Правительство Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Отделение Программной инженерии
Кафедра Управления разработкой программного обеспечения

УТВЕРЖДАЮ
Зав. Кафедрой УРПО

____________ С.М. Авдошин

«__» _______________2014 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

по направлению 231000.62 «Программная инженерия»

подготовки бакалавра

на тему

«Программа нечёткого вывода с использованием Z-оценивания неопределенности»

Студент группы № 471 ________________/ Сивакова А. Н. /

« 30 » мая 2014 г.

Руководитель ВКР

доцент каф. УРПО, к.т.н. _________________ / Дегтярев К. Ю. /

« 30 » мая 2014 г.

Москва, 2014

Содержание

Реферат

40 страниц, 9 глав, 18 иллюстраций, 5 таблиц, 4 приложения, 23 источника

Ключевые слова: Z-число, Z-оценка, нечёткое множество, нечёткая система вывода.

Данная выпускная квалификационная работа представляет собой исследование, связанное с разработкой методики использования Z-чисел в системах нечёткого вывода, направленной на получение выводов на основе использования неопределенной, неточной или неполной исходной информации.

В 2011 году профессор Университета Калифорнии (Беркли) Лотфи А. Заде, основатель теории нечётких множеств, нечёткой логики и вычислений со словами (Computing with Words) предложил концепцию Z-числа для описания неточности (приближенности) информации, используемой в повседневной жизни. Такая информация не является абсолютно точной; в подавляющем большинстве случаев люди связывают разные степени уверенности при выражении мнений, описании ситуаций и пр., в зависимости от своего опыта, интуиции и осведомленности. Предложенное проф. Л.А. Заде описание неточной и частично истинной информации с помощью Z-чисел можно рассматривать как удачную попытку преодоления очевидной сложности описания многоликой неопределенности (напр., надежность, степень истины, или вероятность) оперируемой в разных приложениях информации. Согласно исходной концепции, Z-число описывает значение некоторой неопределённой переменной X и представляет собой упорядоченную пару $Z = (A, B)$ из двух нечетких чисел. Первое число (A) выражает собой ограничение на значения переменной X (это ограничение можно представить в короткой форме “ X есть A ”), а второе число, B, - нечеткое (приблизительное) ограничение на степень уверенности в первом числе А, т.е. оценка надежности А. В большинстве случаев, нечеткие числа А и В описываются фразами естественного языка, например, Z = (*приблизительно 80*, *абсолютно уверен)*, и формально представляются трапециевидными или треугольными функциями принадлежности (ФП) В последнем примере, можно считать, что переменная X = “расстояние до цели”, поэтому утверждение (ограничение) “ X составляет приблизительно 80 (км.)” в рамках показанного Z-числа мы оцениваем как очень надежное (В = “абсолютно уверен”).

Можно говорить, что теория Z-чисел еще недостаточно зрелая (большинство известных публикаций относится к периоду 2012-2014 гг.), но учёные уже внесли свой вклад в развитие теории Z-чисел и предложили некоторые подходы к работе с ними, которые будут рассмотрены в данной работе. Тем не менее, использование Z-чисел в

системах нечёткого вывода пока остаётся нерешенной задачей из-за используемых в их представлении составляющих разной природы.

Целью данной выпускной квалификационной работы является исследование методики использования Z-чисел в системах нечеткого вывода и разработка программы на основе результатов этого исследования.

Для достижения этой цели были определены следующие задачи:

1. Изучение существующих подходов к работе с Z-числами.
2. Разработка алгоритма использования преобразованных Z-чисел (Z-число ---> обычное нечеткое число) в системах нечёткого вывода.
3. Изучение возможностей использования Z-чисел в системе вывода без их предварительной модификации (преобразования).
4. Разработка программы, реализующей предложенные методики.
5. Проведение экспериментов и анализ получаемых результатов.

В данной работе предложен подход, основанный на использовании преобразованных Z-чисел (переход к обычным нечетким числам) в системе нечёткого вывода. Отправной точкой реализуемого в работе подхода служит статья [5], которая, как правило, всегда используется в качестве одной из ссылок в появляющихся публикациях по рассматриваемой тематике. В результате исследования данного подхода была разработана программа, позволяющая проиллюстрировать работу использующей такое преобразование системы вывода. Также в работе проводится анализ тех арифметических операций над Z-числами, которые были формализованы на момент написания работы, рассмотрены перспективы их использования в системах нечеткого вывода (и не только), а также сформулированы проблемы, которые при этом возникают.

1. Введение

Числа - мера всех вещей, и в значительной степени, наука и разного рода технологии измеряются в числах. Но для описания значительной части данных, которая обрабатывается в различных сферах профессиональной деятельности, а также в повседневной жизни, используют привычные для человека лингвистические формы (слова и выражения), то есть составляющие естественного языка (NL). Вопросы, касающиеся точности, достоверности и надежности данных и информации играет в жизни человека важную роль, мы постоянно оперируем неточной информацией, выражаем ту или иную степень уверенности в наших суждениях, поэтому возможность проводить вычисления с данными такого рода имеет большое значение в экономике, планировании, задачах принятия решений, оценке рисков, разработке и анализе процессов, и других видах деятельности.

Благодаря теории нечетких множеств и нечёткой логики, предложенной профессором Лотфи А. Заде, люди имеют замечательную способность обрабатывать имеющуюся информацию и принимать решения в условиях неопределенности, неточности и неполноты такой информации. Основной целью нечеткой логики как раз и является стремление к формализации (приемлемого описания в условиях неизбежных допущений и упрощений) и практического применения в системах разной природы такой способности.

В течение многих лет системы нечёткого вывода вполне успешно используются в задачах, где присутствует необходимость получить на основании входных данных заключения в условиях неопределенности (нечеткости) [5]. Помимо того, что реальная информация несовершенна во всех смыслах, о которых говорилось выше, и, как правило, для ее описания служит - естественный язык (NL), эта информации, к тому же, еще и частично надежна, а степень надежности, опять же, имеет NL-выражение. Любая оценка значений, будь она точной или расплывчатой (приблизительной), зависит от доверия к источникам информации, из которых почерпнуты эти оценки; в конечном итоге, все завязано на знаниях, предположениях, интуиции и опыта человека. Таким образом, нечеткость (неопределенность) информации с одной стороны, и ее частичная надежность с другой, тесно связаны друг с другом. Для того, чтобы формализовать возможность описания информации с обозначенной степенью достоверности, в 2011 году Лотфи Заде предложил концепцию Z-числа [1]. Как было отмечено выше,

$Z = (A, B)$ представляет собой упорядоченную пару из двух нечетких чисел, ограничения A на возможные значения переменной X и ограничение B на степень уверенности, что X принимает значение A (т.е. “X есть A”). Таким образом, Z-числа имеют больше возможностей для описания неопределенности, характерной для информации, потому что они описывают как ограничение на возможные значения, так и достоверность такой оценки [1].

Стоит отметить, что понятие Z-числа - не знаменует собой первую попытку описать реальную неопределенность информации, которая является слишком сложной, а подчас и недоступной для описания в достаточно простых оценочных терминах. В частности, уже давно для подобного описания используются интервальные оценки или нечеткие числа. В последнем из перечисленных случаях неопределенность описывается числовой функцией принадлежности. Если речь идет о функциях первого типа (Type-1 Membership Functions), то это означает, что просто не принимается во внимание характерная неопределенность используемых оценок. По существу, первой попыткой учета таких интервалов неопределенности была предложенная уже достаточно давно теория нечетких множеств второго типа (Type-2 Membership Functions) [20, 21]. В отличие от нечеткого множества 2-го типа, Z-число явно представляет надежность, описанную на NL, и является более структурированным, формальным и полным описанием неопределенности информации (такая “полнота”, отчасти, связана и со сложностью обработки Z-чисел). Для работы с Z-информацией [стр. 19] требуется разработать новую теорию, новые подходы и методики вычислений с Z-числами (см. раздел 3.3).

Теория Z-чисел имеет большой потенциал в будущем стать важным инструментом в решении различного рода задач, связанных с неполнотой и неточностью описания используемой информации. Как уже отмечалось ранее, главной целью данной работы является исследование методики использования Z-чисел в системе нечёткого вывода и разработка программы, представляющей собой инструмент получения заключений из систем, основанных на описании информации в терминах Z-чисел. Таким образом, разработка такой программы предполагает и теоретическое исследование, заключающееся в изучении и анализе имеющихся подходов к обработке Z-чисел..

2. Обзор существующих подходов

В 2011 году Лотфи А. Заде ввел понятие Z-числа, описывающего неопределенность информации [1]. В обобщенном виде Z-число является упорядоченной парой нечетких чисел (A, B) (опр. 8) В этой паре A – ограничение на значения некоторой переменной X , а B представляет собой оценку уверенности в том, что X есть А. В принципе, слово “уверенность” можно отождествлять с другими тесно связанными понятиями, такими как *надежность*, *степень истины*, или *вероятность*. Важно отметить, что и А, и В представляют собой “компоненты” представления, которые базируются исключительно на восприятии человеком информации, с которой он работает, т.е. Z-числа как вербальные формализуемые оценки можно рассматривать в контексте вычислений со словами (Computing with Words). Л. Заде были предложены некоторые операции для проведения вычислений над Z-числами, используя принцип расширения [2]. Однако, как он упоминает в своих работах, "проблемы, связанные с вычислением Z-чисел легко обозначить, но далеко не просто решить". Принимая это во внимание, а также то, что концепция Z-чисел была сформулирована сравнительно недавно, базовую теорию ещё рано считать зрелой для того, чтобы полноценно использовать Z-числа в чистом виде в системах вывода или задачах принятия решений. В то же время, количество публикаций по данной тематике постепенно увеличивается, и некоторые учёные уже внесли свой вклад в развитие теории Z-чисел и предложили некоторые подходы, которые могут быть реализованы. Более подробно эти подходы рассмотрены ниже

Ronald R.Yager в [4] показал, как использовать Z-числа для предоставления информации о неопределенности переменной в виде Z-оценок, полагая, что эта неопределенная переменная является случайной.

