Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"

Московский институт электроники и математики
Департамент прикладной математики

Рабочая программа дисциплины Математический анализ
(1 и 2 годы обучения)

для образовательной программы "Компьютерная безопасность"
Специальность 10.05.01. Компьютерная безопасность
уровень - специалист

Разработчик программы
Л.И. Кузьмина, канд. физ.- мат. наук, доцент, lkuzmina@hse.ru

Одобрена на заседании департамента прикладной математики «___» ____________ 201_ г.
Руководитель департамента А.В. Белов ________

Утверждена Академическим советом образовательной программы
«___»____________ 201_ г., № протокола_________________

Академический руководитель образовательной программы
А.Б. Лось _________________

Москва, 2016

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину Математический анализ, учебных ассистентов и студентов специальности 10.05.01. Компьютерная безопасность, обучающихся по образовательной программе "Компьютерная безопасность".

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ по специальности 10.05.01. Компьютерная безопасность, Образовательной программой "Компьютерная безопасность";
- Объединенным учебным планом университета по образовательной программе "Компьютерная безопасность", утвержденным в 2016г. (для второго года обучения в 2015 г.).

2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины “Математический анализ”, являются
- ознакомление с понятиями и методами математического анализа;
- воспитание математической культуры;
- ознакомление с математическими методами решения прикладных задач;
- формирование у студентов естественнонаучного мировоззрения и развитие у них системного мышления.

В результате освоения дисциплины студент должен:

<u>Знать</u>

- основные положения теории пределов и непрерывных функций одной и нескольких действительных переменных, теории неявных функций и ее приложений к задачам на условный экстремум;
- основные теоремы дифференциального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных, основные теоремы теории интегрального исчисления функции одной и нескольких действительных переменных;

- основные положения теории числовых и функциональных рядов;
- основные положения теории интегралов, зависящих от параметра;
- основные методы теории криволинейных и поверхностных интегралов;
- элементарные понятия и методы теории поля.

Уметь

- решать основные задачи на вычисление пределов функций, дифференцирование функций одной и нескольких действительных переменных, интегрирование функций одной и нескольких действительных переменных;
- решать задачи на исследование числовых и функциональных рядов, интегралов, зависящих от параметра;
- решать задачи на приложения кратных и криволинейных и поверхностных интегралов
- определять возможности применения методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач;

Иметь навыки (приобрести опыт)

- использования стандартных методов и моделей математического анализа и их применения к решению прикладных задач.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Уровни формирования компетенций:

РБ — ресурсная база, в основном теоретические и предметные основы (знания, умения);

СД – способы деятельности, составляющие практическое ядро данной компетенции;

МЦ – мотивационно-ценностная составляющая, отражает степень осознания ценности компетенции человеком и готовность ее использовать

В результате освоения дисциплины студент осваивает компетенции:

Компетенция	Код по ОС ВШЭ	Уровень формирования компетенции	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способен учиться, приобретать новые знания, умения, в том числе в области, отличной от профессиональной	УК- 1 (СК- Б1)	РБ	Формируется в течение всего учебного процесса
Способен совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и культурный уровень, строить траекторию профессионального развития и карьеры	УК- 2 (СК-М4)	РБ	Формируется в течение всего учебного процесса
Способен выявлять научную сущность проблем в профессиональной области	УК- 3 (СК- Б3)	РБ	Формируется в течение всего учебного процесса
Способен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза	УК- 5 (СК- Б4)	РБ	Формируется в течение всего учебного процесса
Способен работать с информацией: находить, оценивать и использовать информацию из различных источников, необходимую для решения научных и профессиональных задач (в том числе на основе системного подхода)	УК- 7 (СК- Б6)	РБ	Формируется в течение всего учебного процесса
Способен анализировать, верифициро-	УК- 8 (СК-	РБ	Формируется в течение всего

Компетенция	Код по ОС ВШЭ	Уровень формирования компетенции	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
вать, оценивать полноту информации в ходе профессиональной деятельности, при необходимости восполнять и синтезировать недостающую информацию и работать в условиях неопределенности	М6)		учебного процесса
Способен критически оценивать и переосмыслять накопленный опыт (собственный и чужой), рефлексировать (оценивать и перерабатывать) освоенные научные методы и способы деятельности	УК- 12 (СК-Б10_М1)	РБ	Формируется в течение всего учебного процесса
Способен корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математических и естественных наук	ПК-8 (ИК-С2)	РБ	Формируется в течение всего учебного процесса

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к базовой части профессионального цикла дисциплин

При изложении дисциплины «Математический анализ» используются знания и умения, полученные обучаемыми в рамках школьной программы, а также при изучении дисциплин базовой части «Алгебра» и «Геометрия».

