Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"

Московский институт электроники и математики
Департамент прикладной математики

Рабочая программа дисциплины «Теория функций комплексного переменного»

для образовательной программы "Прикладная математика"
направления 01.03.04 "Прикладная математика"
подготовки бакалавра

Разработчик программы: П.А. Эминов , доктор физ.-мат. наук, профессор

Одобрена на заседании департамента прикладной математики
«___»___________2016 г.
Руководитель департамента А.В. Белов ____________

Рекомендована Академическим советом образовательной программы
«___»____________ 2016 г., № протокола_________________

Утверждена «___»____________ 2016 г.
Академический руководитель образовательной программы
Л.А. Манита ____________

Москва, 2016

1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает необходимые требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 01.03.04 «Прикладная математика» подготовки бакалавра по специализациям «Математическое и программное обеспечение систем управления» и «Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач», изучающих дисциплину «Теория функций комплексного переменного».

Программа разработана в соответствии с:

- ОС НИУ ВШЭ для направления 01.03.04 «Прикладная математика» подготовки бакалавра.
- Образовательной программой «Прикладная математика» направления 01.03.04 «Прикладная математика» подготовки бакалавра
- Рабочим учебным планом университета для направления 01.03.04 «Прикладная математика» подготовки бакалавра, утвержденным в 2015 г.

2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины Теория функций комплексного переменного являются:

- приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, овладение фундаментальными основами математического образования, формирование системного естественнонаучного мировоззрения;
- использование основных понятий и методов теории аналитических функций комплексного переменного и операционного исчисления в процессе дальнейшего обучения и применение для решения задач в области прикладной математики и физики.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Знать основные положения теории функций комплексного переменного и операционного исчисления.
- Уметь определять возможности применения теоретических положений и методов теории функций теории функций комплексного переменного для постановки и решения конкретных прикладных задач; уметь решать основные задачи на вычисление интегралов при помощи вычетов, на разложение функций в ряды Тейлора и Лорана, применять методы операционного исчисления к решению дифференциальных и интегральных уравнений.
- Иметь навыки (приобрести опыт) использования стандартных методов теории функций комплексного переменного и операционного исчисления и их применения к решению прикладных задач.

В результате освоения дисциплины студент приобретает следующие компетенции.

Компетенция	Код по ОС НИУ ВШЭ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
УК-6. Способен вести исследовательскую деятельность, включая анализ проблем, постановку целей и задач, выделение объекта и предмета исследования, выбор способа и методов исследования, а также оценку его качества	**СК-Б7**		Формируется на протяжении всего учебного процесса
ПК-10. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при разработке математических моделей и методов для объектов, процессов и систем в инженерной практике	**ИК-10**		Формируется на протяжении всего учебного процесса
ПК-14. Способен интерпретировать и анализировать результаты научных экспериментов	**ИК-14**		Формируется в процессе выполнения самостоятельных работ и в процессе аудиторной работы
ПК-16. Способен работать с различными источниками информации, способен фильтровать и сужать массив знаний под задачу	**ИК-16**		Формируется в процессе самостоятельной работы с текстами лекций и учебниками

4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу математических и естественнонаучных дисциплин и блоку дисциплин, обеспечивающих базовую подготовку.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях и умениях приобретённых в рамках курсов «Математический анализ» и «Алгебра и геометрия».

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- «Функциональный анализ».

5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы		Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	
1	Комплексные числа	11	3	3	5
2	Аналитические функции	30	7	7	16
3	Комплексный криволинейный интеграл	32	8	8	16
4	Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора	24	6	6	12
5	Изолированные особые точки. Ряд Лорана. Вычеты	37	10	10	17
6	Операционное исчисление	18	6	6	6
	Итого:	**152**	**40**	**40**	**72**

6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	Модули 3	Параметры
Текущий (неделя)	Контрольная работа №1	4	письменная работа 80 минут
	Контрольная работа №2	8	письменная работа на 80 минут
	Домашнее задание	9	письменная работа
Итоговый	Экзамен	V	устный экзамен 240 минут

6.1 Критерии оценки знаний, навыков

Критерием оценки знаний и навыков является умение решать стандартные задачи по материалам курса, знание определений и доказательств основных теорем. Для формирования оценки используются контрольные работы, домашнее задание, экзамен.

