**Правительство Российской Федерации**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования   
"Национальный исследовательский университет   
"Высшая школа экономики"**

«Московский институт электроники и математики»

**Программа дисциплины**

Теория игр

для направления 10.05.01 **«**Компьютерная безопасность**»**

подготовки специалиста

Автор программы: В. М. Хаметов ([khametovvm@mail.ru](mailto:khametovvm@mail.ru))

Одобрена на заседании кафедры копьютерной безопасности

«\_\_» \_\_\_\_\_\_ 2015 г.

Зав. кафедрой: А. Б. Лось

Рекомендована УМС департамента Прикладная математика

Утверждено УС МИЭМ НИУ ВШЭ «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20 г.

Учёный секретарь: Е. П. Симонов

Москва, 2015

**1. Пояснительная записка.**

Автор программы

д. ф.-м. н., профессор В. М. Хаметов.

Аннотация

Курс «Теория игр» рассчитан на один семестр и читается студентам четвёртого курса подготовки специалиста.

Курс предназначен для ознакомления слушателей с основными математическими методами, связанными с принятием решений в условиях неопределённости. В нём в качестве необходимого (для понимания курса) элемента излагаются сведения из функционального анализа, теории вероятностей и математического программирования.

Единственной теорией, занимающейся принятием оптимальных решений в условиях неопределённости, является теория игр. В этом курсе изучаются следующие разделы теории игры: матричные игры, бесконечные антагонистические игры и бескоалиционные игры n-лиц. В них приводится:

1. описание этих игр,
2. математическая постановка задачи принятия решения игроками,
3. математические методы нахождения оптимальных решений игроками.

Каждый из выше указанных разделов снабжён большим количеством задач, позволяющих успешно освоить изложенный на лекциях материал.

Особенностью данного курса является его практическая ориентированность, что требует непрерывной практики в решении задач, которая приобретается на семинарских занятиях.

Требования к студентам

Курс предназначен для студентов, обучающихся по специальности 10.05.01 – «Компьютерная безопасность», прослушавших курсы: математического анализа, линейной алгебры, дифференциальных уравнений, функционального анализа, теории вероятностей и математической статистики.

**2. Область применения и нормативные ссылки.**

Настоящая учебная программа устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчётности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 10.05.01 – «Компьютерная безопасность», обучающихся в департаменте «Прикладная математика» по специальности 10.05.01 – «Компьютерная безопасность».

Программа разработана в соответствии со стандартом НИУ ВШЭ образовательной программы подготовки специалистов по направлению 10.05.01 – «Компьютерная безопасность».

**3. Цели освоения дисциплины.**

Целями освоения дисциплины «Теория игр» является овладение студентами:

* методами построения математических моделей игр;
* математическими методами принятия оптимальных решений в условиях неопределённости;
* методами решения задач векторной оптимизации (игры n-лиц);
* методами анализа эффективности принимаемых решений.

**4. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.**

В результате освоения дисциплины студент должен:

* владеть терминологией теории игр;
* уметь давать математическую постановку задач принятия оптимальных решений в условиях неопределённости;
* владеть математическими методами решения матричных и антагонистических игр как в чистых, так и в смешанных стратегиях;
* владеть основными математическими методами построения решений равновесных по Нэшу, Парето, Штакельбергу и других;
* применять методы математического программирования для нахождения оптимальных и -оптимальных решений игровых задач.

В результате освоения дисциплины студент получает компетенции.

1. Системные компетенции

|  |  |
| --- | --- |
| Код компетенции по ЕК | Формулировка компетенции |
| СК-М1 | Способен оценивать и перерабатывать освоенные научные методы и способы деятельности. |
| СК-М2 | Способен предлагать концепции, модели, изобретать и апробировать способы и инструменты профессиональной деятельности. |
| СК-М3 | Способен к самостоятельному освоению новых методов исследования, изменению научного и научно-производственного профиля своей деятельности. |
| СК-М4 | Способен совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и культурный уровень, строить траекторию профессионального развития и карьеры. |
| СК-М6 | Способен анализировать, верифицировать, оценивать полноту информации в ходе профессиональной деятельности, при необходимости её восполнять и синтезировать недостающую информацию и работать в условиях неопределённости. |
| СК-М8 | Способен вести профессиональную, в том числе научно- исследовательскую деятельность в международной среде. |