Знания и практические навыки, полученные по дисциплине «Математический анализ», используются в изучении

- дисциплин базовой части: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Дискретная математика», «Теория информации», «Физика»;
- дисциплин вариативной части: «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ»;
- дисциплины по выбору – «Теория функций комплексного переменного».

5. Тематический план учебной дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины	Всего (час)	Лекции (час)	Семинары (час)	Самостоятельная работа (час)
1	Вводная часть, числовые последовательности и их пределы	28	6	6	16
2	Действительные функции одной действительной переменной	168	34	34	98
3	Интегральное исчисление функций действительной переменной	120	28	28	68

4	n-мерные евклидовы пространства, функции нескольких переменных	26	6	6	16
5	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	42	10	10	26
6	Обратные отображения и неявные функции	22	6	6	14
	Итого (1 год обучения)	**418**	**90**	**90**	**238**
7	Числовые ряды	34	8	8	18
8	Функциональные последовательности и ряды	71	24	22	25
9	Интегралы, зависящие от параметра	42	8	12	22
10	Кратные интегралы	49	10	14	25
11	Криволинейные и	70	10	24	36

	поверхностные интегралы. Элементы теории поля				
	Итого (2 год обучения)	**266**	**60**	**80**	**126**

6. Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	1 год				2 год				Параметры **
		1	2	3	4	1	2	3	4	
Текущий	Контрольная работа	*4	*5	*7	*7	*4	*5	*7	*8	В 1 и 4 модулях первого года и в 1модуле второго года письменная работа на 40 минут, в остальных модулях письменная работа на 60 минут.
	Коллоквиум	*5-6	*5-6	*8-9			*6-7	*8-9		Устный коллоквиум 80 минут
	Домашнее			*	*				*	Осуществляется в

	задание									виде проекта в системе Lms
	Самостоятельная работа	*	*	*	*	*	*	*	*	Проекты в системе Lms
	Другие формы	*	*	*	*	*	*	*	*	Устные и письменные опросы на семинарах
Промежуточный	Экзамен	*	*	*	*	*	*	*		Устный экзамен
Итоговый	Экзамен								*	Устный экзамен

7. Критерии оценки знаний, навыков

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

Примерные образцы некоторых контрольных работ и вопросников к коллоквиумам приведены ниже.

Критерии оценивания отдельных заданий контрольной работы и ответа на коллоквиуме сообщаются студентам через систему Lms накануне проведения контрольной работы (коллоквиума).

В первом модуле первого года обучения коллоквиум проводится в 3 этапа:

1. **Предпредколлоквиум** – Проверяется знание студентом нескольких (список сообщается заранее) основных определений. Успешно сдавший первый этап студент получает 1 балл и допускается ко второму этапу.
2. **Предколлоквиум** –Успешно сдавший второй этап студент получает 3 балла и допускается к третьему этапу.

3. **Коллоквиум -** Студент может не приступать к сдаче коллоквиума, получив в сумме за первые два этапа 4 балла (или 1 балл, если сдан только предпредколлоквиум), которые и войдут с соответствующим коэффициентом в накопленную оценку.

Для сдачи коллоквиума студенту предоставляется 2 попытки.

Коллоквиумы второго, третьего модулей первого года и второго года обучения проводятся в 2 этапа - предколлоквиум и коллоквиум.

При получении за контрольную работу оценки ниже 4 баллов студент имеет возможность один раз переписать контрольную работу. Результаты переписывания засчитываются с коэффициентом 0,8.

Дистанционная поддержка при проведении контроля осуществляется с помощью среды Lms.

