**Правительство Российской Федерации**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования**

**Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"**

**Факультет**

**Программа дисциплины**

**ВВЕДЕНИЕ В ПРОБЛЕМЫ И МЕТОДЫ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ДИАГНОСТИКИ**

**для направления**

Автор программы: **д.ф.-м. н. Дарховский Борис Семенович**

Одобрена на заседании кафедры

Математические методы системного анализа

Зав. кафедрой Попков Ю.С. «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2015 г.

Рекомендована секцией УМС

«Прикладная математика и информатика » «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20 15 г.

Председатель.

Утверждена Ученым Советом

факультета компьютерных наук «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2015 г.

Ученый секретарь \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Москва, 2015**

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями  
университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*

# Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления подготовки **01.04.02. «Прикладная математика и информатика»**, обучающихся по магистерской программе.

Программа разработана в соответствии с:

* Образовательным стандартом государственного образовательного бюджетного учреждения высшего профессионального образования «Государственный университет – Высшая школа экономики», в отношении которого установлена категория «Национальный исследовательский университет»;
* Рабочим учебным планом университета подготовки бакалавра по направлению 01.04.02. «Прикладная математика и информатика», утвержденном в 2015 г.

# Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Введение в проблемы и методы вероятностной диагностики» является

**-** ознакомление с основными понятиями и методами обнаружения изменений во временных рядах и методологией неасимптотического оценивания функционалов в шуме

# Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

**знать:**

постановки задач обнаружения изменений во временных рядах и оценивания функционалов в шуме;

современные математические методы обнаружения моментов изменения механизма генерации временных рядов;

современные математические методы оценивания функционалов в шуме.

**уметь:**

- ставить задачи вероятностной диагностики при обработке реальных данных;

- создавать компьютерные программы для решения задач вероятностной диагностики.

**владеть**

- статистической обработкой реальных массивов данных;

- научной картиной мира;

навыками самостоятельной работы с современными средствами

обработки информации ;

- математическим моделированием физических задач.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

| **Компетенция** | **Код по ФГОС / НИУ** | **Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)** | **Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции** |
| --- | --- | --- | --- |
| Общенаучная | ОНК-1 | Способность к анализу и синтезу на основе системного подхода | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Общенаучная | ОНК-2 | Способность перейти от проблемной ситуации к проблемам, задачам и лежащим в их основе противоречиям | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Общенаучная | ОНК-3 | Способность использовать методы критического анализа, развития научных теорий, опровержения и фальсификации, оценить качество исследований в некоторой предметной области | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Общенаучная | ОНК-4 | Готовность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при работе в какой-либо предметной области | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Общенаучная | ОНК-5 | Готовность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий аппарат дисциплины | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Общенаучная | ОНК-6 | Способность приобретать новые знания с использованием научной методологии и современных образовательных и информационных технологий | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Общенаучная | ОНК-7 | Способность порождать новые идеи (креативность) | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Инструментальные | ИК-2 | Умение работать на компьютере, навыки использования основных классов прикладного программного обеспечения, работы в компьютерных сетях, составления баз данных | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Профессиональные | ПК-1 | Способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Профессиональные | ПК-2 | Способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Профессиональные | ПК-4 | способность критически оценивать собственную квалификацию и её востребованность, переосмысливать накопленный практический опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности | Стандартные (лекционно-семинарские) |
| Профессиональные | ПК-8 | Способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая разработку математических моделей, алгоритмических и программных решений | Стандартные (лекционно-семинарские) |

# Место дисциплины в структуре образовательной программы

Программа учебной дисциплины «Введение в проблемы и методы вероятностной диагностики» предназначена для подготовки студентов, обучающихся по направлению «Прикладная математика и информатика». Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования.

«Введение в проблемы и методы вероятностной диагностики» является самостоятельной учебной дисциплиной, относится к математическому и естественнонаучному циклу дисциплин.

Для специализаций 01.04.02. «Прикладная математика и информатика» настоящая дисциплина является дисциплиной по выбору.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

* Математический анализ;
* Теория вероятностей;
* Математическая статистика;
* Геометрия и алгебра.

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

* Знаниями основных определений и теорем перечисленных выше дисциплин;
* Навыками решения типовых задач этих дисциплин.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

* Стохастическое моделирование;
* Эконометрика;
* Анализ данных.

