

Оглавление

Введение.....	6
1. Историческая справка.....	8
1.1 Возникновение идеи и ранние исследования.....	8
1.2 1970-е. Миссия к комете Галлея.....	9
1.3 Последующие разработки	11
1.4 Первые запуски 90-х годов	12
1.5 Новейшее время	14
1.6 Историческая несправедливость	15
2. Анализ возможных целей применения солнечного паруса.....	17
2.1 Измерение продуктивности	17
2.2 Миссии, возможные с использованием солнечного паруса.....	19
3. Реализация солнечного паруса	23
3.1 Существующие концепции	23
3.2 Рассматриваемая в работе концепция.....	26
4. Постановка задачи	28
4.1 Давление солнечного излучения	28
4.2 Математическая модель поворота.....	31
4.3 Алгоритм подбора управления.....	34

5. Практическая часть.....	38
5.1 Обзор разработанной программы.....	38
5.2 Производительность программы.....	47
5.3 Поиск оптимальных параметров управления	49
5.4 Пример работы программы.....	50
Заключение	59
Список литературы:	60

Введение

Одной из главных проблем современного этапа исследования космоса является ограниченность миссий в общем времени их продолжительности. Причиной этому – необходимость помимо собственно аппаратуры поднимать в космос большие количества топливного запаса для совершения всевозможных манёвров. Все привычные виды двигателей для космических отраслей, основанные на третьем законе Ньютона, используют рабочее тело – будь то традиционно твёрдотопливные или же современные ионные двигатели.

В качестве достойной замены может рассматриваться так называемый солнечный парус. Солнечные паруса также как и привычные двигатели подчиняются третьему закону Ньютона, но при этом солнечный парус – совершенно уникальная форма двигателя, который может обеспечить непрерывное ускорение, ограниченное только сроком службы материала паруса в космосе, так как он не нуждается в топливе для создания тяги. Однако они не могут быть рассмотрены как замкнутая система, так как в качестве источника тяги используются фотоны, приходящие из внешнего источника – естественного солнечного освещения.

Каждый отдельно рассмотренный фотон несёт чрезвычайно малый импульс. Таким образом, для получения значимой тяги необходимо задержать достаточно большое количество фотонов, и, соответственно, площадь солнечного паруса должна быть велика. Помимо этого, чтобы полученный импульс переходил в ускорение космического аппарата максимально эффективно, паруса должны быть очень лёгкими. Но и этих условий недостаточно, чтобы обеспечить максимальную эффективность применения солнечных парусов. Также паруса должны иметь показатели отражения близкие к идеальным, потому как в таком случае импульс,

переданный парусу, будет вдвое больше импульса отражаемого фотона. В этом случае, импульс падающих и отражённых фотонов складывается, что приводит к тому, что сила давления света всегда будет направлена по нормали к поверхности паруса. Следовательно, мы можем как увеличивать кинетический момент аппарата за счёт солнечного паруса, так и уменьшать его, управляя ориентацией паруса.

Таким образом, солнечный парус представляет собой больших размеров мембрану из достаточно лёгкого, прочного и хорошо отражающего свет материала. Так небольшое по значению, но постоянное и не требующее затрат рабочего тела ускорение, доставляемое аппарату посредством космического паруса, позволяет выполнить ряд маневров космического аппарата.

В данной работе будет рассмотрен один из возможных способов реализации космического аппарата с использованием солнечных парусов с переменными отражающими свойствами, приведены способы подбора оптимального управления для них, а также дан обзор разработанной программы для моделирования поведения рассматриваемого космического аппарата.

1. Историческая справка

1.1 Возникновение идеи и ранние исследования

Активное применение давления света в качестве тяги космических аппаратов стало подробно рассматриваться относительно недавно, несмотря на то, что само явление давления света на какую-либо поверхность было предсказано шотландским физиком Джеймсом Клерком Максвеллом ещё в 1873 году, а экспериментально подтверждено российским учёным Петром Лебедевым в 1900 году.

Впервые о подобном применении солнечного света в 20-х годах прошлого века задумались отцы-основатели советской космонавтики – Константин Циолковский и Фридрих Цандер. Они писали о возможности применения зеркал больших размеров для достижения скоростей, необходимых для перемещения в космосе.

Долгое время эта идея была забыта и складировалась в «папке» чересчур оптимистичных и фантастических. Несмотря на это, редкие активные сторонники идеи путешествий на солнечных парусах давали время от времени о себе знать. Так в 1951 году инженер Карл Вайтли, писавший под псевдонимом Рассел Сандерс, опубликовал в журнале “Astounding Science Fiction” статью, в которой рассматривалась возможная конструкция космического аппарата с солнечным парусом и стратегия его вывода на орбиту во всех деталях. Тогда Вайтли считал хорошей идеей использовать солнечный парус для межпланетных перемещений [1].

Позже, в конце 50-х годов, Ричард Гарвин в своей статье для журнала «Jet Propulsion», ввёл, как таковой, термин “solar sailing” («плавание с помощью солнечного паруса»). В качестве основных преимуществ

использования солнечного паруса Гарвин отмечал отсутствие потребности в топливе и позволяющее набрать высокую скорость при длительном воздействии ускорение. Несмотря на весь вложенный оптимизм, эти статьи так и остались на бумаге.

Идеи Гарвина породили немногочисленные, но весьма плодотворные исследования. Среди прочего, авторам этих исследований удалось выяснить, что для солнечного паруса возможны траектории в виде логарифмических спиралей при движении вокруг Солнца.

Первичные сравнения доказывали, что солнечный парус имеет ряд преимуществ над обычными двигателями. Но все эти исследования нуждались в некоей особой тестовой миссии, чтобы наглядно оценить весь спектр возможного применения солнечных парусов.

«Протяните ладони к Солнцу. Что вы чувствуете? Тепло, конечно. Но кроме него есть еще давление. Правда, такое слабое, что вы его не замечаете. На площадь ваших ладоней приходится всего около одной миллионной унции. Но в космосе даже такая малая величина играет важную роль, потому что она действует все время, час за часом, день за днем. И запас энергии, в отличие от ракетного горючего, неограничен. При желании можно ее использовать. Мы можем создать паруса, которые будут улавливать солнечное излучение». Это цитата из научно-фантастического рассказа Артура Кларка «The Wind from the Sun» («Солнечный ветер»), написанного в 1963 году. В рассказе поэтично описана гонка вокруг Земли яхт с солнечными парусами.

1.2 1970-е. Миссия к комете Галлея

К началу 70-х космические отрасли Америки и Советского Союза имели возможность выводить достаточно большие полезные нагрузки на околоземную орбиту и разворачивать там массивные конструкции

космических аппаратов. Это, а так же достижения в технологиях по изготовлению тонких мембран давали надежду на практическое применение солнечного паруса при осуществлении конкретных миссий. На развитие этой идеи впервые было выделено финансирование, что дало первые действительно значимые результаты.

Джером Райт рассчитал траекторию, которая позволяла аппарату на солнечном парусе встретиться с кометой Галлея в её перигелии. Предполагаемое время полёта составляло порядка четырёх лет, а запуск требовался в конце 81 – начале 82 годов. Это казалось потрясающим открытием. Встреча космического объекта рассматривалась как задача для современной высокотехнологичной миссии. В это же время, действовавший конкурент солнечного паруса – ионный двигатель предполагал осуществление этой миссии за 8 лет и требовал запуска в 1977 году.

В сентябре 1976 года Брюс Мюррей, директор «Jet Propulsion Laboratory», веря в этот необычный и смелый проект, подал официальное предложение в управление NASA. В ноябре того же 1976 года, был дан старт разработке проекта миссии солнечного паруса для встречи с кометой Галлея.

В процессе разработки этой миссии были предложены несколько моделей космических аппаратов, принципиально отличающихся в способе разворачивания паруса на орбите. В то же время разработки с использованием ионных двигателей были доработаны и составляли большую конкуренцию солнечному парусу. В сентябре 1977 года в NASA отдали предпочтение проекту на ионном двигателе, хотя позже и этот проект был свёрнут из-за недостатка финансирования.

Так как миссия к комете Галлея силами NASA так и не была запущена, основным достижением этого этапа было снятие занавеса фантастичности и неприменимости идеи использования солнечного света в качестве тяги космического аппарата. Миссии к комете Галлея были запущены СССР,

Японией и странами западной Европы, но все они использовали традиционные реактивные двигатели.

1.3 Последующие разработки

Несмотря на то, что миссия к комете Галлея была свёрнута NASA, разработки солнечного паруса породили значимый интерес к этой идее. Первым шагом последующих исследований применения солнечных парусов было основание Мировой Космической Организации (WSF) в 1979 году в Калифорнии. Роберт Стейле и несколько его соратников после того, как работа Jet Propulsion Laboratory над космическим аппаратом с использованием солнечного паруса была прекращена, пытались привлечь финансирование из частного сектора для осуществления недорогого демонстрационного проекта на солнечных парусах.

Явным толчком к исследованиям космического применения солнечных парусов можно считать основание Союза за продвижение фотонных двигательных систем (U3P) в Тулузе в 1981. После формирования U3P и Solar Sail Union of Japan (SSUJ) в 1982 году, ими была выдвинута идея гонки до Луны в качестве продвижения использования технологии солнечного паруса в космических миссиях (рис. 1).

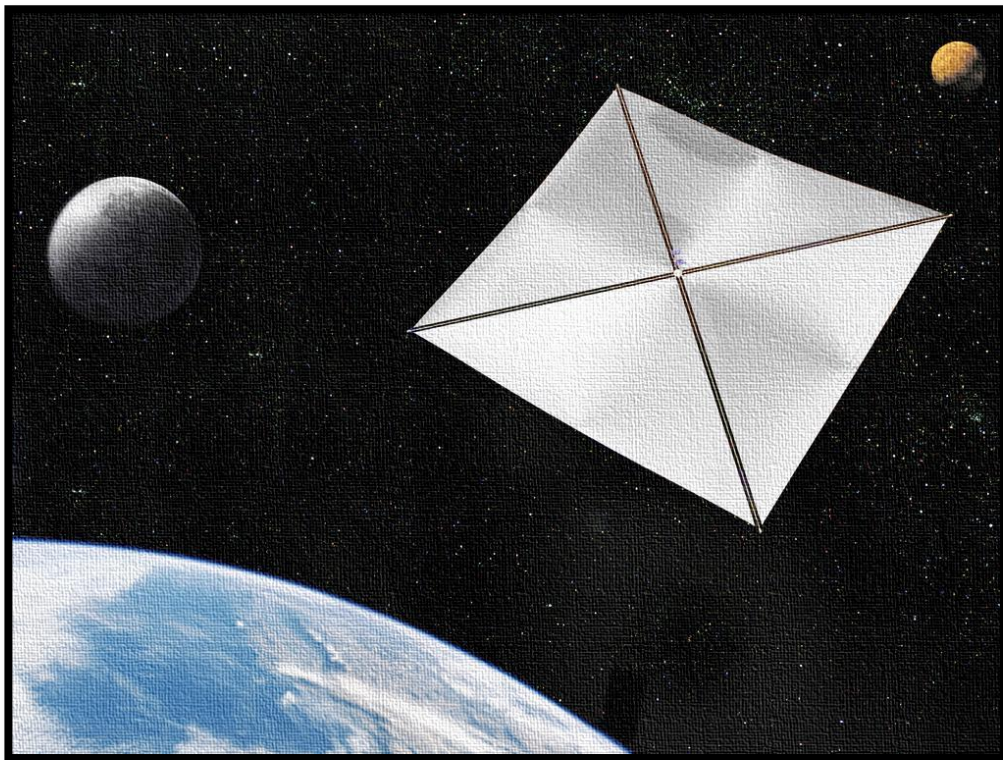


Рисунок 1– Полёт солнечного паруса к Луне

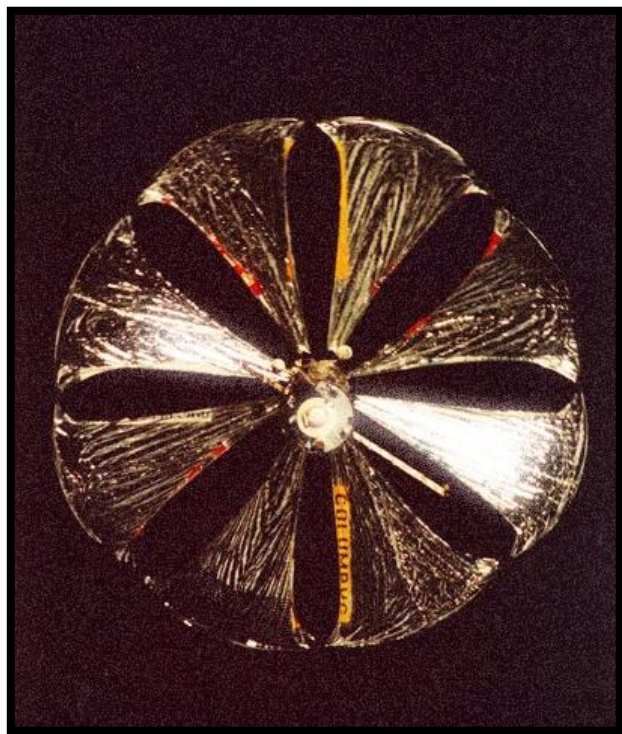
Позже, в начале 90-х годов прошлого века, с подачи Комиссии Пятисотлетия высадки Колумба (Columbus Quincentennial Jubilee Commission) была предложена альтернатива – гонка солнечных парусов до Марса. Несмотря на долгую и успешную историю использования всякого рода соревнований для ускорения развития и повсеместной интеграции новых технологий, интерес к гонкам к Луне и Марсу, в конце концов, сошёл на нет.

1.4 Первые запуски 90-х годов

Несмотря на отсутствие особого интереса общественности к солнечным парусам, некоторые экспериментальные запуски состоялись и

имели успех, подтверждая собой, что идея космического паруса больше не является столь сложнореализуемой и фантастически-утопической.

Так в феврале 1993 года консорциум «Космическая Регата» под руководством Владимира Сыромятникова сумел успешно запустить вращающийся рефлектор диаметром 20 метров с борта корабля «Прогресс» (рис. 2). Одним из главных достижений этой миссии является то, что развёртывание можно контролировать пассивно – за счёт использования встроенного электрического мотора. Эксперимент



«Знамя», потребовавший незначительных вложений, был первым запланированным тестовым

Рисунок 2 – Эксперимент "Знамя" 1993г.

полётом развёртываемого рефлектора. И, хотя само назначение рефлектора было другим (освещение северных городов России в тёмные времена года), он может считаться одним из первых подобных проектов, дошедших до полной и успешной реализации.