Контрольная работа и домашнее задание состоят в решении стандартных задач по материалам курса. Оценка за контрольную работу или домашнее задание формируется как среднее арифметическое оценок, полученных за каждую отдельную задачу (по 10-ти балльной шкале).

На экзамене проверяется умение студента: 1) формулировать и доказывать теоремы курса 2) решать стандартные задачи курса.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

7 Содержание дисциплины

Раздел 1. Комплексные числа. Последовательности комплексных чисел

Определение комплексного числа. Действительная и мнимая части числа Сложение и умножение комплексных чисел. Мнимая единица, алгебраическая форма комплексного числа. Сопряженные числа, равенство комплексных чисел. Комплексная плоскость C. Операции вычитания и деления комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и операций сложения и вычитания. Модуль и аргумент комплексного числа. Главное значение аргумента. Неравенства треугольника. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Теоремы о модуле и аргументе произведения и частного комплексных чисел. Возведение комплексного числа в натуральную степень. Формула Муавра. Извлечение корня $n-$й степени из комплексного числа. Расстояние в C. Множества точек на комплексной плоскости C. Окрестность и проколотая окрестность точки. Ограниченное множество, предельная и изолированная точки множества. Замкнутое множество. Граничная и внутренняя точки множества. Открытое множество. Связное множество. Определение области. Односвязные и многосвязные области. Кривая Жордана. Предел последовательности комплексных чисел. Теорема о пределах действительной и мнимой частей последовательности. Критерий Коши для предела последовательности. Ограниченная и неограниченная последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Неограниченно возрастающая последовательность. Бесконечно удаленная точка. Сфера Римана.

Раздел 2. Аналитические функции.

Однозначная функция комплексного переменного. Многозначная функция. Геометрическая интерпретация понятия функции. Однолистное отображение и однолистная функция. Область определения и область однолистности функции. Обратная функция. Однозначная ветвь многозначной обратной функции. Предел функции комплексного переменного в конечной точке. Теорема о пределах действительной и мнимой частей функции. Критерий Коши для предела функции. Непрерывность функции. Теорема о действительной и мнимой частях непрерывной функции. Предел и непрерывность функции в бесконечно удаленной точке. Непрерывность линейной комбинации, произведения и частного непрерывных функций комплексного переменного. Теорема о непрерывности сложной функции. Определение производной функции комплексного переменного. Условия Коши–Римана. Различие понятий дифференцируемости и аналитичности функции в точке. Функция аналитическая в области. Теорема о функции обратной по отношению к аналитической функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Теорема Римана о конформном отображении. Производная линейной комбинации, суммы, произведения и суперпозиции функций комплексного переменного. Функции $w = z^n$, $w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, области однолистности и отображения этих областей, осуществляемые функциями. Многозначные функции $z = \sqrt[n]{w}$, $z = Lnw$, z^{α}, их главные значения и однозначные ветви. Определение точки разветвления (ветвления) многозначной функции. Обратные тригонометрические функции. Формулы вычисления производных основных элементарных функций. Дробно-линейная функция, круговое свойство и свойство сохранения симметричных точек. Ангармоническое отношение. Гармонические функции. Теорема о связи гармонических функций с аналитическими. Сопряженные гармонические функции. Теорема о сопряженных гармонических функциях. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.

Раздел 3. Комплексный криволинейный интеграл.

Определение и свойства интеграла по комплексному переменному. Теоремы о связи комплексного интеграла с криволинейным интегралом второго рода и с определенным интегралом. Теорема об интегрируемости непрерывной функции по спрямляемой кривой. Формула замены переменного интегрирования. Лемма об оценке модуля интеграла. Контурный интеграл. Теорема Коши для односвязной области. Обобщение теоремы Коши на случай многосвязной области. Следствие из теоремы Коши о независимости комплексного криволинейного интеграла от пути интегрирования. Теорема об интеграле с переменным верхним пределом. Первообразная функции и неопределенный интеграл от функции в области. Формула Ньютона-Лейбница для криволинейного интеграла от аналитической функции. Формула интегрирования по частям для функций аналитических в односвязной области. Интегральная формула Коши. Формула среднего значения. Принцип максимума модуля аналитической функции. Интеграл типа Коши, его аналитичность, формула для n-ой производной. Аналитичность производной аналитической функции. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций. Теорема Морера. Теорема Лиувилля. Основная теорема высшей алгебры.

Раздел 4. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора.

