



**Нижегородский филиал
Федерального государственного автономного образовательного
учреждения высшего образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет информатики, математики и компьютерных наук
Кафедра фундаментальной математики

Рабочая программа дисциплины

Алгебра

для образовательной программы «Математика»
направления подготовки 01.03.01 Математика
уровень бакалавр

Разработчик программы:

Долгоносова А.Ю., старший преподаватель, adolgonosova@hse.ru

Одобрена на заседании кафедры Фундаментальной математики

«__» _____ 2016 г

Зав. кафедрой О.В. Починка _____

Утверждена «__» _____ 2016 г.

Академический руководитель образовательной программы

Е.Я. Гуревич _____

Нижегород, 2016

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы



Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления подготовки 01.03.01 «Математика», изучающих дисциплину «Алгебра».

Программа разработана в соответствии с:

- Обязательным стандартом ФГАУ ВПО НИУ-ВШЭ по направлению подготовки 01.03.01 «Математика» (уровень подготовки «бакалавр»).
- Образовательной программой «Математика» по направлению подготовки 01.03.01 «Математика».
- Объединенным учебным планом университета по направлению подготовки 01.03.01 «Математика», утвержденном в 2015 году.

Цели освоения дисциплины

Целью является формирование у будущих специалистов теоретических знаний в области современной алгебры, необходимых для использования в других математических дисциплинах, а также в решении различных прикладных задач. Для изучения дисциплины используются некоторые сведения из курса математического анализа и геометрии. Материал курса алгебры является важнейшей частью базовой подготовки специалистов по математике.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Знать основные определения и результаты (теоремы) алгебры.
- Уметь решать типовые теоретические и вычислительные задачи.
- Иметь навыки (приобрести опыт) применения методов алгебры в смежных теоретических и прикладных областях.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Компетенции	Код по ОС НИУ	Уровень формирования компетенции	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенций	Форма контроля уровня сформированности компетенции
Способен выявлять научную сущность проблем в профессиональной области	УК-2	РБ	Уметь строить математические модели динамических процессов	Лекционный курс, практические задания, самостоятельная работа	Самостоятельная работа на семинарах, курсовая работа
Способен изучать самостоятельно и анализировать научную литературу по алгебре и смежным дисциплинам.	УК-5	РБ	Умеет самостоятельно изучить дополнительные главы алгебры, теории чисел, тензорного анализа и его приложение в других дисциплинах, выделить основные результаты.	Лекционный курс и самостоятельная работа	Защита курсовой работы, индивидуальные домашние работы, коллоквиум, устный экзамен



Владеет культурой мышления, способен к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижений	УК-6	РБ	Умеет анализировать поставленную задачу, выбирает оптимальный метод решения задачи. Умеет обобщать результаты и формулировать аналогичные результаты.	Лекционный курс, практические занятия	Устный экзамен, защита курсовой работы, контрольная работа
Способен устанавливать междисциплинарные связи, использовать информацию, полученную при изучении смежных дисциплин, а также применять полученные знания в других областях	ПК-1	РБ	Умеет решать практические и теоретические задачи, используя алгебраические методы, изученные в смежных дисциплинах, а также применять методы в других дисциплинах	Лекционный курс, практические занятия, самостоятельная работа	Индивидуальные домашние работы, контрольная работа, защита курсовой работы
Способен использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические средства и информационные технологии.	ПК-2	РБ	Умеет использовать современные технологий, электронные библиотеки и медиа-ресурсы для поиска полезной информации.	Самостоятельная работа, доклады на семинарах и конференциях	Защита курсовой работы, индивидуальные домашние задания
Способен строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	ПК-7	РБ	Понимает, что такое доказательство. Умеет логически выстраивать доводы, основываясь на введенных понятиях и уже доказанных фактах	Лекционный курс, практические задания, самостоятельная работа	Устный экзамен, коллоквиум
Способен логически верно, ясно и аргументировано строить устную речь	ПК-8	РБ	Умеет четко отвечать на поставленный вопрос, приводя аргументы в виде определений и теорем из пройденного курса. Умение выступать публично с изложением известных и собственных результатов	Лекционный курс, самостоятельная работа, доклады на семинарах и конференциях	Защита курсовых работ, устный экзамен, коллоквиум
Способен планировать и осуществлять педагогическую деятельность в образовательных организациях с учетом специфики предметной области	ПК-14	РБ	Знает, как составить план лекции или практического занятия, умеет находить контакт со слушателями	Лекционный курс, практические задания, самостоятельная работа, доклады на научных	Устный экзамен, коллоквиум