В работе [5] был предложен метод преобразования Z-числа в классическое нечеткое число в соответствии с нечетким ожиданием нечеткого множества, рассмотрен пример с Z-оценками и показано, как принимать решения. Мотивация предлагаемого подхода заключается в использовании полезной информации, содержащейся в Z-числах, в областях таких успешных применений теории нечетких множеств, как управление, принятие решений, моделирование систем и др. В [4] используется альтернативная формулировка информации, содержащейся в Z-оценках, с точки зрения системы ценностей Демпстера-Шафера, который использовали нечеткие множества второго типах [20].

В статье [5] предлагается упрощенная версия Z-оценки (опр. 12) информации при принятии решений. В работе [6] рассмотрено использование Z-чисел в контексте проблемы принятия решений (выбора альтернативы) на основе множества критериев. С целью принятия решения, Z-числа преобразуются в классические нечеткие числа и вычисляется приоритетный вес каждого альтернативного варианта.

В работе [7] сформулирован подход к принятию решений, основанных на Z-информации (см. Раздел 3.3). Этот подход основан на приведении Z-числа к классическому нечеткому числу, обобщении подхода ожидаемой полезности и использования интеграла Шоке [22] представленным как Z-число. Также, некоторые опубликованные работы предлагали примеры использования подходов, описания которых содержатся в вышеописанных публикациях, в относящихся к задачам разных областей деятельности [10, 11].

В статье [13] впервые предложены теоретические аспекты реализации таких арифметических операций над *дискретными* Z-числами (опр. 11), как сложение, вычитание, умножение, деление, вычисление квадратного корня из Z-числа и др. В этой работе авторы (исследовательская группа во главе с проф. Рафиком А. Алиевым) принимают во внимание тот факт, что реальные проблемы , как правило, описываются лингвистической информацией (терминами естественного языка, NL), которая описывается в виде дискретного набора значимых лингвистических термов; именно поэтому они рассматривают дискретные Z-числа.

В результате ознакомления с существующими подходами можно заметить, что на данный момент не был предложен способ использования Z-чисел в системе нечёткого логического вывода. Большинство попыток практического использования Z-чисел было предпринято применительно к решению задач принятия решений, которые основываются на преобразовании Z-чисел в классические нечеткие числа с последующим применением к этим числам известных методов дефаззификации (процедур получения чётких чисел из исходных нечётких).

Аналогичный (или, подобный) способ вполне мог бы применяться и для систем нечёткого вывода, что и предлагается в данной работе. Если в системе, описанной в терминах Z-чисел, эти числа преобразовать в классические нечёткие числа, то это позволит использовать любой из известных алгоритмов нечёткого вывода для получения выходных данных [23].

Помимо этого, в работе рассматриваются идеи использования непосредственно Z-чисел в системе вывода, без их предварительного преобразования в нечёткие числа.

Целью данной выпускной квалификационной работы является исследование методики использования Z-чисел в системах нечеткого вывода и разработка программы на основе результатов этого исследования.

Для достижения этой цели были определены следующие задачи:

1. Изучение существующих подходов к работе с Z-числами.
2. Разработка алгоритма использования преобразованных Z-чисел (Z-число ---> обычное нечеткое число) в системах нечёткого вывода.
3. Изучение возможностей использования Z-чисел в системе вывода без их предварительной модификации (преобразования).
4. Разработка программы, реализующей предложенные методики.
5. Проведение экспериментов и анализ получаемых результатов.

3. Описание полученных теоретических результатов и описание алгоритмов.

3.1. Нечёткая логика. Основные положения и определения

Нечеткое множество является расширением чётких множеств. Для чётких множеств допустима только полная принадлежность элемента или отсутствие принадлежности вообще, в то время, как нечеткие множества позволяют различную степень принадлежности конкретного элемента множеству [9].

Определение 1 [2]. Нечёткое множество. Нечеткое множество A на множестве X характеризуется функцией принадлежности $\mu_A: X \to [0,1]$ и значениями $\mu_A(x)$, которое интерпретируется как степень принадлежности каждого конкретного элемента x нечёткого множества A, $\forall x \in X$.

Множество A полностью определяется набором кортежей:

$$A = \left\{ \left\langle x, \mu_A(x) \right\rangle \mid x \in X \right\} \tag{1}$$

Определение 2 [2]. Носитель нечёткого множества. Носителем (support) нечёткого множества suppA называется множество

$$\{x \mid x \in X, \mu_A(x) > 0\}.$$

Ниже приведено описание нечёткого числа на примере треугольного нечёткого числа, так как в данной работе используются именно такие числа, для того, чтобы сделать процесс исследования более удобным и понятным.

Определение 3 [13]. Дискретное нечёткое число. Нечеткое подмножество вещественной прямой X с функциями принадлежности $\mu_A : X \to [0,1]$ является нечетким дискретным числом, если его носитель (опр. 2) является конечным множеством, то есть, существуют $x_1, \ldots x_n \in X$ с $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$, такие, что suppA = $\{x_1, \ldots x_n\}$, и есть натуральные числа s, t, $1 \le s \le t \le n$, при которых выполняется:

1. $\mu_A(x_i) = 1$ для любого натурального числа i, $s \le i \le t$;

2. $\mu_A(x_i) \le \mu_A(x_j)$ для каждого из натуральных чисел i, j, $1 \le i \le j \le s$;

3. $\mu_A(x_i) \geq \mu_A(x_j)$ для каждого из натуральных чисел i, j, $t \leq i \leq j \leq n$.

Определение 4 [5]. Треугольное нечёткое число. Нечёткое множество A, называемое треугольным нечётким числом, представляется в виде тройки (a_1, a_2, a_3), где соотв. функция принадлежности имеет следующий вид:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, a_1) \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & x \in [a_1, a_2] \\ \frac{a_3-x}{a_3-a_2}, & x \in [a_2, a_3] \\ 0, & x \in (a_3, +\infty) \end{cases} \qquad (2)$$

График функции принадлежности $\mu_A(x)$ показан на рисунке 1.

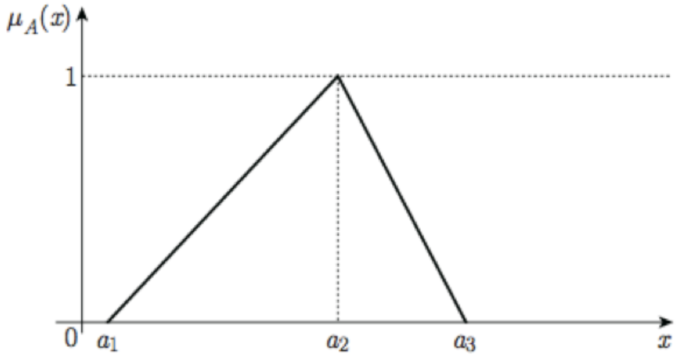


Рисунок 1 [5]. График функции принадлежности нечёткого числа.

В частности, нечеткие множества используются для представления значений лингвистических переменных (например, «высокий» как значение лингвистической переменной «скорость» и т.п.).

Определение 5 [18]. Лингвистическая переменная. Лингвистическая переменная характеризуется пятиэлементной структурой

$$(x, T(x), U, G, M),$$

в которой:

x – имя переменной;

$T(x)$ –набор термов переменной x, т.е. набор имен (обозначений) лингвистических значений x, каждое из которых является нечетким числом, определенным на U;

G — синтаксическая процедура позволяющая оперировать элементами терм-множества T, в частности, генерировать новые термы (значения);

M — семантическая процедура, позволяющая превратить каждое новое значение лингвистической переменной, образуемое процедурой G, в нечеткую переменную.

На рис. 2 представлен пример лингвистической переменной Weight, представленной набором термов (значений) {Light, Medium, Heavy}.

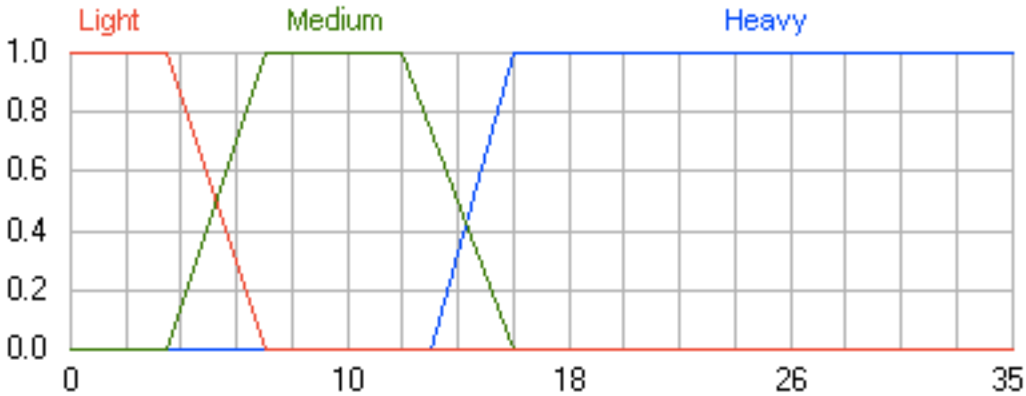


Рисунок 2 [18]. График лингвистической переменной Weight.

Среди часто применяемых операций над нечеткими множествами (соответствующими функциями принадлежности) можно выделить операции пересечения и объединения. Обобщенные определения операций нечеткого пересечения и объединения, а именно, треугольной нормы (***T-нормы***) и треугольной конормы (***T-конормы*** или ***S-нормы***), сводятся к следующему:

Определение 6 [18]. T-норма. Треугольной нормой (T-нормой) называется бинарная операция T на единичном интервале $[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$, удовлетворяющая следующим аксиомам для любых $a,b,c\in[0,1]$:

1. $T(a,1)=a$ (граничное условие);
2. $T(a,b)\le T(a,c)$ если $b\le c$ (монотонность);
3. $T(a,b)=T(b,a)$ (коммутативность);
4. $T(a,T(b,c))=T(T(a,b),c)$ (ассоциативность).

Определение 7 [18]. S-норма. Треугольной конормой (s-нормой) называется бинарная операция S на единичном интервале $[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$, удовлетворяющая следующим аксиомам для любых $a,b,c\in[0,1]$:

1. $S(a,0)=a$ (граничное условие);
2. $S(a,b)\le S(a,c)$ если $b\le c$ (монотонность);
3. $S(a,b)=S(b,a)$ (коммутативность);
4. $S(a,S(b,c))=S(S(a,b),c)$ (ассоциативность).