Следующая демонстрация технологий развёртываемого рефлектора была проведена в 1996 году как одна из составляющих миссии шаттла STS-77 (рис. 3). Проект Inflatable Antenna Experiment (IAE) был предназначен для тестирования развёртывания надувной структуры больших размеров, которую, главным образом, собиралось использовать как отражатель радиоволн. В свою очередь, из-за проблем циркуляции воздуха внутри конструкции, алгоритм развёртывания произошёл не в полном соответствии

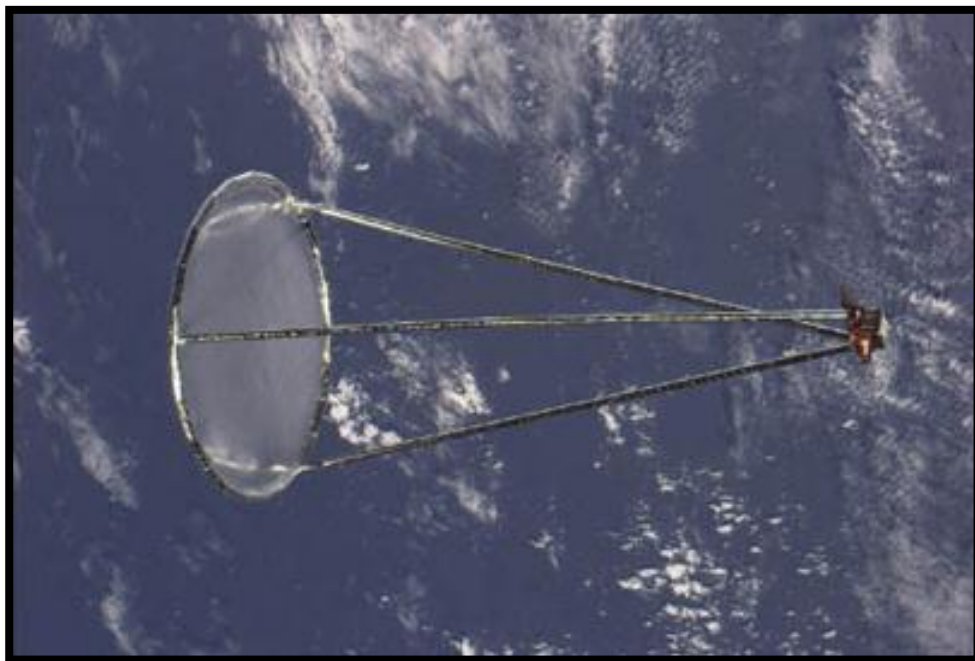


Рисунок 3 – Проект «Inflatable Antenna Experiment» 1996г.

с предполагавшимся планом. В итоге форма конструкции получилась отличной от той, что была запланирована. Несмотря на это, эксперимент продемонстрировал простоту использования надувных конструкций при развёртывании. Как и положено подобным экспериментальным проектам, его удача, пускай и частичная, повлекла за собой рождение многих современных концепций.

1.5 Новейшее время

В новом тысячелетии особую важность приобрели полностью или почти полностью автономные миссии исследования космоса. В силу значительного скачка в производительности ЭВМ и в то же время их миниатюризации, стали доступными автономные самодостаточные аппараты, имеющие массу, не превышающую 10 килограммов. Более того, современные производственные мощности позволяют сделать подобные

аппараты крайне дешёвыми по меркам космических программ предыдущих поколений.

Здесь превосходство солнечного паруса над другими видами двигателей достигает, на данный момент, своего максимума. В то время как для миссии к комете Галлея рассчитывалось использование плоского паруса габаритами 800×800 метров для перевозки 850-килограммового груза, при современных требованиях, размер паруса может быть уменьшен в десятки раз. Это подтверждается тем, что некоторые современные концепции имеют эффективную площадь паруса меньшую, нежели отражающие поверхности лопастей по контролю ориентации, которые планировалось использовать как вспомогательные в миссии к комете Галлея. Такое изменение масштаба упрощает как изготовление, доставку, так и развёртывание аппарата. Тем самым идея использования солнечного паруса в космических миссиях начинает играть новыми красками, которые придают идее всё большую убедительность.

1.6 Историческая несправедливость

В ближайшее десятилетие идея солнечных парусов в качестве тяги космического аппарата будет отмечать своё столетие. Получается, что несмотря на почти вековой возраст, эта идея так и не нашла должного применения. Энтузиазм некоторых учёных начала второй половины прошлого века так и не был разделён обширной массой научного сообщества. Казалось бы, все преимущества парусов над привычными двигательными системами уже изучены и не подвергаются сомнениям. Но, тем не менее, широкая общественность так и не смогла принять и по достоинству оценить идею солнечного паруса. Конечно, такие новаторские идеи всегда вызывают большое недоверие, хотя, как правило, также

порождают и энтузиазм некоторых приверженцев, которым время от времени удаётся внедрить их в жизнь. К сожалению, в наше время для многих негативным фактором в оценке применимости солнечного паруса в реальных задачах является факт того, что за век существования идеи она так и не была полностью реализована даже в демонстрационных целях.

Таким образом, для дальнейшего продвижения концепции использования солнечного паруса необходима некая исключительная, недорогая, нерискованная и не имеющая аналогов миссия, которая смогла бы за небольшой срок показать, что применение солнечных парусов является выгодным и перспективным вложением как финансов, так и затрат времени, необходимого на разработку и подготовку подобных миссий.

2. Анализ возможных целей применения солнечного паруса

Рассмотрим применение солнечного паруса к возможным миссиям. В любом проекте с участием солнечного паруса ударение делается на то, что паруса не требуют топлива и поэтому обладают значительными преимуществами, допустим, при доставке полезной нагрузки на высокоэнергетические орбиты или для возвращения проб с космических тел. Так как теоретически солнечные паруса способны достигать неограниченных Δv , становятся возможными многоцелевые миссии, такие как исследования астероидов, или даже ранее не достижимые некеплеровы орбиты. Все эти потенциальные способы применения наилучшим образом используют преимущества солнечного паруса в различных высокоэнергетических и длительных миссиях.

2.1 Измерение продуктивности

Для сравнения различных реализаций солнечного паруса необходим стандарт измерения продуктивности. В роли такого стандарта чаще всего используют характеристическое ускорение, определяемое как ускорение, приобретаемое солнечным парусом под действием солнечного света, на расстоянии одной астрономической единицы от Солнца. На этом расстоянии величина давления солнечного излучения P составляет $4,56 \times 10^{-6} \text{ Н/м}^2$. Таким образом, изменяя площадь паруса A можно изменять и величину силы, действующей на него. Также следует не забывать, что для отражающей поверхности эту величину необходимо удвоить, так как отражённые фотоны будут создавать дополнительную вторичную силу, совпадающую по величине с силой падающих фотонов и дополняющую её до нормали к поверхности. Более того, следует добавить ещё один множитель – η , определяющий эффективность отражающих свойств поверхности паруса.

Разделив получившееся выражение на массу m паруса, получаем искомое характеристическое ускорение.

Получаем следующее выражение для характеристического ускорения a_0 :

$$a_0 = \frac{2\eta P}{\sigma}, \quad \sigma = \frac{m}{A}, \quad (2.1)$$

где σ – масса единицы площади паруса. Конечно, реально действующее на парус ускорение есть функция, зависящая как от ориентации солнечного паруса, так и от его удалённости от Солнца. Тем не менее, характеристическое ускорение делает возможным сравнение разных реализаций солнечного паруса на равных основаниях. Например, для эталона характеристического ускорения в 1 мм/с^2 , и принимая эффективность паруса равной 0.85, из приведённого соотношения получаем, что данным условиям соответствует парус с массой единицы площади в 7.8 г/м^2 . Допуская, что в массе космического аппарата половину составляет масса паруса, то для 1 килограмма полезной нагрузки потребуется парус площадью 387 м^2 . Если взять 25 килограмм полезной нагрузки, то, по расчётам, необходим парус с размерами $98 \times 98 \text{ м}$ или же круглый парус с радиусом 55 м [2].

Используя приведённый способ сравнения, можно оценить предполагавшиеся проекты для миссии к комете Галлея. Расчёты тех лет, проделанные для материалов того времени, показывают значения порядка 0.5 мм/с^2 , что и не позволяло использовать теоретические возможности солнечного паруса в полном объёме. Современные технологии изготовления материалов, подходящих для солнечных парусов, в свою очередь, позволяют достигать характеристического ускорения 6 мм/с^2 , что соответственно увеличивает спектр возможных задач.

2.2 Миссии, возможные с использованием солнечного паруса

Как было упомянуто ранее, одним из основных преимуществ солнечного паруса над другими двигательными системами является неограниченность Δv в пределах миссии в силу того, что парус может предоставить непрерывное ускорение на всём протяжении миссии. Также важным фактом является то, что траектории полёта аппарата, использующего солнечный парус, не будут строго баллистическими. Более того, используя солнечный парус можно добиться траекторий в виде логарифмических спиралей, сходящихся или расходящихся от Солнца (рис. 4). Такие траектории, с учётом того, что в процессе полёта аппарат может изменять скорость схождения спирали, позволяют достигнуть любой точки внутренней солнечной системы [3].

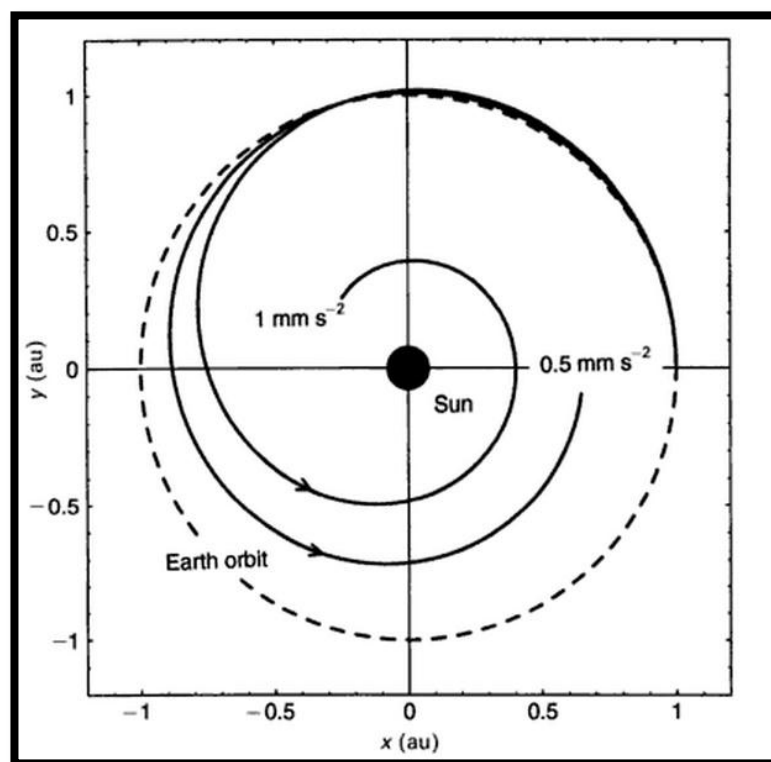


Рисунок 4 – Спиральная траектория полёта, направленная в центр солнечной системы

Таким образом, солнечный парус является хорошей альтернативой привычным двигательным системам, в особенности при выполнении долгосрочных и многоцелевых миссий. Например, можно использовать солнечный парус для доставки спускаемого зонда на какое-либо космическое тело с последующим возвращением аппарата-носителя на околоземную орбиту для стыковки со следующим зондом, требующим доставки. То есть можно использовать аппарат-носитель на солнечном парусе, как много разовое средство доставки небольших грузов в большое количество точек космического пространства. Такое использование позволяет значительно сэкономить за счёт того, что для каждой отдельной миссии придётся выводить на околоземную орбиту только минимальное количество аппаратуры, без необходимости выводить ещё и одноразовую двигательную систему и необходимое для совершения всех манёвров топливо.

Ещё отметим, что благодаря, опять же, неограниченному Δv становятся осуществимыми миссии стыковок мелких тел. Например, миссия к комете Энке, имеющей высокий эксцентриситет, требующая значений Δv , сложно достигаемых для обычных двигательных систем.

Также, имеющие возможность вырабатывать постоянное ускорение солнечные паруса позволяют удерживать аппарат на некеплеровых орбитах, что для обычных двигательных систем не является возможным. Некеплеровы орбиты называются так в силу того, что они не подчиняются законам орбитального движения Кеплера, в отличие от всех остальных пассивных космических тел. По существу, любая орбита аппарата, использующего солнечный парус в качестве основного источника тяги, будет некеплеровой из-за постоянной активности паруса.

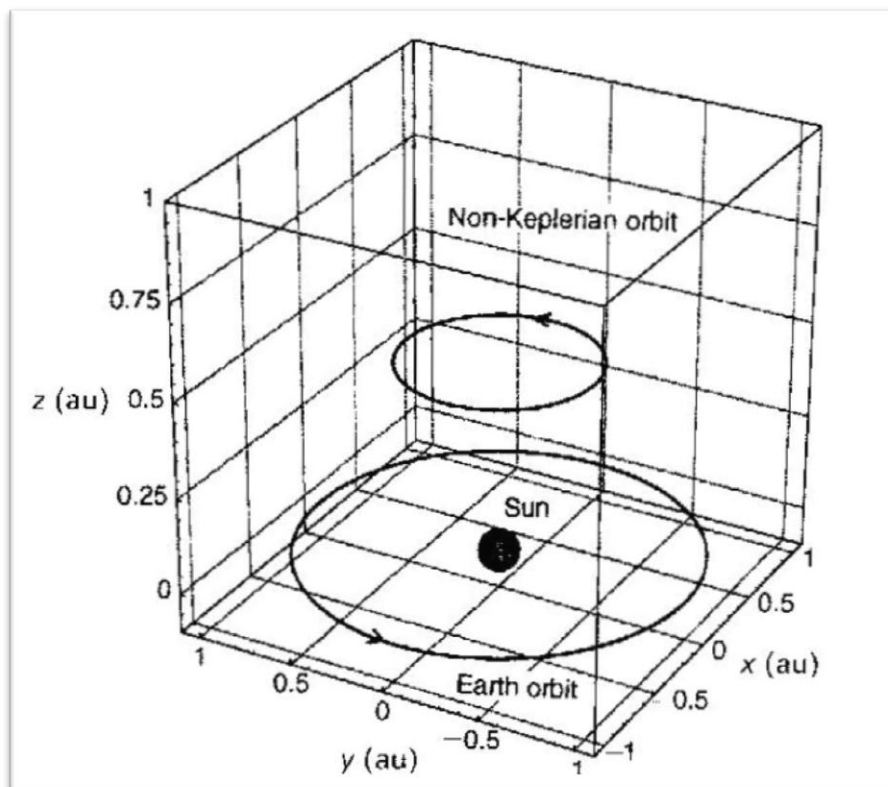


Рисунок 5 – Пример некеплеровой орбиты

Следует выделить одно семейство некеплеровых орбит. Они возникают, когда сила, создаваемая давлением света на парус, уравнивает все гравитационные силы, действующие на аппарат (рис. 5). Например, по одной из концепций, позволяет высокопроизводительным парусам находиться на геостационарной орбите расположенной над или под экваториальной плоскостью. Такое расположение может быть использовано для коммуникационных спутников, которые бы постоянно покрывали околополярные области. Ещё одно интересное применение солнечного паруса в плане некеплеровости – искусственный сдвиг точек Лагранжа системы Солнце-Земля. Как известно, точки Лагранжа - это места, где равнодействующая всех сил, действующих на тело (гравитационное притяжение Земли и Солнца, а также центробежное ускорение), будет равна нулю. С помощью же солнечного паруса точку Лагранжа можно передвинуть ближе к Солнцу или же отнести её дальше от плоскости эклиптики [4].