Числовые ряды с комплексными числами. Сумма ряда. Критерий Коши для комплексных рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Достаточные признаки Даламбера и Коши абсолютной сходимости ряда. Признак сравнения. Область сходимости и сумма функционального ряда. Равномерно сходящийся функциональный ряд. Достаточный признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Критерий Коши для равномерной сходимости функционального ряда. Теоремы о непрерывности суммы и почленном интегрировании равномерно сходящегося функционального ряда. Теорема Вейерштрасса о свойствах равномерно сходящегося функционального ряда, членами которого являются аналитические функции: аналитичность суммы ряда, теорема о почленном дифференцировании ряда, равномерная сходимость ряда из производных .

Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг и радиус сходимости степенного ряда. Вывод формулы Коши-Адамара для радиуса сходимости степенного ряда. Определение радиуса сходимости степенного ряда на основе признаков Даламбера и Коши. Равномерная сходимость степенного ряда в круге любого радиуса меньшего, чем радиус сходимости. Аналитичность суммы степенного ряда внутри круга сходимости. Почленное дифференцирование и интегрирование степенного ряда внутри круга сходимости. Выражение для коэффициентов степенного ряда через значения суммы ряда и ее производных в центре круга сходимости. Теорема Тейлора о разложении функции, аналитической внутри круга, в степенной ряд. Коэффициенты разложения в интегральном виде и радиус сходимости ряда Тейлора. Ряды Тейлора основных элементарных функций. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности определения аналитической функции. Аналитическое продолжение в комплексную область функций действительного переменного.

Раздел 5. Изолированные особые точки. Теория вычетов и их приложения.

Область сходимости ряда Лорана. Теорема о разложении функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана. Правильная точка функции. Классификация изолированных особых точек однозначной аналитической функции. Теоремы о поведении аналитической функции в окрестности устранимой особой точки, полюса и существенно особой точки. Теорема о связи между нулем и полюсом функции. Теорема Сохоцкого. Разложение аналитической функции в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки. Вычет аналитической функции в конечной изолированной особой точке. Формулы вычисления вычета в полюсе первого и произвольного порядка. Вычет в бесконечно удаленной точке. Основная теорема теории вычетов. Теорема о сумме вычетов. Вычисление интегралов по границе области при помощи вычетов. Лемма Жордана. Приложения теории вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов.

Раздел 6. Операционное исчисление.

Преобразование Лапласа. Изображение Лапласа и оригинал. Сходимость интеграла Лапласа и область аналитичности изображения Лапласа. Изображение единичной функции Хевисайда, показательной и степенной функций. Основные теоремы операционного исчисления: линейность изображения, теорема подобия, теорема запаздывания, изображение производной, изображение интеграла, изображение свертки, дифференцирование изображения, интегрирование изображения, свойство смещения. Изображения элементарных функций.

Определение оригинала по изображению. Формула Меллина. Теорема о достаточных условиях существования оригинала. Вычисление интеграла Меллина. Приложения операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами (задач Коши).

Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

7.1 Тематика заданий текущего контроля

Типовые варианты контрольных работ и домашнего задания.

Контрольная работа №1. Функции.

Раздел 2. *Модуль* 3.

1.Решить уравнение: $12\cos z + 13 = 0.$

2.Найти все значения степени: $z = (\frac{2+i}{2-i})^i.$

3.Доказать, что отображение $w = z^2 + 2z + 3$ однолистно в круге $\{z : |z| < 1\}.$

4. Выяснить, существует ли гармоническая функции указанного вида и в случае существования найти ее: $u = \varphi(x^2 + y^2).$

5.Переменная $z = x + iy$ описывает область, определяемую условиями $1 < |z| < 4, -\frac{\pi}{4} < \arg z < +\frac{\pi}{4}.$ Чему равна площадь области, описываемой при этом точкой $w = z^2$?

Контрольная работа №2. Вычеты и интегралы.

Раздел 5. *Модуль* 3.

1.Разложить функцию

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z+4)}$$

в ряд Лорана в области $2<|z| < 4, z_0 = 0.$

2.Найти особые точки функции, выяснить их характер и исследовать поведение функции на бесконечности:

$$f(z) = \frac{z^2 + 4}{e^z}.$$

3.Вычислить интеграл по замкнутому контуру:

$$\oint_{|z|=2} \frac{(e^z - 2)dz}{z^3 - z^2}.$$

4.Вычислить интеграл (x-действительная переменная):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2x+1}{x^4+1} dx.$$

Домашнее задание. Операционное исчисление.
Раздел 6. *Модуль* 3.