Наибольшей популярностью в теории нечётких чисел пользуется такая пара Т-нормы и S-нормы как пересечение и объединение по Заде.

Определение 8 [14]. Пересечение нечётких чисел. Пересечение нечетких чисел А и В определяется как

$$(A\cap B)(t)=\min\{A(t),B(t)\}=A(t)\wedge B(t),$$

для всех $t\in X$.

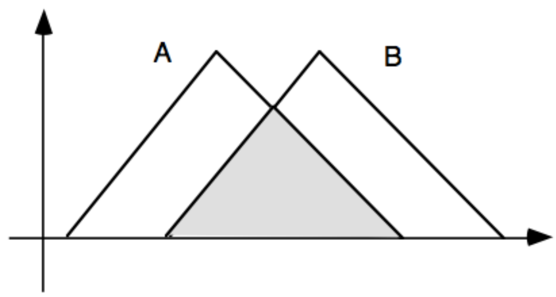


Рисунок 3 [14]. Пересечение нечётких чисел.

Определение 9 [14]. Объединение нечётких чисел. Объединение нечетких чисел A и B определяется как

$$(A\cup B)(t)=\max\{A(t),B(t)\}=A(t)\vee B(t)$$

для всех $t\in X$.

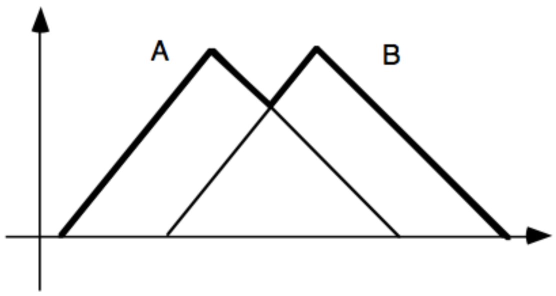


Рисунок 4 [14]. Объединение нечётких чисел.

3.2.Система нечеткого вывода. Краткое описание

В самом кратком виде, нечеткая система вывода – это система, которая использует *теорию нечетких множеств* для получения отображения входных данных на выходные данные.

Исходя из исходного технического задания, для реализации системы нечёткого вывода был выбран алгоритм Мамдани [12]. Такая нечёткая система может быть представлена в виде четырёх блоков, как показано на рис. 5.

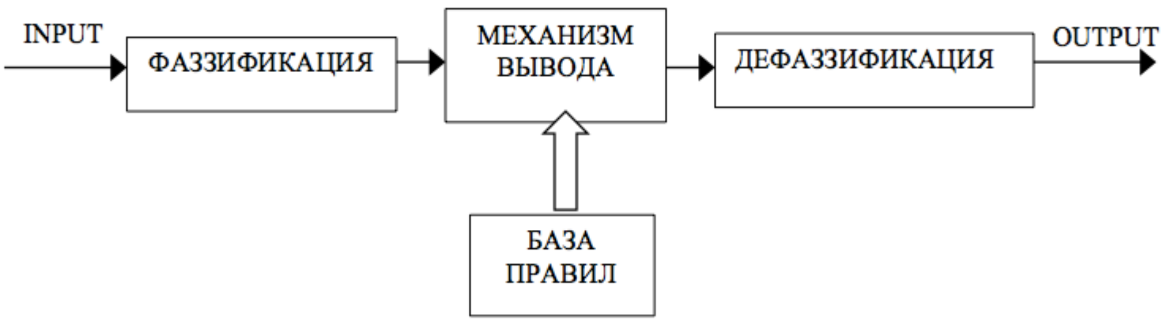


Рисунок 5. Схема нечёткого вывода

В основе нечёткой системы лежит набор (база) правил, формируемый специалистами в данной предметной области (domain engineers/experts). Правила нечёткой системы обычно представляются ЕСЛИ-ТО выражениями, общий вид которых следующий:

IF input1 = *term1* **OP** input2 = *term2* **THEN** output = *term3*

OP ∈ {AND, OR},

где «input1 = *term1»* и «input2 = *term2»* являются подусловиями, а «output = *term3*» является подзаключением (их может быть несколько). input1, input2 и output – это названия (имена) лингвистических переменных, а *term1, term2* и *term3* – термы (значения этих переменных), которые представляются в виде нечётких чисел (опр. 2). Примерный вид правил может быть следующим:

IF *X = низкий* **AND** *Y = высокий* **THEN** *Z = средний;*

IF *X = очень высокий* **AND** *Y = высокий* **THEN** *Z = низкий.*

Работа системы вывода включает следующие этапы:

1. На вход подаётся информация в виде чёткого числа, и на этапе фаззификации для заданного (четкого) значения аргумента находятся степени истинности для подусловий каждого правила.
2. Для каждого правила находится минимальное (MIN) значение истинности всех его подусловий.
3. Находятся "усеченные" (с использованием т.н. MIN-активации) функции
4. принадлежности для каждого подзаключения..
5. С использованием операции MAX производится объединение полученных на шаге 3 усеченных функций, что приводит к получению итогового нечеткого подмножества для переменной вывода.
6. На этапе дефаззификации полученное нечеткое число (итоговое нечеткое подмножество) преобразуется в чёткое число с помощью одного из метода деффузификации. В данном алгоритме будет применятся метод центра тяжести.

Все операции пересечения и объединения (MIN, MAX) в данном алгоритме вывода выполняются согласно определениям 6-7.

На рисунке 6 показан пример работы системы нечёткого вывода.

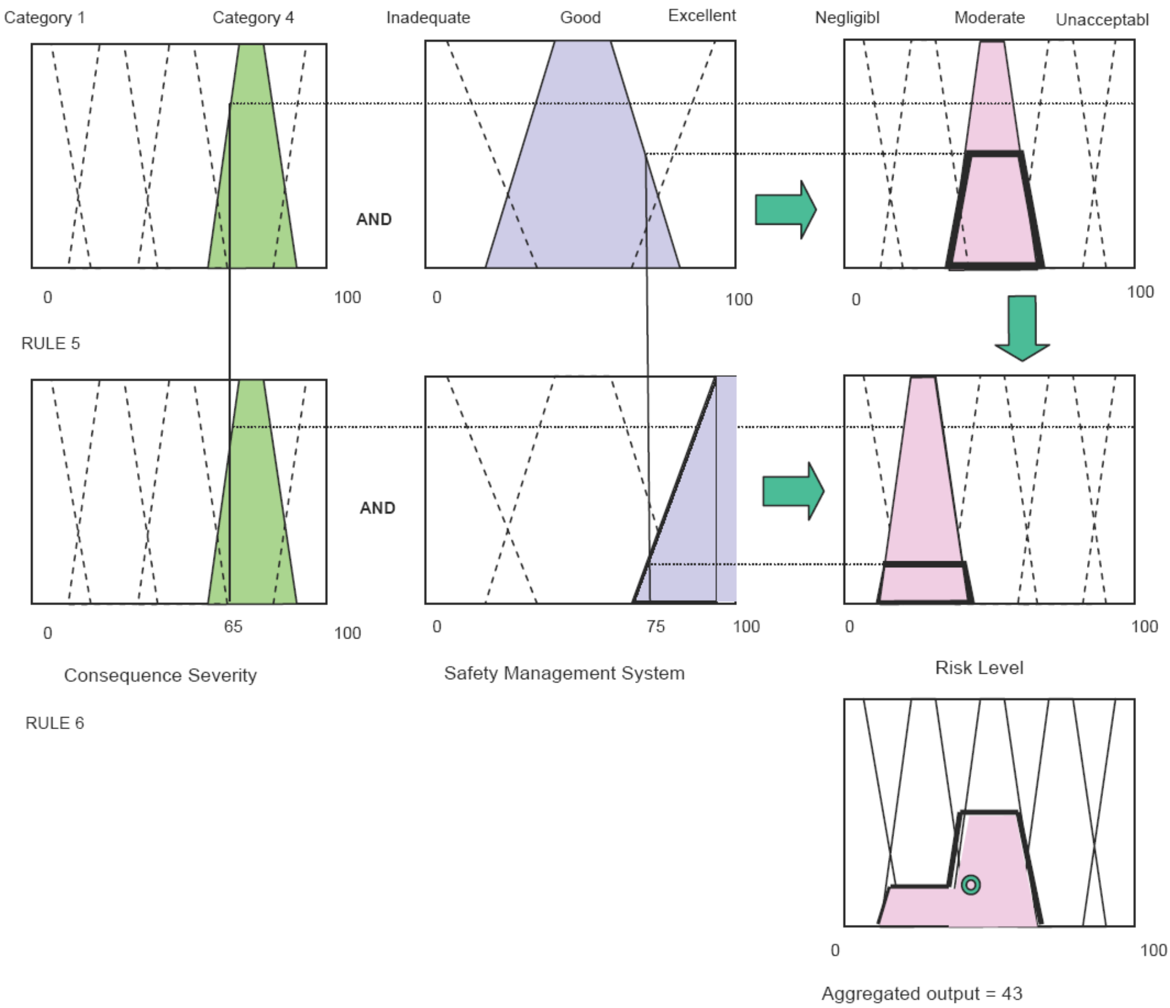


Рисунок 6. Пример работы нечёткой системы вывода (http://www.pandia.ru/text/77/231/34497.php).

3.3.Понятие Z-числа (по Л.А. Заде)

Проф. Л.А. Заде предложил описание неточной и частично истинной информации с помощью Z-чисел с целью преодоления очевидной сложности описания многоликой неопределенности (напр., надежность, степень истины, или вероятность) оперируемой в разных приложениях информации.

Определение 10. Z-число (англ. Z-number). Как уже было сказано, Z-число - это упорядоченная пара нечетких чисел, обозначающаяся как $Z=(A,B)$. Первый компонент A, является ограничением на значения вещественной неопределенной переменной X. Второй компонент, B, представляет меру надежности, или тесно связанные с ней понятия уверенности, вероятности, возможности и т.д., первого компонента (оценки). Z-число в виде двух треугольных нечётких чисел A и B (опр. 2) представлено на рис. 7.