2. Профессиональны компетенции

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Код компетенции по порядку | Код компетенции по ЕК | Формулировка компетенции |
| А) Инструментальные | | |
| ИК-1 | М1.2.ПД\_6.1 | Способен организовать самостоятельную профессиональную деятельность на основе правовых и профессиональных норм и обязанностей. |
| ИК-2 | М1.2\_2.2 | Способен вести письменную и устную коммуникацию на иностранном языке на уровне, достаточном для решения профессиональных и научных задач. |
| ИК-3 | М2.1\_2.2.\_2.4.1 | Способен вести письменную и устную коммуникацию на русском (государственном) языке в рамках профессионального и научного общения. |
| ИК-4 | М2.5.2\_3.1\_3.2 | Способен грамотно и аргументировано публично представлять результаты своей деятельности (научной, профессиональной и др.), свои идеи, точку зрения. |
| ИК-5 | М2.5.2\_3.1\_3.2\_4.2 | Способен грамотно и аргументировано публично представлять результаты своей деятельности (научной, профессиональной и др.), используя современные средства ИКТ. |
| ИК-6 | М5.2 | Способен описывать проблемы и ситуации экономической деятельности, используя язык и аппарат математических наук. |
| Б) Социально-личные | | |
| СЛК-1 | М1(Э) | Способен задавать, транслировать правовые и этические нормы в профессиональной и социальной деятельности. |
| СЛК-2 | М3(Э) | Способен определять, транслировать общие цели в профессиональной и социальной деятельности. |
| СЛК-3 | М4(Э) | Способен к осознанному выбору стратегий межличностного взаимодействия. |
| СЛК-4 | М7(Э) | Способен строить профессиональную деятельность, бизнес и делать выбор, руководствуясь принципами социальной ответственности. |
| СЛК-5 | М8(Э) | Способен порождать принципиально новые идеи и продукты, обладает креативностью, инициативностью. |
| СЛК-6 | М9(Э) | Способен создавать, описывать и ответственно контролировать выполнение технологических требований и нормативов в профессиональной деятельности. |

**5. Место дисциплины в структуре образовательной программы.**

Настоящая дисциплина относится к вариативной части программы подготовки по направлению 10.05.01.

Для специализации «Компьютерная безопасность» данная дисциплина является обязательной. Основные положения дисциплины будут использованы в дальнейшем при изучении других дисциплин специальности.

**6. Тематический план дисциплины.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование разделов и тем | Всего часов | Академические часы | | Самостоятельные работы |
| Лекции | Семинары |
| 1 | Необходимые сведения из функционального анализа и теории вероятностей | 6 | 2 | 1 | 11 |
| 2 | Элементы выпуклого анализа и математического программирования | 8 | 1 | 2 | 11 |
| 3 | Матричные игры | 4 | 2 | 1 | 10 |
| 4 | Бесконечные антагонистические игры | 6 | 2 | 1 | 12 |
| 5 | Бескоалиционные игры n-лиц | 6 | 2 | 1 | 12 |
|  | Итого / ЗЕ | 76 / 3 | 18 / 1 | 12 / 1 | 46 / 1 |

**7. Формы контроля знаний**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тип контроля | Форма контроля | 1 год | | | | Кафедра |
| 1 мод. | 2 мод. | 3 мод. | 4 мод. |
| Текущий (неделя) | Решение задач на семинарах | + | + | - | - | Компьютерная безопасность |
| Итоговый | Экзамен |  | + | - | - | Компьютерная безопасность |

**7.1. Критерии оценки знаний, навыков.**

По результатам работы студентов на семинарах проводится оценка их знаний по бальной системе, которую выставляет преподаватель исходя из:

* десятибалльной шкалы (ОС);
* того, что оценка проставляется за работу на семинарском занятии в течение всего курса.

При её определении учитывается:

* регулярность посещения семинарских занятий;
* активность работы на каждом семинарском занятии;
* качество и полнота ответов на вопросы, задаваемые преподавателем;
* умение решать задачи, сформулированные преподавателем.

**7.2. Порядок формирования оценок по дисциплине.**

Результирующая оценка Ои выставляется по пятибалльной и десятибалльной шкалам и выводится как сумма оценок: оценка Ос за работу на семинарах с весом 0.5 и за ответ на экзамене с весом 0.5 – Оэ, т.е.

