



**Правительство Российской Федерации**

**Нижегородский филиал  
Федерального государственного автономного образовательного  
учреждения высшего профессионального образования  
"Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"**

Факультет менеджмента

**Программа дисциплины Математика**

для направления 38.03.02.62 «Менеджмент»  
подготовки бакалавра

Авторы программы:

Громов Е. М., д.ф.-м.н., профессор, [egromov@hse.ru](mailto:egromov@hse.ru),

Одобрена на заседании кафедры математики «\_\_» \_\_\_\_\_ 2014 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Е. М. Громов

Рекомендована секцией УМС «Математика» «\_\_» \_\_\_\_\_ 2014 г

Председатель \_\_\_\_\_ Е.М. Громов

Утверждена УМС НИУ ВШЭ – Нижний Новгород «\_\_» \_\_\_\_\_ 2014г.

Председатель \_\_\_\_\_ В.М. Бухаров

Н. Новгород, 2014

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



## 1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 38.03.02.62 «Менеджмент» подготовки бакалавра, изучающих дисциплину «Математика».

Программа разработана в соответствии с:

- ОС НИУ-ВШЭ по направлению 38.03.02.62 «Менеджмент»;
- ОП для направления 38.03.02.62 «Менеджмент»;
- Рабочим учебным планом университета по направлению 38.03.02.62 «Менеджмент», утвержденным в 2014г.

## 2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математика (математический анализ и линейная алгебра)» являются овладение основами математического анализа и линейной алгебры, приобретение навыков использования универсального понятийного аппарата и широкого арсенала технических приемов этих дисциплин при дальнейшем изучении профильных дисциплин, построении математических моделей различных экономических закономерностей и процессов, описании динамики социально–экономических систем и прогнозировании развития экономики. Достижение этих целей обеспечивает выпускнику получение высшего профессионально профилированного (на уровне бакалавра) образования и обладание перечисленными ниже общими и предметно-специализированными компетенциями. Они способствуют его социальной мобильности, устойчивости на рынке труда и успешной работе в самых разнообразных сферах (стратегическое планирование, аналитическая поддержка процессов принятия решений для управления предприятием и проч.).

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Усвоить терминологию, принятую в изучаемой дисциплине, ее основные понятия и определения.
- Знать основные теоретические факты и практические методы решения задач математического анализа и линейной алгебры
- Уметь применять на практике изученные методы и алгоритмы
- Иметь навыки формализации поставленной задачи (напр., задачу максимизации прибыли предприятия записать в математических символах, то есть составить функцию прибыли, применить известные методы исследования функции с помощью производных, получить ответ в формализованной задаче и сформулировать «смыслосодержащий» ответ в терминах исходной задачи)
- Иметь навыки (приобрести опыт) применения теоретических фактов и различных практических математических методов и алгоритмов решения задач к реальным задачам прикладного характера, возникающим в некоторых прикладных областях

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

| Компетенция            | Код по НИУ   | Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата) | Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции |
|------------------------|--------------|---|---|
| <i>умеет применять</i> | <i>ПК-35</i> | Дает определение основных   | Ознакомление с  |



| Компетенция   | Код по НИУ | Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)   | Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции         |
|---|------------|---|---|
| <i>количественные и качественные методы анализа при принятии управленческих решений и строить экономические, финансовые и организационно-управленческие модели</i>                            |            | понятий, воспроизводит формулировку методов решения стандартных задач, распознает область применимости методов,   | терминологией, формулировка типовых задач и методов их решения                      |
| <i>способен выбирать математические модели организационных систем, анализировать их адекватность, проводить адаптацию моделей к конкретным задачам управления</i>                             | ПК-36      | Использует стандартные математические модели, демонстрирует знание основных методов решений, владеет теорией,   | Решение типовых задач соответствующими мат. методами                                |
| <i>владеет методами количественного и качественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования</i>   | ПК-55      | Владеет методами анализа, применяет методы решений, представляет связи стандартных и нестандартных постановок проблем,  | Решение задач в нестандартных формулировках соответствующими типовыми мат. методами |
| <i>способен выбрать инструментальные средства для обработки информации в соответствии с поставленной научной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы</i> | ПК-57      | Распознает тип поставленной задачи, обосновывает применимость метода решения, применяет необходимый метод, интерпретирует полученный результат, оценивает влияние внешних воздействий на полученное решение поставленной задачи | Решение задач в нестандартных формулировках, комбинирование мат. методов            |

#### 4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу математических дисциплин базовой части математического и естественнонаучного блока, обеспечивающих подготовку бакалавра по направлению 38.03.02.62 «Менеджмент» и является базовой для указанного направления.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» (программа средней общеобразовательной школы). Студенты должны владеть знаниями и компетенциями, соответствующими школьной программе по математике:

- простейшие представления о системе вещественных (действительных) чисел;
- алгебраические операции над вещественными числами и свойства этих операций.



Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении всех естественнонаучных дисциплин, в числе которых:

- «Дифференциальные уравнения»,
- «Методы оптимизации»,
- «Моделирование в менеджменте»
- «Эконометрика»,
- «Анализ данных в менеджменте»
- «Теория вероятностей и математическая статистика»

## 5 Тематический план учебной дисциплины

| №  | Название раздела   | Всего часов | Аудиторные часы |          |                      | Самостоятельная работа |
|----|--|-------------|-----------------|----------|----------------------|------------------------|
|    |  |             | Лекции          | Семинары | Практические занятия |                        |
| 1  | Введение в анализ  | 7           | 2               | 0        | 0                    | 5                      |
| 2  | Теория пределов. Предел последовательности. Предел функции. Непрерывность. | 74          | 12              | 0        | 12                   | 50                     |
| 3  | Дифференциальное исчисление функций одной переменной                       | 46          | 8               | 0        | 8                    | 30                     |
| 4  | Исследование графиков функций одной переменной                             | 30          | 4               | 0        | 6                    | 20                     |
| 5  | Интегральное исчисление функций одной переменной                           | 62          | 12              | 0        | 10                   | 40                     |
| 6  | Дифференциальное исчисление функций многих переменных                      | 30          | 4               | 0        | 6                    | 20                     |
| 7  | Дифференциальные уравнения первого порядка                                 | 30          | 6               | 0        | 4                    | 20                     |
| 8  | Введение в линейную алгебру. Матричное исчисление.                         | 32          | 6               | 0        | 6                    | 20                     |
| 9  | Теория определителей   | 23          | 4               | 0        | 4                    | 15                     |
| 10 | Общая теория систем линейных уравнений                                     | 37          | 6               | 0        | 6                    | 25                     |
| 11 | Собственные векторы и собственные значения матрицы                         | 14          | 2               | 0        | 2                    | 10                     |
| 12 | Векторная алгебра  | 12          | 2               | 0        | 2                    | 8                      |
| 13 | Аналитическая геометрия  | 21          | 2               | 0        | 4                    | 15                     |
|    | Всего  | 418         | 70              | 0        | 70                   | 278                    |

## 6 Формы контроля знаний студентов

| Тип контроля     | Форма контроля     | 1 год |     |   |   | Параметры                  |
|------------------|--------------------|-------|-----|---|---|----------------------------|
|                  |                    | 1     | 2   | 3 | 4 |                            |
| Текущий (неделя) | Контрольная работа | 7     | 3,7 | 3 | 3 | Письменная работа 60 минут |
|                  | Коллоквиум         |       |     | 4 |   | Устное собеседование       |
|                  | Домашнее задание   |       |     | 8 | 8 | Домашняя письменная работа |



|               |         |  |   |   |                            |
|---------------|---------|--|---|---|----------------------------|
| Промежуточный | Экзамен |  | v |   | Письменный экзамен 90 мин. |
| Итоговый      | Экзамен |  |   | v | Письменный экзамен 90 мин. |

### 6.1 Критерии оценки знаний, навыков

При выполнении письменных контрольных работ, а также экзаменационных письменных работ студент должен продемонстрировать знание теоретического материала соответствующего раздела курса, уметь правильно применять его к решению конкретных задач, соблюдать логику решения задачи и грамотно формулировать ответ.

Коллоквиум проводится в устной форме. Основные требования – знание всех основных определений и формулировок теорем по пройденным разделам математического анализа, умение доказывать теоретические факты (выборочно), умение приводить показательные примеры и контрпримеры.