8. Содержание дисциплины

Раздел 1. Вводная часть, числовые последовательности и их пределы.

Действительные, рациональные, натуральные числа. Отношения эквивалентности и порядка. Расширенная числовая прямая. Верхние и нижние грани числовых множеств. Теорема о вложенных отрезках. Открытые и замкнутые множества. Понятие окрестности точки. Граничные, предельные, внутренние и изолированные точки множества. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Числовые последовательности и их пределы; свойства пределов последовательностей.

Раздел 2. Действительные функции одной действительной переменной.

Понятие функции. Предел функции. Основные свойства предела функции, локальные свойства функции, имеющей предел. Непрерывные функции и их основные локальные свойства; элементарные функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций, эквивалентные функции. Точки разрыва, их классификация. Точки разрыва монотонной функции. Равномерная непрерывность. Свойства функций, непрерывных на отрезке:

теоремы Вейерштрасса, Больцано-Коши, Кантора. Обратные функции, признак непрерывности. Производная, дифференцируемые функции и их свойства. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, формула Тейлора, правило Лопиталя. Признаки монотонности. Экстремумы, максимумы и минимумы. Направления вогнутости. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графика функции с помощью производных.

Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной действительной переменной.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Замена переменного. Интегрирование по частям. Определенный интеграл и его свойства. Классы интегрируемых функций. Теоремы о среднем. Свойства интеграла Римана, как функции верхнего предела интегрирования. Существование первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определённого интеграла. Замена переменного, интегрирование по частям. Спрямляемые кривые; длина кривой. Несобственные интегралы. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости.

Раздел 4. n-мерные евклидовы пространства, функции нескольких переменных, предел и непрерывность.

Конечномерные евклидовы пространства. Граничные, предельные, внутренние и изолированные точки множеств. Открытые и замкнутые множества. Компактные множества. Связные множества. Предел последовательности точек метрического пространства. Связь с пределами координатных последовательностей. Предел и непрерывность отображения одного метрического пространства в другое, локальные свойства непрерывных функций и функций, имеющих предел. Равномерная непрерывность. Глобальные свойства функций нескольких переменных, непрерывных на компакте и на связном множестве.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Частные производные. Производная по направлению. Градиент. Достаточное условие дифференцируемости. Основные свойства дифференцируемых вектор-функций. Дифференцирование сложных вектор-функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Необходимое условие существования локального экстремума, достаточное условие. Дифференцируемые отображения. Производная, дифференциал, матрица Якоби, якобиан. Связь с дифференцируемостью координатных функций.

Раздел 6. Обратные отображения и неявные функции.

Обратные отображения, их непрерывность и дифференцируемость. Неявные функции, теоремы существования. Дифференцирования неявных функций. Замена переменных в дифференциальных выражениях. Условный экстремум.

Раздел 7. Числовые ряды.

Числовой ряд, его сходимость и сумма. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость рядов. Основные признаки сходимости числовых рядов. Перестановка членов абсолютно и условно сходящихся рядов, теорема Римана. Операции над рядами.

Раздел 8. Функциональные последовательности и ряды

Множество сходимости функциональной последовательности. Равномерно сходящиеся функциональные последовательности и ряды, их свойства. Условие Вейерштрасса, достаточное для равномерной сходимости. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряд Тейлора и условие его сходимости к исходной функции. Ряды Тейлора для функций, $\sin x$, $\cos x$, $arctgx$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^{\alpha}$.

Ортогональные системы векторов евклидова пространства. Ортогональность тригонометрической системы функций. Ряды по ортогональной системе векторов евклидова пространства. Выражение коэффициентов ряда Фурье через его сумму. Понятие ряда Фурье элемента евклидова пространства по ортогональной системе. Тригонометрические ряды Фурье. Ряд Фурье для четной или нечетной функции на отрезке длины 2l. Неравенство Бесселя и следствие из него. Теорема Римана о стремлении к нулю коэффициентов Фурье. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. Теорема Дирихле. Достаточное условие равномерной сходимости ряда Фурье. Сходимость в среднем ряда Фурье кусочно-непрерывной функции. Равенство Парсеваля.