Ои = 0.5 Ос + 0.5 Оэ.

|  |  |
| --- | --- |
| Оценка в пятибалльной шкале | Оценка в десятибалльной шкале |
| Неудовлетворительно | 1, 2, 3 |
| Удовлетворительно | 4 – почти удовлетворительно,  5 – удовлетворительно |
| Хорошо | 6 – почти хорошо,  7 – хорошо |
| Отлично | 8 – почти отлично,  9 – отлично,  10 – блестяще |

**8. Содержание дисциплины**.

**8.1. Содержание разделов дисциплины.**

Раздел 1. Необходимые сведения из функионального анализа и теории вероятностей (6 - главы 1, 2, 3, 6; 8 - глава 11).

Топология (определение) и её свойства. Метрические и топологические пространства. База. Критерий базы. Хаусдорфовы и метризуемые пространства. Гильбертов куб. Теорема Урысона. Вполне ограниченные метрические пространства. Компактность метрических пространств. -алгебра (определение). Борелевская -алгебра. Борелевское множество. Борелевское пространство. Теорема о монотонных классах. Сопряженные пространства. Слабая топология. Определения слабой сходимости, слабого предела, слабой компактности. Вероятностная мера. Регулярная вероятностная мера. Слабая сходимость вероятностных мер.

Раздел 2. Элементы выпуклого анализа и математического программирования (5 - лекции 2, 7, 12; 1 - глава III).

Выпуклое множество, внутренная и граничные точки множества. Выпуклая оболочка множества. Выпуклая функция. Собственная выпуклая функция. Производная по направлению выпуклой функции. Седловая точка. Критерий существования седловой точки.

Постановка задачи математического программирования. Основные понятия теории математического программирования. Функция Лагранжа. Достаточные условия существования решения задач математического программирования. Условие Слейтера. Теорема Куна-Таккера. Прямая и двойственные задачи математического программирования.

Раздел 3. Матричные игры (2 - глава 1).

Сценарий матричной игры (постановка задачи). Определение чистой стратегии и решения матричной игры. Критерий существования решения у матричной игры в чистых стратегиях.

Определение смешанной стратегии и решения матричной игры в смешанных стратегиях. Критерий существования решения у матричной игры в смешанных стратегиях. Теорема о минимаксе. Теорема Шепли-Сноу.

Раздел 4. Бесконечные антагонистические игры (БАИ) двух лиц (2 - глава II; 1 - глава II, глава IV).

Сценарий и основные определения теории БАИ. -седловые точки (-оптимальные стратегии) и их свойства. Определение смешанной стратегии в БАИ. Усреднённая БАИ. Критерий существования седловой точки в уседнённой БАИ.

Вполне ограниченная БАИ. Теорема существования -седловой точки во вполне ограниченной БАИ. Непрерывные копактные игры. Основная теорема непрерывных компактных игр.

Выпуклые (вогнутые) игры. Свойства решений компактных игр выпуклых (вогнутых) игр. Выпуклые игры и задача математического программирования.

Раздел 5. Бескоалиационные игры n-лиц (3 - глава III; 1 - главы 8, 3).

Точечно-множественные отображения (ТМО). Определения: графика ТМО, замкнутости ТМО, неподвижной точки у ТМО. Теорема Какутани.

Сценарии и основные определения теории бескоалиционных игры (БИ) n-лиц. Определение равновесия по Нэшу в чистых стратегиях. Достаточные условия существования равновесия по Нэшу в чистых статегиях. Индивидуально-рациональная стратегия. Стратегически-эквивалентные игры. Равновесие по Нэшу в смешанных стратегиях.

Оптимальность по Парето. Равновесие по Штакельбергу.

**8.2. Понедельный план лекционных занятий.**

Лекция 1. Топология (определение) и её свойства. Определение метрического и топологического пространств (примеры). База (определение). Критерий базы. Хаусдорфовы и метризуемые пространства (примеры). Теорема Урысона. Вполне ограниченные метрические пространства. Компактность метрических пространств. Борелевское пространство. Сопряженные пространства.