				семинарах и конфе- ренциях	
--	--	--	--	----------------------------------	--

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к профессиональному циклу дисциплин и блоку дисциплин, обеспечивающих подготовку бакалавра по направлению 01.03.01 «Математика».

Настоящая дисциплина является базовой.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях, полученных на 1-м курсе при изучении таких дисциплин как Математический анализ, Алгебра, Геометрия.

Для усвоения учебной дисциплины студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями: знать основы математического анализа, алгебры и геометрии в рамках программы 1-ого курса. Курс опирается на знания студентов, приобретенные на первом году обучения по направлению «Математика» при изучении алгебры, геометрии и математического анализа, и обеспечивает теоретическую подготовку и практические навыки в области современных методов линейной алгебры и теории чисел. Алгебра занимает основополагающую позицию в образовании студентов направления «Математика», давая язык, логику и понятия, необходимые для овладения большинством математических дисциплин таких, как дифференциальные и интегральные уравнения, функциональный анализ, теория функций действительной и комплексной переменных, дифференциальная геометрия, топология, теория вероятностей, вычислительные методы, вариационное и операционное исчисление, оптимальное управление и т.д.

Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы		Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	
1	Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств	24	4	10	10
2	Аффинные пространства и преобразования	22	2	6	14
3	Введение в тензорную алгебру	24	4	10	10
4	Начала теории групп	24	4	10	10
5	Коммутативные кольца	24	4	8	12
6	Группы	24	4	8	12
7	Линейные представления и ассоциативные алгебры	26	4	8	14
8	Группы Ли	22	2	6	14
	Итого:	190	28	66	96
	Трудоемкость дисциплины	5 з.е.			

Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	1 год			Параметры
		1	2	3	
Текущий (неделя)	Контрольная работа	7			Письменная работа 80 минут
	Коллоквиум		4		Устный опрос
Итоговый	Экзамен	*			Устный экзамен



Критерий оценки знаний и навыков

Студент должен продемонстрировать хорошее владение определениями и основными теоремами алгебры, а также умение доказывать теоремы и решать типовые задачи. Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале. При проведении контроля осуществляется выдача индивидуальных заданий.

Результатом проверки является оценка, выставляемая в соответствии со следующими критериями:

- Высшая оценка 10 баллов выставляется при отличном выполнении задания, то есть при наличии полных (с детальными пояснениями и культурой выкладок), оригинальных и правильных решений задач, верных ответов и высококачественного оформления работы.
- Оценка 7-8-9 баллов выставляется при наличии решений задач и правильных ответов, но при отсутствии какого-либо из вышеперечисленных отличительных признаков, например, детальных выкладок или пояснений, качественного оформления, представления алгоритма или последовательности решения задач.
- Оценка в 6 баллов выставляется при наличии отдельных неточностей в ответах (включая грамматические ошибки) или неточностях в решении задач непринципиального характера (описки и случайные ошибки арифметического характера).
- Оценка в 5 баллов выставляется в случаях, когда в ответах и в решениях задач имеются неточности и ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании вопросов и требующие дополнительного обращения к тематическим материалам.
- Оценка в 4 балла выставляется при наличии серьезных ошибок и пробелов в знаниях по контролируемой тематике.
- Оценка в 3 балла выставляется при наличии лишь отдельных положительных моментов в представленной работе.
- Оценка в 2 балла выставляется при полном отсутствии положительных моментов в представленной работе.
- Оценка в 1 или 0 баллов выставляется в случаях, когда небрежные записи, неправильные ответы и решения, кроме того, сопровождаются какими-либо демонстративными проявлениями безграмотности или неэтичного отношения к изучаемой теме и предмету в целом.