# Тематический план учебной дисциплины

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Название раздела | Всего часов | Аудиторные часы | | | Самостоятельная работа |
| ***Лекции*** | ***Семинары*** | ***Практические занятия*** |
|  | Круг задач вероятностной диагностики | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
|  | Необходимые сведения из теории случайных процессов | 28 | 5 | 5 | 0 | 18 |
|  | Основные идеи непараметрического подхода к задачам вероятностной диагностики | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
|  | Ретроспективное обнаружение «разладок» в случайных последовательностях | 60 | 10 | 10 | 0 | 40 |
|  | Скорейшее обнаружение «разладки» случайной последовательности | 60 | 10 | 10 | 0 | 40 |
|  | Неасимптотическое оценивание функционалов в шуме | 6 | 3 | 3 | 0 | 0 |
|  | Эпсилон-сложность непрерывных функций и общий подход к проблеме сегментации временных рядов произвольной природы | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 |
|  | Итого | 162 | 32 | 32 | 0 | 98 |

1. **Формы контроля знаний студентов**

Курс «Введение в проблемы и методы вероятностной диагностики» читается в 1 и 2 модуле.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Тип контроля*** | ***Форма контроля*** | ***Параметры*** | |
| ***1*** |  |
| Текущий контроль | Домашняя работа | 1 м | Выдается для выполнения в течении 2 недель |
| Промежут. контроль | Контрольная работа | 2 мод | Зачет из двух частей   * теоретическая часть – письменная работа в аудитории на 80 *мин*.; * практическая часть – аналитическое и численное решение типовых задач |
| Итоговый контроль | **Экзамен** | 2 мод | Устный экзамен по билетам |

## Критерии оценки знаний, навыков

Для прохождения контроля студент должен, как минимум, продемонстрировать знания основных определений и формулировок теорем; умение решать типовые задачи, разобранные на семинарских занятиях и умение выбирать оптимальный метод обработки статистических данных.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

## 6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

О*накопленная*= 0.5\* *Отекущий* +0,5\*Опромеж.

где*Отекущий* рассчитывается как взвешенная сумма всех форм текущего контроля, предусмотренных в РУП

*Отекущий* = *0.8·Од/з + 0.2·Оауд* .

Опромеж.= 0,8 \*Ок/р+0,2 \*Опос

Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

*Орезульт = 0.4\* Онакопл + 0.6\*·Оэкз.*

Способ округления результирующей оценки: если дробная часть результирующей оценки составляет меньше 0.7, то результирующая оценка равна целой части полученного значения; если дробная часть результирующей оценки не менее 0.7, то результирующая оценка равна целой части полученного значения плюс 1.

Оценка за итоговый контроль **блокирующая,** при неудовлетворительной итоговой оценке она равна результирующей.

# Содержание дисциплины

***Раздел I.***

**Круг задач вероятностной диагностики**

**(Л.-1ч., С.-1ч.)**

а) выделение в собранных данных «однородных» сегментов (т.е., сегментов, порожденных одним и тем же механизмом) --- off-line задачи

б) скорейшее обнаружение изменений в наблюдаемом процессе по мере поступления данных ---- on-line задачи

в) «восстановление» объекта по неполным данным (неасимптотическое оценивание функционалов при зашумленных наблюдениях)

**Литература по разделу.**

Основная:[ 4]

Дополнительная: [8]

***Раздел 2.***

**Необходимые сведения из теории случайных процессов**

**(Л.-5ч., С.-5ч., СРС-18ч.)**

Виды сходимости случайных величин. Условия перемешивания случайных последовательностей. Задание случайного процесса. Слабая сходимость вероятностных мер. Неравенства для максимума сумм случайных величин. Свойства функционалов типа максимума.

**Литература по разделу.**

Основная:[ 1, 3]

Дополнительная: [5]

***Раздел 3.***

**Основные идеи непараметрического подхода к задачам вероятностной диагностики**

**(Л.-1ч., С.-1ч.)**

Первая идея – сведение любой задачи обнаружения изменений в случайном процессе к задаче обнаружения изменений математического ожидания в специальном диагностическом процессе. Вторая идея – применение обобщенной статистики Колмогорова-Смирнова.

**Литература по разделу.**

Основная:[ 4]

***Раздел 4.***

**Ретроспективное обнаружение «разладок» в случайных последовательностях**

**(Л.-10ч., С.-10ч., СРС-40ч.)**

Единственная и множественные «разладки» по математическому ожиданию.

Единственная и множественные «разладки» в коэффициентах линейной функциональной регрессии. Асимптотический анализ оценок моментов «разладки».

**Литература по разделу.**

Основная: [4]

***Раздел 5.***

**Скорейшее обнаружение «разладки» случайной последовательности**

**(Л.-10ч., С.-10ч., СРС-40ч.)**

Классические результаты по задаче обнаружения изменения сноса винеровского процесса. Характеристики качества последовательных методов. Априорные нижние границы критерия качества обнаружения. Непараметрический метод скорейшего обнаружения «разладки» случайной последовательности.