Для любого из оговоренных в пункте 6 видов контроля требования к отчетности соотнесены с указанными в пункте 3 компетенциями. Результатом проверки работы является оценка, выставляемая по 10-ти балльной шкале в соответствии со следующими критериями:

- высшая оценка в 10 баллов выставляется при отличном выполнении задания, то есть при наличии полных (с детальными пояснениями и культурой выкладок), оригинальных и правильных решений задач, дополненных при необходимости документами, полученными в результате реализации (проверки) решения в компьютерной вычислительной среде, верных ответов и высококачественного оформления работы.
- оценка в 7-8-9 баллов выставляется при наличии решений задач и правильных ответов, но при отсутствии какого-либо из выше перечисленных отличительных признаков, как, например: детальных выкладок или пояснений, качественного оформления, представления алгоритма или последовательности решения задач.
- Оценка в 6 баллов выставляется при наличии отдельных неточностей в ответах (включая грамматические ошибки) или неточностях в решении задач не принципиального характера (описки и случайные ошибки арифметического характера).
- Оценка в 5 баллов выставляется в случаях, когда в ответах и в решениях задач имеются неточности и ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании вопросов и требующие дополнительного обращения к тематическим материалам.
- Оценка в 4 балла выставляется при наличии серьезных ошибок и пробелов в знаниях по контролируемой тематике.
- Оценка в 3 балла выставляется при наличии лишь отдельных положительных моментов в представленной работе.
- Оценка в 2 балла выставляется при полном отсутствии положительных моментов в представленной работе.
- Оценка в 1 или 0 баллов выставляется в случаях, когда небрежные записи, неправильные ответы и решения, кроме того, сопровождаются какими-либо демонстративными проявлениями безграмотности или неэтичного отношения к изучаемой теме и предмету в целом.

### 6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

По дисциплине предусмотрены следующие виды контроля:

- промежуточный контроль в форме трех контрольных работ ( $O_{KP1}, O_{KP2}, O_{KP3}$ ) в 1-2 модулях;
- экзамен в конце 2-го модуля ( $O_{экзамен_{1-2}}$ );
- текущий контроль в форме двух очных и двух домашних контрольных работ ( $O_{KP4}, O_{KP5}, O_{DKP1}, O_{DKP2}$ ) в 3-4 модулях;
- коллоквиум ( $O_{колл.}$ );



- итоговый контроль в форме письменного экзамена в конце 4-го модуля ( $O_{\text{экзамен}_{3-4}}$ ).

Каждый вид работ оценивается с точностью до десятых долей. Максимальная оценка 10 баллов.

Результирующая оценка формируется по формуле:

$$O_{\text{результ.итог}} = 0,3 * O_{\text{экзамен}_{3-4}} + 0,7 * O_{\text{накопл.итог}} \quad (1)$$

В ведомость выставляется целая часть результирующей оценки  $\lfloor O_{\text{результ.итог}} \rfloor$ .

Накопленная итоговая оценка формируется следующим образом:

$$O_{\text{накопл.итог}} = 0,5 * O_{\text{промежуточная}_{1,2}} + 0,5 * O_{\text{текущая}_{3,4}} \quad (2)$$

$$O_{\text{промежуточная}_{1,2}} = 0,25 * (O_{\text{КР1}} + O_{\text{КР2}} + O_{\text{КР3}} + O_{\text{экзамен}_{1-2}}) \quad (3)$$

Здесь  $O_{\text{промежуточная}_{1,2}}$  - оценка по результатам 1-2-го модулей, выставляется в

соответствующую ведомость.

$O_{\text{текущая}_{3,4}} = (O_{\text{КР4}} + O_{\text{КР5}} + O_{\text{ДКР1}} + O_{\text{ДКР2}}) * 0,7 / 4 + 0,3 * O_{\text{колл}}$  – оценка, накопленная в 3-4-ом модулях.

Способ округления оценок итогового, промежуточного и текущего контролей – по стандарту округления к ближайшему значению.

На передаче с комиссией формула результирующей оценки (1) аннулируется: студенту выставляется оценка, которую он получает на передаче с комиссией.

## 7 Содержание дисциплины

Количество часов аудиторной работы по разделам и общий объем самостоятельной работы указаны выше в пункте 4.