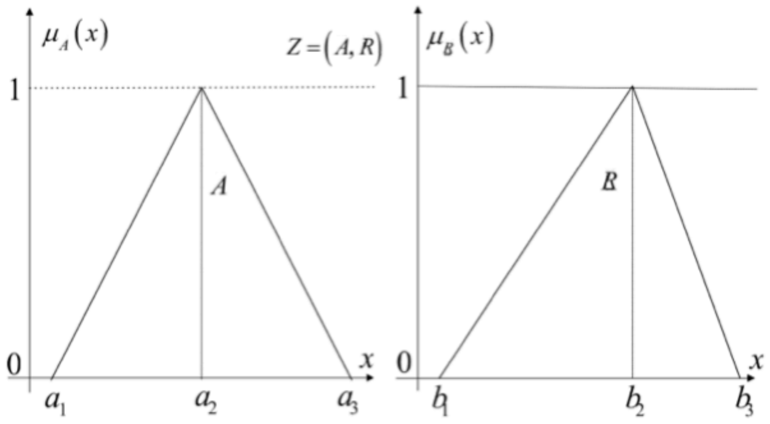


Рисунок 7 [5]. Графическое представление Z-числа.

Z-числа используются для описания (обобщения) информации о неопределенной переменной X в виде Z-оценки (Z-valuation), которая выражает оценку того, что вероятность “X есть (принимает значение) A” равна B.

Определение 11. Дискретное Z-число. Дискретное Z-число $Z=(A,B)$ это упорядоченная пара дискретных нечётких чисел (опр. 3)

Как известно, распределение вероятностей - одно из центральных понятий теории вероятностей и математической статистики. Определение распределения вероятностей равносильно заданию вероятностей всех случайных событий, описывающих некоторое случайное явление. Распределение вероятностей какой-либо действительной случайной величины x, возможные значения $x_1\ x_2, \ldots, x_n, \ldots$ которой образуют конечную или бесконечную последовательность, задается указанием этих значений и соответствующих им вероятностей $P\{x=x_n\}$: $p_1\ p_2, \ldots, p_n, \ldots$ (p_n должны быть положительными и в сумме составлять единицу) [16]. Второй компонент Z-числа оценивает уверенность или доверие эксперта, и зачастую за этими оценками скрывается некоторое вероятностное распределение (т.е. речь идет о субъективной и, как правило, вербальной оценке последней, полученной или сформулированной на основе опыта, заключений или наблюдений).

Определение 12. Z-оценка (англ. Z-valuation)**.** Z-оценкой называют упорядоченную тройку, которая трактуется как оператор (утверждение) $X\ is\ (A,B)$ (“X есть (A, B). X является неопределенной переменной, если A не состоит только из одной точки.

Если X является случайной величиной, то X представляет собой нечеткое событие R [1]. Вероятность этого события, p, может быть выражена как

$$p = \int_R \mu_A(u) p_X(u) du ,$$

где p_X является скрытой плотностью вероятности X. В действительности, Z-оценку (X, A, B) можно рассматривать как ограничение на X, которое определяется – выражением:

$$\Pr ob(X \ is \ A) \ is \ B .$$

Согласно теории возможностей Лотфи Заде значение функции принадлежности $\mu_A(x)$ показывает возможность того, что нечёткая величина A принимает значение x [20]. Z-оценка, по существу, является распределением возможности над распределением вероятностей, связанных с неопределенной переменной X. Как уже отмечалось выше, в числе - Z=(A, B) как в оценке, лежащее в основе распределение вероятностей p_X неизвестно, а известно только ограничение на p_X, которое может быть выражено следующим образом:

$$\int_R \mu_A(u) p_X(u) du \ is \ B$$

Одновременно, важно понимать и такой тонкий момент: нечёткое число B является ограничением на вероятностную меру значения A, а не на вероятность A. Если B определяет ограничение на вероятность, а не на вероятностную меру A, то (A , B) не является Z-числом [1].

Коллекция Z-оценок называется **Z-информацией**.

Определение 13. Z^+ -число (англ. Z^+-number)**.** Z^+ -число представляет собой сочетание (пару) нечеткого числа, A, и случайного числа, R, и записывается в виде упорядоченной пары $Z^+ = (A, R)$. В этой паре A играет ту же роль, что и в Z-числе, а R является распределением вероятностей случайной переменной X. На примере Z-оценки (X, A, B), R обозначает то самое скрытое распределение вероятностей X, о котором говорилось выше. Z^+ -число может быть выражено как (A, p_X) или (μ_A, p_X), а Z^{+} -оценка как (X, A, p_X) или (X, μ_A, p_X), где μ_A обозначает функцию принадлежности А, а p_X является распределением вероятностей (плотностью).

Скалярное произведение μ_A и p_X, $p_X \cdot \mu_A$, является вероятностной мерой, P_A, значения A, т.е. $\mu_A . p_X = P_A = \int \mu_A(u) p_X(u) du$.

Понятия Z-числа и Z^{+} -числа связываются следующим образом:

$$Z(A, B) = Z^{+}(A, \mu_A \cdot p_X \ is\ B)$$

Проблема работы с системой нечеткого вывода, описанной в Z-числах, заключается в том, что на данный момент не существует подходов получения вывода на основе такой системы, используя прямые манипуляции над этими Z-числами. Если к первой части Z-числа (обычному нечеткому числу) возможно применить известные методы вывода, то возникает вопрос, каким образом учитывать вторую оценочную часть числа.

Первый подход, который предлагается в данной работе, заключается в учете ограничения на уверенность в системе вывода, описанной в терминах Z-чисел, путём преобразования Z-чисел в классические нечёткие числа.

3.4. Преобразование Z-числа в нечёткое число

Пусть дано число $Z = (A, B)$, где $A = (\mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2, \mathrm{a}_3)$ и $B = (b_1, b_2, b_3)$ – два треугольных нечётких числа. Согласно работе [5], сведение двух нечётких чисел к одному происходит путём интегрирования второго нечёткого числа в первое. Оценка степени интеграции (вес) нечёткого числа *B* выражается следующим образом:

$$\alpha = \frac{1}{6}(b_1 + 4 \times b_2 + b_3) \tag{3}$$

После этого, можно добавить вес второй части к первой части, при этом взвешенное Z-число может обозначаться, как

$$Z^{\alpha} = (a_1, a_2, a_3;\ \alpha) \tag{4}$$

На заключительном этапе взвешенное Z-число преобразуется в классическое нечеткое число:

$$Z' = (a_1 \times \sqrt{\alpha}, a_2 a_1 \times \sqrt{\alpha}, a_3 a_1 \times \sqrt{\alpha}; 1); \tag{5}$$

Таким образом, имея систему нечёткого вывода, описанную в Z-числах, преобразованных в нечёткие числа, получаем возможность использовать алгоритм, описанный выше, что позволит получить выходные значения, учитывая оценку вероятности, которая заключается в Z-числах.

Для наиболее точного описания неопределенности в данной работе используется схема отображения наиболее часто используемых субъективных оценок вероятностей, предложенная в [15]. Эта схема была создана организацией Reclamation на основе ряда проведенных экспериментов, которые показывают, что, в разумных пределах, люди достаточно последовательны и имеют определенные эталонные понятия по отношению к оценками вероятностей, описанными естественным языком (NL). Эти результаты были подведены и трансформация устного значения вероятности в численное были предложены в виде схемы. Она определяет верхние и нижние числовые границы вероятностных оценок, и именно на её основе было построено нечёткое множество, элементы которого отражают оценку вероятностей (уверенности) (Таблица 1).

Таблица 1

Лингвистическая переменная Probability

Probability (P)	
Термы	Параметры
Impossible	(0, 0.01, 0.05)
Very Unlikely	(0.02, 0.1, 0.15)
Likely	(0.45, 0.5, 0.55)
Very Likely	(0.75, 0.9, 0.9)
Certain	(0.9, 0.99, 0.995)

3.5. Алгоритм применения метода преобразования “Z-число → обычное нечеткое число” в системе вывода

Рассмотрим предлагаемый к реализации в данной работе подход, основанный на применении преобразованных Z-чисел в системе нечёткого вывода.

Предположим, что дана система S, которая описывается лингвистическими переменными X, Y, Z:

$$X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$$

$$Y = \{y_1, y_2, \ldots, y_m\}$$

$$Z = \{z_1, z_2, \ldots, z_l\}$$

где $\{x_n\}, \{y_m\}, \{z_l\}$ - наборы лингвистических термов (вербальные метки), которые формально представляются треугольными нечёткими числами.

Также, имеется набор правил R вида:

$$R_i : IF\ X = x_n\ OP\ Y = y_m\ THEN\ Z = z_l,\ OP \in \{AND, OR\}$$

Опираясь на рассматриваемый в работе подход, каждый лингвистический терм из каждого входного множества дополняется значениями оцененной экспертами (domain engineers) надежности из множества P (Таблица 1). Аналогично, даётся оценка уверенности каждого правила R_i, но эта оценка приписывается вербрльным меткам выходной переменной. Таким образом, мы получаем новую систему S^z, описанную в терминах Z-чисел:

$$X^z = \{(x_1, P), (x_2, P), \ldots, (x_n, P)\}$$

$$Y^z = \{(y_1, P), (y_2, P), \ldots, (y_m, P)\}$$

$$Z^z = \{(z_1, P), (z_2, P), \ldots, (z_i, P)\}$$

База правил:

$$R_i^z : IF\ X^z = (x_n, P)\ OP\ Y = (y_m, P)\ THEN\ Z^z = (z_i, P)$$

Стоит обратить внимание, что количество значений, которые может принимать переменная Z^z равно количеству правил в системе, так как оценка надежности приписывается каждому правилу, и, в зависимости от этих оценок, изменяется набор термов переменной Z^z. Следовательно, количество термов выходной переменной становится равным числу правил.