Лекция 2. -алгебра (определение). Борелевская -алгебра. Борелевское множество. Теорема о монотонных классах (без доказательств). Слабая топология. Слабая сходимость, слабая компактность. Вероятностная мера (определение) и её свойства. Критерий существования продолжения конечно-аддитивной вероятностой меры до вероятностой меры. Регулярная вероятностная мера. Слабая сходимость вероятностных мер.

Лекция 3. Выпуклое множество. Внутренная точка множества. Выпуклая оболочка множества. Выпуклая функция. Собственная выпуклая функция (определение, примеры). Производная по направлению выпуклой функции. Условия существования производной по направлению у выпуклой функции. Седловая точка (определение, примеры). Условия существования седловой точки.

Лекция 4. Постановка задачи математического программирования. Основные определения: целевая функция, функции ограничений, допустимая область, решение задачи математического программирования, цена. Множетели Лагранжа. Функция Лагранжа. Достаточные условия существования решения задач математического программирования. Условие Слейтера. Теорема Куна-Таккера. Прямая и двойственные задачи математического программирования. Задача линейного программирования. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.

Лекция 5. Матричные игры (сценарий, основные определения, постановка задачи). Примеры матричных игр. Критерий существования решения у матричной игры в чистых стратегиях. Смешанные стратегии. Определение решения матричной игры в смешанных стратегиях. Критерий существования решения у матричной игры в смешанных стратегиях. Матричные игры и линейное программирование. Теорема о минимаксе. Конструктивные методы построения решения матричной игры в смешанных стратегиях: теорема Шепли-Сноу, доминирование.

Лекция 6. Бесконечные антагонистические игры (БАИ).

Определение, сценарий игры. -седловая точка и её свойства. Смешанной стратегии. Вехрнее и нижнее гарантированные значения. Критерий существования решения у БАИ в смешанных стратегиях. Вполне ограниченные игры. Точка спектра смешанной стратегии. Носитель смешанной стратегии. Основная теорема вполне ограниченных игр. Компактные игры. Основная теорема компактных игр.

Лекция 7. Выпуклые (вогнутые) игры. Основная теорема компактных выпуклых игр. Выпукло-вогнутые игры. Точечно-множественные отображения (ТМО). График ТМО, замкнутые ТМО. Неподвижная точка ТМО. Теорема (Какутани) существования неподвижной точки у ТМО. Критерий существования седловой точки в выпукло-вогнутой игре в чистых стратегиях. Достаточные условия существования седловой точки в чистых стратегиях у БАИ. БАИ и нелинейное программирование.

Лекция 8. Бескоалиационные игры n-лиц (БИ).

Определения, сценарий игры, обозначения. Равновесие по Нэшу. Приемлимая ситуация для i-го игрока. Определение равновесия по Нэшу. Определения решения по Нэшу в БИ. Биматричные игры. Индивидуально рациональные стратегии. Достаточные условия существования равновесия по Нэшу в смешанных стратегиях.

Лекция 9. Оптимальность по Парето (определение). Необходимые и достаточные условия существования оптимальности по Парето. Свёртка критериев. Делёж в бескоалиционной игре (определение). Условия (достаточные) существования дележа. Равновесие по Штакельбергу. Достаточные условия существования равновесия по Штакельбергу. Борьба за лидерство.

**8.3. План проведения семинаров.**

Занятие 1. Случайные величины (с.в.).

Задача №1. Пусть – с.в. Докажите, что - событие, где

Задача №2. Пусть . Опишите -алгебру, порождённую этой случайной величиной.

Задача №3. Пусть:

1. - интеграл Лебега по вероятностной мере ,
2. .

Тогда .

Задача №4. - последовательность с.в., причем , и . Докажите, что

Занятие 2.

Задача №1. Докажите, что круг, квадрат, трапеция, треугольник являются примерами выпуклых множеств на плоскости.

Задача №2. Докажите, что пересечение любого числа выпуклых множеств является выпуклым множеством.

Задача №3. При выполнении каких условий декартово произведение выпуклых множеств – выпукло?

Задача №4. Пусть – любые. Является ли множество , где - скаляное произведение в – выпуклым?

Задача №5. Пусть – выпуклая оболочка множества . Докажите, что:

1) если

2) если множество

3) если ограниченное множество, то – ограничено.

Задача №6. Пусть такая, что , где (афинная функция) – собственная выпуклая функция.

