таблица 27

	a	b	c	d
a		$\frac{7}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\left(\frac{5}{6}\right)$
b	$\left(\frac{4}{7}\right)$		$\frac{6}{5}$	$\left(\frac{3}{8}\right)$
c	$\left(\frac{4}{7}\right)$	$\left(\frac{5}{6}\right)$		$\frac{6}{5}$
d	$\frac{6}{5}$	$\frac{8}{3}$	$\left(\frac{5}{6}\right)$	

Проанализировав данную таблицу, Доджсон обращает внимание на сомнительность победы кандидата a . Чтобы побеждать каждого другого кандидата в парном сравнении, ему необходимо как минимум четыре изменения в предпочтениях избирателей: по два перемещения вверх для избирателей № 5 и № 6. Более того, достаточно одного перемещения вниз (для избирателя № 5 или № 6), и он станет проигрывать каждому другому кандидату в попарном сравнении. В свою очередь, проигравшему по правилу «относительное большинство голосов» кандидату b требуется лишь одно перемещение вверх (отмечено значком * в табл. 26), чтобы побеждать в попарном сравнении всех остальных кандидатов.

Пример 2. В голосовании участвуют 13 избирателей, предпочтения которых относительно кандидатов a, b, c, d представлены в табл. 28.

Таблица 28

a	a	a	a	b	b	b	c	c	c	d	d	d
b	b	b	b	d	d	d	d	a	a	b	b	b
c	c	c	c	c	c	c	a^*	b	b	c	c	c
d	d	d	d	a	a	a	b^*	d	d	a	a	a

Здесь, как и в рассмотренном выше случае, при использовании процедуры «относительное большинство голосов» побеждает кандидат a . Однако анализ результатов попарных сравнений кандидатов (табл. 29) показывает, что при изменении предпочтений одного избирателя (отмечено значком * в табл. 28) кандидат a будет проигрывать в попарном сравнении всем остальным кандидатам, а кандидат b станет абсолютным победителем.

Таблица 29

	a	b	c	d
a		$\left(\frac{6}{7}\right)$	$\frac{9}{4}$	$\frac{7}{6}$
b	$\frac{7}{6}$		$\left(\frac{3}{10}\right)$	$\left(\frac{4}{9}\right)$
c	$\left(\frac{4}{9}\right)$	$\frac{10}{3}$		$\left(\frac{6}{7}\right)$
d	$\left(\frac{6}{7}\right)$	$\frac{9}{4}$	$\frac{7}{6}$	

Пример 3. В голосовании участвуют 15 избирателей, предпочтения которых относительно кандидатов a, b, c, d представлены в табл. 30.

Таблица 30

a	a	a	a	b	b	b	b	c	c	c	c	d	d	d
d	d	d	d	c	c	c	c^*	d	d	d	d	a	a	b
b	b	b	b	d	d	d	d^*	a	a	b	b	c	c	c
c	c	c	c	a	a	a	a	b	b	a	a	b	b	a

В случае использования процедуры последовательного исключения кандидатов на первом этапе будет исключен кандидат d как имеющий наименьшее число первых мест в предпочтениях избирателей. Предпочтения избирателей относительно оставшихся кандидатов представлены в табл. 31. При попарном сравнении кандидатов возникает цикл: $a > b > c > a$.

Таблица 31

<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>

На втором этапе исключается кандидат *c*, и победителем оказывается кандидат *a*. Между тем, как показывает анализ результатов попарных сравнений кандидатов для исходного распределения предпочтений избирателей (табл. 32), для того чтобы в попарном сравнении побеждать всех остальных кандидатов, кандидату *a* нужно шесть изменений в предпочтениях избирателей, в то время как выбывшему на первом этапе кандидату *d* всего одно (отмечено значком * в табл. 30).

Таблица 32

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>		$\left(\frac{7}{8}\right)$	$\frac{9}{6}$	$\frac{11}{4}$
<i>b</i>	$\frac{8}{7}$		$\left(\frac{6}{9}\right)$	$\frac{11}{4}$
<i>c</i>	$\left(\frac{6}{9}\right)$	$\frac{9}{6}$		$\left(\frac{7}{8}\right)$
<i>d</i>	$\left(\frac{4}{11}\right)$	$\left(\frac{4}{11}\right)$	$\frac{8}{7}$	

Пример 4. В голосовании участвуют 23 избирателя, предпочтения которых относительно кандидатов *a*, *b*, *c*, *d* представлены в табл. 33.