Следующим шагом реализуемой процедуры становится преобразование всех Z-оценок системы S^z в обычные нечёткие числа. Это приводит к получению новой системы S', описанной в терминах классических нечётких чисел, но в эти числах уже будет заложена оценка уверенности. Полученная система выглядит следующим образом:

$$X' = \{x_1', x_2', \ldots, x_n'\}$$

$$Y' = \{y_1', y_2', \ldots, y_m'\}$$

$$Z' = \{z_1', z_2', \ldots, z_i'\}$$

$$R_i' : IF\ X' = x_n'\ OP\ Y' = y_m'\ THEN\ Z' = z_i'$$

Теперь к полученной системе можно применять алгоритм Мамдани, описанный в главе 3.2, либо любой другой [23] известный алгоритм нечёткого вывода, для получения выходных данных из имеющихся входных значений.

Благодаря такому подходу к использованию Z-чисел в системе нечёткого вывода появляется возможность более эффективно учитывать неопределенность при работе с приближенной, неточной информацией. С уверенностью можно сказать, что такой разработанный алгоритм может с большим успехом найти широкое применение в решениях как инженерных, так и экономических задач различного рода.

Следует отметить и недостаток предложенного подхода. Он заключается в том, что результат преобразования Z-чисел в классические нечеткие числа приводит к частичной потере исходной информации. Вторая часть числа преобразуется в чёткое число, от чего теряется заложенная первоначально неопределенность, описанная оценкой ограничения на уверенность в значениях, которые может принимать неопределенная переменная. Если в алгоритме нечёткого вывода переход к чёткости происходит на заключительном этапе вывода, то в случае использования преобразованных Z-чисел переход к чётким числам случается преждевременно. Результаты, полученные на основе такого выполнения вывода будут менее надежные, чем если бы этого перехода к чёткости на первом этапе не состоялось. Но возможность использования не модифицированных Z-чисел в системах пока что не разработана, и данный подход является единственным и оттого наиболее приемлемым.

Так как преобразование Z-числа $Z = (A, B)$ в нечёткое число заключается в умножении параметров первого компонента A на коэффициент, который подразумевает под собой оценку вероятности в виде чёткого числа, этот коэффициент k можно вычислить согласно формулам 3-5.

$$k = \sqrt{\frac{1}{6}(b_1 + 4b_2 + b_3)} \tag{6}$$

Так как множество нечётких значений переменной Probability принимает значения в интервале [0, 0.995], то значения параметров нечётких чисел этого множества не превышают единицу. Отсюда следует, что коэффициент k также не принимает значения больше единицы. При умножении первого нечёткого числа A в Z-числе на k , нечёткое число сместиться к началу координат, и чем большую неуверенность отражает оценка в виде B , тем меньше становиться число A при преобразовании и тем отличнее будут результаты вывода из второй системы от первой системы.

Чтобы сравнить и проанализировать результаты, которые получаются при работе вывода над двумя системами (S и S'), для оценки вероятности каждого значения лингвистических переменных системы выбираются значения, отражающие максимальную уверенность. Это необходимо для того, чтобы сравнение происходило при одинаковых условия, ведь при получении вывода из системы, не содержащей в себе этих оценок, подразумевается полная уверенность в значениях. Можно предположить, что при одинаковых входных данных, результаты, полученные из второй системы будут меньше результатов, полученных из первой системы в k раз или близко к этому значению, так как оценка надежности, отражающая полную уверенность представляется интервалом, а не одной точкой, и при преобразовании первые компоненты Z-чисел всё-таки незначительно уменьшаться. Для того, чтобы проверить эти предположения были проведены эксперименты, и в главе 6 рассматривается пример на конкретных нечётких системах, результаты работы вывода над которыми были получены с помощью разработанной программы.

Разработанная программа, которая является основным результатом представленной работы, может рассматриваться как инструмент получения нечетких заключений на основе систем (S или подобных ей), описанных в нечётких числах, и систем, аналогичных S' , использующих Z-числа и результаты их преобразования.

Программа дает наглядное представления работы системы вывода, позволяет провести эксперименты и сравнить результаты полученных выходных данных.

4. Реализация

4.1. Используемые технологии и инструменты

В качестве языка разработки был выбран язык программирования Java. Этот объектно-ориентированный, динамично развивающийся язык входит в первую десятку наиболее популярных языков программирования по рейтингу TIOBE Community Index (http://www.tiobe.com/index.php/content/paperinfo/tpci/index.html).

В разработке программы была использована Java библиотека jFuzzyLogic (http://jfuzzylogic.sourceforge.net/html/index.html) с открытым исходным кодом. Библиотека предлагает полностью функциональную реализацию системы нечеткого вывода, удобный интерфейс программирования и плагин для среды разработки Eclipse, которые позволяют легко писать и тестировать код приложений на основе нечетких систем [18].

Для описания нечётких систем разработанная программа использует язык нечёткого управления (Fuzzy Control Language, FCL), который был создан для работы с нечеткой логикой (*http://ffll.sourceforge.net/fcl.htm*).

4.2. Структура программы

Main.java - класс, предназначенный для отображения графического пользовательского интерфейса. С помощью этого класса отображается главное окно программы, в котором пользователь имеет возможность загрузить данные нечёткой и системы, после чего информация об этой нечёткой системе отображается в этом окне. Также класс предназначен для установления степеней надежности значений переменных нечёткой системы, и ввода входных данных, которые необходимы для работы системы.

zNumber.java – класс, предназначенный для работы с Z-числами. В классе реализуются методы, необходимы для выполнения преобразования Z-чисел в нечёткие числа.

Results.java – класс, предназначенный для отображения графического пользовательского интерфейса. С помощью этого класса отображается окно программы, к котором содержаться изображения графиков всех нечётких множеств и результаты работы системы нечёткого вывода для двух нечётких систем.

CreateFIS.java – класс, предназначенный для отображения графического пользовательского интерфейса. С помощью этого класса отображается окно программы, позволяющее получать информацию о нечёткой системе, которая создаётся пользователем в данный момент.

AddVariable.java – класс, предназначенный для отображения графического пользовательского интерфейса. С помощью этого класса отображается окно программы, позволяющее создавать новые переменные для нечёткой системы, путём добавления лингвистических термов.

CreateRules.java – класс, предназначенный для отображения графического пользовательского интерфейса. С помощью этого класса отображается окно программы, позволяющее создавать базу правил для нечёткой системы.

Converter.java – класс, предназначенный для отображения графического пользовательского интерфейса. С помощью этого класса отображается окно программы, позволяющее пользователю воздавать Z-число, путём ввода параметром первого компонента Z-числа и выбора второго компонента из предложенных. После чего, пользователь имеет возможность наблюдать, как работает метод преобразования Z-числа в классическое нечёткое число, на примере созданном им Z-числе.

4.3.Функциональные возможности

Разработанная программа даёт возможность моделировать систему (рис. 8), создавать лингвистические переменные и базу правил. После загрузки в программу созданной системы, или другой готовой системы (рис. 9) , написанной на языке FCL, предоставляется возможность выбора предложенных оценок уверенности (таб. 1). После ввода входных данных в виде чётких чисел, можно пронаблюдать работу системы нечёткого вывода по отображающимся графикам, сравнить результаты вывода из системы, описанной в нечётких числах, без учёта значений уверенности, а также системы, описанной в Z-числах, которые были преобразованы в нечёткие числа (рис. 10).

Кроме того, программа предлагает такую функциональную возможность, как визуализация работы метода преобразования Z-числа в нечёткое число без зависимости от какой-либо нечёткой системы. Пользователь вводит с клавиатуры параметры первого компонента Z-числа, затем выбирает второй компонент, после чего по отобразившимся графикам можно наблюдать результат преобразования (рис. 11).

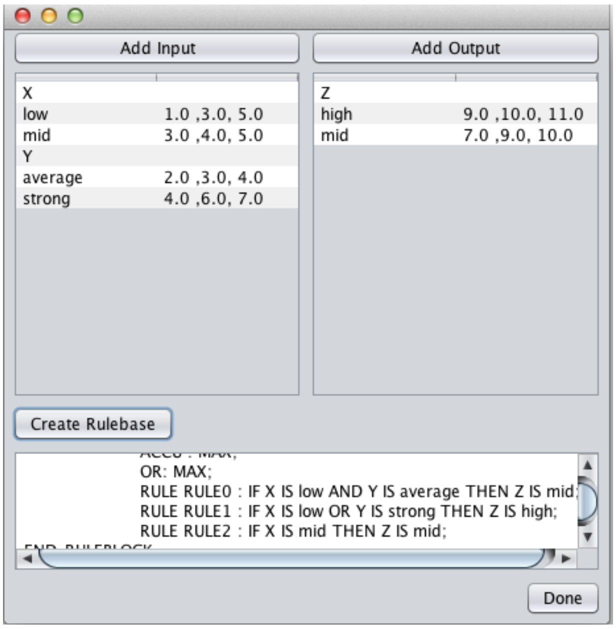


Рисунок 8. Создание нечёткой системы

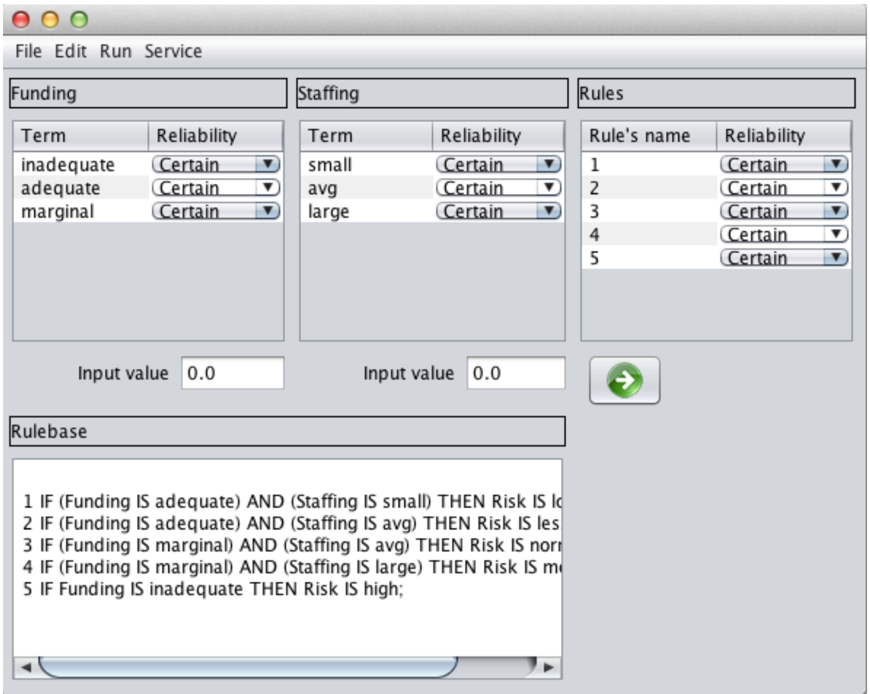


Рисунок 9. Главное окно программы.