### Часть I. Математический анализ.

#### Тема 1. Предел последовательности и предел функции. Непрерывность функции

Множества. Элементы мат. логики. Кванторы существования и всеобщности. Числовая последовательность (ЧП). Предел ЧП. Бесконечно малые (БМ) и бесконечно большие (ББ) ЧП. Сходящиеся ЧП. Арифметические действия со сходящимися ЧП. Неубывающие, невозрастающие, монотонные, ограниченные ЧП. Число  $e$ . Предел функции в точке (определения Коши и Гейне). Бесконечный предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. БМ и ББ функции. Сравнение БМ: БМ одного порядка, эквивалентные БМ, БМ более высокого порядка. Арифметические действия с пределами функций. 1-й и 2-й замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.

Основная литература [1, 2, 4, 5, 6, 8].

Дополнительная литература [12, 13].

#### Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Производная функции в точке. Операция дифференцирования и ее свойства. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к прямой. Производные элементарных функций. Производная композиции функций (цепное правило). Дифференцирование





показательно-степенной, обратной, параметрически заданной, неявной функции. Понятие дифференциала и его связь с понятием производной. Приближенные вычисления с помощью первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Односторонние производные. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Формулы Маклорена для элементарных функций  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $\operatorname{sh} x$ ,  $\operatorname{ch} x$ ,  $\exp x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$ ,  $\operatorname{tg} x$ . Вычисление пределов с помощью асимптотических разложений.

*Основная литература [1, 2, 4, 5, 6, 8].*

*Дополнительная литература [11, 12, 13].*

### **Тема 3. Исследование графиков функций одной переменной**

Понятие локального экстремума функции. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия экстремума. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа). Формула Лагранжа конечных приращений. Выпуклость, точки перегиба гладких функций. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной на отрезке. Схема исследования функций.

*Основная литература [1, 2, 4, 5, 6, 8].*

*Дополнительная литература [11, 12, 13].*

### **Тема 4. Интегральное исчисление функции одной переменной**

Неопределенный интеграл (первообразная). Свойства неопределенных интегралов. Табличное интегрирование. Замена переменной в неопределенном интеграле: внесение под знак дифференциала, подстановка. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций (метод неопределенных коэффициентов). Интегрирование простейших классов тригонометрических, иррациональных и трансцендентных функций.

Определенный интеграл Римана и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Площадь криволинейной трапеции. Длина дуги гладкой кривой. Объем тела вращения. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода. Понятие сходимости и простейшие методы ее исследования.

*Основная литература [1, 2, 4, 5, 6, 8].*

*Дополнительная литература [11, 12, 13].*

### **Тема 5. Дифференциальное исчисление функции многих переменных**

Последовательность точек в многомерном пространстве. Предел и непрерывность функции многих переменных. Линии (поверхности) уровня. Частные производные. Дифференцирование композиции функций многих переменных. Полная производная сложной функции независимой переменной. Производная неявной функции одной переменной. Частная производная неявной функции 2-х переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные высших порядков. Необходимые условия локального экстремума функции многих переменных. Достаточные условия локального экстремума функции 2-х переменных.

*Основная литература [1, 2, 4, 5, 6, 8].*



*Дополнительная литература [11, 12, 13].*

### **Тема 6. Дифференциальные уравнения 1-го порядка**

Понятие дифференциального уравнения 1-го порядка, понятие общего и частного решения дифференциального уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнение Бернулли.

*Основная литература [1, 5, 6].*

*Дополнительная литература [13].*

## **Часть II. Линейная алгебра.**

### **Тема 7. Матричное исчисление**

Определение числовых матриц и различные формы их истолкования. Столбцы, строки, главная и побочная диагонали (для квадратных матриц). Сложение матриц и умножение на число, свойства линейных операций. Транспонирование матрицы. Свойства операции транспонирования. Индексные обозначения элементов матриц и операций над ними. Матрицы-столбцы и матрицы-строки. Умножение матриц, правило «строка на столбец». Свойства умножения матриц, взаимные свойства умножения и сложения. Обратная матрица. Элементарные преобразования строк (столбцов) в терминах умножения матриц. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований строк присоединенной матрицы. Специальные типы квадратных матриц: матрицы верхние (нижние) треугольные, симметрические, антисимметрические, идемпотентные, проекторы, нильпотентные, диагональные, ортогональные, положительно определенные. След квадратной матрицы и его свойства.