Таблица 33

<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i> *	
<i>d</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i> *
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>a</i>

При использовании процедуры «относительное большинство голосов» победителем окажется кандидат a , при использовании процедуры последовательного исключения кандидатов – кандидат c . Однако если проанализировать результаты попарных сравнений кандидатов (табл. 34), то обнаружится, что для абсолютной победы кандидату a необходимо как минимум пять изменений в предпочтениях избирателей, а кандидату c – даже шесть. Между тем кандидату b требуется лишь одно перемещение вверх (отмечено значком * в табл. 33), чтобы побеждать всех остальных при попарном сравнении.

Таблица 34

	a	b	c	d
a		$\frac{16}{7}$	$\left(\frac{8}{15}\right)$	$\left(\frac{11}{12}\right)$
b	$\left(\frac{7}{16}\right)$		$\frac{12}{11}$	$\left(\frac{5}{18}\right)$
c	$\frac{15}{8}$	$\left(\frac{11}{12}\right)$		$\frac{13}{10}$
d	$\frac{12}{11}$	$\frac{18}{5}$	$\left(\frac{10}{13}\right)$	

На основе анализа данных примеров Доджсон приходит к заключению, что в случае, когда при попарных сравнениях кандидатов имеются циклы, в рассмотрение должна вводиться альтернатива «Не проводить голосование», причем, поскольку предъявление ее на начальном и завершающем этапе, как было показано выше (см. описание процедур с дополнительной альтернативой «Не проводить голосование» и с альтернативой «Не проводить голосование», предъявляемой на заключительном этапе), сопряжено с определенными проблемами, она должна включаться в бюллетень как один из «кандидатов». Следует отметить, что указанная альтернатива имеет некоторое сходство с графой «None of the above», включаемой в ряде стран в избирательные бюллетени, а также с графой «Против всех», отмененной в РФ в 2006 г.

* * *

Работы Джонсона в области теории голосования интересны в нескольких отношениях. Во-первых, английский математик критически проана-

лизовал ряд широко распространенных процедур голосования, наглядно продемонстрировав, что их использование способно порождать парадоксальные ситуации, когда коллективно избранным становится кандидат, интуитивно не являющийся лучшим при данных предпочтениях избирателей. Во-вторых, ничего не зная о трудах предшественников (Луллия, Николая Кузанского, Борда и Кондорсе), он разработал процедуры голосования, основанные на сумме рангов и попарном сравнении кандидатов, и установил возможность возникновения циклов. В-третьих, он предложил принципиально новый подход к определению победителя в попарном сравнении кандидатов, введя понятие степени превосходства одного кандидата над другим. На этом понятии базируется процедура голосования, которая носит имя Доджсона (см. [Young, 1977; Bartholdi, Tovey, Trick, 1989; Ratliff, 2001; Kramer, 2004; Петровский, 2009]).

11. Заключение

Итак, к началу XX в. было известно много процедур голосования в малых группах. Но их анализ, наука о голосовании почти не продвинулась вперед: исследования Борда и Кондорсе в XVIII в. и Доджсона в XIX в. по-прежнему оставались непревзойденными образцами анализа процедур голосования.

Положение изменилось лишь в середине XX в. Обилие накопившихся процедур голосования и трудности, связанные с выделением среди них «лучшей» процедуры, привели к постановке задачи синтеза «разумных» процедур. В начале 1950-х годов американский ученый Кеннет Эрроу (Kenneth Arrow (род. в 1921 г.)) впервые четко и по-новому сформулировал задачу синтеза процедур голосования [Arrow, 1963]. Эрроу впервые развил аксиоматический подход к синтезу процедур голосования. Он сформулировал набор условий, который вошел как канонический во все последующие исследования и, доказав их несовместимость, определил центральное направление в развитии задач синтеза процедур голосования.

В обширной литературе, последовавшей после классической работы Эрроу, исследовалась задача в постановке, когда как индивидуальные мнения, так и коллективное решение моделировались бинарными отношениями. В [Айзерман, Алескерев, 1990] впервые была поставлена за-

дача о синтезе операторов коллективного выбора, в которой как индивидуальные мнения, так и коллективное решение описывались функциями выбора.

Во второй половине 1970-х годов направление синтеза переросло в сравнительный анализ различных процедур голосования, т.е. в выяснение того, в какой мере те или иные процедуры удовлетворяют некоторому набору условий и критериев, и разные авторы используют для сравнительного анализа процедур различные их наборы. Ни одна из известных процедур голосования не удовлетворяет всем вводимым критериям, и при выборе процедуры голосования возникает та же проблема, с которой сталкивается исследователь в многокритериальной ситуации. В [Алескеров, Курбанов, 1998; Алескеров, Карабекян, Санвер, Якуба, 2009] более 20 процедур голосования (как описанных в данной работе, так и процедур, предложенных в XX в.) были исследованы на предмет определения их степени манипулируемости.