Таким образом, солнечные паруса, благодаря своим особенностям, выгодно отличаются от привычных двигательных систем. Также солнечные паруса позволяют исполнить ряд миссий, невозможных для привычных двигательных систем. Но не стоит забывать, что для эффективной работы паруса необходимо отсутствие таких факторов, как сопротивление атмосферы, что обязывает нас выводить аппарат на высокие околоземные орбиты привычным способом. Так что солнечный парус никак не может заменить обычные двигательные системы в плане вывода полезной нагрузки с поверхности Земли на околоземные орбиты.

3. Реализация солнечного паруса

3.1 Существующие концепции

За время разработок идеи солнечного паруса были выведены определённые условия, необходимые для того, чтобы парус как источник тяги имел смысл. То есть имеется ряд условий при проектировке аппарата с использованием солнечного паруса. Основными являются требования по площади поверхности солнечного паруса, которые были рассмотрены ранее. Так же имеется требование, заключающееся в том, что поверхность паруса должна иметь коэффициент отражения света близкий к идеальному, быть лёгкой и одновременно прочной. Также требуется, чтобы конструкция аппарата была лёгкой в развёртывании, чтобы снизить риск непредвиденного завершения миссии в самом её начале.

Таким образом было отобрано несколько концепций физической реализации паруса.

Так, первая концепция представляет собой квадратное полотно паруса, натянутое между четырьмя складными перекладинами, исходящими из центра конструкции вдоль диагоналей квадрата (рис. 6). Эта концепция в первую очередь продиктована именно «парусным наследством» идеи и напоминает корабельный парус. Контроль

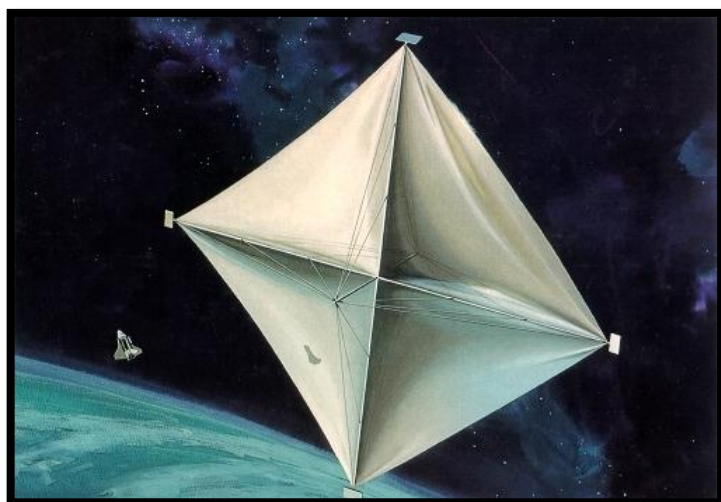


Рисунок 6 – Концепция квадратного паруса

ориентации паруса планировалось исполнять благодаря дополнительным отражающим лопастям, которые создавали необходимые вращающие

моменты. Так как одной из проблем при использовании паруса является развёртывание конструкции, эта концепция становится очень невыгодной, потому как для её развёртывания необходимо большое количество операций. Ещё следует заметить, что при использовании такой конструкции необходимо учитывать возможные нагрузки на переключины, что влечёт за собой увеличение массы переключин, а это в свою очередь может плохо сказаться на производительности паруса.

Интересной альтернативой натяжению с помощью переключин является натяжение с использованием центробежной силы за счёт вращения паруса. Концепция, использующая эту идею, получила название «Heliogyro». Эта концепция предполагает, что парус разделён на несколько длинных, относительно узких лопастей, присоединённых к единой центральной

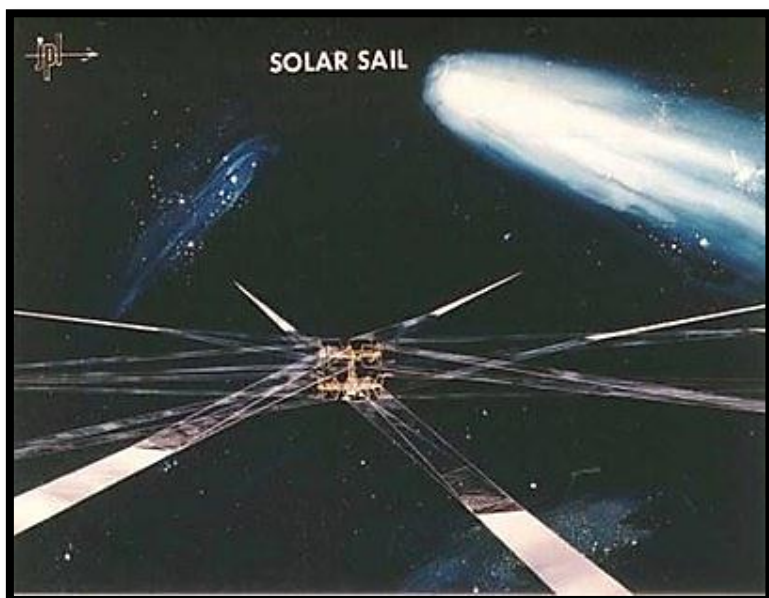


Рисунок 7 – Концепция «Heliogyro»

части (рис. 7). Вся данная конструкция при медленном вращении обеспечивает плоскую, большую по площади поверхность, что и требуется для эффективной работы паруса. Главным удобством «Heliogyro» можно считать простоту развёртывания – достаточно упаковать отдельные

лопасти так, чтобы после вывода аппарата в космос и придания ему некоторого вращения лопасти расправились самостоятельно. Однако этот вариант предполагает, что направляющие лопастей смогут выдержать радиальные нагрузки, создаваемые непрерывным вращением паруса, а так же нагрузки, возникающие при изменении ориентации паруса в пространстве

(гироскопический момент). Таким образом, главное преимущество этой концепции: использование натяжения вращения является и её главным недостатком.

Следующая концепция так же использует натяжение вращения, но при этом представляет собой не отдельные лопасти, а сплошную дисковидную поверхность (рис. 8). Такой парус дисковидной формы обладает теми же преимуществами, что и «Heliogyro», но в отличие от него добивается той же

площади, имея меньший радиус всей конструкции.

Управление ориентацией такого паруса

предполагалось

осуществлять за счёт

смещения центра масс

аппарата и возникающих

при этом вращающихся

моментов с помощью

дополнительного груза,

выведенного на шесте из

плоскости паруса. Для

обеспечения жёсткости

дисковидному парусу

планировалось использовать дополнительные радиальные переключины.

Способ развёртывания такого паруса не многим отличается от выше рассмотренного в случае с «Heliogyro».

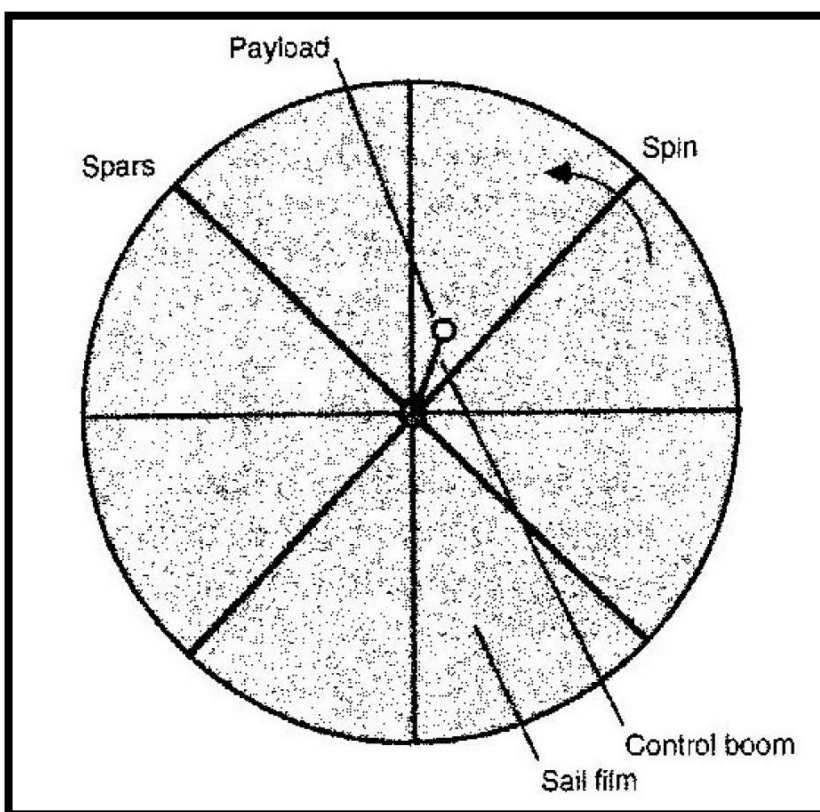


Рисунок 8 – Концепция дискообразного паруса

3.2 Рассматриваемая в работе концепция

Сравнительно недавно была выдвинута концепция паруса, основной задачей которого являлось бы управление ориентацией космического аппарата на заданной орбите, а не использование паруса в качестве основной тяги при выполнении миссий. Эта концепция представляет собой связку из шести полых шарообразных солнечных парусов одинаковых радиусов, соединённых с помощью перпендикулярных друг другу длинных штанг, прикрепляемых к космическому аппарату (рис. 9). Так как центр масс такого аппарата всегда будет находиться в точке пересечения штанг, для управления ориентацией будет использоваться весьма интересная идея, навеянная уже существующими технологиями – паруса с переменными отражающими свойствами. То есть шарообразный парус будет разбит на некоторые элементарные участки – пиксели, каждый из которых может принимать одно

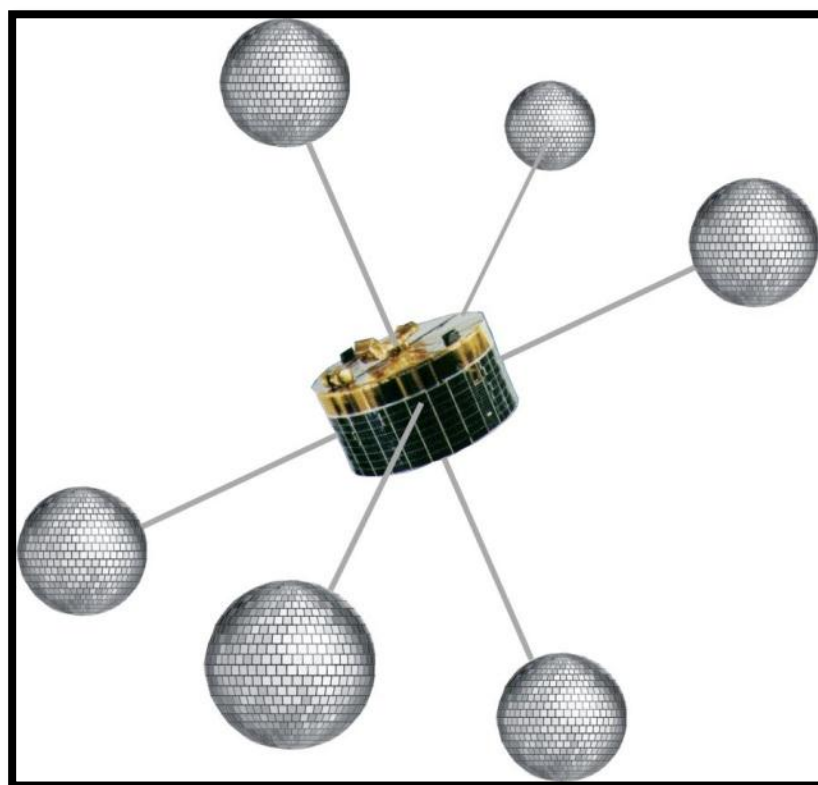


Рисунок 9 – Концепция аппарата, использующего шарообразные солнечные паруса

из двух состояний – максимально отражающий или же максимально поглощающий (или даже пропускающий) солнечный свет. За счёт переменности отражающих свойств таких парусов планируется придавать космическому аппарату необходимые вращающие моменты для достижения желаемой ориентации [5].

Эта концепция выглядит привлекательно благодаря нескольким преимуществам: у такой технологии практически неограниченный эксплуатационный срок, что является ценным, например, при миссиях, нацеленных на долгосрочные наблюдения; для обеспечения работоспособности такой системы не нужно постоянное наличие рабочей массы (топлива), что также положительно влияет на возможный срок использования аппарата. К сожалению, эта концепция также предполагает и некоторые сложности. Например, шарообразные паруса предполагаются надувными, что привносит некоторые сложности при развёртывании. Также для корректной работы такой конструкции необходимо, чтобы соединительные штанги могли считаться практически абсолютно жёсткими, что, правда, при условии достаточной лёгкости паруса и небольших величин момента и скорости вращения аппарата, не должно представлять особой сложности.

Таким образом, в данной работе будет рассмотрен именно последний вариант применения и конструктивного воплощения идеи солнечного паруса.

4. Постановка задачи

4.1 Давление солнечного излучения

Приведём формулу, позволяющую вычислить величину солнечного давления на расстоянии r от Солнца:

$$P = \frac{S_0}{c} \left(\frac{r_0}{r} \right)^2, \quad (4.1)$$

где S_0 – солнечная постоянная, равная 1368 Вт/м^2 ; c – скорость распространения света в вакууме, равная приблизительно $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$; r_0 – одна астрономическая единица ($\sim 1.5 \cdot 10^{11} \text{ м}$). Так на околоземной орбите давление света $P \approx 4,6 \times 10^{-6} \text{ Н/м}^2$. Отметим также тот факт, что величина солнечного давления обратно пропорциональна квадрату расстояния от Солнца.

Тогда, при условии полного зеркального отражения света поверхностью, сила \vec{F} , действующая на плоский парус с площадью отражения Ω и нормалью \vec{n} , будет равна

$$\vec{F} = -2P\Omega \cos^2(\alpha) \vec{n}, \quad (4.2)$$

где α – угол между нормалью к поверхности паруса \vec{n} и направляющим вектором падающего на парус солнечного излучения \vec{e}_r (рис. 10).

