**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
"Национальный исследовательский университет   
"Высшая школа экономики"**

Московский институт электроники и математики

Департамент прикладной математики

**Программа дисциплины**

**"Прикладные стохастические модели"**

для образовательной программы «Прикладная математика»

направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»

уровень бакалавр

Автор программы: профессор, д.ф.-м.н. В.А.Каштанов [vakashtanov@hse.ru](mailto:vakashtanov@hse.ru)

Одобрена на заседании департамента прикладной математики

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2015 г.

Руководитель департамента А. В. Белов \_\_\_\_\_\_\_\_ [подпись]

Рекомендована Академическим советом образовательной программы

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2015 г., № протокола\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Утверждена «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2015 г.

Академический руководитель образовательной программы

Л. А. Манита \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ [подпись]

Москва, 2015

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.*

# Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 01.03.04. «Прикладная математика», изучающих дисциплину "Прикладные стохастические модели"

Программа разработана в соответствии с:

* Образовательной программой направления 01.03.04. «Прикладная математика».
* Рабочим учебным планом университета по направлению подготовки 01.03.04. «Прикладная математика», утвержденным в 2015г.

# Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Прикладные стохастические модели" является формирование у студентов профессиональных компетенций для выбора научно-обоснованных решений при построении стохастических моделей функционирования реальных систем.

# Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

* Знать
* Основные понятия теории управляемых случайных процессов и управляемых моделей массового обслуживания процессов, особенности этих моделей, методы их анализа;
* основные принципы, методы и результаты современной теории вероятностей и математической статистики применительно к исследованию стохастических моделей;
* свойства случайных процессов, описывающих системы массового обслуживания и модели надежности;
* Уметь
* вычислять вероятностные характеристики и исследовать свойства различных стохастических моделей, исследовать качество функционирования систем массового обслуживания и надежности;
* строить физические и математические модели реально функционирующих систем и описывать их эволюцию в терминах случайных процессов и решать задачи оптимизации.
* Иметь навыки (приобрести опыт)
* использования методов построения и анализа стохастических моделей;
* математической формализации прикладных задач;
* анализа и интерпретации решений соответствующих моделей.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

| Компетенция | Код по ФГОС/ НИУ | Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата) | Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции |
| --- | --- | --- | --- |
| стремится к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства | ОК-9 | демонстрирует стремление к саморазвитию, | Лекции-дискуссии, творческие задания, выдвижение гипотез студентами и их анализ |
| осознает социальную значимость своей будущей профессии, обладать высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности | ОК-10 | представляет связи реальных случайных процессов, протекающих во времени и модельных процессов, изучаемых в теории | Лекции-дискуссии, творческие задания, выдвижение гипотез студентами и их анализ |
| использует основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования | ОК-12 | Дает определение основных понятий, воспроизводит формулировку методов решения стандартных задач, распознает область применимости методов. Владеет навыками математической формализации прикладных задач | Ознакомление с терминологией, формулировка типовых задач и методов их решения |
| способен оформлять, представлять и докладывать результаты выполненной работы | ОК-14 | Использует стандартные математические модели, демонстрирует знание основных методов решений, способность грамотно и четко представлять результаты выполненной работы | Решение типовых задач соответствующими математическими методами, творческие задания |
| владеет основными методами защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий | ПК-10 | Применяет математические модели безопасности и надежности | Творческие задания, выдвижение гипотез студентами и их анализ |
| знает основные положения, законы и методы естественных наук; способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат | ПК-11 | Владеет методами анализа, представляет связи стандартных и нестандартных постановок проблем  Анализирует и интерпретирует решения соответствующих математических моделей | Решение задач в нестандартных формулировках, комбинирование математических методов  Творческие задания, выдвижение гипотез студентами и их анализ |
| способен самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук | ПК-14 | Распознает тип поставленной задачи, обосновывает применимость метода решения, применяет необходимый метод, интерпретирует полученный результат, оценивает влияние внешних воздействий на полученное решение поставленной задачи.  Демонстрирует способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук | Лекции-дискуссии, творческие задания, выдвижение гипотез студентами и их анализ  Решение задач в нестандартных формулировках, комбинирование математических методов |

# Место дисциплины в структуре образовательной программы

[Для ГОС:]

Настоящая дисциплина относится к циклу специальных дисциплин и блоку дисциплин, обеспечивающих профессиональную подготовку.

[Для ФГОС:]

Настоящая дисциплина относится к циклу профессиональных дисциплин и блоку дисциплин, обеспечивающих профессиональную подготовку.