Так постепенно наука накапливает набор нужных для голосования «технических средств» – процедур голосования и знаний об их свойствах, преимуществах и недостатках.

Литература

Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т. Выбор вариантов (основы теории). М.: Наука, 1990.

Акунин Б. История Российского государства. Часть Европы. М.: АСТ, 2014.

Алескеров Ф.Т., Ордешук П. Выборы. Голосование. Партии. М.: Academia, 1995.

Алескеров Ф.Т., Курбанов Э. О степени манипулируемости правил коллективного выбора // Автоматика и телемеханика. 1998. № 10. С. 134–146.

Алескеров Ф.Т., Карабекян Д.С., Санвер Р., Якуба В.И. Оценка степени манипулируемости известных схем агрегирования в условиях множественного выбора // Журнал новой экономической ассоциации. 2009. № 1–2. С. 37–61.

Аристотель. Политика. Афинская полития. Серия «Из классического наследия». М.: Мысль, 1997.

Вольский В.И., Лезина З.М. Голосование в малых группах. Процедуры и методы сравнительного анализа. М.: Наука, 1991.

Вольский В.И., Карпов А.В. Применение различных вариантов правила передачи голосов // *Полития*. 2011. № 2. С. 162–174.

Вольский В.И. О вкладе Раймунда Луллия в теорию голосования // *Полития*. 2011. № 1. С. 188–196.

Вольский В.И. Николай Кузанский и его система голосования // *Полития*. 2011. № 3. С. 173–175.

Вольский В.И. Работы Чарльза Лютвиджа Доджсона в области теории голосования // *Полития*. 2012. № 3. С. 168–179.

Вольский В.И. Ж.-Ш. Борда и маркиз де Кондорсе – родоначальники теории голосования // *Полития*. 2013. № 3. С. 147–159.

Институт выборов в истории России. М.: Норма, 2001.

Ключевский В.О. Сочинения в 9 томах. Т. 2. М., 1987.

Лосев А.Ф. Эллинистически-римская эстетика I–II в. н.э. М.: Мысль, 1979.

Муллен Л. Повседневная жизнь средневековых монахов западной Европы X–XV вв. М.: Молодая гвардия, 2002.

Теория принятия решений. М.: Академия, 2009.

Письма Плиния Младшего. Кн. I–X. Серия «Литературные памятники». М.: Наука, 1983.

Институт выборов в истории России. Источники, свидетельства современников. Взгляды исследователей XIX – начала XX вв. М.: Норма, 2001.

Плутарх. Сравнительные жизнеописания. М.: Наука, 1994.

Сергеевич В.И. Древности русского права. СПб., 1908.

Суриков И.Е. Остракизм в Афинах. М.: Языки славянских культур, 2006.

Aleskerov F. The history of social choice in Russia and the Soviet Union // *Social Choice and Welfare*. 2005. Vol. 5. No. 2–3. P. 419–431.

Aleskerov F.T., Karpov A.V. A new single transferable vote method and its axiomatic justification // *Social Choice and Welfare*. 2013. Vol. 40. No. 3. P. 771–786.

Arrow K. Social Choice and individual values. New Haven: Yale University Press, 1963.

Baldwin J.M. The technique of the Nanson preferential majority system of election // *Proceedings of the Royal Society of Victoria*. 1926. N.S. 39. P. 42–52.

Bartholdi J., Tovey C.A., Trick M.A. Voting Schemes for Which It Can Be Difficult to Tell Who Won the Election // *Social Choice and Welfare*. 1989. Vol. 6. No. 2.

Berg S., Nurmi H. Making choices in the old-fashioned way. *Economia delle scelte pubbliche*. 1988. No. 2. P. 95–113.

Black D. The Theory of committees and elections. Cambridge University Press, 1958.

Brams S., Fishburn P. Approval voting // *American Political Science Review*. 1978. Vol. 72. No. 3. P. 831–847.

Borda J.C. Memoire sur les elections au scrutiny. Histoire de l'Académie Royale des Sciences pour 1781. Paris, 1784.

Condorcet (M.J.A.N. Caritat, marquis de Condorcet). Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité decisions rendues à la pluralité des voix. Paris, 1785.

Copeland A.N. A reasonable social welfare function. Mimeo. University of Michigan. Ann Arbor. Seminar of Application of Mathematics to the Social Sciences, 1951.

Dodgson C.L. A discussion on the various Methods of Procedure in Conducting Elections. Oxford, 1873.

Dodgson C.L. Suggestion as the Best Method of Taking Votes. Where More than Two Issues Are to Be Voted on. Oxford, 1874.

Dodgson C.L. A method of Taking Votes on More than Two Issues, 1876.

Droop Y.R. On methods of electing representatives // *Journal of the Statistical Society of London*. 1881. Vol. 44. No. 2. P. 141–202.