Так как в реальности невозможно получить идеально отражающую поверхность, необходимо построить модель неидеального паруса. В отличие от идеально отражающей поверхности,

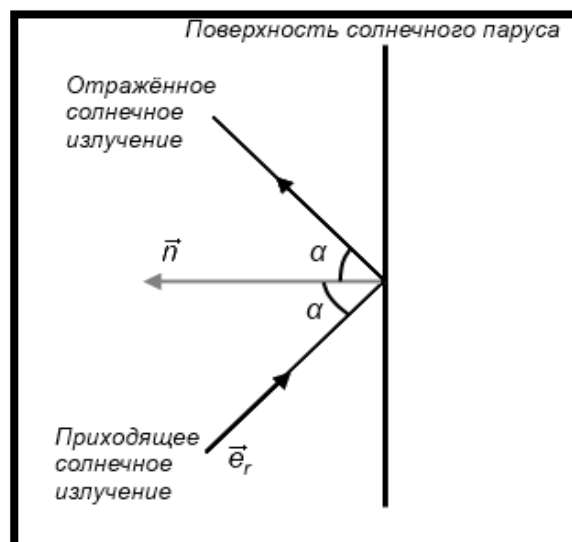


Рисунок 10 – Отражение света солнечным парусом

реальная может также отражать свет рассеиванием, поглощать свет и переизлучать свет в виде тепла с обеих сторон поверхности.

Введём следующие оптические коэффициенты:

μ – коэффициент поглощения солнечного света парусом;

ν – коэффициент прозрачности паруса;

ρ – общий коэффициент отражения солнечного света;

ρ_s – коэффициент отражения солнечного света зеркально;

ρ_d – коэффициент отражения солнечного света рассеиванием.

Отметим, что будут выполняться соотношения $\rho = \rho_s + \rho_d$ и $\mu + \rho + \nu = 1$.

$$s = \frac{\rho_s}{\rho} \quad (4.3)$$

– отношение коэффициента отражения света зеркально к общему коэффициенту отражения;

ϵ_f, ϵ_b – коэффициенты переизлучения с передней и обратной стороны паруса соответственно;

B_f, B_b – характеризуют угловое распределение излучения передней и обратной стороны паруса.

Тогда имеем:

$$\vec{F}_a = P\Omega \mu \cos(\alpha) [-\cos(\alpha) \vec{n} + \sin(\alpha) \vec{\tau}] \quad (4.4)$$

– сила, возникающая при поглощении света, где $\vec{\tau}$ – вектор, перпендикулярный вектору нормали и лежащий в плоскости образуемой векторами \vec{e}_r и \vec{n} ;

$$\vec{F}_{rs} = -2P\Omega\rho_s \cos^2(\alpha) \vec{n} \quad (4.5)$$

– сила, возникающая при отражении света зеркально;

$$\vec{F}_{rd} = -P\Omega\rho(1 - s) \cos^2(\alpha) \vec{n} \quad (4.6)$$

– сила, возникающая при отражении света рассеиванием;

$$\vec{F}_e = -P\Omega \cos(\alpha) \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \vec{n} \quad (4.7)$$

– сила, возникающая при переизлучении поглощённого света.

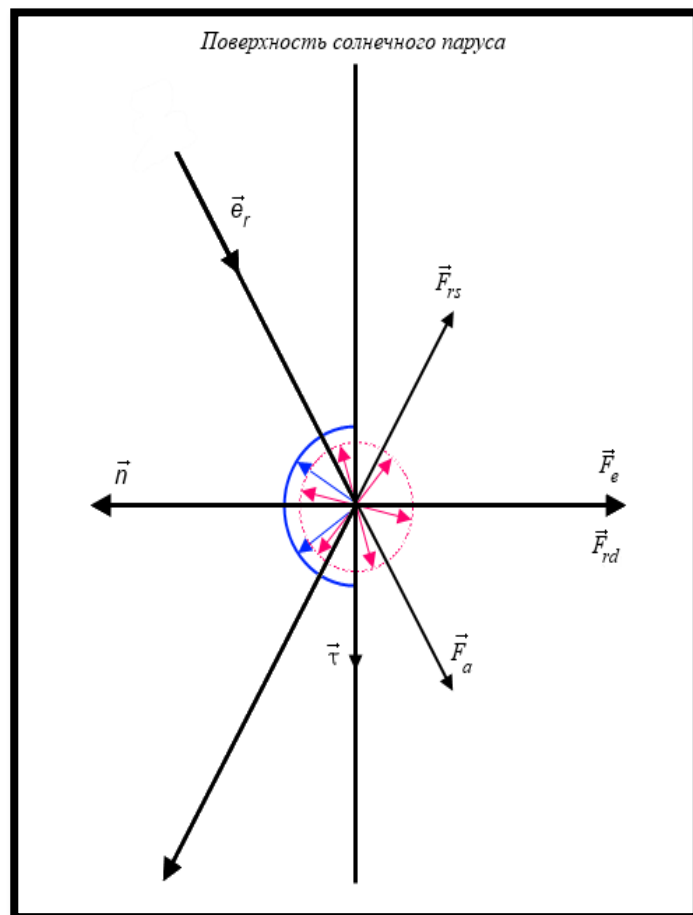


Рисунок 11 – Схема всех учитываемых сил

Просуммировав все полученные силы (4.6-4.9) (рис. 11) и после того, как они были приведены к базису \vec{e}_r и \vec{n} , имеем:

$$\vec{F} = 2P\Omega \cos(\alpha) [b_1 \vec{e}_r - (b_2 \cos(\alpha) + b_3) \vec{n}], \quad (4.8)$$

где $b_1 = \frac{1}{2}(1 - s\rho)$, $b_2 = s\rho$,

$$b_3 = \frac{1}{2} \left[B_f(1 - s)\rho + (1 - \rho) \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \right].$$

Как упоминалось ранее, современные технологии позволяют изготавливать материалы, пригодные для использования в качестве солнечного паруса с коэффициентом зеркального отражения, достигающим 0.9. То есть при решении численных задач можно получить достаточно хорошее приближение, считая материал паруса идеальным.

4.2 Математическая модель поворота

Напомним, что рассматривается концепция паруса, позволяющая изменять ориентацию аппарата в пространстве. Так как рассматриваемый парус предназначен лишь для создания вращающих моментов, то предполагаем, что центр масс аппарата остаётся неподвижным в точке O . Тогда по теореме Эйлера любой переход твёрдого тела из одного состояния в другое, при котором некоторая его точка остаётся неподвижной, представляет собой поворот вокруг оси, проходящей через эту точку, и может быть описан ортогональным оператором. Построим неподвижную систему координат с началом в точке O . Для этого обозначим радиус-вектор произвольной точки тела в исходном положении как \vec{x} , а радиус-вектор этой же точки после поворота как \vec{r} , ось вращения обозначим \vec{e} , причём так,

чтобы из конца вектора \vec{e} поворот на угол α был виден, как происходящий против часовой стрелки.

Предполагая, что \vec{x} и \vec{e} неколлинеарны, можем построить правоориентированный репер $O\vec{e}_1^1\vec{e}_2^1\vec{e}_3^1$ таким образом:

$$\vec{e}_1^1 = \frac{\vec{e} \times (\vec{x} \times \vec{e})}{|\vec{e} \times \vec{x}|}, \vec{e}_2^1 = \frac{\vec{x} \times \vec{e}}{|\vec{e} \times \vec{x}|}, \vec{e}_3^1 = \vec{e}. \quad (4.9)$$

Тогда в этом репере поворот может быть представлен в таком виде:

$$\vec{r} = \vec{e}(\vec{e} \times \vec{x}) + |\vec{e} \times \vec{x}|[\vec{e}_1^1 \cos(\alpha) + \vec{e}_2^1 \sin(\alpha)]. \quad (4.10)$$

Нетрудно заметить, что первое слагаемое в получившемся выражении представляет собой проекцию вектора \vec{x} на ось вращения, которая, соответственно, не изменится при повороте. Вторая часть выражения есть преобразование ортогональной оси вращения составляющей вектора \vec{x} при повороте на угол α .

Подставив в выражение наши определения для векторов \vec{e}_1^1 и \vec{e}_2^1 из (4.14), получим:

$$\vec{r} = \vec{e} \times (\vec{e} \times \vec{x}) + \vec{e} \times (\vec{x} \times \vec{e}) \sin(\alpha) + \vec{e} \times (\vec{x} \times \vec{e}) \cos(\alpha). \quad (4.11)$$

Используя $\vec{e} \times (\vec{e} \times \vec{x}) = \vec{e} \times (\vec{e} \cdot \vec{x}) - \vec{x}$ или $\vec{e} \times (\vec{e} \cdot \vec{x}) = \vec{x} + \vec{e} \times (\vec{e} \times \vec{x})$,

получаем:

$$\vec{r} = \vec{x} + 2 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) (\vec{e} \times \vec{x}) + \vec{e} \times (\vec{x} \times \vec{e})(1 - \cos(\alpha)). \quad (4.12)$$

Теперь, обозначив $q_0 = \cos(\alpha/2)$ и $\vec{q} = \vec{e} \sin(\alpha/2)$, запишем выражение в виде:

$$\vec{r} = \vec{x} + 2q_0(\vec{q} \times \vec{x}) + 2(\vec{q} \times (\vec{q} \times \vec{x})). \quad (4.13)$$

Разложим \vec{q} по базисным векторам: $\vec{q} = q_1\vec{e}_1 + q_2\vec{e}_2 + q_3\vec{e}_3$.

Отметим также, что $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$.

Для определения ортогонального оператора поворота, рассмотрим преобразования базисных векторов при повороте:

$$\vec{e}_j^{\rightarrow} = \vec{e}_j + 2q_0(\vec{q} \times \vec{e}_j) + 2(\vec{q} \times (\vec{q} \times \vec{e}_j)). \quad (4.14)$$

Учтём, что $\vec{q} \times (\vec{q} \times \vec{e}_j) = \vec{q} \times (\vec{q} \cdot \vec{e}_j) - \vec{e}_j|q|^2$ и $|q|^2 = 1 - q_0^2$.

Теперь вычислим скалярные преобразования:

$$a_{ij} = e_i e_j^{\rightarrow} = e_i e_j (1 - 2|q|^2) + 2q_0 \vec{q} (\vec{e}_j \times \vec{e}_i) + 2q_i q_j. \quad (4.15)$$

Сформированная матрица $A = (a_{ij})$ будет представлять собой оператор поворота. После определения всех a_{ij} матрица примет вид:

$$A = \begin{bmatrix} (q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2) & 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & (q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2) & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) & (q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Объект $\vec{q} = (q_1, q_2, q_3, q_0)^T$ называют кватернионом.

Вращение конструкции можно описать системой кинематических уравнений Пуассона в форме кватерниона:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_0 \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

где $\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ – угловая скорость тела при вращении вокруг оси.

При известном моменте всех действующих на тело сил $\vec{M} = (M_1, M_2, M_3)$ и известных главных моментах инерции тела J_1, J_2, J_3 , система динамических уравнений Эйлера примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
J_1 \frac{d\omega_1}{dt} + (J_3 - J_2)\omega_2\omega_3 &= M_1; \\
J_2 \frac{d\omega_2}{dt} + (J_1 - J_3)\omega_1\omega_3 &= M_2; \\
J_3 \frac{d\omega_3}{dt} + (J_2 - J_1)\omega_1\omega_2 &= M_3.
\end{aligned} \tag{4.18}$$

4.3 Алгоритм подбора управления

Рассмотрим уравнения движения вида:

$$J \frac{d\omega}{dt} = -\omega^\times J \omega + u + d \quad \text{и} \quad \frac{d\sigma}{dt} = G(\sigma)\omega, \tag{4.19}$$

где J – положительно определённая матрица инерции аппарата, ω – угловая скорость, u – вектор управления и d – вектор внешних возмущений, $\sigma_i = \frac{q_i}{1+q_0^2}$ – вектор модифицированных параметров Родригеса. Обозначение ω^\times – означает кососимметричную матрицу, построенную таким образом:

$$\omega^\times = \begin{bmatrix} 0 & -l_3 & l_2 \\ l_3 & 0 & -l_1 \\ -l_2 & l_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{а} \quad G(\sigma) = \frac{1}{4} [(1 - \sigma^T \sigma)I + 2\sigma^\times + 2\sigma\sigma^T],$$

где I – трёхмерная единичная матрица [6].

Рассмотрим задачу построения оптимального управления системой с переменной структурой, которое могло бы удовлетворить $\lim_{t \rightarrow \infty} \{\sigma, \omega\} = 0$.

Для этой задачи было решено использовать управление, основанное на скользящих режимах [7].

Такое управление предполагает, что имеется некоторая поверхность скольжения, т.е. поверхность в фазовом пространстве $s = 0$, на которой функция управления претерпевает разрыв. Для определения этой поверхности необходимо ввести функционал качества, например:

$$\theta = \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} \left[\frac{\rho \sigma^T \sigma}{(1 + \sigma^T \sigma)^2} + \omega^T \omega \right] dt, \tag{4.20}$$

где ρ – некоторый положительный скаляр, t_s – время прибытия на поверхность скольжения.

Возьмём поверхность скольжения вида:

$$s = \omega + \frac{k\sigma}{1+\sigma^T\sigma}, \quad (4.21)$$

где k – некоторый положительный скаляр [8].

Построим Гамильтониан получившейся системы:

$$H = \frac{1}{2} \frac{\rho\sigma^T\sigma}{(1+\sigma^T\sigma)^2} + \frac{1}{2} \omega^T\omega + \lambda^T G(\sigma)\omega. \quad (4.22)$$

Путём дальнейших преобразований придём к тому, что $k = \sqrt{\rho}$, что в свою очередь приводит нас к оптимальной поверхности скольжения:

$$s = \omega + \frac{\sqrt{\rho}\sigma}{1+\sigma^T\sigma}. \quad (4.23)$$

Итак, когда мы определили оптимальную поверхность скольжения, перейдём к построению управления. Для упрощения возьмём вектор внешних возмущений $d = 0$.

Продифференцировав выражение (4.23) по времени и домножив на матрицу моментов инерции системы, получим:

$$J \frac{ds}{dt} = J \frac{d\omega}{dt} + JM(\sigma)\omega = -\omega^\times J\omega + u + JM(\sigma)\omega, \quad (4.24)$$

$$\text{где } M(\sigma) = \frac{\sqrt{\rho}}{4(1+\sigma^T\sigma)} [(1 - \sigma^T\sigma)I + 2\sigma^\times]. \quad (4.25)$$

Выберем вектор управления в виде: $u = u_{eq} + u_{vs}$, где u_{eq} – эквивалентное управление, обеспечивающее $\dot{s} = 0$, вида:

$$u_{eq} = \omega^\times J\omega - JM(\sigma)\omega. \quad (4.26)$$

Вторая часть управления u_{vs} – управление с переменной структурой, которое позволяет достичь поверхности скольжения $s = 0$ за конечное время. Для этих целей выберем его в виде:

$$u_{vs} = -\alpha_1 s - \alpha_2 \operatorname{sgn}(s), \quad (4.27)$$

где α_1 и α_2 – положительно определённые диагональные матрицы с компонентами $\{\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}\}$ и $\{\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}\}$.