Задача №7. Докажите, что фукнции

1. ,

являются выпуклыми.

Задача №8. Докажите, что следующие три свойства функции эквивалентны:

1. выпукла;
2. для любых , ;
3. -- монотонно неубывает.

Занятие 3. Седловая точка.

Задача №1. Пусть точки – седловые точки функции Докажите, что – седловые точки функции

Задача №2. Пусть такие, что:

а) ,

б) .

Тогда -- седловая точка функции

Задача №3. Пусть . Существует ли седловая точка у этой функции?

Задача №4. Пусть – непрерывный функционал на компакте - непрерывный функционал на компакте Докажите, что у существует седловая точка.

Задача №5. Пусть . Докажите, что , имеет седловую точку , причем

Задача №6 (Чебышев). Пусть - непрерывная функция. Докажите, что

имеет седловую точку.

Задача №7. Найти глобальные экстремумы функций

а)

б)

Задача №8. Найти экстремумы:

а)

б)

Задача №9. Найти максимум функции если допустимая область определяется наравенствами: .

Занятие 4. Решение матричных игр в чистых стратегиях.

Задача №1. Найти решение матричной игры в чистых стратегиях

Задача №2. Существует ли решение матричной игры в чистых стратегиях

Задача №3. Сколько седловых точек имеют маричные игры

1) ,

2) .

Задача №4. Пусть матрица А размера , причем Найти решение игры в чистых стратегиях.

Задача №5. Постройте решение в смешанных стратегиях маричной игры 2х2.

Задача №6. В матричной игре 2х2 постройте решение в смешанных стратегиях:

1. ,
2. .

Задача №7. Методом доминирования найдите решение матричных игр в смешанных стратегиях:

а) ,

б) .

Задача №8. Пусть матрица выигрыша первого игрока кососимметрическая. Докажите, что цена игры равна нулю.

Занятие 5. Бескоалиационные антагонистические игры.

Задача №1. Множества - комакты, а - непрерывная функция, причем выполняются условия:

Докажите, что функция имеет седловую точку.

Задача №2. Пусть - конечномерные компакты, а непрерывны. Докажите, что у функции имеется седловая точка.

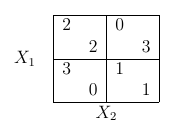
Задача №3. Приведите пример БАИ, у которой нет решения в смешанных стратегиях.

Задача №4. Пусть БАИ имеет цену в чистых стратегиях v. Докажите, что в смешанных стратегиях она имеет цену v.

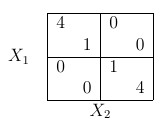
Занятие 6. Равновесие по Нэшу.

Пусть имеются биматричные игры в чистых стратегиях. Пусть

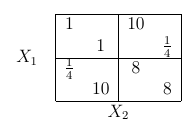
Задача №1. Постройте решение, равновесное по Нэшу для



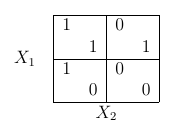
Задача №2. Постройте решение, равновесное по Нэшу для



Задача №3. Постройте решение, оптимальное по Парето для



Задача №4. Докажите, что в игре



оптимальной по Парето является ситуация

Задача №5. Пусть компактно, а любая – непрерывна. Пусть - ситуация, оптимальная по Парето Докажите, что для любых справедливо неравенство

Задача №7. Пусть - компакт, . Пусть

. Докажите, что для того, чтобы точка была оптимальной по Парето необходимо и достаточно чтобы существовала функция g(x) такая, что

.