Gilmour J. Detailed description of the STV count in accordance with the rules in the Scottish local government elections order 2007 // *Representation*. 2007. Vol. 43. No. 3.

Hagele G., Pukelsheim F. Llull's writing on electoral systems // *Studia Lulliana*. 2001. Vol. 41. P. 3–38.

Hare T. The election of representatives, parliamentary and municipal. Longmans, Green, Reader and Dyer. L., 1873.

Klamer C. The Dodgson Ranking and Its Relation to Kemeny's Method and Slater's Rule // *Social Choice and Welfare*. 2004. Vol. 23. No. 1

Laplace P.-S. Lecons de mathematiques, donnees a l'Ecole Normale en 1795. *Journal de l'Ecole Polytechnique*. 1812. Vol. 2.

Llull R. Artificio electionis personarum. *Biblioteca Apostolica Vaticana*, Cod. Vat. Lat. 9332, f. 11r – 12 v (не позднее 1283).

Llull R. Blanquerna, chapter 24 (En qual manera Natana fo eleta a abadessa). Bayerische Staatsbibliothek, Cod. Hisp. 67, f.32v – 34 r, 1283).

Llull R. De arte electionis. – Sankt Nicolaus – Hospital / Cusanusstift, Cod. Cus. 83, f.47v–48r (1299).

McLean I., Lorrey H. Voting in the Medieval Papacy and Religious Orders. Proceedings of the 4th international conference on modeling decisions for artificial intelligence. 2007.

McLean I., Urken A.B. Classics of social choice. University of Michigan Press. Ann Arbor, 1995.

Meek B.L. The problem of nontransferable votes // Voting Matters. 1994. No. 1.

Nanson E.J. Methods of election. Transactions and proceedings of the Royal society of Victoria. 1882. P. 197–240.

Nanson E.J. British Government Blue Book. 1907. P. 137.

Nicolas of Cusa: the Catholic Concordance. Cambridge, 1996.

Nicolaus Cusanus. De concordantia catholica. S.L. 1431.

Nurmi H. Voting paradoxes and how to deal with them. Springer-Verlag. Berlin – Heidelberg – New York, 1999.

Pulskamp R.J. On elections by ballot. Xavier University. Cincinnati, 2009.

Ratliff T.C. A Comparison of Dodgson's Method and the Borda Count // Economic Theory. 2002. Vol. 20. No. 2.

Reilly B. Democracy in divided societies: electoral engineering for conflict management. Cambridge University Press, 2001.

Young H.P. Extending Condorcet's Rule // Journal of Economic Theory. 1977. Vol. 16. No. 2.

Volskiy, V. I. Voting Procedures in Small Groups from Ancient Time till the Beginning of XX Century [Text]: Working paper WP7/2014/02 / V. I. Volskiy ; National Research University Higher School of Economics. – Moscow : Publishing House of the Higher School of Economics, 2014. – 76 p. – (Series WP7 “Mathematical methods for decision making in economics, business and politics”). – 10 copies. (In Russian.)

Voting procedures in small groups are described started with procedures proposed by the Spartan legislator Licurg in VIII century B.C. The example of manipulation under vote that had been given by Plinius Caecilius Secundus in II century A.D is described. If in antique time and in early centuries of Christianity voting procedures had been based on the notion of “majority votes”, in XIII century Raymundus Lullius proposed voting procedures based on pairwise comparison of candidates, and in XV century Nicolaus Cusanus described the procedure based on ranking of candidates by voters. Jean-Charles de Borda and marquis de Condorcet in XVIII century and Charles Lutwidge Dodgson in XIX century carried out comparative and critical analysis of existed procedures and proposed new voting procedures. In addition, the procedure of election of a doge in Venetian republic and electoral institutions in Russia in Middle Ages and prerevolutionary Russia are given. Voting procedures proposed in XIX century and used until now are described.

Volskiy V.I. – National Research University Higher School of Economics, Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences; vvolskiy@hse.ru.

Препринт WP7/2014/02

Серия WP7

Математические методы анализа решений
в экономике, бизнесе и политике

Вольский Владимир Иванович

**Процедуры голосования в малых группах
с древнейших времен до начала XX века**

Зав. редакцией оперативного выпуска *А.В. Заиченко*
Технический редактор *Ю.Н. Петрина*

Отпечатано в типографии
Национального исследовательского университета
«Высшая школа экономики» с представленного оригинал-макета
Формат 60×84 $\frac{1}{16}$. Тираж 10 экз. Уч.-изд. л. 4,4
Усл. печ. л. 4,4. Заказ № . Изд. № 1581

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»
125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография Национального исследовательского университета
«Высшая школа экономики»