Рассмотрим положительно определённую функцию Ляпунова вида:

$$V(s) = \frac{1}{2} s^T J s. \quad (4.28)$$

Продифференцировав по времени, получим:

$$\dot{V}(s) = s^T J \dot{s} = s^T [-\alpha_1 s - \alpha_2 \operatorname{sgn}(s)] \leq 0. \quad (4.29)$$

Что, в соответствии с принципом инвариантности Лассалья, обеспечивает выполнение $\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0$. Таким образом, видно, что поверхность скольжения будет достигнута. После же достижения поверхности скольжения $s = 0$, эквивалентная часть управления обеспечивает $\dot{s} = 0$, что не позволяет системе покинуть поверхность скольжения. В таком случае, при $s = 0$, выразив ω из выражения (4.23) можем получить:

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{\sqrt{\rho}}{4} \sigma, \text{ откуда } \sigma(t) = e^{-\frac{\sqrt{\rho}(t-t_s)}{4}} \sigma(t_s). \quad (4.30)$$

И значит, выполняются $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma = 0$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega = 0$.

В таком случае функционал качества (4.20) можно переписать в виде:

$$\theta^* = 2\sqrt{\rho} \frac{\sigma^T(t_s)\sigma(t_s)}{1+\sigma^T(t_s)\sigma(t_s)}. \quad (4.31)$$

Видим, что управление вида:

$$u = \omega^\times J \omega - JM(\sigma)\omega + -\alpha_1 s - \alpha_2 \operatorname{sgn}(s) \quad (4.32)$$

действительно будет оптимальным, при положительно определённых α_1, α_2 и s , определённым в соответствии с (4.23).

Таким образом, мы нашли оптимальное управление для осуществления любого маневра по изменению ориентации аппарата с точностью до скаляра ρ и положительно определённых диагональных матрицах α_1, α_2 .

5. Практическая часть

Практическая часть данной работы заключалась в разработке программы для моделирования представленного алгоритма. Конечно, подобные программы уже существуют, но имеют ряд значительно влияющих на результат приближений. Поэтому было принято решение разработать современную программу, опирающуюся на меньшее количество приближений.

5.1 Обзор разработанной программы

Программа написана на языке C++ для операционной системы Windows, в качестве среды разработки была использована Microsoft Visual Studio 2012. В программе изначально было решено осуществлять отображение результатов моделирования в реальном времени, для чего была задействована библиотека OpenGL для графического отображения. Также, в силу необходимости, в программе использовались две дополнительные библиотеки, не входящие в стандартную поставку операционной системы. Обе библиотеки (FreeImage и FreeGLUT) распространяются свободно для использования как в проектах с открытым исходным кодом, так и в коммерческих проектах [9][10].

Итак, разработанная программа должна была выполнить ряд функций:

Во-первых, предоставить понятное отображение реальных возможностей солнечного паруса подобной конструкции.

Во-вторых, стать площадкой для подбора оптимальных параметров α_1 , α_2 и ρ рассмотренного управления для заданной конфигурации солнечного паруса.

Какие параметры управления будут считаться оптимальными? Оптимальными будут считаться параметры, при которых время выполнения

произвольного манёвра будет минимальным и, соответственно, при которых возможности паруса будут использованы максимально эффективно.

Перейдём к рассмотрению интерфейса программы и её возможностей. Хочется заранее отметить, что интерфейс программы сложно назвать дружественным и интуитивно понятным. На его освоение необходимо потратить некоторое время. Тем не менее, вся неоднозначность управления программой порождена исключительно множеством её возможностей.

При запуске программы перед пользователем возникнут два окна – окно отображения и основное меню программы. Эти окна, как и все последующие, независимы по положению на экране. Главным окном программы является окно отображения, то есть при его закрытии будет закрыта программа.

Окно отображения представляет собой контейнер для OpenGL. По умолчанию в нём отображается приблизительный внешний вид конфигурации солнечного паруса (рис. 12). Также в нём могут быть отображены графики различных моделируемых программой величин.

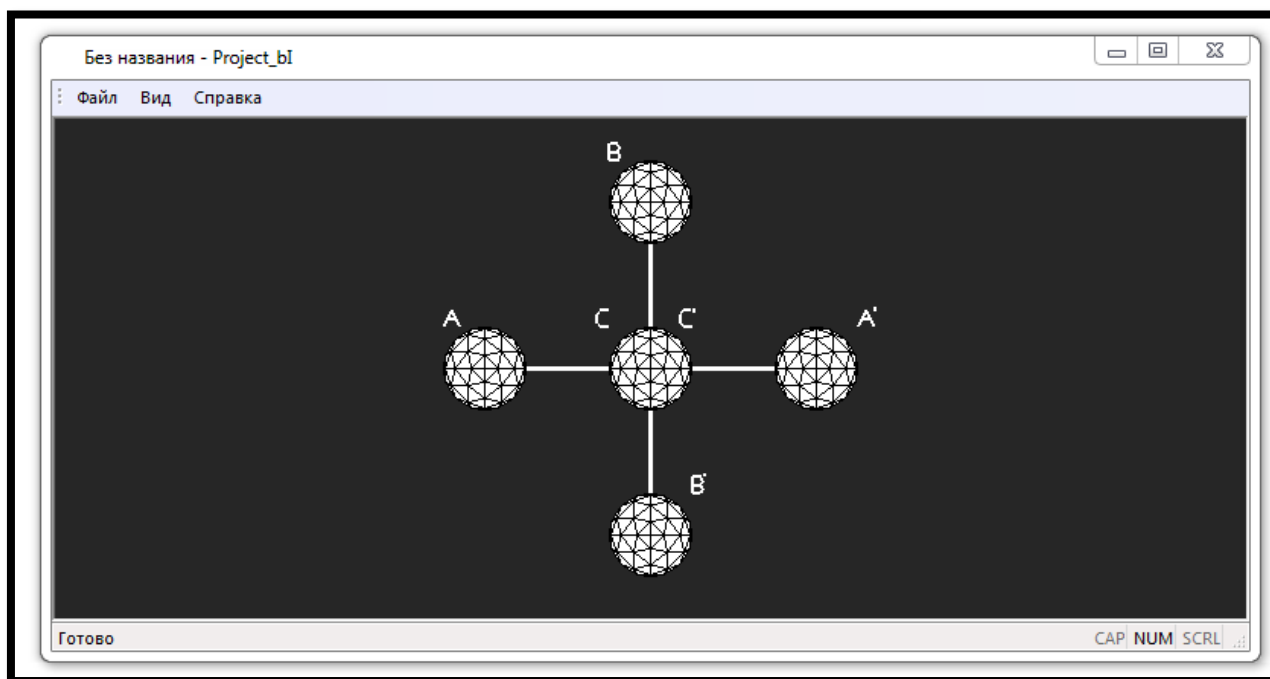


Рисунок 12 – Окно отображения разработанной программы

Главное меню программы имеет вид диалогового окна с множеством текстовых полей и некоторым количеством кнопок. Для упрощения разъяснения их назначения, разделим все интерактивные элементы диалогового окна, как показано на рисунке 13.

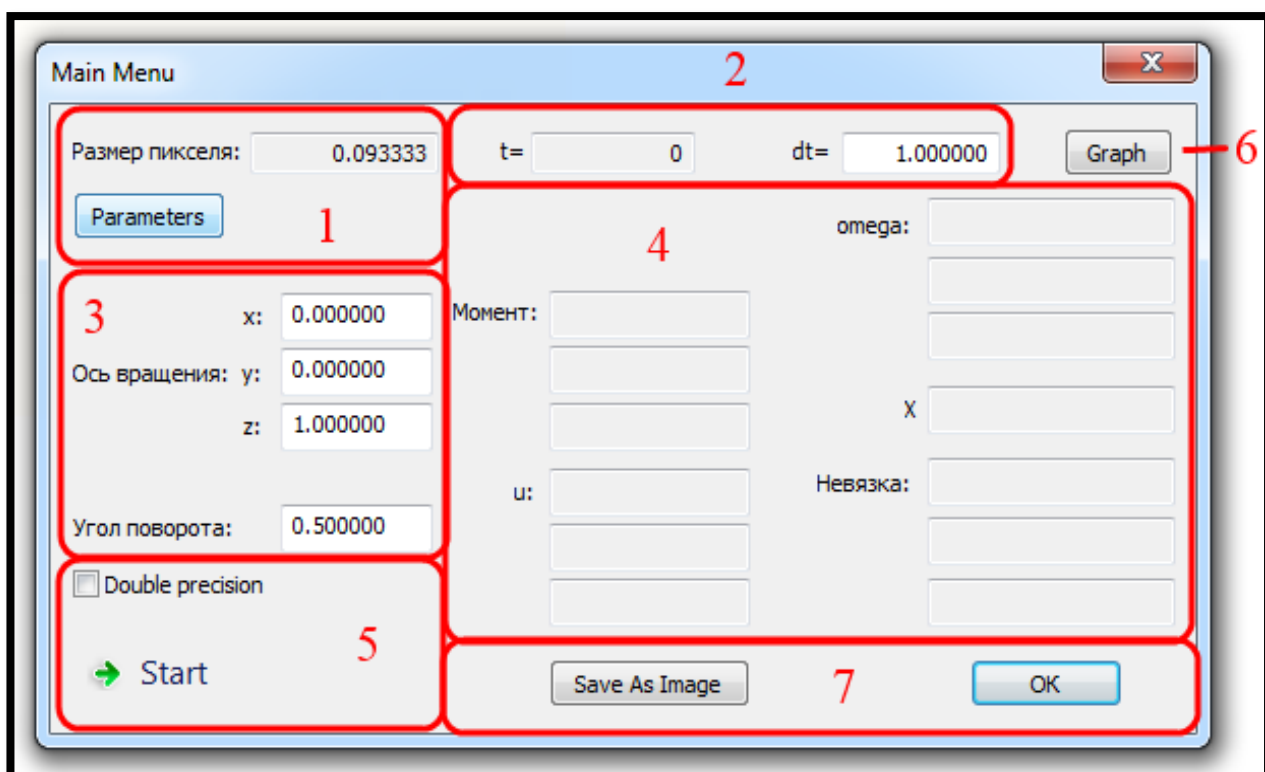


Рисунок 13 – Основное меню программы

Начиная с верхнего левого угла, рассмотрим группу 1. В неё входят: не редактируемое числовое поле, имеющее подпись: «Размер пикселя», и кнопка «Parameters». Для полного понимания назначения этих элементов углубимся в модель отображаемой конфигурации паруса.

Во многих предыдущих работах при моделировании этой конфигурации паруса программы отталкивались от относительно простых в построении плоских разбиений сфер, имеющих мало общего с возможной физической реализацией подобной конструкции. В представляемой программе, в свою очередь, используется геометрически обоснованное

разбиение сферы на пиксели. В качестве пикселя разбиения было решено использовать треугольные элементы (рис. 14). Разбиение происходит следующим образом:

1. Строится октаэдр с центром в начале координат и вершинами, расположенными на расстоянии равном желаемому радиусу сферы от начала координат и лежащие на координатных прямых.
2. Проверяется, удовлетворяет ли такое разбиение заданному программой. Если да – построение разбиения завершено.
3. Если нет, то каждая из граней треугольника разбивается таким образом:
 - 3.1. На каждом ребре находится его средняя точка;
 - 3.2. Все средние точки рёбер, принадлежащие одной грани, соединяются отрезками;
 - 3.3. На основе новых точек и новых отрезков строятся четыре треугольника, заменяющие исходную грань.
 - 3.4. Каждая вершина новых треугольников проходит проверку на расстояние от начала координат. Если необходимо, производится нормирование длины радиус-вектора вершины до величины, равной желаемому радиусу сферы.
4. Возвращение к пункту 2.

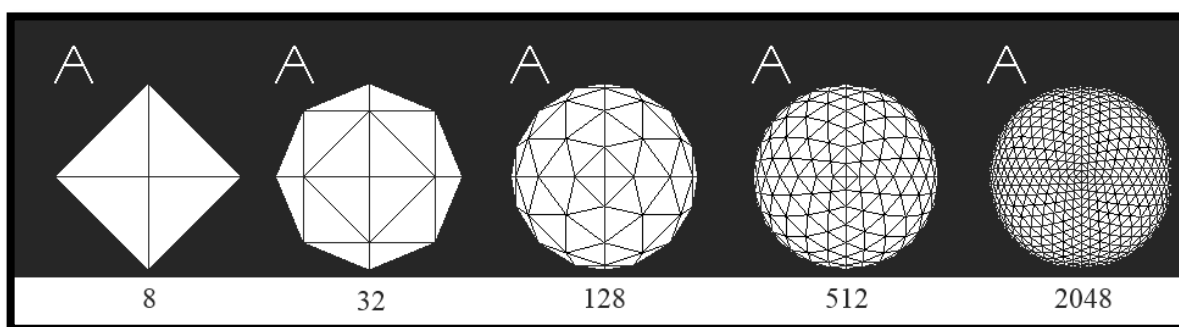


Рисунок 14 – Пример результатов работы указанного разбиения. Под шарами указано количество граней

Используя подобное разбиение можно получить сколь угодно хорошее приближение сферы треугольными элементами. Как было упомянуто, степень такого разбиения может быть отрегулирована.

Вернёмся к интерфейсу программы. Итак, поле «Размер пикселя» показывает нам среднюю эффективную площадь треугольного пикселя при заданных параметрах конфигурации солнечного паруса и степени разбиения. Кнопка «Parameters» создаёт дополнительное диалоговое окно «Spacecraft Parameters» (рис. 14).

В данном окне содержатся: числовое поле «Spheres radius», которое задаёт радиус используемых сфер солнечного паруса (в метрах); числовое поле «Connection rods length», которое задаёт длину соединительных штанг конструкции, измеряемую от центра конструкции до точки соприкосновения со сферой солнечного паруса (в метрах); ползунок «Sphere fragmentation grade», определяющий степень разбиения; левее ползунка находится неподписанное числовое поле, отображающее количество граней-пикселей, получившееся при данном разбиении шара; числовое поле «Calculated average effective pixel area», отображающее среднюю эффективную площадь треугольного пикселя при заданных параметрах конфигурации солнечного паруса и степени разбиения (в квадратных метрах).

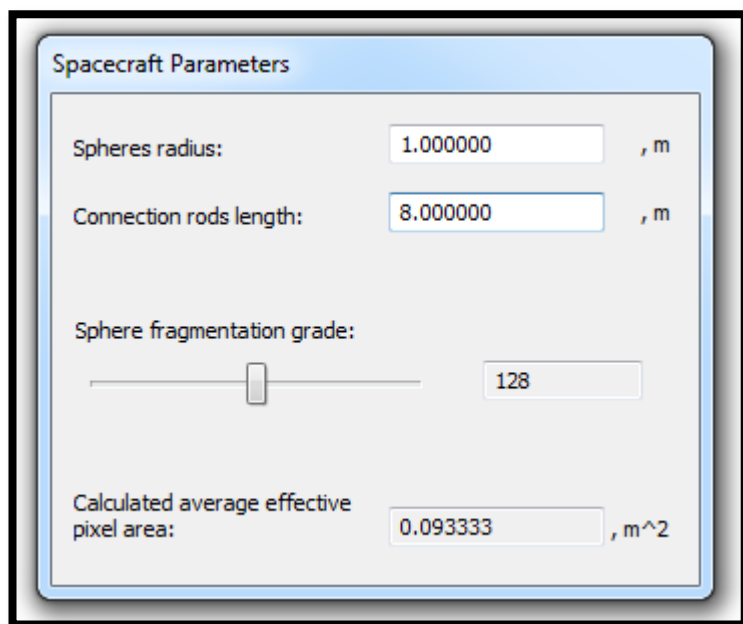


Рисунок 15 – Окно «Spacecraft Parameters»

Диалоговое окно «Spacecraft Parameters» не имеет стандартных элементов управления и может быть закрыто лишь при повторном нажатии

кнопки «Parameters» в основном меню программы или автоматически при запуске процесса моделирования. При закрытии окна «Spacecraft Parameters» в поле «Размер пикселя» основного меню программы будет перенесена информация, рассчитанная в диалоговом окне.