**9. Примерный перечень вопросов, выносимых на экзамен по курсу “Теория игр”.**

1. Метрические, топологические пространства (ТП). Топология (определение) и её свойства.
2. База. Критерий базы.
3. Окрестность точки в ТП и её свойства.
4. Хаусдорфовы и метризуемые простанства (МП).
5. Системы множеств
6. Гильбертов куб. Теорема Урысона.
7. Вполне ограниченное метрическое пространство (ВОМП). Критерий ВОМП.
8. Критерий компактности МП.
9. -алгебра. Борелевская -алгебра. Борелевское множество.
10. Борелевское пространство. Теорема о монотонных классах.
11. Сопряженное пространство. Слабая топология.
12. Определения: слабая сходимость, слабый предел, слабая компактность, слабо фундаментальная последовательность, второе сопряженное пространство.
13. Регулярная вероятностная мера. Условие регулярности вероятностных мер. Критерий слабой сходимости вероятностных мер.
14. Определение: выпуклого множества, внутренней точки, выпуклой оболочки.
15. Определения: уравновешенного и поглощающего множеств, бочка.
16. Определение: выпуклой функции, собственной выпуклой функции, производной по направлению выпуклой функции. Теорема о существовании производной по направлению у собственной выпуклой фукнции.
17. Седловые точки функции двух переменных (определение). Критерий существования седловой точки у функции двух переменных.
18. Постановка задачи математического программирования. Основные определения. Функция Лагранжа.
19. Достаточные условия существования решения задачи математического программирования.
20. Условие Слейтера.
21. Теорема Куна-Таккера (формулировка).
22. Прямая и двойственная задачи математического программирования.
23. Сценарий матричной игры (постановка задачи). Критерий существования решения матричной игры в чистых стратегиях.
24. Определение: смешанной стратегии, решения матричной игры в смешанных стратегиях. Теорема о минимаксе.
25. Критерий существования решения матричной игры в смешанных стратегиях. Теорема Шепли – Сноу.
26. Антагонистическая игра двух лиц (сценарий, осоновные определения, определение решения).
27. Определения: -седловой точки, -оптимальной стратегии. Свойства -оптимальнох стратегий.
28. Метрика Хелли и её свойства.
29. Смешанные стратегии в бесконечных антагонистических играх (БАИ). Критерий существования седловой точки в усреднённой БАИ.
30. Вполне ограниченная игра. Теорема существования -оптимальных смешанных стратегий в вполне ограниченной игре.
31. Компактные игры. Основная теорема теории компактных игр.
32. Выпуклые (вогнутые) игры (определение). Свойства решения компактной выпуклой игры.
33. Точечно-множественные отображения: график, замкнутость, неподвижная точка. Теорема Какутани.
34. Бескоалиационные игры n-лиц. Равновесие по Нэшу (определение). Достаточные условия существования равновесия по Нэшу.
35. Индивидуально рациональная ситуация. Стратегически эквивалентные игры.
36. Равновесие по Нэшу в смешанных стратегиях.
37. Оптимальность по Парето.
38. Равновесие по Штакальбергу.

**10. Методические указания преподавателю.**

Преподаватель должен поощрять активность студентов, стимулировать создание творческой обстановки при проведении семинаров. Здесь важную роль играет самостоятельная работа студентов и бонусные баллы, которые могут получить студенты на семинарах.

**11. Методические указания студентам.**

Для успешного освоения курса необходимо не только посещать лекции и семинары, но и активно готовиться к ним. Перед каждой лекцией необходимо прочитывать материалы предыдущих лекций.

**12. Учебно-методическое и информационное обеспечение.**

Базовые учебники:

1. Оуэн Г. Теория игр. М.: ЛКИ, 2007, 216с.
2. Петросян Л.В., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. М.: Высшая школа, 1998, 304с.

Основная литература:

1. Васин А.А., Морозов В.В. Теория игр и модели математической экономики. М.: Макс Пресс, 2005, 272с.
2. Жуковский В.И., Жуковская Л.В. Риск в многокритериальных и конфликтых системах при неопределённости. М.: Едиториал УРСС, 2004, 272с.

Дополнительная литература:

1. Дмитрук А.В. Выпуклый анализ. М.: Макс Пресс, 2012, 172с.
2. Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ. М.: - Ижевск Регулярная и стохастическая динамика, 2011, 728с.
3. Шохлолицкий А.Г. Теория риска. Выбор при неопределённости и моделирование риска. М.: Издательский дом ГУ ВШЭ, 2005, 398с.
4. Ширяев А.Н. Вероятность т.1. М.: МЦНМО, 2004, 550с.

Ссылки на используемые разделы из приведённого выше списка литературы приведены (в скобках) сразу после названия тем разделов курса.

**13. Программные средства.**

Программные средства не требуются.

**14. Дистанционная поддержка дисциплины.**

Дистанционная поддержка не применяется.

**15. Материально-техническое обеспечение дисциплины.**

Материально-техническое обеспечение дисциплины не требуется.

Автор программы: Хаметов В.М.