**Литература по разделу.**

Основная: [2, 4]

Дополнительная: [6]

***Раздел 6***

**Неасимптотическоеоценивание функционалов в шуме**

**(Л.-3ч., С.-3ч.).**

Классическая постановка задачи «восстановления» функционала по конечному числу наблюдений. Новая формулировка этой задачи для стохастических наблюдений. Основные результаты теории неасимптотического оценивания функционалов в шуме. Рассмотрение примеров.

**Литература по разделу.**

Дополнительная:[8]

***Раздел 7***

**Эпсилон-слоность непрерывных функций и общий подход к проблеме сегментации временных рядов произвольной природы**

**(Л.-2ч, С.-2ч.).**

Вводится понятие эпсилон-сложности непрерывных функций, дается его характеризация и идея его использования для решения задач сегментации и классификации временных рядов.

**Литература по разделу.**

Дополнительная: [7]

# 9. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

## 9.1 Тематика заданий текущего контроля

**ВАРИАНТ БИЛЕТА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

1. **Виды сходимости случайных величин и связи между ними**
2. **Слабая сходимость случайных процессов**
3. **Условия перемешивания случайных последовательностей**

***Вариант домашней работы***

Подготовить обзор по задачам о «разладке» случайных последовательностей

## 9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

**Тема 1.**

1. Каковы основные задачи вероятностной диагностики?

**Тема 2.**.

1. Как связаны между собой разные виды сходимости случайных величин?
2. Что такое условия перемешивания случайных последовательностей?
3. Что такое слабая сходимость случайных процессов?
4. Что такое эргодичность случайного процесса?
5. Свойства винеровского процесса и броуновского моста.

**Тема 3.**

1. Каковы основные идеи непараметрического подхода к задачам вероятностной диагностики?

**Тема 4.**

1. Постановки ретроспективных задач о «разладке» случайной последовательности
2. Каковы алгоритмы поиска моментов «разладки» по математическому ожиданию?
3. Каковы алгоритмы поиска моментов изменения коэффициентов линейной функциональной регрессии?
4. Каковы асимптотические свойства оценок моментов «разладки»?

**Тема 5.**

1. Классическая задача о скорейшем обнаружении «разладки» винеровского процесса
2. Возможные критерии качества скорейшего обнаружения
3. Непараметрический метод скорейшего обнаружения
4. Асимптотический анализ методов скорейшего обнаружения

**Тема 6.**

1. Классическая постановка задачи «восстановления» функционала по конечному числу наблюдений
2. Постановка задачи «восстановления» в стохастической ситуации
3. Неасимптотически оптимальные методы оценивания

**Тема 7**

1. Понятие об эпсилон-сложности непрерывных функций

## 9.3 Примеры заданий итогового контроля

***Вариант экзаменационного билета***

Варианты теоретических вопросов

1. Виды сходимости случайных величин и связи между разными видами сходимости
2. Слабая сходимость случайных процессов. Теорема Донскера.
3. Ретроспективные задачи о «разладке» случайных последовательностей: постановки задач и алгоритмы поиска
4. Скорейшее обнаружение «разладки» случайной последовательности: постановки задач и основные результаты
5. Задача о «восстановлении» функционалов в шуме

Варианты задач

1. Показать, что из сходимости по вероятности нескольких случайных последовательностей следует сходимость по вероятности их линейных комбинаций
2. Найти дисперсию броуновского моста
3. Найти корреляционную функцию случайного процесса, который является интегралом стандартного винеровского процесса
4. Привести пример стационарного, но не эргодического случайного процесса

# 10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

## 10.1 Основная литература

1. Ширяев А.Н. Вероятность. М.:Наука, 1980 (и последующие издания)
2. Ширяев А.Н. Статистический последовательный анализ. М.:Наука,1976.
3. Биллингсли П. Сходимость вероятностных мер. М.: Наука, 1977.
4. B.E.Brodsky and B.S.Darkhovsky. Nonparametric Statistical Diagnosis. Problems and Methods. Kluwer, 2000.

**10.2 Дополнительная литература.**

1. Bradley R.C. Basic Properties of Strong Mixing Conditions. A Survay and Some Open Questions // Probability Survays, v.2, 2005, 107-144.
2. Shiryaev A.N. Quickest detection problems: Fifty years later // Sequential Analysis, v.29, 2010, 345-385.
3. Дарховский Б.С., Пирятинская А. Новый подход к проблеме сегментации временных рядов произвольной природы // Труды МИАН, 2014, т.287, 61-74.
4. Boris Darkhovskiy. Non Asymptotic Minimax estimation of Functionals with Noisy Observations // Communications in Statisctics –Simulations and Computations, v.41, 2012, 787-803/

# 11. Материально-техническое обеспечение дисциплины