1. Операционным методом решить задачу Коши

$$x''(t) - 6x'(t) + 9x(t) = 9t^2 - 39t + 65, x(0) = -1, x'(0) = 1.$$

2. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$x' = 3x + y, x(0) = 2;$$
$$y' = -5x - 3y + 2, y(0) = 0.$$

9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины.

Примерный перечень вопросов к экзамену по всему курсу.

Раздел 1. Комплексные числа. Последовательности комплексных чисел.

1. Комплексные числа и арифметические действия над ними. Вещественная и мнимая части числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Сопряженное число. Комплексная плоскость□ . Геометрическое изображение комплексных чисел. Расстояние в□ . Модуль и аргумент числа. Теоремы о модуле и аргументе произведения и частного комплексных чисел.

2. Геометрическое истолкование сложения и вычитания комплексных чисел. Неравенства треугольника. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Возведение комплексного числа в целую положительную степень. Формула Муавра. Корень n-й степени из комплексного числа.

3. Расстояние в□ . Понятие ε-окрестность точки комплексной плоскости. Предел последовательности комплексных чисел. Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности комплексных чисел (д)*. Основные теоремы теории пределов. Критерий Коши сходимости последовательности. Бесконечно удаленная точка и расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана.

Раздел 2. Аналитические функции.

4. Понятия области и кривой Жордана на комплексной плоскости. Замкнутая область. Определение односвязной области. Многосвязные области. Проколотая окрестность точки комплексной плоскости. Определения однозначной и многозначной функции. Однолистная функции комплексного переменного в области. Обратная функция. Предел и непрерывность однозначной функции комплексного переменного.

5. Определение производной функции комплексного переменного. Производная линейной комбинации, суммы, произведения, частного и суперпозиции. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана(д). Различные выражения для производной функции комплексного переменного.

---

*(д) – доказательство теоремы

6. Определение аналитической функции в области. Необходимое и достаточное условие аналитичности функции в области. Гармоническая функция. Сопряженные гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части (вывод формулы).

7. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции комплексного переменного. Свойства сохранения углов и постоянства растяжений(д). Конформные отображения.

8. Доказать следующие утверждения: Пусть $w = f(z)$ – функция, аналитическая и однолистная в некоторой области D, где $f'(z) \neq 0$ и пусть G-множество всех точек $w = f(z)$. Тогда: 1). Множество G есть область; 2). В окрестности точки w=f(z) области G определена обратная функция z=$\varphi(w)$, являющаяся аналитической функцией комплексного переменного w, причем, $\varphi'(w) = \dfrac{1}{f'(z)}$; 3). Любая линия Жордана внутри области D отображается в линию Жордана в области G.

9. Показательная функция w=e^z: определение; модуль и аргумент; однозначность; дифференцируемость на всей комплексной плоскости; периодичность; формула Эйлера; возможный выбор областей однолистности; отображение, осуществляемое показательной функцией полосы $0 < y < 2\pi$. Общая показательная функция.

10. Логарифмическая функция $z = Lnw$($w \neq 0$ и $w \neq \infty$) - как бесконечнозначная функция, обратная по отношению к показательной функции. Вывод формулы вычисления Lnw. Однозначные аналитические ветви логарифмической функции, главное значение логарифма. Точки разветвления.

11. Степенная функция $w = z^n$ ($n -$ натуральное число): определение; однозначность и дифференцируемость на всей комплексной плоскости C; возможный выбор областей однолистности; отображение, осуществляемое степенной функцией области $0 < \arg z < \dfrac{2\pi}{n}$. Общая степенная функция.

12. Функция $z = \sqrt[n]{w}$(радикал) - как n-значная функция, обратная по отношению к степенной функции. Формула вычисления $\sqrt[n]{w}$. Однозначные аналитические ветви функции. Точки разветвления.

13. Функции $w = \sin z$ и w=cosz: определение; однозначность и дифференцируемость на всей комплексной плоскости; формулы сложения и вычитания для синуса и косинуса; основное тригонометрическое тождество; нули функций; неограниченность на комплексной плоскости; возможный выбор областей однолистности; отображение, осуществляемое функцией $w = \sin z$ области $-\dfrac{\pi}{2} < z < \dfrac{\pi}{2}$. Области однолистности и отображение функции $w = \cos z$.