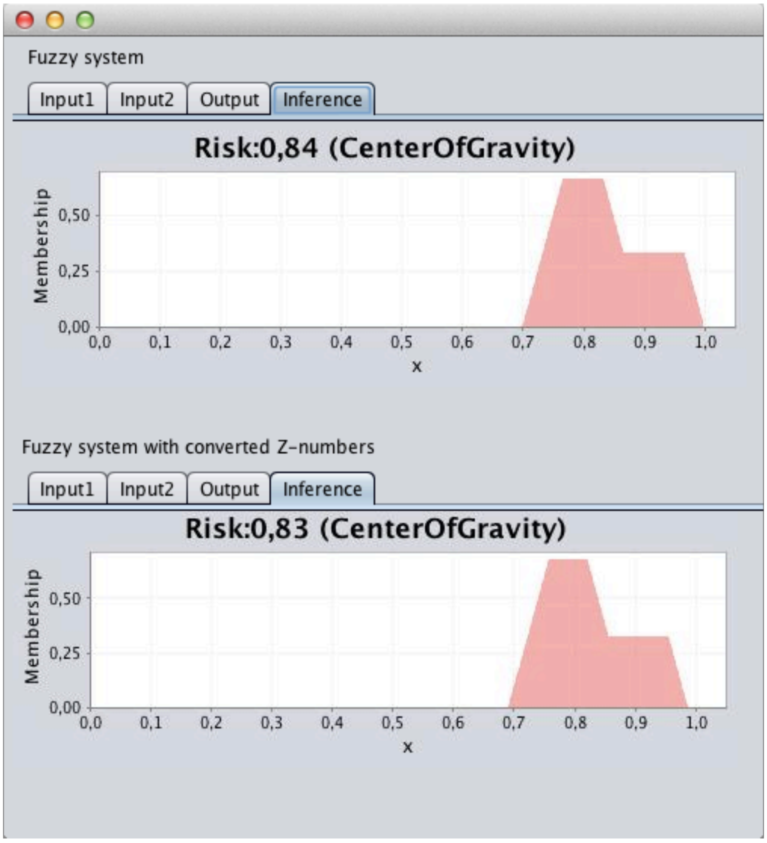


Рисунок 10. Результаты работы нечёткой системы.

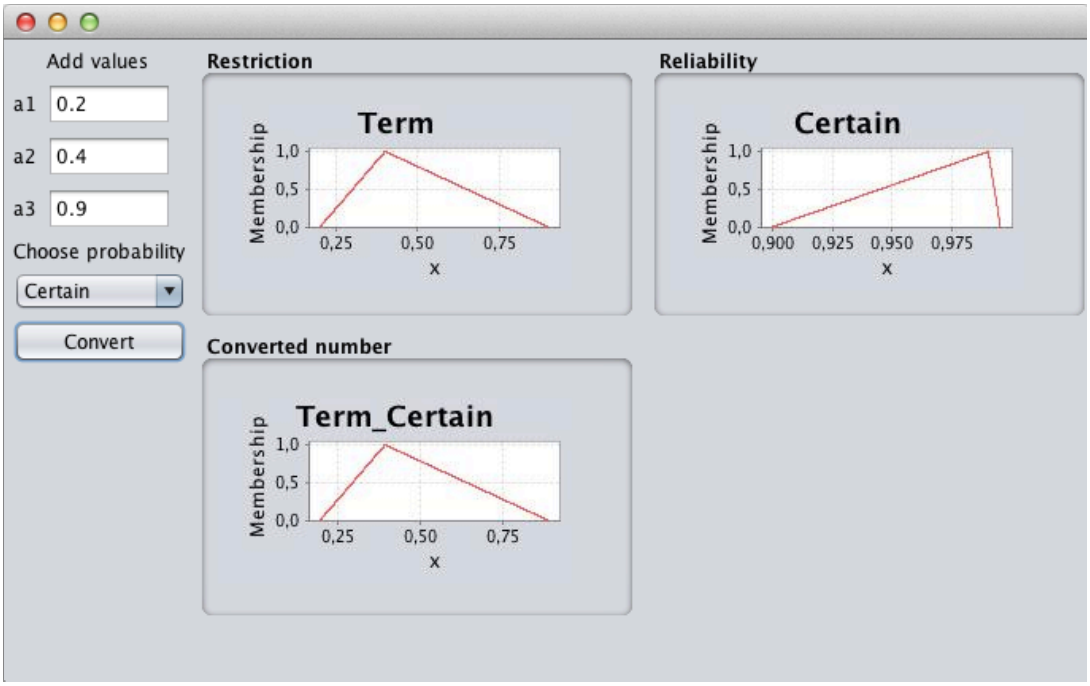


Рисунок 11. Преобразование Z-числа в нечёткое число.

5. Полученные результаты

Проиллюстрируем работу системы вывода на примере. Система содержит две входные переменные Funding (таб. 2) и Staffing (таб. 3).

Таблица 2

Входные лингвистические переменные

Funding		Staffing	
inadequate	(0, 0.1, 0.4)	Small	(0, 0.1, 0.4)
Marginal	(0.1, 0.4, 0.6)	Average	(0.1, 0.4, 0.6)
adequate	(0.5, 0.7, 1)	Large	(0.5, 0.9, 1)

Таблица 3

Выходная лингвистическая переменная

Risk	
low	(0, 0.2, 0.3)
Less normal	(0.2, 0.3, 0.5)
normal	(0.4, 0.6, 0.8)
More normal	(0.7, 0.8, 0.9)
high	(0.8, 0.9, 1)

База правил представлена в таблице 4.

Таблица 4

База правил нечёткой системы

RULE 1 : IF (Funding IS adequate) AND (Staffing IS small) THEN Risk IS low;
RULE 2 : IF (Funding IS adequate) AND (Staffing IS avg) THEN Risk IS lessNormal;
RULE 3 : IF (Funding IS marginal) AND (Staffing IS avg) THEN Risk IS normal;
RULE 4 : IF (Funding IS marginal) AND (Staffing IS large) THEN Risk IS moreNormal;
RULE 5 : IF (Funding IS inadequate) THEN Risk IS high;

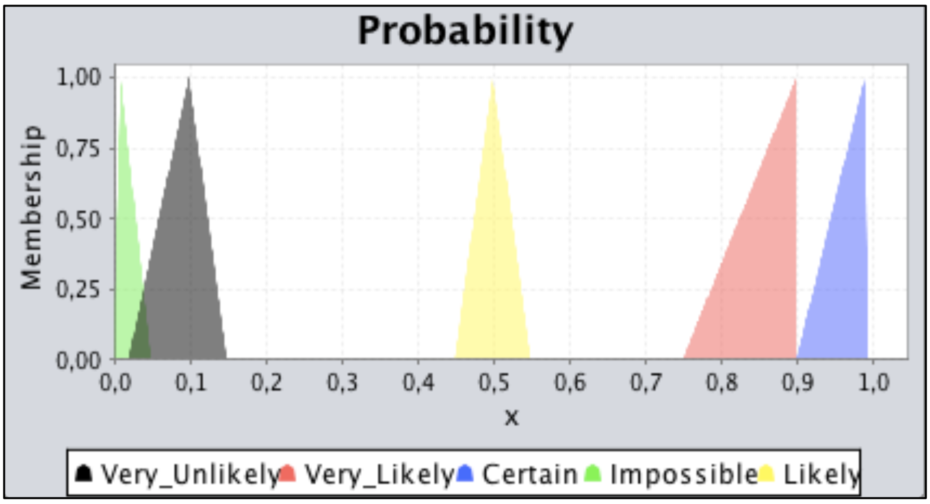


Рисунок 12. График лингвистических термов для оценки уверенности.

Так как программой предусмотрена возможность выбора оценки уверенности, выраженной лингвистическими термами переменной Probability (рис. 12), следуя алгоритму, описанному в главе 3.5, термам переменных и правилам даются оценки уверенности (рис. 13-14).

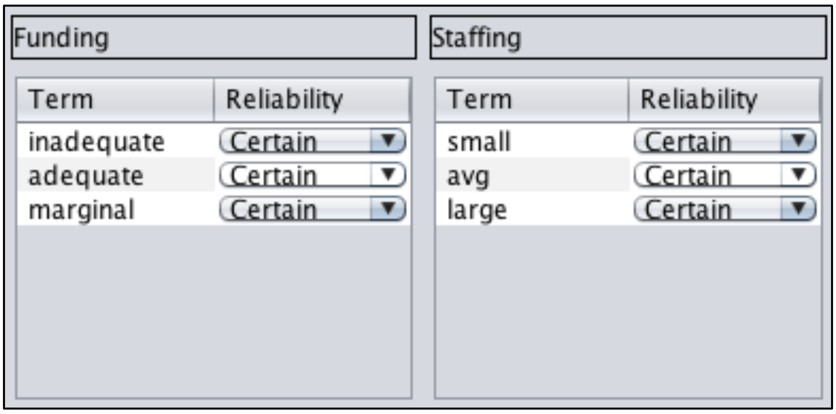
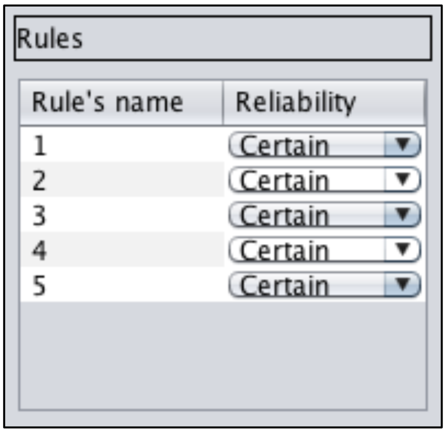


Рисунок 13. Значения уверенности для термов входных переменных


Rules

Rule's name	Reliability
1	Certain
2	Certain
3	Certain
4	Certain
5	Certain

Рисунок 14. Значения уверенности для термов выходной переменной

Целью эксперимента является сравнение результатов работы системы вывода на двух моделях нечётких систем. Так как сравнение должно проходить в одинаковых условиях, из предложенных оценок уверенности были выбраны значения, отражающие максимальную уверенность, так как при получении вывода из системы, не содержащей в себе оценки надежности значений, подразумевается полная уверенность в этих значениях.