[Для НИУ:]

Для специализаций прикладная математика настоящая дисциплина является дисциплиной по выбору.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

* Математический анализ
* Линейная алгебра и аналитическая геометрия
* Дифференциальные уравнения
* Функциональный анализ
* Теория вероятностей и математическая статистика
* Теория случайных процессов и теория массового обслуживания

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

* Теорию пределов;
* Дифференциальное и интегральное исчисление;
* Теорию матриц;
* Решение систем линейных уравнений;
* Случайные величины, их характеристики, системы случайных величин, теория меры;
* Предельные теоремы теории вероятностей.
* Процессы восстановления
* Теорию марковских и полумарковских процессов.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

* Теория управления
* Методы оптимизации
* Теория игр и исследование операций

# Тематический план учебной дисциплины

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Название темы | Всего часов по  дисциплине | Аудиторные часы | | Самосто­ятельная работа |
|  |  |  | Лекции | Семинары, практика |  |
| **Второй и третий модули** | | | | | |
|  | Введение. Предмет и задачи теории управляемых случайных процессов. | 4 | 2 | 0 | 2 |
|  | Управляемый полумарковский процесс. Свойства характеристик. Стратегии управления и их свойства. Построение функционала качества. | 18 | 4 | 4 | 10 |
|  | Теорема о структуре функционала и теорема о свойствах оптимальной стратегии | 24 | 8 | 4 | 12 |
|  | Управление техническим обслуживанием (модели надежности) | 28 | 4 | 8 | 16 |
|  | Управление в системах массового обслуживания. | 34 | 6 | 10 | 18 |
|  | **Итого** | **108** | **24** | **26** | **58** |

# Формы контроля знаний студентов

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тип контроля | Форма контроля | 1 год | | | | Параметры \*\* |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Текущий  (неделя) | Контрольная работа | \* | 1 |  |  | письменная работа 80 минут |
|  |  |  |  |  |
| Домашнее задание |  |  |  |  |  |
| Промежу­точный | Зачет |  |  |  |  |  |
| Экзамен |  | 1 |  |  | устный экзамен |
| Итоговый | Экзамен |  |  |  |  | устный экзамен |

* 1. **Критерии оценки знаний, навыков**

При выполнении контрольной работы студент должен решить сформулированные задачи.

При выполнении домашней работы должен объяснить выбор метода исследования, аналитические выкладки и окончательные результаты.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

# Содержание дисциплины

Тема 1. Введение. Предмет и задачи **теории управляемых случайных процессов**

Содержание темы: Вводные замечания. Предмет и задачи теории.

Постановка задачи оптимального управления. Определение объекта управления, стратегий управления и их свойств, функционалов, определяющих качество управления. Построение целевого функционала, определенного на траекториях управляемого случайного процесса.

Тема 2. **Управляемый полумарковский процесс. Свойства характеристик. Стратегии управления и их свойства. Построение функционала качества**

Содержание темы: Определение управляемого полумарковского процесса. Полумарковское ядро. Стратегии управления (однородные стратегии, марковские стратегии, рандомизированные стратегии). Функционалы накопления и достижения. Вывод интегральных уравнений для функций распределения времени достижения заданного множества состояний. Вывод алгебраических уравнений для математических ожиданий времени достижения заданного множества состояний. Построение функционала накопления

Тема 3. **Теорема о структуре функционала и теорема о свойствах оптимальной стратегии**

Содержание темы: Теорема о структуре функционала накопления. Лемма о сведении поиска экстремума дробно-линейного функционала к поиску экстремума специально подобранного линейного функционала.

Построение аддитивного функционала накопления, определенного на траекториях управляемого полумарковского процесса.

Вывод интегральных уравнений для математического ожидания накопленного эффекта на конечном интервале времени.

Исследование асимптотического разложения аддитивного функционала накопления. Определение характеристик разложения через исходные характеристики, определяющие управляемый полумарковский процесс.

Теорема о структуре функционала накопления.

Теорема о структуре экстремальной функции, доставляющей экстремум функционалу накопления

Тема 4. **Управление техническим обслуживанием (модели надежности)**

Содержание темы: Построение управляемого полумарковского процесса для модели надежности с мгновенной индикацией отказа и без индикации отказа. Исследование функционала достижения для моделей надежности. Исследование коэффициента готовности для моделей надежности. Исследование накопленного дохода для моделей надежности.

Тема 5. **Управление в системах массового обслуживания.**

Содержание темы: Управление структурой Марковской системы массового обслуживания

Управление структурой полумарковской системы массового обслуживания.