Понятие линейной зависимости (независимости) системы числовых столбцов (строк). Линейная оболочка системы столбцов. Свойства линейно зависимых и независимых систем. Ранг и база системы и их вычисление. Базис как максимальная линейно независимая подсистема системы столбцов. Ранг матрицы и элементарные преобразования. Миноры произвольного порядка. Базисный минор. Теорема о базисном миноре.

*Основная литература [1, 3, 5, 6, 7, 9, 10].*

*Дополнительная литература [13].*

### **Тема 8. Теория определителей**

Определение детерминанта (определителя) квадратной матрицы. Миноры его элементов и их алгебраические дополнения. Разложение определителя по произвольной строке (столбцу). Свойства определителей. Вычисление определителей путем накопления нулей в строке (столбце), приведение к треугольному (диагональному) виду. Детерминант как индикатор линейной зависимости системы своих столбцов (строк).

*Основная литература [1, 3, 5, 6, 7, 9, 10].*

*Дополнительная литература [13].*

### **Тема 9. Общая теория систем линейных уравнений**



Развернутая и матричная формы записи системы линейных уравнений. Равносильные преобразования системы и соответствующие им элементарные преобразования строк расширенной матрицы. Условие совместности линейной системы (теорема Кронекера-Капелли). Нахождение решений методом Гаусса-Жордана (процедура диагонализации). Приведенная система. Множество решений однородной системы. Фундаментальная система решений приведенной системы. Структура общего решения произвольной системы линейных уравнений, матричная форма его записи. Метод Крамера решения невырожденных квадратных линейных систем. Метод обратной матрицы решения невырожденных систем.

*Основная литература [1, 3, 5, 6, 7, 9, 10].*

*Дополнительная литература [13].*

### **Тема 10. Собственные векторы и собственные значения матрицы.**

Собственные числа (значения) матрицы, понятие спектра. Характеристическое уравнение. Свойства собственных векторов и собственных значений. Способы отыскания собственных векторов. Базис из собственных векторов.

### **Тема 11. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.**

Понятие вектора как элемента пространств  $R^2$  и  $R^3$ , координаты вектора. Модуль вектора, угол между векторами. Линейные операции над векторами: сложение, умножение на скаляр. Нелинейные операции над векторами: скалярное, векторное, смешанное произведения, их геометрический смысл и формулы для вычисления в координатах. Понятия коллинеарности, компланарности, ортогональности векторов. Прямая на плоскости: основные виды уравнений, угол между прямыми, взаимное расположение прямых на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве: основные виды уравнений, взаимное расположение прямых, плоскостей, прямой и плоскости. Углы между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью. Кривые 2-го порядка. Приведение к каноническому виду, определение типа кривой (эллипс, гипербола, парабола).

*Основная литература [1, 3, 5, 6, 7, 9, 10].*

*Дополнительная литература [13].*

## **8 Образовательные технологии**

При реализации учебной работы предполагается разбор практических задач в рамках теоретических и практических занятий.

## **9 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента**

### **9.1 Тематика заданий текущего контроля**

Контр 1: Предел последовательности. Предел функции.

Контр 2: Производные. Исследование графиков функций.

Контр 3: Неопределенный интеграл. Приложения определенного интеграла. Функции нескольких переменных.

Контр 4: Обыкновенные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Системы линейных уравнений.

Контр 5: Матрицы. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

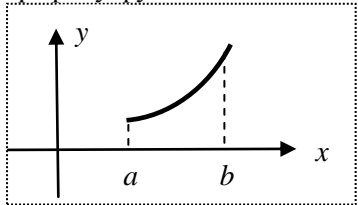
Примерный перечень заданий контрольной работы №4:

**Вариант 0**

1. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 2x - \operatorname{tg}(2x)}{x^3}.$$

2. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-4x} - 1 + 4x - 8x^2}{x^3}$$

3. Определить знаки
- $y, y', y''$
- на
- $[a; b]$
- по графику функции



4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
- $y = 4x^2 + \frac{1}{x}$
- на отрезке
- $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$
- .

5. Написать первые четыре ненулевых члена разложения функции
- $y = \ln(x^3)$
- по степеням
- $(x-1)$
- .

6. Найти наименьшее значение функции
- $y = 4^{3x} - 6 \cdot 2^x + 10$
- .

7. Найти интервалы возрастания, убывания и экстремальные точки функции

$$y = (2x - 3)^6 \cdot (3 - 4x)^5.$$

8. Найти значение функции
- $y = x \cdot e^{-3x^2}$
- в точке перегиба при
- $x > 0$
- .

9. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции

$$y = \frac{1}{56}x^8 + \frac{1}{10}x^6 - \frac{1}{3}x^4.$$

10. Найти все асимптоты графика функции

$$y = \frac{4x^2 + x + 1}{\sqrt{x^2 - 4}}.$$

11. Провести полное исследование функции

$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1}$$

с использованием первой производной и построить график.

## 9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Примерный перечень вопросов к коллоквиуму:

1. Определение множества, подмножества. Множество, ограниченное сверху (снизу), просто ограниченное.
2. Определение точной верхней (нижней) грани множества.
3. Определение простой, сложной, обратной функции.
4. Определение четной, нечетной и периодической функции.
5. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке, на отрезке  $[a, b]$ .
6. Способы задания функции.
7. Определение последовательности.
8. Определение последовательности, ограниченной сверху (снизу), просто ограниченной.
9. Определение бесконечно большой (б.б.) последовательности (бесконечный предел).
10. Определение бесконечно малой (б.м.) последовательности (нулевой предел).
11. Доказать теорему о сумме двух б.м. последовательностей.
12. Доказать теорему о разности двух б.м. последовательностей.
13. Доказать теорему об ограниченности двух б.м. последовательностей.
14. Доказать теорему о произведении б.м. на ограниченную последовательность.
15. Доказать теорему о переходе б.м. в б.б. последовательность и наоборот.
16. Определение сходящейся последовательности (конечный предел).
17. Доказать основную теорему о сходящейся последовательности.
18. Доказать теорему о единственности предела сходящейся последовательности.
19. Доказать теорему об ограниченности сходящейся последовательности.
20. Доказать теорему об арифметических действиях со сходящимися последовательностями.
21. Достаточные условия отсутствия предела последовательности.
22. Определение расходящейся последовательности.

23. Доказать отсутствие предела последовательности  $\left\{(-1)^n\right\}$ ,  $\left\{2^{n \cdot (-1)^n}\right\}$ ,  $\left\{\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right\}$ ,  
 $\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right\}$ .
24. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной последовательности.  
 25. Определение невозрастающей, неубывающей, монотонной последовательности.  
 26. Доказать теорему о сходимости монотонной ограниченной последовательности.
27. Теорема о сходимости последовательности  $\left\{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right\}$ .
28. Доказать теорему о пределе промежуточной последовательности.  
 29. Определение конечного и бесконечного пределов функции в точке.  
 30. Достаточные условия отсутствия предела функции.  
 31. Найти предел функции  $f(x) = \sin x$ ,  $f(x) = \cos x$  при  $x \rightarrow \infty$ .  
 32. Определение б.м. и б.б. функции в точке.  
 33. Определение б.м. функций одного порядка.  
 34. Определение эквивалентных б.м. функций.  
 35. Определение б.м. функции более высокого порядка малости.  
 36. Свойства значка  $\circ(\ )$ .  
 37. Определение б.б. функций одного порядка роста.  
 38. Определение б.б. функции более высокого порядка роста.  
 39. Доказать первую теорему о существовании предела функции в точке.  
 40. Теорема об арифметических действиях с пределами функций.  
 41. Определение односторонних (правого и левого) пределов функции в точке.  
 42. Вторая теорема о существовании предела функции в точке.  
 43. Доказать теорему об арифметических действиях с непрерывными функциями.  
 44. Доказать первый замечательный предел.  
 45. Доказать второй замечательный предел.  
 46. Таблица эквивалентных функций.  
 47. Первое и второе определения непрерывной функции в точке.  
 48. Исследовать на непрерывность функцию  $y = \sin nx$ ,  $y = \cos nx$ ,  $y = x^3$ ,  $y = x^4$ ,  
 $y = e^{nx}$  при  $x \in R$ .
49. Исследовать на непрерывность функцию  $y = \ln x$  при  $x > 0$ .  
 50. Определение односторонней (левой и правой) непрерывности функции в точке.  
 51. Теорема о непрерывности функции в точке.  
 52. Классификация точек разрыва функции.
53. Исследовать на непрерывность функцию  $y = \sin \frac{1}{x}$ ,  $y = \cos \frac{1}{x}$ ,  $y = e^{1/x}$ ,  
 $y = \frac{1}{1 + 2^{1/x}}$ ,  $y = \arctg \frac{1}{x}$ ,  $y = \text{arcctg} \frac{1}{x}$  в точке  $x = 0$ .
54. Доказать теорему о непрерывности сложной функции в точке.  
 55. Определение производной функции. Её геометрический и физический смысл.  
 56. Уравнение касательной и нормали к графику функции.  
 57. Определение дифференцируемой функции  
 58. Доказать теорему о дифференцируемости функции.