На примере переменной Funding можно увидеть, как работает метод преобразования. На рисунке 15 изображён график функций принадлежности переменной без учёта данной вероятностной оценки. На рисунке 16 изображен график нечётких чисел, которые были получены в результате преобразования Z-чисел в нечёткие числа.

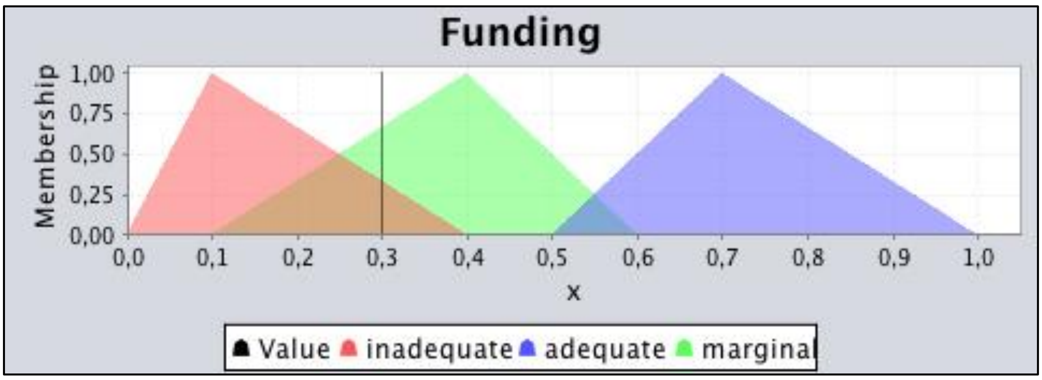


Рисунок 15. Нечёткие числа переменной Funding

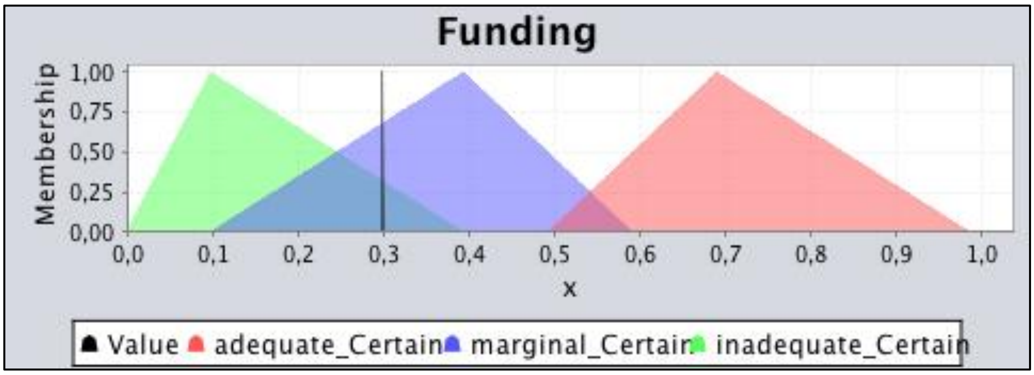


Рисунок 16. Z-числа переменной Funding, преобразованные в нечёткие числа

Можно заметить, как функции принадлежности незначительно сместились к началу координат. Определим коэффициент смещения.

Нечёткое число Certain имеет следующие параметры: (0.9, 0.99, 0.995) (табл. 1). Согласно формуле 6, коэффициент, за счёт которого смещаются нечёткие числа равен:

$$k = \sqrt{\frac{1}{6}(0.9 + 4 \cdot 0.99 + 0.995)} = 0{,}988$$

Разумно предположить, что при таких условиях выходные данные, полученные из второй системы, в среднем будут на 0,1% меньше, чем полученные из первой системы. На рис. 17 и рис. 18 даны результаты вывода при входных значениях:

Funding = 0.3, Staffing = 0.5

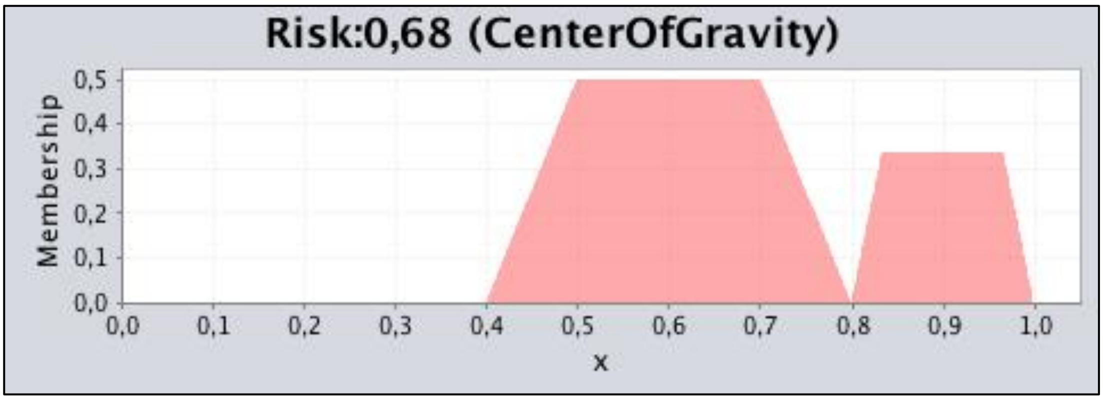


Рисунок 17. Итоговое нечеткое подмножество для переменной вывода системы, описанной в нечётких числах.

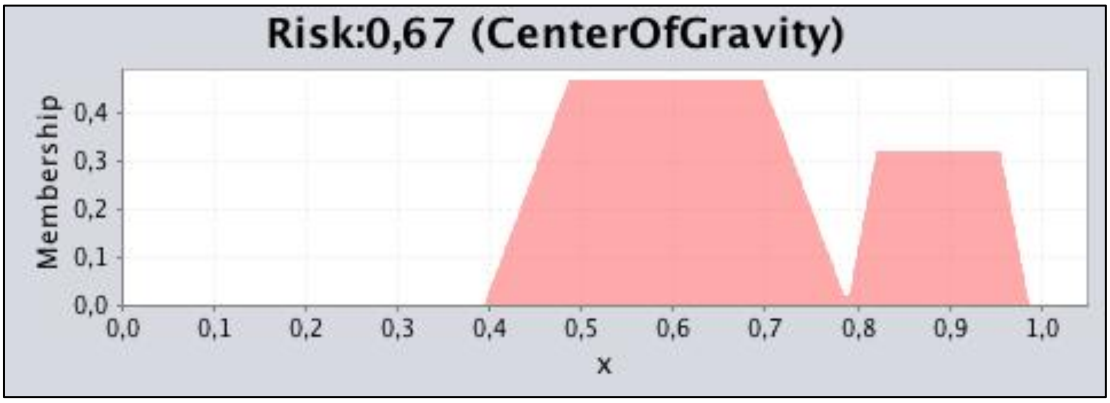


Рисунок 18. Итоговое нечеткое подмножество для переменной вывода системы, описанной в преобразованных Z-числах

На выходе получились следующие чёткие числа: первая система – 0,68; вторая система – 0,67. В этом случае выходное значение второй переменной меньше на 1,5%.

При проведении ряда экспериментов при различных входных данных, было замечено, что разница между результатами колебалась в интервале [0, 0.02], что составляет 0-2% (при сравнении чисел с точностью до двух знаков после запятой). В действительности, такая погрешность незначительна, в сравнении с полученной возможностью делать выводы из данных, учитывая при этом степень уверенности.

Главный недостаток такого способа внедрения Z-чисел в систему вывода заключается в том, что вычисления производятся над преобразованными числами, а модификация Z-чисел приводит к частичной потере исходной информации, о которой уже упоминалось на стр. 22. Не смотря на то, что авторы, предложившие метод преобразования Z-чисел в нечёткие числа, утверждают, что такой метод несёт минимальные потери информации, эти потери всё же есть, и именно поэтому в ходе исследования были предприняты шаги в разработке методики использования Z-чисел в чистом виде в системах нечёткого вывода.

6. Дальнейшая работа

Вопрос использования Z-чисел напрямую, без перехода от модели, описанной в Z-числах, к классическим нечётким моделям, остаётся открытым. Главная проблема заключается в том, чтобы определить, каким образом учитывать при выводе вторую часть числа, которая содержит в себе оценку уверенности. Если к первой части мы можем применить алгоритм Мамдани, при котором функции принадлежностей усекаются в зависимости от входных значений, то в случае со второй частью Z-числа, этот способ применить невозможно, так как степень уверенности описывается лингвистическим термом, и не имеется входного чёткого числа, которое бы позволило придать смысл «урезанию» соответствующих функций принадлежности .

Первая идея, которая была рассмотрена в ходе исследования, заключалась в том, чтобы в работе системы вывода, описанной с помощью Z-чисел, к первыми нечёткими числами переменных применять классический алгоритм вывода, как это описано в разделе 3.2, а ко вторым нечётким числам применять определенные операции. Так как механизм вывода основывается на выполнения операция MIN и MAX применительно к нечётким числам, рассмотрим предлагаемый подход на примере условия, состоящего из двух подусловий:

$X = (a_1, b_1)$ AND $Y = (a_2, b_2)$

В классической системе вывода, которая не содержит значений b_1 и b_1, для работы с данным условием к a_1 и a_2 применяется операция MIN, то есть выбирается минимальное значение истинности. Имея Z-числа, с первой частью мы продолжаем работать именно так, как это делается в случае классических нечётких чисел, а результирующую оценку степени уверенности при выполнении данного условия можно вычислять по предварительно составленной таблице (look-up table, Таблица 5)

(a_1, b_1) MIN (a_2, b_2) = (MIN $((\mu_{a_1}(x), \mu_{a_2}(x))$, $f_{AND}(b_1, b_2))$

где, $f_{AND}(b_1, b_2)$

Таблица 5

Результаты вычисления функции $f_{AND}(b_1,b_2)$

$f_{AND}(b_1,b_2)$	b_1	$\ldots$	b_n
b_1	c_1		
$\ldots$			
b_n			c_n

Аналогичном образом , по результирующей таблице $f_{OR}(b_1,b_2)$ вычисляется результат логической связки OR.