Далее в верхней части основного меню расположена группа 2. В неё входят: не редактируемое числовое поле «t=», отображающее текущий моделируемый момент времени; числовое поле «dt=», задающее временной шаг моделирования, который можно рассматривать как интервал между обновлениями системой конфигураций пикселя, зависящий от возможностей используемой при производстве аппарата технологии.

Ниже кнопки «Parameters» находится группа 3, в которую входят четыре числовых поля, три из которых отвечают за компоненты направляющего вектора оси вращения и одно за угол желаемого поворота (угол задаётся в единицах π).

Перейдём к группе 4, содержащей 13 не редактируемых числовых полей. В трёх полях, подписанных «Момент» отображается покомпонентно вектор приобретённого на предыдущем шаге моделирования общего вращающего момента. Ниже расположены три поля, обозначенные «u», в которых покомпонентно отображается рассчитанный на предыдущем шаге моделирования вектор управления. Во втором столбце данной группы расположены три поля «omega», в которых отображается вектор ω угловой скорости аппарата относительно центра масс. Под ними находится неподписанное поле, в котором отображается величина, полученная следующим образом: $360 * \arccos(q0) / \pi$, которая может быть рассмотрена как остаточное на данном шаге моделирования отклонение от желаемой ориентации в градусах. Последние три числовых поля с подписью «Невязка», содержат в себе покомпонентную разность между вектором управления и реально приобретённым моментом за предыдущий шаг моделирования.

Перейдём к группе 5. Она состоит из флажка состояния «Double Precision» и кнопки «Start». Также, после начала моделирования, в эту группу войдёт кнопка «Restart». Очевидно, что кнопка «Start» запускает моделирование манёвра с заданными параметрами. Менее очевидно, что после запуска процесса моделирования кнопка изменит своё название и роль (рис. 16). Так, после запуска, кнопка «Start» переименуется в кнопку «Pause» и позволит приостановить процесс моделирования после выполнения следующего шага. После приостановки моделирования кнопка вновь изменит название на «Continue», а при нажатии продолжит процесс моделирования с момента остановки. Кнопка «Restart», появляющаяся после запуска моделирования позволяет в случае, если замечена ошибка в условиях моделирования, прервать процесс моделирования и вернуться к заданию условий.

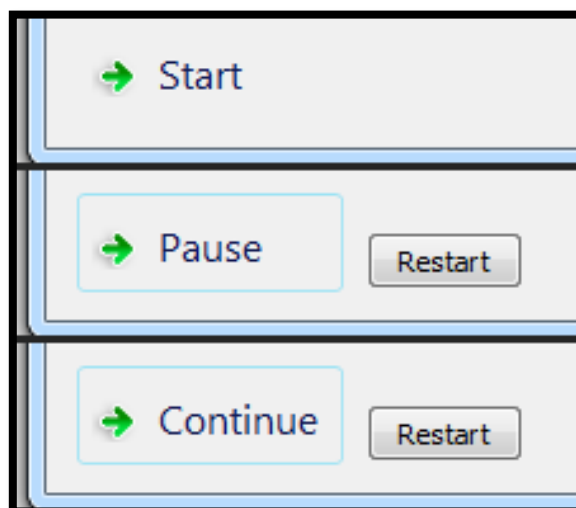


Рисунок 16 –
Демонстрация изменений
интерфейса при запуске
моделирования

Флаг «Double Precision» позволяет использовать двойной проход по всем пикселям системы, что позволяет, ценой производительности программы, уменьшить разницу между вычисленным управлением и фактически подобранным программой приобретаемым моментом.

В группу 6 входит лишь одна кнопка «Graph», находящаяся в верхнем правом углу основного меню. По нажатию на кнопку создаётся дополнительное диалоговое окно «Graph Selection» (рис. 17), позволяющее изменять содержимое окна отображения. Это окно, как и окно «Spacescraft Parameters» можно закрыть только из основного меню, повторно нажав кнопку «Graph». В данном

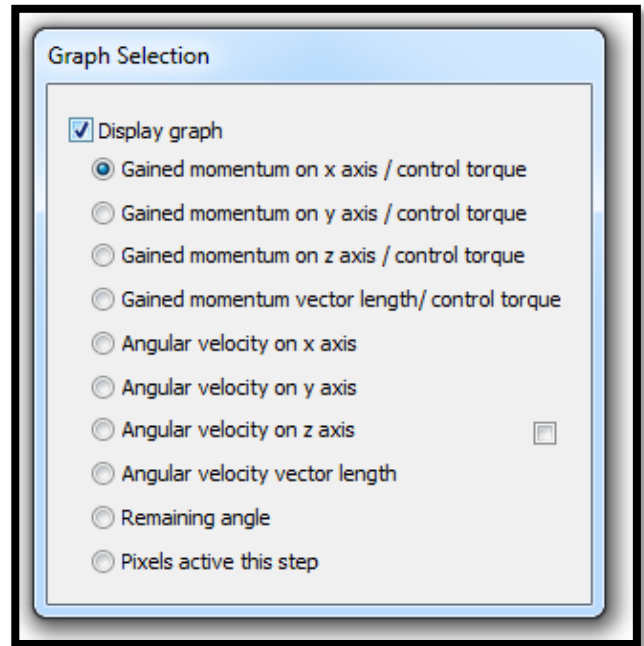


Рисунок 17 – Окно «Graph Selection»

диалоговом окне присутствуют 2 флага состояния и 10 переключателей (radio button). Расположение элементов имеет древовидную структуру, чтобы нагляднее показать, что для отображения графиков вместо внешнего вида аппарата необходимо отметить флаг «Display Graph». Список доступных графиков состоит из:

- «Gained momentum on (x/y/z) axis / control torque» - график зависимости определённого компонента приобретённого момента от времени (синий) совмещённый с графиком этой же компоненты вектора управления (красный).
 - «Gained momentum vector length/ control torque» - график зависимости длины вектора приобретённого момента от времени (синий) совмещённый с графиком длины вектора управления (красный).
- «Angular velocity on (x/y/z) axis» - график изменения угловой скорости аппарата вокруг соответствующей оси координат от времени.

- «Angular velocity vector length» - аналогично, график изменения длины вектора угловой скорости аппарата от времени.
- «Remaining angle» - график изменения остаточного отклонения от желаемой ориентации в градусах от времени.
- «Pixels active this step» - график изменения количества активных пикселей от времени.

При установленном неподписанном флаге, находящемся у правой грани диалогового окна, переключатели, отвечающие за покомпонентные графики угловых скоростей, будут включать отображение покомпонентных графиков изменения трёх составляющих управления от времени: $u_{eq} = \omega^x J \omega - JM(\sigma)\omega$ – эквивалентное управление (зелёный), $u_{vs1} = \alpha_2 \operatorname{sgn}(s)$ – (красный), $u_{vs} = \alpha_1 s + \alpha_2 \operatorname{sgn}(s)$ – (синий).

В последнюю 7 группу интерактивных элементов основного меню входят 2 кнопки – «Save As Image» и «ОК». Кнопка «ОК» закрывает основное меню. Кнопка «Save As Image» при нажатии позволяет:

- Если в окне отображения отображается общий вид аппарата, сохранить изображение аппарата в исполняемой директории под названием "N_test.png", где N - порядковый номер сохраняемого изображения за этот запуск программы.
- Если в момент нажатия отображается любой из графиков, то сохраняет изображения одновременно всех графиков с похожим способом именования изображений "N_name.png", где name - название сохранённого графика.

5.2 Производительность программы

Также нельзя не упомянуть о производительности программы на компьютерах с различными техническими характеристиками. Приведём таблицу испытаний:

Таблица 1

Таблица испытаний программы на производительность на разных конфигурациях ПК

	Тест 1				Тест 2			
CPU	Intel Core2Duo E8400				Intel i7 3770k			
Тактовая частота	2 @ 2.6 GHz				4 @ 3.8 GHz			
Объём ОЗУ	2 Gb				16 Gb			
Количество пикселей на сфере	32	128	512	2048	32	128	512	2048
Количество обрабатываемых итераций моделирования в секунду	>100	50-60	15-20	4-6	>100	~100	40-50	10-15

	Тест 3				Тест 4			
CPU	Intel Core2Duo E8500				Intel Atom N570			
Тактовая частота	2 @ 2.8 GHz				2 @ 1.7 GHz			
Объём ОЗУ	4 Gb				2 Gb			
Количество пикселей на сфере	32	128	512	2048	32	128	512	2048
Количество обрабатываемых итераций моделирования в секунду	>100	55-65	18-24	5-7	60-70	35-50	10-15	2-3

Легко заметить, что производительность программы в первую очередь зависит от тактовой частоты центрального процессора системы. Таким образом, можно сказать, что минимальными системными требованиями программы будут:

- ОС – Windows XP или новее;
- CPU – любой с тактовой частотой более 1 ГГц;
- ОЗУ - не менее 256 МБ;
- Видеокарта, совместимая с OpenGL 3.0

Рекомендуемые системные требования будут выглядеть так:

- ОС – Windows XP или новее;
- CPU – любой с тактовой частотой 3,5 ГГц или больше;
- ОЗУ - не менее 2 ГБ;
- Видеокарта, совместимая с OpenGL 3.0

5.3 Поиск оптимальных параметров управления

Перейдём к рассмотрению задачи подбора оптимальных параметров управления. Как сообщалось ранее, оптимальными будем считать параметры, при которых возможности паруса будут использованы максимально эффективно и, соответственно, при которых время выполнения произвольного манёвра будет минимальным.

Так как точный математический критерий оптимальности вывести не представляется возможным, при поиске параметров была применена идея, заключающаяся в том, что рассчитываемое управление должно использовать все возможности паруса, как минимум, в начале разгона и при начале торможения, а также должно находиться в режиме сохранения скорости до начала торможения минимальное время. Для поиска удовлетворяющих таким критериям параметров управления был проведён многочисленный ряд испытаний. Хорошим приближением в данном случае можно считать график, показанный на рисунке 18, которого мы и добились.

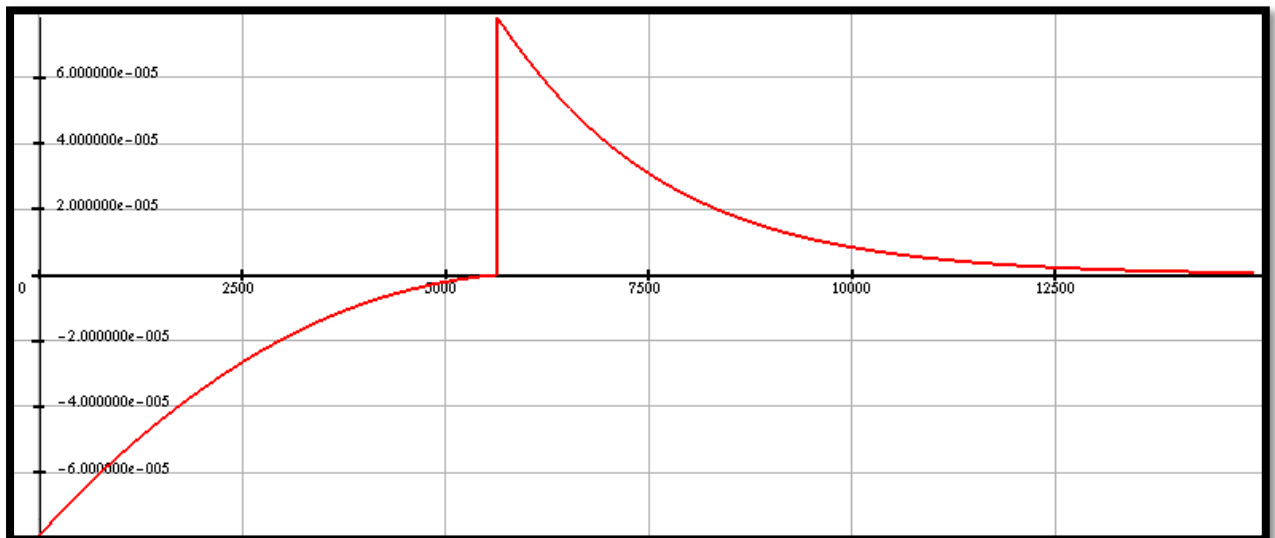


Рисунок 18 – График зависимости приобретаемого момента от времени

Таким образом, были найдены параметры используемого управления, удовлетворяющие нашим критериям:

$$\rho = 0.025 * M * \pi / \alpha,$$

где M – максимальный момент, который может предоставить парус при данных условиях, α – угол поворота в радианах.

$$\alpha_1 = \text{diag}(0.005 + 0.001 * os),$$

где os – нормированный на 1 вектор, задающий ось вращения.

$$\alpha_2 = \text{diag}(0.1 M + 0.8 M os).$$

Параметры, определённые таким образом, удовлетворяют поставленным критериям. То есть, можно сказать, что было найдено приемлемое приближение оптимальных параметров.

5.4 Пример работы программы

Рассмотрим пример работы программы. Для этого воспользуемся предоставленными ею графиками.

