**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования   
"Национальный исследовательский университет   
"Высшая школа экономики"**

Московский институт электроники и математики

Департамент прикладной математики

**Рабочая программа дисциплины**

**Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

для образовательной программы «Прикладная математика»

направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»

уровень « бакалавр»

Разработчик программы: Лившиц М.И., канд. физ.-мат. наук, доцент, mlivshits@hse.ru

Одобрена на заседании департамента прикладной математики

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2015 г.

Руководитель департамента А. В. Белов \_\_\_\_\_\_\_\_ [подпись]

Рекомендована Академическим советом образовательной программы

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2015 г., № протокола\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Утверждена «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2015 г.

Академический руководитель образовательной программы

Л. А. Манита \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ [подпись]

Москва, 2015

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы*

# 1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 01.03. 04 Прикладная математика подготовки бакалавра, изучающих дисциплину «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Программа разработана в соответствии с:

* Образовательным стандартом ФГОС ВПО по направлению подготовки бакалавра;
* Образовательным стандартом университета ВШЭ по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика от 28.11.2014.

# 2 Цели освоения дисциплины

− знакомство с основными понятиями и методами линейной алгебры как основы значительной части математического аппарата дифференциальных уравнений, функционального анализа, теории вероятностей, математической статистики и других дисциплин;

– освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины;

− развитие способности интерпретации формальных математических структур;

− развитие четкого логического мышления, навыков оперирования абстрактными понятиями;

− умение содержательно интерпретировать результаты решения прикладных задач;

# 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

* Знать понятия, используемые в теории, методах и приложениях в других математических дисциплинах.

Понимать доказательства ключевых теорем курса.

* Уметь применять свои знания в указанных областях при решении конкретных задач.
* Иметь навыки использования математического аппарата дисциплины в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности

Иметь навыки формализации неформальных рассуждений.

Формируемые компетенции определяются универсальными компетенциями

УК1-УК10 образовательного стандарта от 28. 11. 2014. Дисциплине в большей мере соответствуют компетенции УК - 1, УК - 5 и УК - 7.

В результате освоения дисциплины студент приобретает необходимые возможности для освоения следующих компетенций:

способность к работе в коллективе, кооперации с коллегами, способностью в качестве руководителя подразделения, лидера группы сотрудников формировать цели команды, принимать организационно-управленческие решения в ситуациях риска и нести за них ответственность, предупреждать и конструктивно разрешать конфликтные ситуации в процессе профессиональной деятельности;

способность логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь на русском языке, готовить и редактировать тексты профессионального назначения, публично представлять собственные и известные научные результаты, вести дискуссии;

способность к логически правильному мышлению, обобщению, анализу, критическому осмыслению информации, систематизации, прогнозированию, постановке исследовательских задач и выбору путей их решения на основании принципов научного познания;

способность самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей профессиональной деятельности;

способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применять соответствующий физико-математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения;

способность применять математический аппарат, в том числе с использованием вычислительной техники, для решения профессиональных задач;

способность готовить научно-технические отчеты, обзоры, публикации по результатам выполненных работ.

# 4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к математическому и естественно - научному циклу и блоку дисциплин, обеспечивающих математическую подготовку.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

* элементарная алгебра,
* элементарная геометрия.

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

* простейшие базисные факты, алгебры, геометрии, и математического анализа.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении различных математических дисциплин и их приложений.