14. Обратные тригонометрические функции z=$Arcsin\, w$ и z=$Arccos\, w$: определения, вывод формул вычисления, однозначные аналитические ветви и точки разветвления.

15. Обратные тригонометрические функции $z = Arctgw$ и $z = Arcctgw$: определения, вывод формул вычисления, однозначные аналитические ветви и точки разветвления.

16. Простейшие отображения целой линейной функции. Отображение функции w=$\dfrac{1}{z}$.

Конформность дробно-линейного отображения. Представление дробно-линейного преобразования в виде суперпозиции простейших преобразований Доказательство кругового свойства дробно-линейного отображения.

17. Найти аналитическую функцию по заданной действительной части:

$u = \ln(x^2 + y^2) + x - 2y.$

18. Найти все решения уравнения: $ctgz = 1+2i.$

19. Найти дробно линейную функцию, переводящую точки $-1,\infty,\mathrm{i}$ соответственно в точки $i,1,1+i.$

20. Найти все решения уравнения: $e^z = -2+3i.$

21. Найти площадь области, на которую с помощью функции e^z отображается прямоугольник
$1 \le x \le 2, 0 \le y \le 4.$

Раздел 3. Комплексный криволинейный интеграл.

22. Определение интеграла от функции комплексного переменного по жордановой кривой на комплексной плоскости. Выражение интеграла через два действительных криволинейных интеграла второго рода. Основные свойства интеграла по комплексному переменному. Формула замены переменной интегрирования. Лемма об оценке модуля интеграла (д).

23. Интегральная теорема Коши для односвязной области(д). Вторая формулировка теоремы Коши. Интегральная теорема Коши для многосвязной области (вывод формулы).

24. Теорема об аналитичности функции $\Phi(z) = \int_{z_0}^{z} f(\xi)d\xi,$ где f(z)- аналитическая функция в области D,а интегрирование проводится по кривой, целиком лежащей в D и соединяющей точки z_0 и z(д).

25. Определение неопределенного интеграла от функции комплексного переменного. Вывод формулы Ньютона-Лейбница.

26. Вывод интегральной формулы Коши для односвязной области. Обобщение на случай многосвязной области.

27. Интеграл типа Коши. Теорема об аналитичности интеграла типа Коши в односвязной области, не содержащей точек линии интегрирования (д). Существование производных любого порядка для функции аналитической в области. Формула для $n-$ й производной.

28. Теорема Морера (д). Теорема Лиувилля об ограниченной целой функции (д).

Раздел 4. Функциональные ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора.

29. Общие свойства числовых рядов с комплексными числами: сходящийся ряд; сумма ряда; n-й остаток ряда; критерий Коши; необходимое условие сходимости ряда; абсолютно сходящийся ряд; признаки Даламбера и Коши.

30. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций: определение равномерной сходимости; признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда (д);

критерий Коши равномерной сходимости; теорема о непрерывности суммы функционального ряда; теорема о почленном интегрировании функционального ряда (д).

31. Теорема Вейерштрасса (д).

32.Степенные ряды. Теорема Абеля о множестве сходимости степенного ряда (д). Формулы для вычисления радиуса сходимости степенного ряда, следующие из признаков Даламбера и Коши.

33. Вывод формулы Коши-Адамара для радиуса сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов, вытекающие из теорем Абеля и Вейерштрасса: равномерная и абсолютная сходимость степенного ряда; аналитичность суммы степенного ряда; теоремы о почленном дифференцировании и интегрировании степенного ряда.

34. Теорема Тейлора о разложении функции, аналитической внутри круга, в степенной ряд (д).

35. Нули аналитической функции. Порядок нуля и его изолированность(д). Теорема единственности определения аналитической функции(д). Понятие об аналитическом продолжении функции с действительной оси в комплексную область.

36. Разложить функцию f(z) в ряд Лорана в указанном кольце:

$$f(z)=\frac{1}{z^2+1},\, 0<|z-i|<2.$$

37. Определить область сходимости и сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} z^{-n}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{2^{n+1}}.$

<u>Раздел 5.</u> Изолированные особые точки. Теория вычетов.

38. Ряд Лорана. Структура области сходимости. Теорема о разложении функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана.

39. Классификация конечных изолированных особых точек однозначной аналитической функции. Характер лорановского разложения в окрестности устранимой особой точки, полюса и существенно особой точки. Теоремы, определяющие поведение функции в окрестности устранимой особой точки и полюса порядка m(д). Связь нулей функции f(z) с полюсами функции $\frac{1}{f(z)}$. Теорема Сохоцкого (формулировка).