Порядок формирования оценок по дисциплине

Преподаватель оценивает работу студентов на семинарских занятиях: оценивается правильность решения задач на семинаре. Оценки за работу на семинарских занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Результирующая оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских занятиях ($O_{сам.работа}$) также заносится в рабочую ведомость.

Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом: $O_{текущая} = 0,5 * O_{к/р} + 0,5 * O_{коллоквиум}$

$$O_{накопительная} = 0,5 * O_{текущая} + 0,5 * O_{сам.работа}$$

Результирующая оценка за итоговый контроль в форме экзамена выставляется по следующей формуле:

$$O_{итоговая2} = 0,5 * O_{экзамен} + 0,5 * O_{накопительная}$$

Способ округления оценок - арифметический.

Дисциплина изучается два года. В диплом ставится оценка за итоговый контроль, которая выставляется по следующей формуле:

$$O_{итоговая} = 0,5 * O_{итоговая1} + 0,5 * O_{итоговая2},$$

где $O_{итоговая1}$ – итоговая оценка за первый курс по дисциплине «Алгебра».



Содержание дисциплины

Раздел 1. Линейные преобразования Евклидовых и унитарных пространств.

Линейные преобразования евклидовых пространств. Самосопряженные и сопряженные преобразования. Ортогональные преобразования и ортогональные матрицы. Канонический вид ортогонального преобразования. Унитарные и эрмитовы преобразования и их свойства.

Раздел 2. Аффинные пространства и преобразования

Аффинные пространства. Плоскости в аффинном пространстве и их взаимное расположение. Линейные функции. Аффинное преобразование координат. Аффинные преобразования и аффинные движения.

Раздел 3. Введение в тензорную алгебру

Определение тензора. Тензорные обозначения, пространственные матрицы. Алгебраические операции с тензорами. Тензоры в евклидовом пространстве. Поливекторы и внешние формы.

Раздел 4. Начала Теории групп.

Гомоморфизмы и изоморфизмы. Ядро и образ гомоморфизма. Внутренние автоморфизмы. Группы перестановок. Группа и кольцо вычетов. Циклические группы. Смежные классы по подгруппе. Теорема Лагранжа.

Раздел 5. Коммутативные кольца.

Абелевы группы. Идеалы и факторкольца. Модули над кольцами главных идеалов. Нётеровы кольца. Алгебраические расширения.

Раздел 6. Группы

Прямые и полупрямые произведения. Коммутант. Действия. Теоремы Силова. Простые группы. Расширения Галуа. Основная теорема теории Галуа.

Раздел 7. Линейные представления и ассоциативные алгебры.

Инвариантные подпространства. Полная приводимость линейных представлений. Конечномерные ассоциативные алгебры. Линейные представления конечных групп. Инварианты. Алгебры с делением

Раздел 8. Группы Ли.

Определение и простейшие свойства групп Ли. Экспоненциальное отображение. Касательная алгебра Ли и присоединенное представление. Линейные представления групп Ли

Образовательные технологии

При реализации учебной работы используется повторение основных положений лекционного материала и разбор практических задач.

Методические рекомендации преподавателю

Глубокие знания предмета следует представлять в максимально доступной, понятной и мотивационной форме. Следует постоянно совершенствовать материалы занятий с учетом последних достижений и разработок.

Методические указания студентам

Следует систематически посещать лекционные и семинарские занятия. Материалы этих занятий следует внимательно изучать и регулярно выполнять домашние задания. На занятия нужно вести себя активно. Следует иметь в виду, что многие последующие курсы основаны на свободном владении аппаратом и технологиями алгебры.

Самостоятельная работа студентов осуществляется в соответствии с «Методическими рекомендациями по организации самостоятельной работы НИУ ВШЭ – Нижний Новгород», утвержденным УМС от 30.04.2014, протокол №4.

Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студентов

Примерные типы заданий для контрольных работ:

1. Приведение к каноническому виду ортогонального преобразования евклидовых или унитарных пространств.
2. Нахождение сопряженного линейного преобразования евклидовых или унитарных пространств.
3. Составление уравнения плоскости аффинных пространств.
4. Аффинные движения.