Раздел 9. Интегралы, зависящие от параметра

Непрерывность и дифференцируемость функции, определенной с помощью интеграла, зависящего от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.

Раздел 10. Кратные интегралы.

Двойной интеграл по прямоугольнику, по произвольной области. Определение, свойства. Тройные и многомерные интегралы. Теоремы о вычислении двойного интеграла по прямоугольнику, по области, правильной в направлении одной из осей. Замена переменных в кратных интегралах. Полярные, цилиндрические и сферические координаты. Геометрический смысл модуля якобиана. Приложения кратных интегралов.

Раздел 11. Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля.

Интеграл первого рода по кривой и длина кривой. Интеграл (второго рода) векторного поля по ориентированной кривой. Связь с интегралом первого рода. Потенциальное векторное поле. Теорема Ньютона-Лейбница. Необходимое условие потенциальности поля. Восстановление потенциала. Формула Грина. Достаточное условие потенциальности поля. Интеграл первого рода по поверхности. Ориентируемые и неориентируемые поверхности. Поток векторного поля через ориентированную поверхность. Поверхностный интеграл второго рода. Связь с интегралом первого рода. Формула Гаусса-Остроградского. Дивергенция. Соленоидальное векторное поле. Формула Стокса.

9. Образовательные технологии

Занятия проводятся в виде лекций и семинаров.

9.1 Методические указания студентам

Методические указания сообщаются студентам через среду Lms

10. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

10.1 Оценочные средства для оценки качества освоения дисциплины в ходе текущего контроля

Первый год обучения

Примерный вопросник к коллоквиуму I-го модуля

1. Дать определение действительного числа. Объяснить, как устанавливается взаимно-однозначное соответствие между действительными числами и точками числовой оси.

2. Дать определение различных видов промежутков на оси (отрезок, интервал, полуинтервал и т.п.). Дать определения окрестностей точки на оси (ε-окрестности, проколотой ε-окрестности, полуокрестностей). Дать определение окрестностей $+\infty$ и $-\infty$.

3. Дать определения множества, ограниченного сверху (снизу), ограниченного множества. Доказать эквивалентность двух определений ограниченного множества.

4. Дать определения верхней и нижней граней множества. Привести примеры ограниченных сверху (снизу) множеств, содержащих и не содержащих свою верхнюю (нижнюю) грань.

5. Сформулировать теорему о существовании верхней (нижней) грани у множества.

6. Объяснить понятие отображения. Дать определение функции. Дать определение числовой последовательности, привести примеры.

7. Дать определения (в различных формах) пределов $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = b$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$.

8. Доказать ограниченность последовательности, имеющей конечный предел. Показать на примерах, что обратное утверждение неверно.

9. Доказать теорему о единственности предела последовательности.

10. Сформулировать теоремы о пределах суммы, произведения и частного двух последовательностей.

11. Дать определение подпоследовательности. Доказать, что подпоследовательность последовательности, имеющей предел, имеет тот же предел.

12. Дать определения бесконечно большой и бесконечно малой последовательностей. Привести примеры.

13. Доказать теорему Вейерштрасса о существовании предела у неубывающей ограниченной сверху последовательности. Сформулировать варианты этой теоремы.

15. Сформулировать следующие определения пределов (при помощи неравенств и при помощи окрестностей).

I $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$	II $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$	III $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty$
IV $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=A$	V $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$	VI $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=-\infty$
VII $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=A$	VIII $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=+\infty$	IX $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$
X $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)=A$	XI $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)=+\infty$	XII $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)=-\infty$
XIII $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=A$	XIV $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=+\infty$	XV $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=-\infty$

16. Дать определение бесконечно малой функции при $x \to x_0$. Доказать теорему: функция $f(x)$ имеет предел b тогда и только тогда, когда величина $f(x) - b$ – бесконечно малая.

17. Доказать теорему о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел.

18. Доказать теорему о пределе суммы двух функций при $x \to x_0$.

19. Доказать теорему о пределе произведения двух функций при $x \to x_0$.