Управление входным потоком полумарковской системы массового обслуживания

Управление длительностью обслуживания

# Образовательные технологии

Специальных технологий не предусматривается

# Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

## **Вопросы для оценки качества освоения дисциплины** (итоговый контроль)

1. Определение полумарковского процесса. Определение характеристик (Марковские моменты, полумарковское ядро, вложенная цепь Маркова, матрица переходных вероятностей).
2. Определение управляемого полумарковского процесса. Определение характеристик (Марковские моменты, полумарковское ядро, рандомизированная и детерминированная стратегии управления, вложенная цепь Маркова, матрица переходных вероятностей)
3. Определение функционала достижения и уравнения для его вычисления.
4. Определение аддитивного функционала достижения, его свойства и необходимые характеристики для его задания.
5. Теорема о структуре функционала накопления.
6. Теорема о структуре функционала достижения.
7. Теорема о свойствах оптимальной стратегии управления для функционала накопления.
8. Теорема о свойствах оптимальной стратегии управления для функционала достижения.
9. Определения предела для среднего удельного дохода и определение его элементов.
10. Формулировка леммы о совпадении множеств, на которых достигается экстремум дробно-линейного и специально подобранного линейного функционала.
11. Модель надежности с мгновенной индикацией отказа. Модель надежности с мгновенной индикацией отказа.
12. Построить ПМП M|G|1|N
13. Построить ПМП GI|M|n|N
14. Построить ПМП Mn |G|1|0 (приоритеты)
15. Построить ПМП GI|M|n|0 (управление каналами)
16. Построить ПМП M|G|1|N (управление очередью)
17. Построить ПМП M|M|n|N (управление очередью)
18. Поставить задачу управления M|G|1|N
19. Поставить задачу управления GI|M|n|N
20. Поставить задачу управления Mn|G|1|0 (приоритеты)

# Порядок формирования оценок по дисциплине

# Текущий контроль - работа на семинарах, презентация домашней работы

Промежуточный контроль - письменная контрольная работа (в конце третьего модуля);

Итоговый контроль - зачет (120 мин.), состоящий из теоретической и практической части;

- итоговая оценка К по 10-балльной шкале формируется как взвешенная сумма:

***K = 0,1 ПЗ + 0,1 ДЗ + 0,6 Зт + 0,2 Кр***

где ***ПЗ, ДЗ, Зт и Кр*** – 10-балльные оценки за практические занятия, домашние задания, теоретический и контрольная работа соответственно с округлением до целого числа баллов. Перевод в пятибалльную оценку осуществляется в соответствии со следующей таблицей.

Таблица соответствия оценок по десятибалльной и пятибалльной системе

|  |  |
| --- | --- |
| По десятибалльной шкале | По пятибалльной системе |
| 1 - неудовлетворительно |  |
| 2 - очень плохо | неудовлетворительно - 2 |
| 3 - плохо |  |
| 4 - удовлетворительно  5 - весьма удовлетворительно | удовлетворительно - 3 |
| 6 - хорошо | хорошо - 4 |
| 7 - очень хорошо |  |
| 8 - почти отлично |  |
| 9 - отлично | отлично - 5 |
| 10 - блестяще |  |

Преподаватель оценивает работу студентов на семинарских и практических занятиях: Оценки за работу на семинарских и практических занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских и практических занятиях определяется перед промежуточным или итоговым контролем.

**ВНИМАНИЕ**: оценка за итоговый контроль **блокирующая,** при неудовлетворительной итоговой оценке она равна результирующей.

# Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

## Базовый учебник

Базового учебника нет.

**8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

##### 8.1. Рекомендуемая литература

а) основная литература:

* + 1. Е.Ю.Барзилович, Ю.К.Беляев, В.А.Каштанов и др. Вопросы математической теории надежности (под редакцией Б.В.Гнеденко). Радио и связь, Москва, 1983.
    2. Е.Ю.Барзилович, В.А.Каштанов. Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем. Советское радио, Москва, 1971.
    3. Е.Ю.Барзилович, В.А.Каштанов. Организация обслуживания при ограниченной информации о надежности системы, Советское радио, Москва, 1975.
    4. Каштанов В.А., Медведев А.И. Теория надежности сложных систем. Физматлит, Москва, 2010.
    5. Х.Майн, С.Осаки. Марковские процессы принятия решений. Наука, Москва, 1977.
    6. Дынкин Е.Б, Юшкевич А.А. Управляемые марковские процессы и их приложения. Москва, Наука, 1975.

б) дополнительная литература:

1. Б.В.Гнеденко, И.Н.Коваленко. Введение в теорию массового обслуживания. УРСС, Москва, 2004.

2. Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания, Высшая школа, Москва, 1982.

# Материально-техническое обеспечение дисциплины

Не предусмотрено