59. Доказать теорему о непрерывности дифференцируемой функции.
60. Определение дифференциала функции.
61. Доказать теорему о производной суммы и разности двух функций.
62. Доказать теорему о производной произведения двух функций.
63. Доказать теорему о производной частного двух функций.
64. Исходя из определения, найти производную функции  $y = x^\alpha$ ,  $y = x^3$ ,  $y = x^4$ ,  
 $y = \sin \alpha x$ ,  $y = \sin(\alpha x^2)$ ,  $y = \cos \alpha x$ ,  $y = \cos(\alpha x^2)$ ,  $y = e^{\alpha x}$ ,  $y = e^{-\alpha x^2}$ ,  
 $y = 2^{-\alpha x^2}$   $y = \ln nx$ ,
65. Таблица производных элементарных функций.
66. Доказать теорему о производной сложной функции.
67. Доказать теорему о производной обратной функции.
68. Исходя из теоремы о производной обратной функции, найти производную функции  
 $y = \arctg x$ ,  $y = \text{arcctg } x$ ,  $y = \arcsin x$ ,  $y = \arccos x$ .
69. Определение параметрически заданной функции.
70. Первая производная параметрически заданной функции.
71. Односторонние (левая и правая) производные функции в точке.
72. Теорема о существовании производной функции в точке.
73. Найти производную функции  $y = |x|$ ,  $y = \sqrt[3]{x^2}$ ,  $y = \sqrt[5]{x^4}$  в точке  $x = 0$ .
74. Доказать инвариантность формы первого дифференциала.
75. Свойства первых дифференциалов.
76. Таблица первых дифференциалов.
77. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке.
78. Доказать теорему о достаточных условиях монотонности дифференцируемой функции в точке.
79. Определение точек локального максимума, минимума, экстремума функции.
80. Доказать теорему Ферма (о необходимых условиях экстремума дифференцируемой функции).
81. Определение стационарной точки дифференцируемой функции.
82. Доказать теорему Ролля (о нуле производной).
83. Доказать теорему Лагранжа (формула конечных приращений).
84. Доказать теорему Коши (обобщенная формула конечных приращений).
85. Правило Лопиталя.
86. Формула Тейлора.
87. Написать первые три ненулевых члена ряда Тейлора функции  $y = x^4$ ,  $y = x^5$  в точке  
 $x_0 = 1$ .
88. Формула Маклорена.
89. Написать первые три ненулевых члена ряда Маклорена функции  $y = (x-1)^4$ ,  
 $y = (x-1)^5$ ,  $y = (x-1)^6$ .
90. Доказать теорему о необходимых условиях экстремума функции.
91. Определение критической точки функции.
92. Доказать теорему о достаточных условиях экстремума функции.
93. Определение выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции.
94. Теорема о достаточных условиях выпуклости (вогнутости) дифференцируемой функции.
95. Определение точки перегиба дифференцируемой функции.



96. Необходимые условия точки перегиба дифференцируемой функции.
97. Достаточные условия точки перегиба дифференцируемой функции.
98. Определение наклонной (правой, левой) и вертикальной асимптот графика функции.
99. Теорема о наклонной асимптоте графика функции.

### Дополнительные вопросы

1. Всякая ли дифференцируемая функция является непрерывной?
2. Всякая ли непрерывная функция является дифференцируемой?
3. Всякая ли дифференцируемая в точке функция имеет касательную к графику в этой точке?
4. Всякая ли стационарная точка является критической?
5. Всякая ли критическая точка является стационарной?
6. Существует ли касательная к графику дифференцируемой функции в точке перегиба?
7. В любой ли критической точке существует касательная к графику?
8. В любой ли стационарной точке существует касательная к графику?

### 9.3 Примеры заданий промежуточного /итогового контроля

Пример экзаменационного билета по математическому анализу (практическая часть):

#### Вариант 0

1 Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 12x + 20}{x^2 - 10x + 16}$ .