Стоит определить, будут ли значения $c_1 \ldots c_n$ приведены к элементам множества термов $\{b_1 \ldots b_n\}$. Если нет, то необходимо дать получившимся нечётким числам новые лингвистические значения.

За такими таблицами не могут стоять только лишь интуитивные предположения относительно получающихся оценок уверенности. Встаёт вопрос, что собой должна представлять функция $f(b_1,b_2) = b_1 \circ b_2$, и что должно лежать в основе операций над b_1 и b_2 .

Идея, которая была рассмотрена с целью решения этой проблемы, заключается в том, чтобы за основу операций между b_1 и b_2 взять бинарные операции T-норм и S-норм (определения 6-7, глава 3). Нам известно, что в алгоритме вывода Мамдани используются самые широко используемые T-нормы и S-нормы - MIN and MAX (определения 8-9, глава 3). Таким же образом, были рассмотрены варианты использования других T-норм и S-норм для вторых компонентов Z-чисел. К примеру, есть такие нормы, как пересечение по Лукасевичу, $T(a,b) = MAX(a+b-1,0)$, и объединение по Лукасевичу - $S(a,b) = MIN(a+b,1)$.

К сожалению, данный этап исследования не дал желаемых результатов, так как не удалось дать обоснование выбора той или иной нормы, отчасти потому, что возникли затруднения в интерпретации полученных результатов операций, в основе которых лежат используемые нормы.

В процессе подготовки выпускной квалификационной работы был получен доступ к материалу, в котором впервые были сформулированы арифметические операции над Z-числами, которые позволяют работать с такими числами без потери какой-либо важной информации. В [13] предложена арифметика над дискретными Z-числами (опр. 11, глава 3) с известными дискретными значениями распределения вероятностей, т.е. рассмотрены такие операции, как сложение, умножение, вычитание и деление, выполняемые над Z^+-числами, описанными в главе 3.3 (опр. 13).

Результат операций над Z-числами $Z_{12}^+ = Z_1^+ \circ Z_2^+$, $\circ \in \{+,-,\cdot,/\}$ определяется как:

$$Z_1^+ \circ Z_2^+ = (A_1 \circ A_2, R_1 \circ R_2),$$

где R_1 и R_2 являются дискретными распределениями вероятностей:

$$p_1 = p_1(x_{11})/x_{11} + p_1(x_{12})/x_{12} + \ldots + p_1(x_{1n})/x_{1n},$$
$$p_2 = p_2(x_{21})/x_{21} + p_2(x_{22})/x_{22} + \ldots + p_2(x_{2n})/x_{2n}$$

В алгоритме предлагается вычислить $A_{12} = A_1 \circ A_2$ и $p_{12} = p_1 \circ p_2$, а затем, так как из определения Z+ числа нам известно, что $\mu_A \cdot p_X \ is\ B$, дальнейшие вычисления сводятся к решению задачи линейного программирования.

Так как зачастую, операции MIN (AND) и MAX (OR) эквивалентны операциям сложения и умножения, следующий подход, который был рассмотрен в ходе работы состоял из того, чтобы заимствовать из предложенных профессором Алиевым арифметических операций манипуляции над вторыми частями чисел для разрабатывающейся системы вывода. Естественно, что в таком случае для системы потребуется дополнительная информация в виде распределения вероятностей для всех нечётких чисел.

Но в ходе детального изучения становиться ясно, что результаты выполнения операций над вторыми компонентами неопределенных переменных абсолютно зависят он первых компонентов, и, рассматривая их отдельно и применяя какие-либо не зависящие друг от друга операции, что и задумывалось делать в работе системе вывода, скорее всего будут получены непригодные и ненадежные результаты.

Таком образом, проблема использования не модифицированных Z-чисел остаётся нерешенной, но был сделан большой шаг в создании способа использования новой концепции в системах нечёткого вывода, и уже сейчас этот способ может быть использован в решении определенных задач моделирования и принятия решений.

8. Заключение

Результатом данной работы является разработанный подход к использованию Z-чисел в системе нечёткого вывода путём преобразования Z-чисел в классические нечёткие числа.

В результате были решены следующие задачи:

1. Изучены существующие подходы и алгоритмы работы с Z-числами.
2. Разработан алгоритм использования преобразованных Z-чисел (Z-число ---> обычное нечеткое число) в системах нечёткого вывода
3. Изучены возможности использования Z-чисел в системе вывода без их предварительной модификации (преобразования), выявлены проблемы создания алгоритма нечёткого вывода, основанного на не модифицированных Z-числах.
4. Разработана программа нечёткого вывода.
5. Проведены эксперименты и сделан анализ полученных результатов.

В качестве программной реализации был разработан программный продукт «Программа нечёткого вывода с использованием Z-оценивания неопределенности». В данной реализации использован алгоритм нечёткого вывода, основанный на преобразовании Z-чисел в нечёткие числа.

В качестве направления для дальнейшей работы можно выделить разработку алгоритма использования арифметики дискретных Z-чисел в системах нечёткого вывода с целью полноценного внедрения Z-информации в механизмы вывода, что принесёт наименьшие потери информации, содержащейся в Z-числах.

9. Список использованных источников

1. Zadeh, L. A. A Note on Z-numbers / Zadeh, L. A. // Information Sciences. – 2011. – №181. - С. 2923-2932.
2. Zadeh, L.A. Fuzzy sets / Zadeh, L.A. // Information and Control. – 1965. – №8(3).
3. Chou, Ch. Ch. The canonical representation of multiplication operation on triangular fuzzy numbers / Chou, Ch. Ch. // Computers & Mathematics with Applications. – 2003 – №45. – С. 1601-2610.
4. Yager, R. R. On Z-valuations using Zadeh`s Z-numbers / Yager, R. R. // International Journal of Intelligent Systems. – 2012 – №27. – С. 259-278.
5. Kang, B., Wei, D., Li, Y., Deng, Y. A method of converting Z-number to classical fuzzy number // Kang, B., Wei, D., Li, Y., Deng, Y. – Journal of Information & Computational Science – 2012 –№9(3) – С. 703-709.
6. Kang B., Wei D., Li Y., Deng Y. Decision Making Using Z-numbers under Uncertain Environment / Kang B., Wei D., Li Y., Deng Y. // Journal of Information & Computational Science – 2012 – №8(7) – С. 2807-2814.
7. Aliev, R.A., Zeinalova, L. M. Decision-making under Z-information / Aliev, R.A., Zeinalova // Human-centric decision-making models for social sciences – 2013. – Springer-Verlag – С. 233-252.
8. Xexeo, G. Fuzzy logic / Xexeo, G. // Computing Science Department and Systems and Computing Engineering Program Federal University of Rio de Janeiro Brazil.
9. Bai, Y., Wang, D. Fundamentals of Fuzzy Logic Control / Bai, Y., Wang, D. // Fuzzy Sets, Fuzzy Rules and Defuzzifications Advanced Fuzzy Logic Technologies in Industrial Applications. Springer – 2006. – С. 17-36.
10. Salari, M., Bagherpour, M., Wang, J. A novel earned value management model using Z-number / Salari, M., Bagherpour, M., Wang, J. // Int. J. Applied Decision Sciences – 2014. – №7(1).
11. Khorasani, E.S., Patel, P., Rahimi, S., Houle, D. An inference engine toolkit for computing with words / Khorasani, E.S., Patel, P., Rahimi, S., Houle, D. // Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing – 2013. – №4(4).
12. Saade, J.J. A Defuzzification Based New Algorithm for the Design of Mamdani-Type Fuzzy Controllers / Saade, J.J // Mathware & Soft Computing – 2000. – №7 – С. 159-173.
13. Aliev, R.A., Alizadeh, A.V., Huseynov, O.H. The arithmetics of discrete Z-numbers – 2012 (подготовлена для публикации в изд-ве World Scientific в 2014 г.).

14. Fuller, R. Fuzzy Reasoning and Fuzzy Optimization / Fuller, R. // Turku Centre for Computer Science – 1998.
15. Subjective Probability and Expert Elicitation / U.S. Department of the Interior – 2012.
16. Математический энциклопедический словарь. / Гл. ред. Ю.В.Прохоров; Ред. кол.: С.И.Адян, Н.С.Бахвалов, В.И.Битюцков и др. - М.: Сов. энциклопедия, 1988. - 847 с.
17. Штовба С.Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику. / Винница: Континент-Прим. – 2003. – 198 с.
18. Cingolani, P., Alcala-Fdez, J. jFuzzyLogic: a Java Library to Design Fuzzy Logic Controllers According to the Standard for Fuzzy Control Programming / Cingolani, P., Alcala-Fdez, J. // International Journal of Computational Intelligence Systems – 2013 – №6 (1) – С. 61-75.
19. Zadeh, L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility/ Zadeh, L.A. // Fuzzy Sets and Systems – 1978 – №1 – С. 3-28.
20. Castillo, O., Melin, P. Type-2 Fuzzy Logic Theory and Applications / Castillo, O., Melin, P // Springer-Verlag – 2008.
21. Gorzalczany, M. B. A Method of Inference in Approximate Reasoning Based on Interval-Valued Fuzzy Sets / Gorzalczany, M. B. // Fuzzy Sets and Systems – 1987. – №21 – С. 1–17.
22. Gilboa I., Schmeidler D. Additive Representations of Non-Additive Measures and the Choquet Integral / Gilboa I., Schmeidler D. // Discussion Paper – 1992. - №985.
23. Benjamin Knapp, R. Fuzzy Sets and Pattern Recognition / Benjamin Knapp, R. // Princeton University Computer Science Department – 1996-2004.