40. Разложение аналитической функции в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки. Определение характера изолированной особой точки $z=\infty$ (устранимая особая точка, полюс порядка m и существенно особая точка).

41. Вычет аналитической функции в конечной изолированной особой точке. Формулы вычисления вычета в полюсе первого порядка и порядка m(вывод). Вычет в ∞.

42. Основная теорема теории вычетов(д). Теорема о сумме вычетов(д).

43. Применение теории вычетов для вычисления интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx,$ где f(x)= $\frac{P(x)}{Q(x)}$ – рациональная функция, аналитическое продолжение которой в верхнюю полуплоскость $\operatorname{Im} z\ge 0$ не имеет полюсов на действительной оси, а степень знаменателя, по крайней мере, на две единицы превышает степень числителя (вывод формулы).

44. Лемма Жордана (д). Применение леммы Жордана для вычисления интегралов вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{e}^{iax}\,dx, \text{где } a>0.$$

45. Вычислить интеграл: $\int_{\square}\frac{\sin x}{x}dx$.

46. Вычислить интеграл по замкнутому контуру:

$$\oint_{|z|=2}\frac{z^{12}dz}{z^8+1}.$$

47. Вычислить интеграл:

$$\int_0^{2\pi}\frac{1}{(3+2\cos\varphi)^2}d\varphi.$$

48. Найти изолированные особые точки функции и определить их характер: f(z)= $ze^{\frac{1}{z}}$.

Раздел 6. Операционное исчисление.

49. Преобразование Лапласа. Оригинал. Изображение. Теорема о сходимости интеграла Лапласа (д). Теорема об аналитичности изображения Лапласа(д). Изображения функции Хевисайда и показательной функции.

50. Основные теоремы операционного исчисления: свойство линейности преобразования Лапласа; теорема подобия; теорема запаздывания; изображение производных; изображение первообразной; изображение свертки; теорема смещения; дифференцирование и интегрирование изображения (д).

51. Обращение преобразования Лапласа. Формула Меллина (вывод). Теорема разложения (д). Приложения операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами .

8 Порядок формирования оценок по дисциплине

Накопленная ($O_{накопл}$) и результирующая ($Q_{итоговая}$) оценки за модуль рассчитываются следующим образом.

В модуле 3 проводятся две контрольные работы и дается одно домашнее задание.

Накопленная оценка рассчитывается следующим образом:

$$O_{накопл} = 0.15\cdot(O_{кр1} + O_{кр2}) + 0.1\cdot O_{дом.}.$$

Итоговая (идущая в диплом) оценка по учебной дисциплине формируется следующим образом:

$$O_{итоговая} = O_{накопл.} + 0.6\cdot O_{экзамен}.$$

Итоговый экзамен подразумевает проверку знаний студентов по всему курсу.

Студент, получивший неудовлетворительную оценку (меньше 4 баллов по десятибалльной шкале) за контрольную работу может исправить свой результат, переписав её один раз. Результат переписывания контрольной работы умножается на коэффициент 0.7, но первоначальная оценка не может ухудшиться.

Округлению подлежит только итоговая оценка $O_{итоговая}$.

9 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1 Базовый учебник

[1] А. И. Маркушевич, *Краткий курс теории аналитических функций*, Изд. 3-е, испр. и доп., М.: ФМЛ, 1966.

9.2 Основная литература

[2] И.И.Привалов, *Введение в теорию функций комплексного переменного*, М.: ЛЕНАНД, 2015.

[3] Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович, *Сборник задач по теории функций комплексного переменного*, М.: ФМЛ, 2006.

9.3 Дополнительная литература

[4] А.Г.Свешников, А.Н.Тихонов, *Теория функций комплексной переменной* М.: ФМЛ, 1979.

[5] E. M. Stein, R. Shakarchi, *Complex Analysis* (Princeton Lectures in Analysis II), Princeton Univ. Press, Princeton and Oxford, 2003.

9.4 Справочники, словари, энциклопедии

Не используются.

9.5 Программные средства

Программные средства не предусмотрены.

9.6 Дистанционная поддержка дисциплины

Дистанционная поддержка дисциплины не предусмотрена.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально техническое обеспечение дисциплины не предусмотрено.