Программа была запущена со следующими входными параметрами:

os.x	os.y	os.z	alpha	dt	spheres radius	rods length	pixels per sphere
0	0	1	90	5	1	5	512

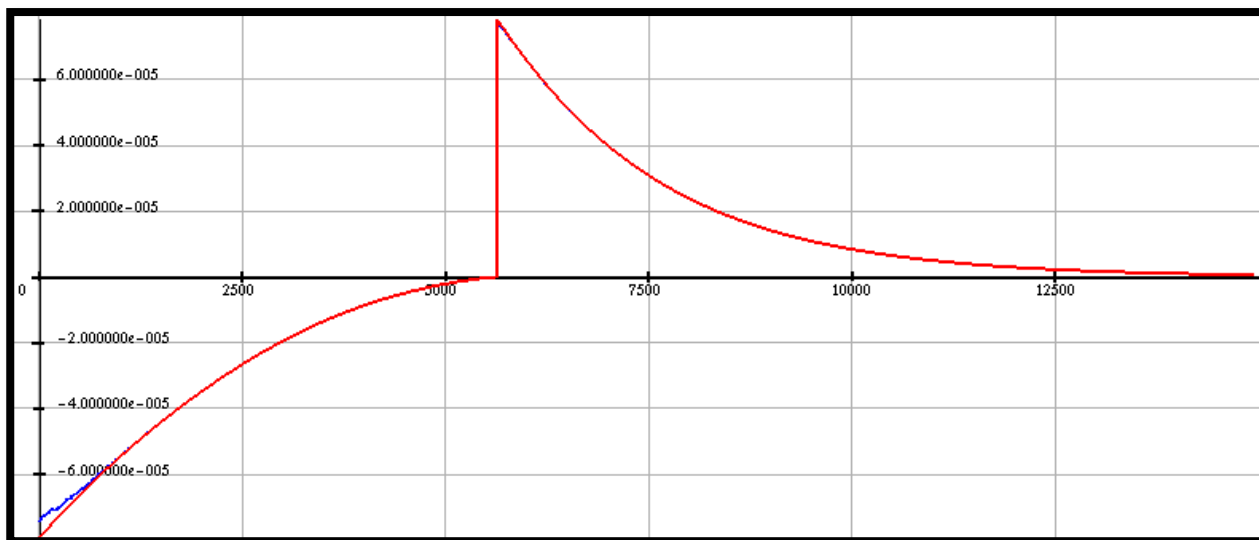


Рисунок 19 – Совмещённый график зависимости от времени компоненты приобретаемого момента и компоненты вектора управления, отвечающие за заданную ось вращения

Начнём с рассмотрения совмещённого графика зависимости от времени компоненты приобретаемого момента и компоненты вектора управления, отвечающих за момент, создаваемый вокруг оси вращения (рис.19). Можно увидеть, что программой подобранный момент (синий график) почти не отличим от затребованного управлением (красный график). В момент времени $t = 6000$ с. происходит переход от режима разгона к торможению. К концу испытания тормозящий момент сходится к нулю, что должно оставить аппарат в требуемом состоянии.

На графиках двух других компонент (рис. 20) можно увидеть что, небольшие различия между управлением и подобранными программой с помощью изменения конфигурации пикселей приобретаемыми моментами по вспомогательным осям наблюдаются лишь в промежутках, где возможности паруса используются максимально при создании момента вокруг оси вращения.

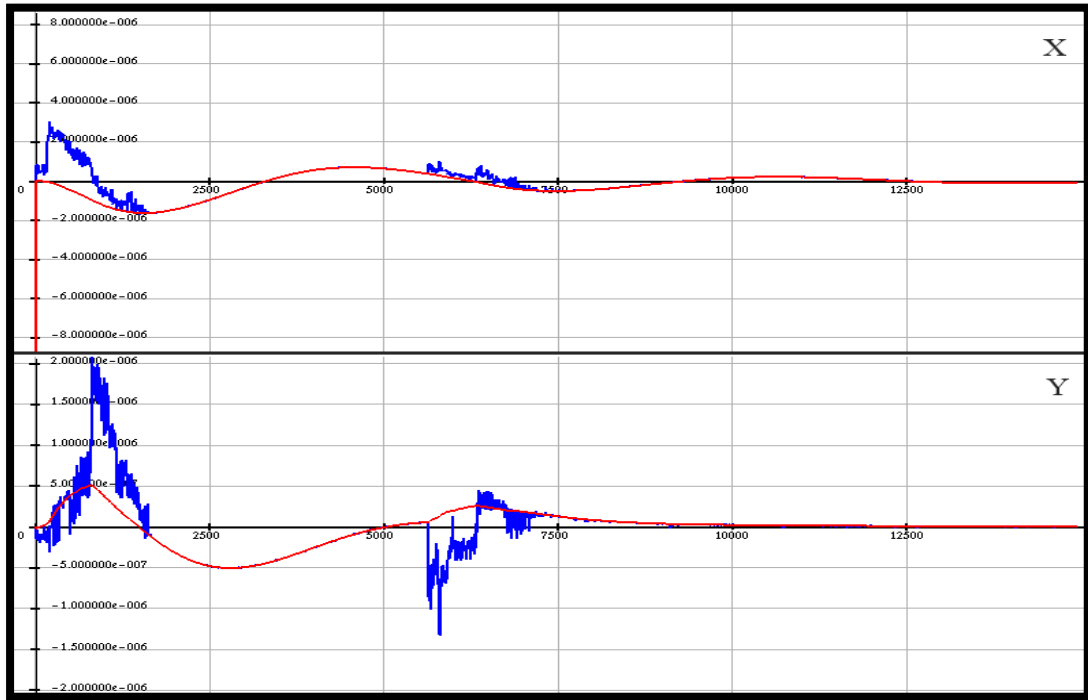


Рисунок 20 Совмещённые графики зависимостей компонент приобретаемого момента и компонент вектора управления от времени

Перейдём к рассмотрению графиков угловых скоростей от времени. Так, на графике угловой скорости вращения вокруг оси поворота (рис. 21), видно, что вначале скорость быстро растёт, после чего, незадолго до начала торможения, уменьшает темпы роста практически до нуля. Момент начала торможения выглядит как “обрыв”, после чего плавно переходит во всё более мягкий режим, всё ближе приближаясь к нулю.

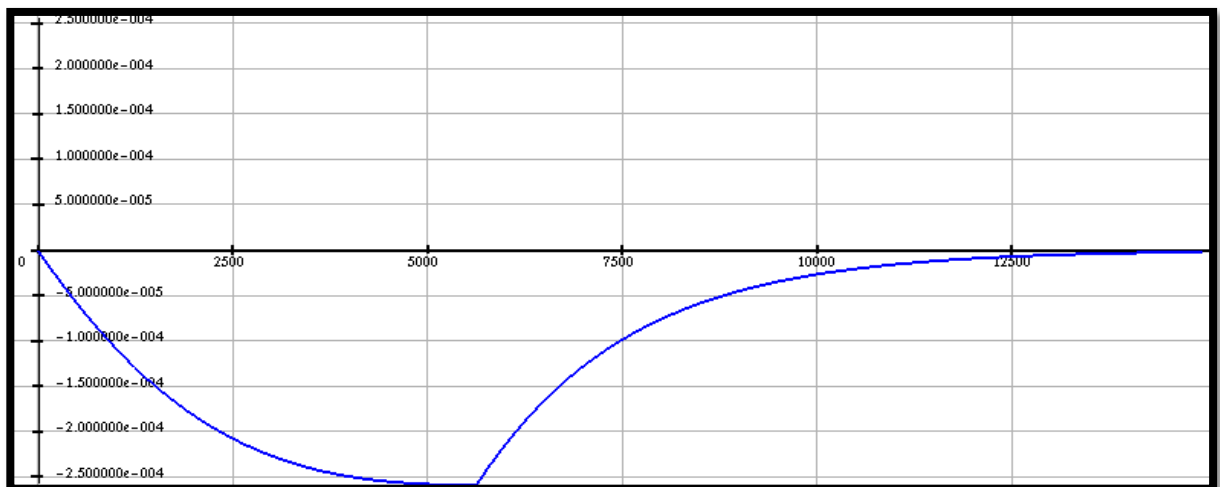


Рисунок 21 – График зависимости угловой скорости вращения вокруг оси поворота от времени

На графиках остальных компонент вектора угловых скоростей (рис.22) можно увидеть угасающие колебания с явно выраженной неавтономностью, создаваемой, при резких изменениях момента вокруг оси вращения, в силу придания программой приоритета действиям по оси вращения.

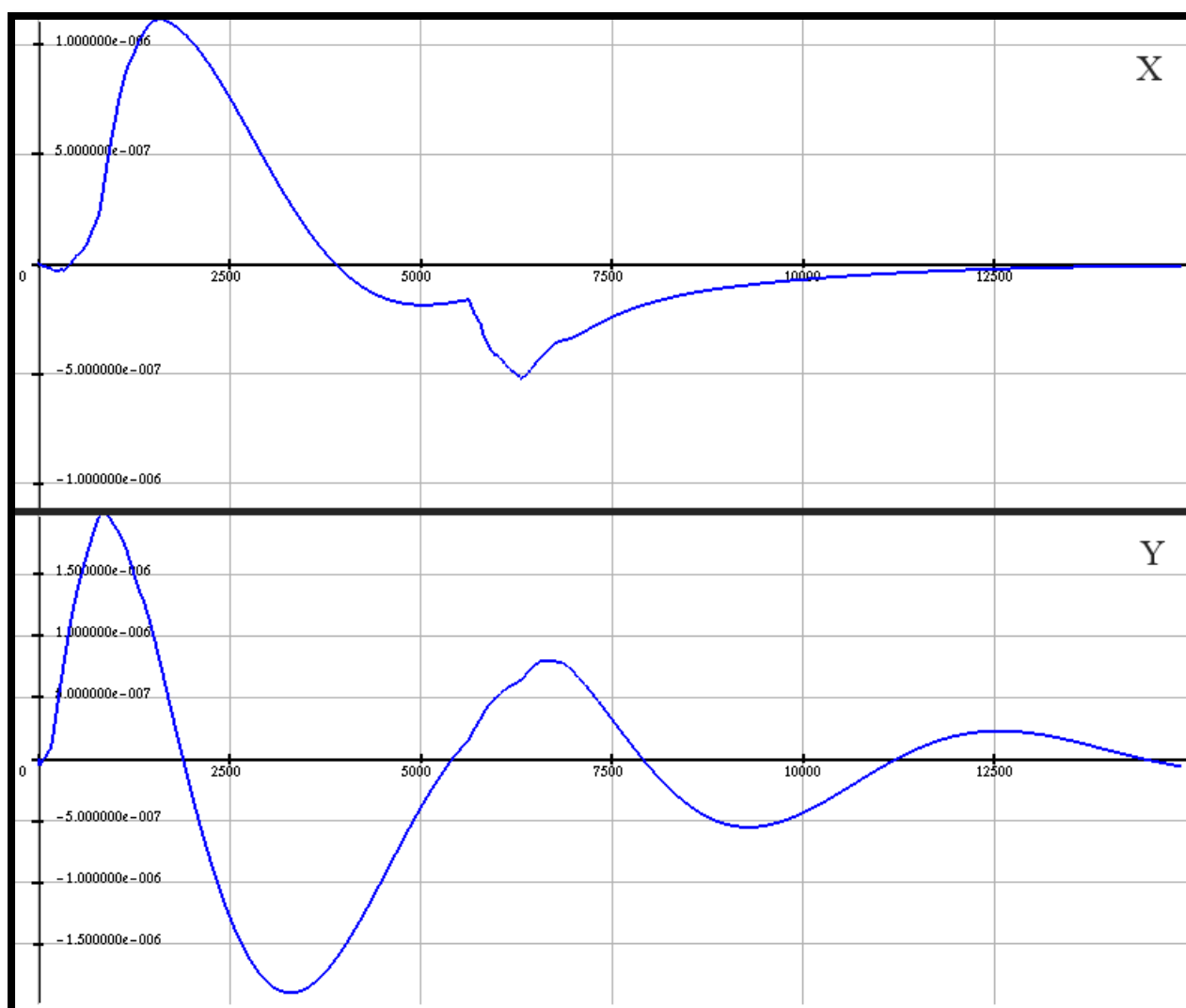


Рисунок 22 – Графики остальных компонент вектора угловых скоростей

На графике остаточного отклонения от желаемого положения (рис. 23) видно, как происходит поворот, сначала разгоняясь, особенно заметно до отметки в 70° , и начиная торможение с отметки в 20° .

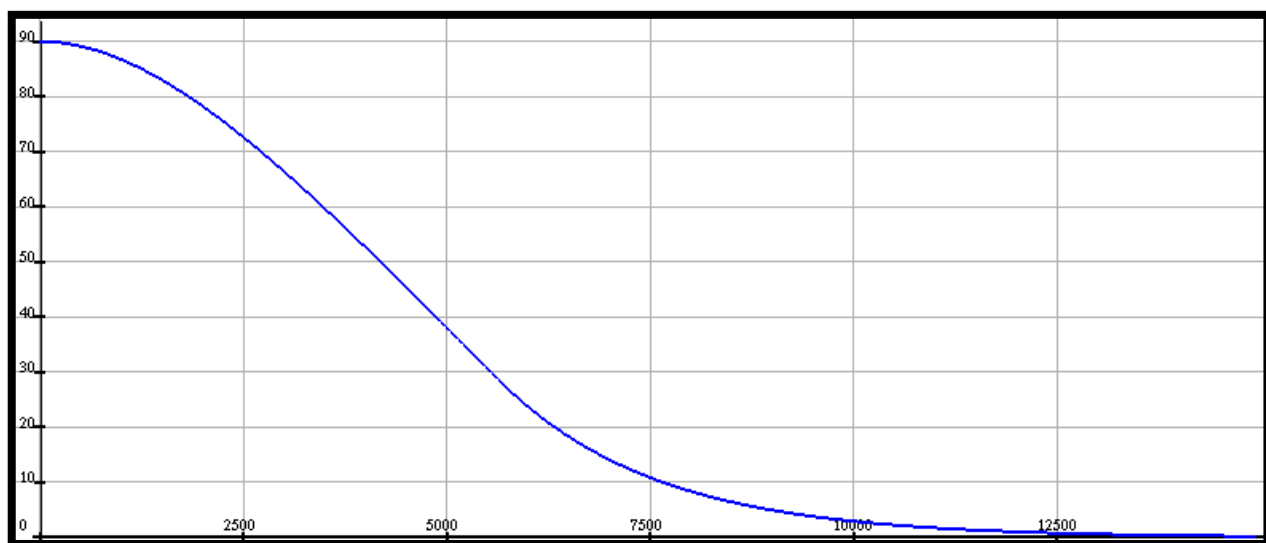


Рисунок 23 – График остаточного отклонения от желаемого положения

Рассмотрим также график составляющих частей компоненты управления вокруг оси вращения (рис. 24). Можно увидеть, что компонента управления с переменной структурой (красный график) позволяет использовать все возможности паруса с самого начала, после чего будет доминирована эквивалентным управлением (зелёный график) в момент выхода системы на поверхность скольжения, где эквивалентное управление будет реализовывать торможение.