20. Дать определение непрерывности функции в точке 1) при помощи понятия предела, 2) при помощи неравенств, 3) при помощи окрестностей, 4) при помощи приращений Δx и Δy.

Примерный вопросник к коллоквиуму III модуля

1. Дать определение неопределенного интеграла. Доказать теорему об общем виде первообразной и свойство линейности неопределенного интеграла.

2. Доказать теорему о замене переменной под знаком неопределенного интеграла. Объяснить на примере метод подведения под знак дифференциала.

3. Доказать теорему о методе интегрирования по частям. Взять интегралы $\int e^{\alpha x}\sin\beta x dx,\ \int e^{\alpha x}\cos\beta x dx$.

4. Рассказать об интегрировании простейших дробей I, II, III и IV типов.

5. Рассказать, как берутся интегралы $\int R(e^{\alpha x})dx,\ \alpha\neq 0$ и $\int R\left(x,\left(\frac{\alpha x+\beta}{\gamma x+\delta}\right)^{1/n}\right)dx$.

6. Рассказать об интегрировании тригонометрических функций. Привести примеры.

7. Дать определение определенного интеграла и объяснить его геометрический смысл.

8. Доказать необходимое условие интегрируемости. Привести пример того, что доказанное необходимое условие не является достаточным.

9. Дать определение колебания функции на отрезке и сформулировать критерий интегрируемости.

10. Доказать, что если функция непрерывна на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$.

11. Доказать, что если функция ограничена и имеет конечное число точек разрыва на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$.

12. Доказать, что если функция монотонна на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$. Построить интегрируемую функцию с бесконечным числом точек разрыва.

13. Доказать свойство линейности определенного интеграла.

14. Доказать свойство аддитивности определенного интеграла. Сформулировать обобщенное свойство аддитивности.

15. Доказать теорему об интегралах от функций, отличающихся только в конечном числе точек.

16. Доказать теорему об интегрировании неравенств. Вывести 2 следствия из нее.

17. Доказать теорему об интеграле от модуля функции.

18. Доказать теорему об интеграле с переменным верхним пределом и сформулировать следствие из нее.

19. Вывести формулу Ньютона-Лейбница.

20. Доказать теорему о среднем.
21. Доказать теорему о замене переменной в определенном интеграле.
22. Вывести формулы для вычисления площади с помощью определенного интеграла.
23. Вывести формулы для вычисления длины дуги кривой

а) $y = f(x)$; б) $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$, $\alpha \le \varphi \le \beta$; в) $r = r(\varphi), -\pi < \alpha \le \varphi \le \beta < \pi$

24. Вывести формулы для вычисления объема тела вращения и площади поверхности тела вращения.
25. Вывести формулу трапеций. Записать оценку погрешности.

Примерный вариант аудиторной части к/р IY модуля

1. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = \frac{tg\sqrt{x}}{yx}$.
2. Найти и $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = \arcsin\sqrt{\frac{y}{x}}, y = \varphi(x)$.
3. Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = f(x, y)$, где $x = \cos\sqrt{uv}$, $y = u^2 v^3$.
4. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2 y}{dx^2}$, если $\sqrt{x} - \sqrt{y} + 2xy - 3xy^2 = 0$.
5. Написать уравнение касательной плоскости к графику функции $z = e^{\frac{x}{y}}$ в точке (2;1) и вычислить dz в этой точке.

Второй год обучения

Примерный вариант контрольной работы второго модуля

1. Исследовать на равномерную сходимость функциональную последовательность

$f_n(x) = nxe^{-nx^3}$, $0 \le x \le 1$.

2. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n\sqrt{x}}}{n!}$$

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $(x^2+1)\sqrt[3]{2+x^2}$ и указать радиус сходимости ряда.

4. Функцию $f(x) = \begin{cases} x, 0 \le x \le 1 \\ 2, 1 \le x \le 2 \end{cases}$ разложить в ряд по синусам на отрезке $[0,2]$

<u>Примерный вариант домашней работы четвертого модуля</u>

1. В интеграле $\int\limits_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dx \int\limits_{1}^{\sqrt{4-x^2}} f(x)dy$ изменить порядок интегрирования и перейти к полярным координатам.