2  $y = e^{-2x} + \frac{3}{\sqrt{x^3}}$   $y'_x = ?$

3  $y = x^2 \cdot \arcsin^4 3x$   $y'_x = ?$

4  $y = \frac{\cos^2 3x}{x^2}$   $y'_x = ?$

5 Написать уравнение касательной к графику

функции  $y = xe^{-x^2}$  в точке  $x_0 = 1$ .

6 Найти интервалы возрастания, убывания и экстремальные точки функции

$$y = (x - 2)^2 \cdot (3 - x)^3.$$

7 Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции

$$y = \frac{1}{56} x^8 + \frac{1}{10} x^6 - \frac{1}{3} x^4.$$

8 Найти все асимптоты графика функции

$$y = \frac{4x^2 + x + 1}{\sqrt{x^2 - 4}}.$$

9 Найти  $z'_x$  и  $z'_y$  от функции

$$z = tg(x^2 \cdot y^3) \cdot e^{x \cdot y^2}.$$

10 Исследовать на экстремум

$$z = 2x^2 + 2y^2 - 2xy + 4x + 4y.$$

11 Вычислить

$$\int (-2 \cos 6x + 4e^{-x/5} + \sqrt[8]{x}) dx$$

12 Вычислить  $\int \frac{xdx}{x^2 - 7x + 10}$ .

13 Вычислить  $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^5 x}$ .

14 Вычислить  $\int \frac{e^{3x} dx}{(1 - e^{3x})^7}$ .

15 Вычислить  $\int_0^1 \frac{x^6 dx}{x^{14} + 1}$ .

16 Вычислить  $\int_0^{\infty} x \cdot e^{-3x} dx$ .

17 Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = x^2 - 4x + 5$  и  $y = x + 1$ .

18 Найти объем тела, образованного при вращении вокруг оси  $ou$  фигуры,



ограниченной графиками функций

$$y = \sqrt{9-x} \text{ и } y = 0 \text{ при } 0 \leq x \leq 9.$$

19 Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} 2x}{x^3}$ .

20 Вычислить  $\int_0^{\infty} e^{-2x} \cdot \sin(3x) dx$ .

21 Исследовать на сходимость числовой

ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-4}{n-3} \right)^{n^2}$

## Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 9.4 Базовый учебник

1. Красс, М. С., Чупрынов, Б. П. Математика для экономистов: учебное пособие. – СПб.: Питер, 2010
2. Ильин, В.А., Позняк, Э.Г. Основы математического анализа: учебник: В 2-х ч.-4-е изд.; Стереот.-М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Физматлит, 2002.
4. Бобков Н. Н. Курс математического анализа для студентов экономических специальностей: учебник. М.: Издательский дом ГУ- ВШЭ, «МАКС Пресс», 2007.

### 9.5 Основная литература

5. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник/Под ред. проф. В.И.Ермакова. - М.:ИНФРА-М, 2002
6. Сборник задач по высшей математике для экономистов / Под редакцией В.И.Ермакова. – М.: Инфра-М, 2002.
7. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 2001.
8. Математический анализ в вопросах и задачах: учебное пособие/ под ред. В.Ф.Бутузова. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001; 2002.
9. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин Линейная алгебра в вопросах и задачах. С. - Петербург: Лань, 2008.
10. Беклемишева Л.А, Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2001.

### 9.6 Дополнительная литература

11. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: В 3-х т.-8-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
12. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник: В 2-х т. -7-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
13. Высшая математика для экономистов: учебное пособие / под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997, 1999

### 9.7 Справочники, словари, энциклопедии

14. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: «Наука», 1974.

### 9.8 Программные средства

Для успешного освоения дисциплины и контроля правильности самостоятельного решения задач по курсу, а также для облегчения визуализации решения задач, связанных с исследованием функций студенту рекомендуется использовать следующие программные средства: математические среды Maple, Mathcad, MATLAB, Mathematica, графические среды AGrapher (для функций одной переменной), 3DGrapher (для функций двух переменных).





### **9.9 Дистанционная поддержка дисциплины**

Не предусмотрена. On-line взаимодействие студентов и преподавателей может быть организовано посредством электронной почты (рассылка домашних заданий и проч).

### **10 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Не предусмотрено.

Авторы программы

Е.М. Громов