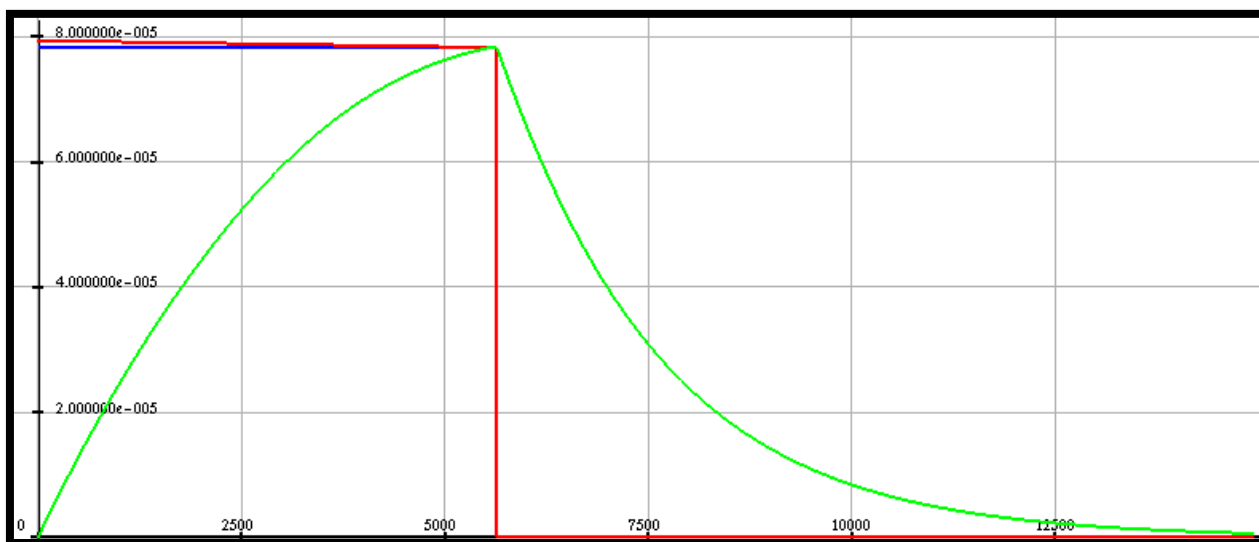


Рисунок 24 – Графики зависимости составляющих частей компоненты управления отвечающей за ось вращения от времени

Остальные графики не привносят ничего нового. Приведём их без

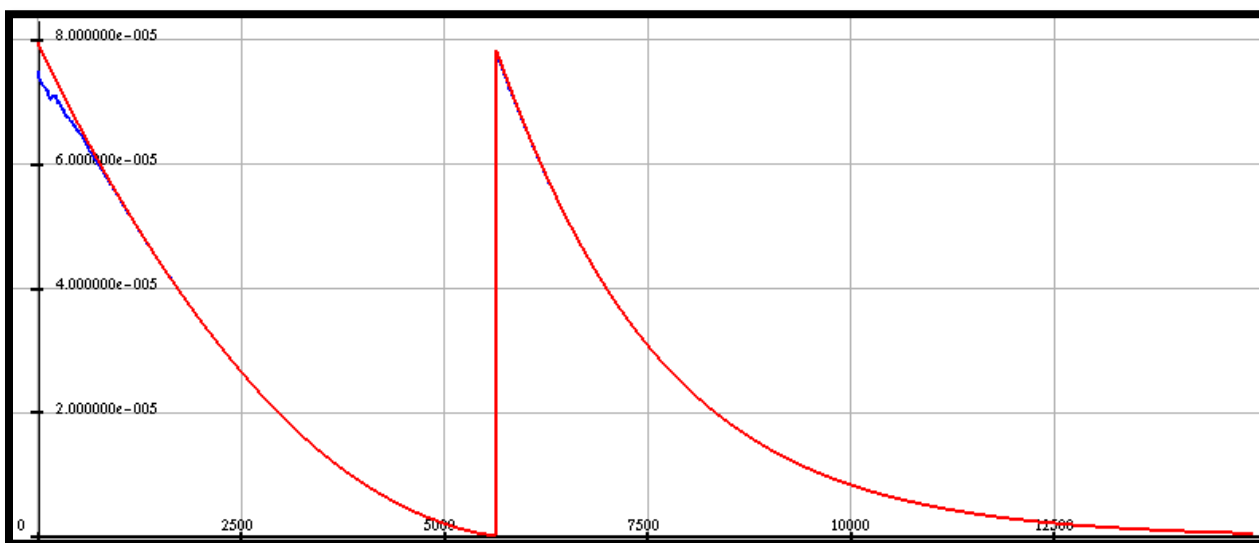


Рисунок 25 – Совмещённый график зависимости длины вектора приобретаемого момента и длины вектора управления от времени
подробного описания.

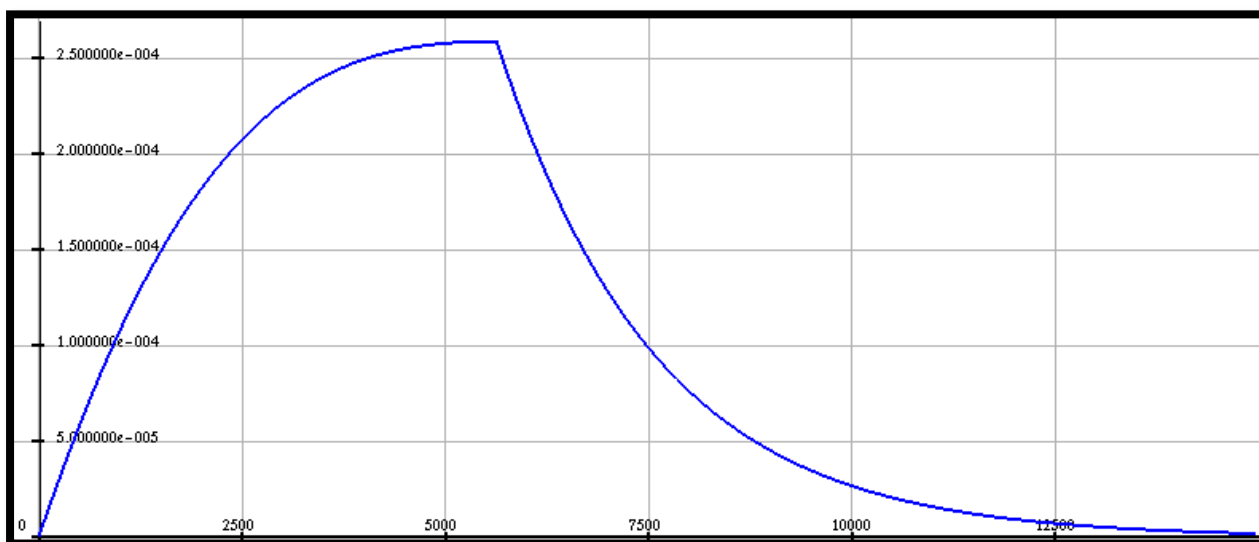


Рисунок 216 – График зависимости длины вектора угловых скоростей от времени

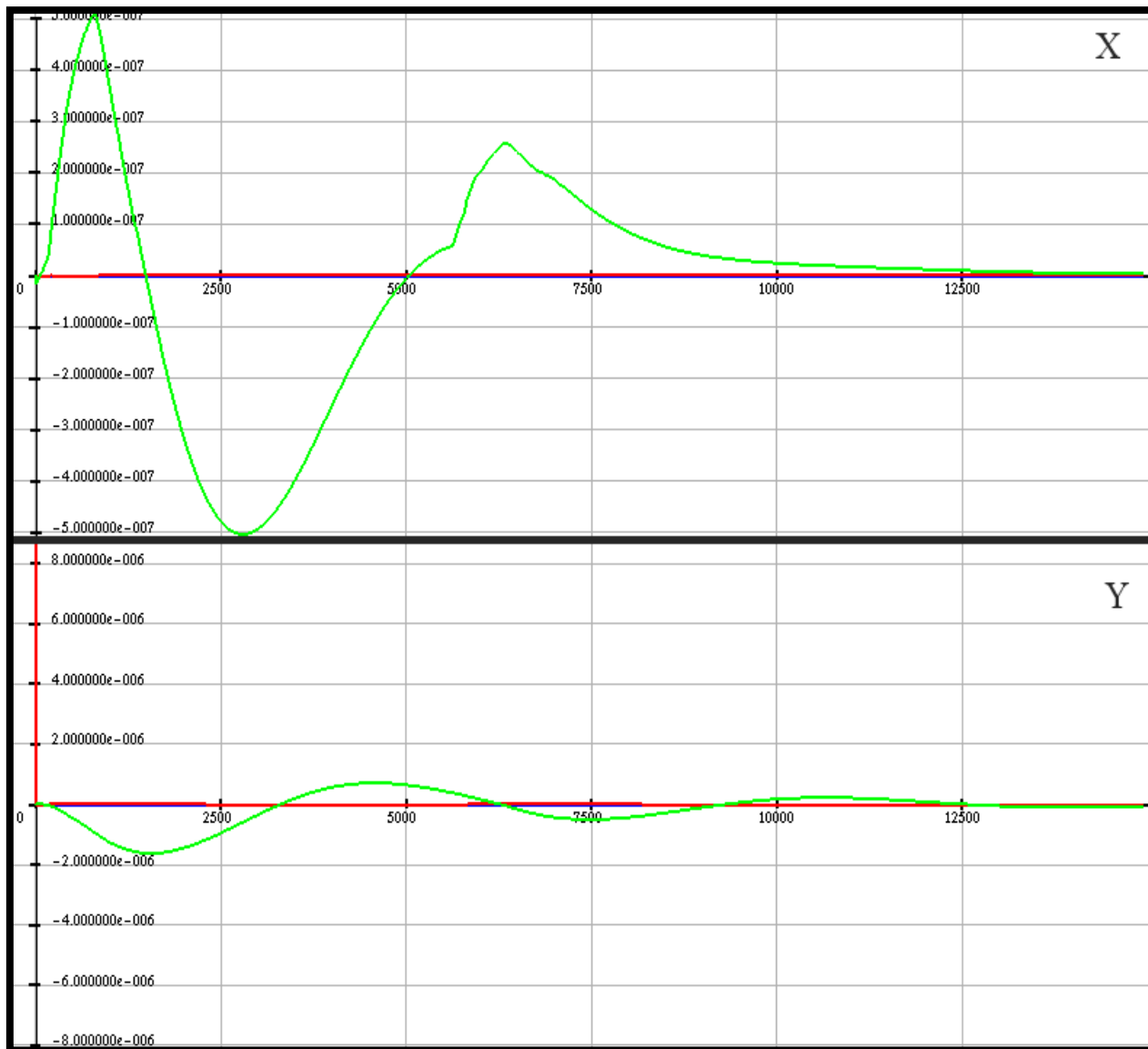


Рисунок 27 – Графики зависимости составляющих частей компонент управления22 от времени

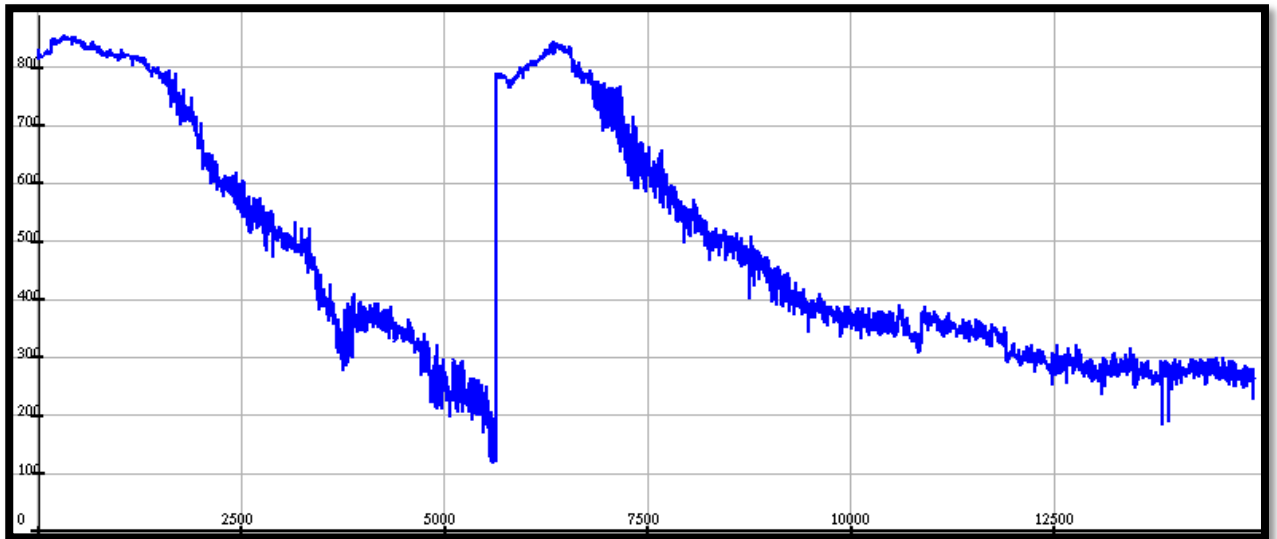


Рисунок 28 – График Зависимости количества активных пикселей от времени

Детально ознакомиться с примером можно используя приложение А – табличный файл Excel, сгенерированный программой при работе.

Заключение

В данной работе была рассмотрена одна из концепций конструкции космического аппарата, использующего солнечный парус для контроля ориентации. Была приведена математическая модель, описывающая данный вид космических аппаратов, было построено управление, позволяющее использовать возможности такой системы максимально эффективно для осуществления произвольного манёвра по изменению ориентации аппарата.

Также с помощью разработанной программы, моделирующей поведение аппарата, были подобраны параметры управления, удовлетворяющие поставленным критериям оптимальности.

Таким образом, идея солнечного паруса, существующая на протяжении столетия, находится на одном из редких подъёмов. Современный интерес к идее во многом связан с уровнем технологического развития человечества, который сейчас, как никогда ранее, подходит к возможности производить запуск малозатратных миссий с использованием солнечного паруса. В частности, одной из возможных миссий для реализации является рассмотренная концепция.

Список литературы:

1. Wright, J., Space Sailing, Gordon and Breach Science Publishers, Philadelphia, 1992, 232с.
2. Leonel Rios-Reyes. Solar Sails: Modeling, Estimation, and Trajectory Control. A dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (Aerospace Engineering) in The University of Michigan, 2006, 164 с.
3. McInnes, C., Solar Sailing. Technology, Dynamics and Mission Applications, Springer–Praxis Series in Space Science and Technology, Springer–Praxis, Berlin, Heidelberg, New York, Chicester, 1999, 300с.
4. Назиров Р.Р., Эйсмонт Н.А., Чумаченко Е.Н., Данхэм Д.У., Логашина И.В., Федоренко А.Н. Управление группировкой космических аппаратов в окрестности Солнечно-Земных коллинеарных точек либрации с помощью солнечного паруса // Вестник машиностроения, 2013, №1
5. Чумаченко Е.Н., Данхем Д.У., Назиров Р.Р., Кулагин В.П., Малашкин А.В., Эйсмонт Н.А., Федоренко А.Н., О задаче моделирования и управления шарообразными космическими парусами, Вестник ТГТУ (ISSN 0136-5835), Том 17, № 4, 2011, Transactions TSTU, с. 1044-1052.
6. Joseph M. Fulton, LQG/LTR Optimal Attitude Control of Small Flexible Spacecraft Using Free-Free Boundary Conditions, 2006, 206с.
7. Уткин В.И. Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой, Издательство «Наука», Москва, 1974г. с. 13-22, 42-46
8. Chuanjiang Li, Yibo Wang, Liang Xu, Zhongzhao Zhang. Spacecraft attitude stabilization using optimal sliding mode control // ISSCAA 2010 - The 3rd International Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics (ISSCAA 2010), 2010, Harbin / China, с. 1085-1089.

9. <http://freeimage.sourceforge.net/license.html>
10. <http://freeglut.sourceforge.net/>