# 5 Тематический план учебной дисциплины

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Название раздела | Всего часов | Аудиторные часы | | | Самостоятель  ная ра  бота |
| Лекции | Семи  нары | Практи  ческие занятия |
| 1 | Матрицы и определители второго и третьего порядка | 19 | 4 | 5 |  | 10 |
| 2 | Векторная алгебра на плоскости и в пространстве | 26 | 6 | 6 |  | 14 |
| 3 | Скалярное, векторное, смешанное произведения на плоскости и в пространстве | 22 | 5 | 5 |  | 12 |
| 4 | Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве | 35 | 8 | 9 |  | 18 |
| 5 | Кривые и поверхности второго порядка | 30 | 6 | 8 |  | 16 |
| 6 | Комплексные числа и многочлены | 34 | 8 | 8 |  | 18 |
| 7 | Алгебра матриц. Определители порядка *n* | 41 | 6 | 13 |  | 22 |
| 8 | Системы линейных уравнений и элементарные преобразования матриц | 32 | 6 | 8 |  | 18 |
| 9 | Линейные подпространства в пространстве n . | 46 | 8 | 12 |  | 26 |
| 10 | Линейные операторы и их матрицы. | 37 | 8 | 9 |  | 20 |
| 11 | Собственные числа и векторы  линейного оператора в пространстве n. | 33 | 7 | 8 |  | 18 |
| 12 | Евклидовы пространства | 40 | 8 | 10 |  | 22 |
| 13 | Квадратичные формы | 32 | 6 | 8 |  | 18 |
|  | ИТОГО | 427 | 86 | 109 |  | 232 |

# 6 Формы контроля знаний студентов

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тип контроля | Форма контроля | 1 год | | | | Параметры |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Текущий  (неделя) | Контрольная работа | 5 | 5 | 5 |  | Письменная работа 80 минут |
| Домашнее задание |  | 6 |  | 6 | Письменная работа |
| Итоговый | Экзамен |  | \* |  | \* | Устный |

## 6.1 Критерии оценки знаний, навыков

На контрольной работе студент должен продемонстрировать умение применять математический аппарат к решению конкретных задач.

В домашней работе студент должен самостоятельно применить изученные методы к решению поставленных задач и приготовить отчет по результатам выполненной работы.

На зачете студент должен продемонстрировать знание основных понятий и их логических связей, умение применять различные методы к решению задач курса.

На экзамене студент должен продемонстрировать знание основных понятий и их логических связей, умение применять различные методы к решению задач курса.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

# 7 Содержание дисциплины

Раздел 1. Матрицы и определители второго и третьего порядка. (9 часов)

Разложение определителя по строке. Алгебраические дополнения. Свойства определителей второго и третьего порядка.

Самостоятельная работа - 10 часов

Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве. (12 часов)   
 Свойства линейных операций над векторами. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис в трехмерном пространстве; координаты вектора в данном базисе.

Самостоятельная работа - 14 часов

Раздел 3. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. (10 часов)

Свойства проекций вектора на вектор и ось. Длины векторов, углы между векторами. Ортогональные векторы. Площади многоугольников на плоскости и пространстве. Объемы многогранников. Нахождение плоских и двугранных углов.

Самостоятельная работа - 12 часов

Раздел 4. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. (17 часов)

Прямые и плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Расстояния между прямыми и плоскостями.

Самостоятельная работа - 18 часов

Раздел 5. Кривые и поверхности второго порядка. (14 часов)

Определение эллипса, гиперболы и параболы и их канонические уравнения. Классификация кривых второго порядка. Преобразования системы координат на плоскости и построение кривых. Поверхности второго порядка.

Самостоятельная работа - 16 часов

Раздел 6. Комплексные числа и многочлены. (16 часов)

Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Формула Муавра. Действия над комплексными числами. Извлечение корня *n*-й степени из комплексного числа.

Наибольший делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Корни многочленов. Теорема Безу. Теорема Гаусса. Неприводимые многочлены с комплексными и вещественными коэффициентами. Разложение многочлена на неприводимые многочлены.

Самостоятельная работа - 18 часов

Раздел 7. Алгебра матриц. Определители порядка *n*. (19 часов)

Элементарные преобразования, ступенчатые матрицы и матрицы главного ступенчатого вида. Линейные операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц и элементарные матрицы. Ранг матрицы.

Свойства умножения матриц. Транспонированная матрица. Свойства определителей порядка *n* . Определитель произведения матриц

Обратная матрица и способы ее нахождения. Теорема Крамера.

Самостоятельная работа - 22 часа

Раздел 8. .Системы линейных уравнений и элементарные преобразования матриц. (14 часов)  
 Классификация систем линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Свойства их решений.