2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:

$y = x$, $y = 2x-1$, $x = 0$, $z = 0$, $z = y+1$.

3. Перейдя к цилиндрическим координатам, вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:

$x^2 + y^2 = 2z$ и $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

4. Найти $u(x,y,z)$, если $du = e^{x-y^2}dx - 2ye^{x-y^2}dy + 2dz$.

5. Вычислить $\oint\limits_C zdx + xdy + ydz$, где C –сечение шара $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ плоскостью $y + z = 0$

10.2 Примеры заданий итоговой аттестации

Образец экзаменационного билета к итоговому экзамену

1. Докажите ограниченность последовательности, имеющей конечный предел. Верно ли обратное утверждение? Исследуйте на ограниченность последовательность $a_n = \frac{16}{(-2)^n}$.

2. Докажите непрерывность функции в точке, где она дифференцируема. Покажите на примере, что обратное утверждение неверно. Вычислите по правилу Лопиталя предел

$$\lim_{x\to 1}\frac{\ln(2\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}+2)}{5\sqrt[5]{x^2}-8\sqrt[4]{x}+3}.$$

3. Докажите необходимое условие интегрируемости. Приведите пример того, что доказанное необходимое условие не является достаточным.

Оцените интеграл $\int_{-3}^{3}(\arcsin\frac{x}{3}-\sqrt{9-x^2})dx$.

4. Докажите, что функция, дифференцируемая в точке x^0, обладает частными производными в этой точке (для $n = 2$). Запишите условие дифференцируемости при помощи частных производных (для $n = 2$, для $\forall n$).

Для функции $z=\frac{Sin3x}{\ln y}+Cos(x^2y^3)$ проверьте справедливость теоремы Шварца.

5. Определите числовой ряд, его частную сумму, сходящийся числовой ряд. Докажите необходимый признак сходимости. Приведите примеры, показывающие, что этот признак не является достаточным. Расскажите о свойствах сходящихся рядов (линейность, изменение конечного числа слагаемых в ряде, расстановка скобок в ряде).

Исследуйте на сходимость ряды $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[n]{\frac{2n+1}{3n+2}}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(1/n)}{\sqrt[3]{3n+1}}$.

6.Докажите теорему о непрерывности предельной функции равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Сформулируйте следствие для функциональных рядов. Докажите непрерывность функции $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(nx)}{x^n+n^3}$ на отрезке [0, 1].

7. Чётная функция задана на полупериоде: $f(x)=\begin{cases} 0 & на\ (0,1) \\ 1 & на\ (1,2) \\ 2 & на\ (2,3) \end{cases}$. Нарисуйте график её периодического продолжения, разложите её в ряд Фурье и нарисуйте график суммы полученного ряда.

8. Тройной интеграл $\iiint\limits_V f(x,y,z)dV$ берётся по области V, ограниченной поверхностями $2x + y + 3z = 6$, $x=0, y=0, z=0$. Изобразить область интегрирования. Выразить тройной интеграл через повторный.

9. Найти циркуляцию поля **F** = {$3x+4y$, $3x - y$} вдоль границы треугольника OBA (A(1,2) , B(2,1)) непосредственно и по формуле Грина.

10. Найти поток векторного поля a через часть плоскости **P**, расположенную в первом октанте(нормаль образует острый угол с осью Oz):

11. Порядок формирования оценок по дисциплине

<u>Первый год обучения</u>

Оценка за текущую работу в 1 и 2 модулях рассчитывается по формуле:

$$\boldsymbol{O}_{\boldsymbol{текущая}} = 0{,}5\boldsymbol{O}_{\boldsymbol{кол}} + 0{,}5\ \boldsymbol{O}_{\boldsymbol{к/р}}..$$

Оценка за текущую работу в *3* модуле рассчитывается по формуле

$$\boldsymbol{O}_{\boldsymbol{текущая}} = 0{,}45\boldsymbol{O}_{\boldsymbol{кол}} + 0{,}45\ \boldsymbol{O}_{\boldsymbol{к/р}}. + 0{,}1\ \boldsymbol{O}_{\boldsymbol{дом.}}$$

Оценка за текущую работу в 4 модуле рассчитывается по формуле

$$O_{текущая} = 0{,}8\, O_{к/р.} + 0{,}2\, O_{дом.}$$

В 1, 2, 3,4 модулях накопленная оценка рассчитывается по формуле

$$O_{накопленная} = 0{,}7\, O_{текущая} + 0{,}2 O_{ауд} + 0{,}1\, O_{сам.работа},$$

$O_{аудиторная}$ - оценивается работа студентов на семинарах: учебная активность на семинарах, результаты письменных и устных опросов.