5. Свойства тензоров. Операции над тензорами

Образец срезовой контрольной работы

Вариант 00		
Теоретические вопросы		
1.	Дайте определение тензора.	0.025
2.	Докажите, что гомотетия является аффинным движением.	0.075
3.	Докажите, что заданный оператор является ортогональным.	0.1
Задачи		
4.	Записать уравнение плоскости по заданным точкам в виде СЛУ и параметрически	0.15
5.	Найти матрицу сопряженного линейного преобразования для заданного линейного преобразования по матрице Грама	0.2
6.	Исследуйте совместность заданной системы линейных уравнений	0.15
7.	Записать тензорный закон преобразования из одного базиса в другой для заданного тензора.	0.15
8.	Записать диагональный вид заданного самосопряженного преобразования унитарного пространства	0.15

Примерные типы заданий для коллоквиума:

1. Гомоморфизмы и изоморфизмы. Ядро и образ гомоморфизма. Внутренние автоморфизмы
2. Группы перестановок. Группа и кольцо вычетов.
3. Циклические группы.
4. Смежные классы по подгруппе. Теорема Лагранжа.
5. Абелевы группы
6. Идеалы и факторкольца
7. Модули над кольцами главных идеалов
8. Нётеровы кольца
9. Алгебраические расширения
10. Прямые и полупрямые произведения
11. Коммутант
12. Действия
13. Теоремы Силова
14. Простые группы
15. Расширения Галуа
16. Основная теорема теории Галуа

Вопросы для оценки качества освоения дисциплин

Примерный перечень вопросов к экзамену по всему курсу

1. Линейные преобразования Евклидовых пространств. Сопряженные и самосопряженные преобразования. Свойства.



2. Линейные преобразования Евклидовых пространств. Ортогональные преобразования и ортогональные матрицы. Приведения к каноническому виду. Свойства.
3. Линейные преобразования. Теорема о структуре Евклидовых пространств.
4. Аффинные пространства. Линейные функции.
5. Плоскости в аффинном пространстве. Взаимное расположение плоскостей
6. Аффинные преобразования координат.
7. Аффинные преобразования и движения. Точечное евклидово пространство.
8. Определение тензора. Тензорные обозначения, пространственные матрицы
9. Алгебраические операции с тензорами
10. Тензоры в евклидовом пространстве. Преобразование координат
11. Поливекторы и внешние формы
12. Гомоморфизмы и изоморфизмы.
13. Ядро и образ гомоморфизма.
14. Внутренние автоморфизмы.
15. Группы перестановок. Группа и кольцо вычетов.
16. Циклические группы.
17. Смежные классы по подгруппе. Теорема Лагранжа.

Образец экзаменационного билета

Вариант 00		
Теоретические вопросы		
1.	Дать определение тензора (определение термина из любого раздела 1-4)	0.025
2.	Линейные преобразования Евклидовых пространств. Сопряженные и самосопряженные преобразования. Свойства.	0.075
3.	Циклические группы.	0.1
Задачи		
4.	Записать уравнение плоскости по заданным точкам в виде СЛУ и параметрически	0.15
5.	Найти матрицу сопряженного линейного преобразования для заданного линейного преобразования по матрице Грама	0.2
6.	Найти все подгруппы заданной циклической группы	0.15
7.	Записать тензорный закон преобразования из одного базиса в другой для заданного тензора.	0.15
8.	Записать диагональный вид заданного самосопряженного преобразования унитарного пространства	0.15

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

[1] Антонов В.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. - Проспект, 2011. - 139 с.

Дополнительная литература

[2] Винберг Э.Б. Курс алгебры. Изд-во «МЦНМО», 2011.



- [3] Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1979.
- [4] Беклемишева Л.А. и др. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., ФИЗМАТЛИТ, 2001.
- [5] Сборник задач по алгебре. Под редакцией А. И. Кострикина. М., Издательство МЦНМО, 2009.
- [6] Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. Практикум. М., ЮНИТИ, 2007.
- [7] Каролинский Е.А., Новиков Б.В. Сборник задач по теории групп. Луганск 2002.

Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для осуществления образовательного процесса используется следующая материально-техническая база:

1. Аудитория с проектором, экраном и компьютером, возможность подключения ноутбука.
2. Маркерная или обычная доска.

Разработчик программы

А. Ю. Долгоносова