Самостоятельная работа - 18 часов

Раздел 9. Линейные подпространства в пространстве n . (20 часа)

Линейно зависимые и независимые системы векторов в n

Базис системы векторов, теорема о его существовании. Линейная оболочка системы векторов. Линейные подпространства и решения однородных систем линейных уравнений. Действия над линейными подпространствами.

Ранг системы векторов. Преобразование координат вектора при изменении базиса.

Самостоятельная работа - 26 часов

Раздел 10. Линейные операторы в пространстве n .(17 часов)

Матрица линейного оператора и ее свойства. Ядро и образ линейного оператора.

Изменение матрицы при изменении базиса пространства.

Самостоятельная работа - 20 часов

Раздел 11. Собственные числа и векторы линейного оператора в пространстве n..(15 часов)

Собственные значения и собственные векторы линейных операторов; их нахождения. Характеристический многочлен. Условия диагонализируемости оператора. Собственные подпространства и их размерности. Классификация линейных операторов на плоскости и в пространстве.

Самостоятельная работа - 18 часов

Раздел 12. Евклидовы пространства En .(18 часов)

Неравенство Коши – Буняковского. Ортогональные системы векторов и процесс ортогонализации. Матрица Грама. Проекция вектора а подпространство. Метод наименьших квадратов.

Самосопряженные операторы, их матрицы и собственные числа. Ортогональные операторы и их классификация на плоскости и в пространстве.

Самостоятельная работа - 22 часа

Раздел 13. Квадратичные формы. (14 часов)

Матрицы квадратичных форм. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно-определенные квадратичные формы и критерий Сильвестра. Приведение уравнения поверхности 2-го порядка к каноническому виду.

Самостоятельная работа - 18 часов

# 8 Образовательные технологии

При реализации различных видов учебной работы используются активные и интерактивные формы проведения занятий - разбор практических задач, обсуждение основных понятий, теорем и алгоритмов решений задач дисциплины в их взаимосвязях; указание на связи с другими математическими дисциплинами.

# Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

## Тематика заданий текущего контроля

Контрольная работа 1: Вычисление углов многоугольника и его площади. Вычисление объема треугольной пирамиды, площади ее поверхности, двугранных углов и длины высоты.

Контрольная работа 2: Уравнения прямых и плоскостей на плоскости и в пространстве.

Контрольная работа 3: Решение систем линейных уравнений; линейные подпространства. Умножение матриц, нахождение обратной матрицы, решение матричных уравнений; вычисление определителей.

Домашняя работа 1: Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Комплексные числа.

Домашняя работа 2: Матрицы линейных операторов и базисы. Собственные векторы, квадратичные формы. Действие линейных операторов в Евклидовых пространствах, метод наименьших квадратов.

## Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Примерный перечень вопросов к экзамену по всему курсу или к каждому промежуточному и итоговому контролю для самопроверки студентов.

1. Свойства линейных операций над векторами на плоскости и в пространстве. Линейная зависимость систем векторов; коллинеарные и компланарные векторы. Базис на плоскости и в пространстве. Проекция вектора на числовую ось. Координаты вектора.

2. Свойства скалярного, векторного и смешанного произведений. Определение угла между векторами, площади треугольников и объемы параллелепипедов; условия коллинеарности и компланарности векторов при их координатном задании.

3. Общее уравнение прямой на плоскости и общее уравнение плоскости в пространстве. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве. Формулы расстояний от точки до прямой и от точки до плоскости. Взаимное расположение точек, прямых и плоскостей.

4. Классификация кривых второго порядка. Геометрические определения эллипса, гиперболы и параболы и их канонические уравнения. Сдвиги и повороты системы координат.

Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения и канонические уравнения поверхностей второго порядка.

5. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы чисел. Формула Муавра. Корни. Фундаментальная теорема алгебры. Кратность корня. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Неприводимые многочлены.