$O_{сам.\ работа}$ - оценивается самостоятельная работа студентов – правильность выполнения домашних заданий, проектов в Lms.

В 1, 2, 3,4 модулях промежуточная оценка рассчитывается по формуле

$$O_{промежуточная} = 0{,}5 \cdot O_{накопленная} + 0{,}5 \cdot O_{промежуточный\ экзамен.},$$

Способ округления оценки – арифметический.

<u>Второй год обучения</u>

Оценка за текущую работу в 1 модуле рассчитывается по формуле

$$O_{текущая} = \cdot O_{к/р.}.$$

Оценка за текущую работу во 2 и 3 модулях рассчитывается по формуле

$$O_{текущая} = 0{,}5 O_{кол} + 0{,}5\, O_{к/р.}.$$

Оценка за текущую работу в 4 модуле рассчитывается по формуле

$$O_{текущая} = 0{,}8\ O_{к/р.} + 0{,}2\ O_{дом.}.$$

В 1, 2, 3,4 модулях накопленная оценка рассчитывается по формуле

$$O_{накопленная} = 0{,}7\ O_{текущая} + 0{,}2 O_{ауд} + 0{,}1\ O_{сам.работа},$$

$O_{аудиторная}$ - оценивается работа студентов на семинарах: учебная активность на семинарах, результаты письменных и устных опросов.

$O_{сам.\ работа}$ - оценивается самостоятельная работа студентов – правильность выполнения домашних заданий, проектов в Lms.

В 1, 2, 3 модулях промежуточная оценка рассчитывается по формуле

$$O_{промежуточная} = 0{,}5 \cdot O_{накопленная} + 0{,}5 \cdot O_{промежуточный\ экзамен}.$$

Накопленная оценка к итоговому экзамену (четвертый модуль второго года обучения) –

$$O_{накопленная\ итоговая} = \frac{1}{8}\left(\Sigma\ (O_{накопленная\ 11} + O_{накопленная12} + O_{накопленная13} + O_{накопленная14} + O_{накопленная21} + O_{накопленная22} + O_{накопленная23} + O_{накопленная24}\right),$$

где

$O_{накопленнаяij}$ – накопленная оценка j-го модуля i-го года обучения,; j=1,2,3,4; i=1,2.

Итоговая оценка за курс математического анализа

$$O_{итоговая} = \frac{1}{2}\sum(O_{накопленная/итоговая} + O_{экзаменационная/итоговая})..$$

Способ округления оценки – арифметический.

12. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

12.1 Базовый учебник

А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин Курс математического анализа (любое издание).

12.2 Основная литература

1. Зорич В.А. Математический анализ. – ч.1,2, Москва: МЦНМО, 2004;
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. ч.1, 2 ч., Москва: МНЦМО, Москва, 2001;
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. - Тт. 1, 2, - Москва: Москва, 2003;
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – Издание Москва: АСТ. Астрель, 2002 нежелательно, так как в нём много ошибок. Лучше взять любое «старое» издание.

12.3 Дополнительная литература

1.Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды, Москва: «Наука", 1965;
2. Спивак М. Математический анализ на многообразиях, Москва: «Мир» 1968;
3.Берс Л. Математический анализ.- Т 1,2. – Москва: Высшая школа, 1975;
4. Курант Р., Роббинс Г., Что такое математика? М.: МЦНМО, 2015.

12.4 Справочники, словари, энциклопедии

1. Г.Корн и Т. Корн Справочник по математике (любое издание);
2. Г.Б. Двайт Таблицы интегралов и другие математические формулы (любое издание).

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины

В случае необходимости компьютер и проектор.