6. Элементарных преобразования матриц. Ступенчатый и главный ступенчатый вид матрицы. Приведение матрицы к главному ступенчатому виду. Единственность главного ступенчатого вида.

7. Элементарные преобразования и равносильность систем линейных уравнений; классификация систем. Запись решения системы уравнений в векторном виде. Однородные системы линейных уравнений. Свойства их решений.

8. Сумма и произведения матриц. Ассоциативность. Умножение и ранг. Обратная матрица и критерий ее существования. Ранг матрицы. Невырожденные матрицы.

9. Определители и их свойства. Определитель произведения. Критерий невырожденности матрицы. Нахождение обратной матрицы. Формула Крамера.

10. Координатные *n*-мерные пространства. Линейная зависимость и независимость. Систем векторов. Базис и размерность пространства.

11. Линейные подпространства. Линейная оболочка, ее базис и размерность. Пространство решений однородной системы линейных уравнений. Его базис и размерность. Пересечения и сумма подпространств.

11. Линейные операторы и их матрицы. Примеры матриц операторов. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Описать линейные преобразования на плоскости и в пространстве.

Собственные векторы, собственные числа и корни характеристического многочлена. Размерность собственного подпространства и кратность корня. Диагонализуемость матрицы оператора.

12. Евклидовы пространства. Скалярное произведение. Неравенство Коши. Матрица Грама. Ортонормированные базисы. Нахождение проекции вектора на подпространство. Метод наименьших квадратов.

Определить самосопряженные и ортогональные операторы. Изложить свойства их матриц, собственных чисел и собственных векторов. Классификация ортогональных операторов на плоскости и в пространстве.

13. Дать определение квадратичной формы и ее матрицы. Вывести формулу преобразования матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичных форм. Классификация кривых и поверхностей второго порядка. Положительно-определенные квадратичные формы и критерий Сильвестра.

## 10 Порядок формирования оценок по дисциплине

## Преподаватель оценивает работу студентов на практических занятиях: активность студентов в дискуссиях, правильность решения задач на семинаре. Оценки за работу на семинарских и практических занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских и практических занятиях определяется перед промежуточным или итоговым контролем - *Оаудиторная*.

Преподаватель оценивает самостоятельную работу студентов: правильность выполнения домашних работ, задания для которых выдаются на семинарских занятиях. Оценки за самостоятельную работу студента преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за самостоятельную работу определяется перед промежуточным или итоговым контролем – *Осам. работа*.

Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

О*накопленная*= 0,6\**Отекущий* + 0,2\*Оауд + 0,2\*Осам.работа .

где*Отекущий* рассчитывается как взвешенная сумма всех форм текущего контроля, предусмотренных в РУП

*Отекущий* = 0,5*·Ок/р +* 0,5*·Одз* .

Способ округления накопленной оценки текущего контроля: в пользу студента.

Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

*Орезульт =* 0,5*\*Онакопл +* 0,5*\*Оэкз* .

Способ округления накопленной оценки итогового контроля в форме экзамена: в пользу студента. Изложение строится по разделам и темам. Содержание темы может распределяться по лекционным и практическим занятиям. На экзамене студент может получить дополнительный вопрос (дополнительную практическую задачу, решить к пересдаче домашнее задание), ответ на который оценивается в 1 балл.

# 11 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

## 11.1 Основная литература

**Попов В.Л., Сухоцкий Г.В.** Аналитическая геометрия, М.,МИЭМ, 1999.

**Винберг Э. Б..** Курс алгебры. М., «Факториал Пресс», 2002.

**Гельфанд И. М..** Лекции по линейной алгебре. М., «Добросвет», 2007.

**Яковлев И. В..** Линейная алгебра. М., МИЭМ, 2010.

**Проскуряков И.В.** Сборник задач по линейной алгебре. М.:Ла­боратория базовых знаний, 2003.

## 11.2 Дополнительная литература

Кострикин А.И. Введение в алгебру.М.:Физматлит, 2001.

Кострикин А.И., Манин Ю.И.. Линейная алгебра и геометрия. С.-Петербург:Лань, 2005.