



**Правительство Российской Федерации**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"**

Факультет Математики

**Программа дисциплины Механика и теория поля**

для направления 010100.62 "Математика" подготовки бакалавра

Авторы программы: Пятов П.Н., к.ф.-м.н., pyatov@theor.jinr.ru  
Сапонов П.А., к.ф.-м.н., Pavel.Saponov@ihep.ru

Рекомендована секцией УМС по математике «\_\_»\_\_\_\_\_ 2012 г.  
Председатель С.М. Хорошкин

Утверждена УС факультета математики «\_\_»\_\_\_\_\_ 2012 г.  
Ученый секретарь Ю.М. Бурман \_\_\_\_\_

Москва, 2012

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



## 1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 010100.62 «Математика» подготовки бакалавра.

Программа разработана в соответствии с:

- ГОС ВПО;
- Образовательной программой 010100.62 «Математика» подготовки бакалавра.

Рабочим учебным планом университета по направлению 010100.62 «Математика» подготовки бакалавра, специализации Математика, утвержденным в 2012 г

## 2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Механика и теория поля» являются

- получение представлений об основных принципах и задачах классической механики и теории поля, об гамильтоновом и лагранжевом подходах в классической теоретической физике;
- получение сведений об важнейших физических механических и полевых моделях;
- получение представления о современных математических методах исследования классических механических и полевых систем;
- развитие навыков формулировки задач, построения и исследования теоретико-физических моделей классической механики и теории поля.

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Иметь представление о физических основаниях и пределах применимости классической механики и теории поля.
- Иметь понятие об основных принципах и понятиях классической теории: о фазовом пространстве, наблюдаемых, принципах причинности и относительности.
- Владеть математическим аппаратом классической механики и теории поля, включая базовые понятия и технику теории обобщенных функций, вариационного исчисления, дифференциальных уравнений в частных производных, векторного анализа, теории представлений групп и алгебр Ли.
- Владеть навыками самостоятельного построения и исследования простых механических и теоретико-полевых моделей.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:



Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
умение формулировать результат	ПК-3	Правильно воспроизводит чужие результаты  Правильно формулирует собственные результаты	Компетенция формируется в любом сегменте учебного процесса  Формируется в процессе активных занятий (участие в семинарах, выполнение курсовых и дипломных работ).
умение строго доказать утверждение	ПК-4	Воспроизводит доказательства стандартных результатов, услышанных на лекциях  Оценивает строгость и корректность любых текстов по классической механике и теории поля	Изучение базового курса  За счет повышения общефизической и математической культуры в процессе обучения
умение грамотно пользоваться языком предметной области	ПК-7	Распознает и воспроизводит названия основных физических моделей и объектов, а также математических структур, возникающих при изучении данной дисциплины  Владеет и свободно использует профессиональную лексику классической механики и теории поля	Продумывание и повторение услышанного на семинарах и лекциях. Беседы с преподавателями во время консультаций.  Компетенция достигается в процессе накопления опыта работы с моделями классической теоретической физики, общения с преподавателями.
понимание корректности постановок задач	ПК-10	Понимает постановки только опорных задач классической механики и теории поля  Адекватно оценивает корректность использования тех или иных физических предположений и математических методов, применяемых при формулировке и решении задач классической теоретической физики	Продумывание базовых понятий курса  Вырабатывается в процессе решения задач, самостоятельного чтения, работы над курсовыми заданиями



выделение главных смысловых аспектов в доказательствах	ПК-16	Понимает и воспроизводит ключевые физические принципы и математические приемы базовых рассуждений и построений классической механики и теории поля  Обосновывает и оценивает физические мотивировки и логические ходы при построении произвольных моделей классической теоретической физики	Продумывание ключевых моментов лекций  Вырабатывается путем активного решения задач, самообразования, общения с преподавателями.
--	-------	---	--

#### 4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу математических и естественно научных дисциплин и блоку дисциплин, обеспечивающих подготовку бакалавра.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- базовые курсы алгебры и математического анализа (1 и 2 годы бакалавриата);
- курс динамических систем (2 год бакалавриата);
- теории функций комплексного переменного (III-IV модули, 2 год бакалавриата);

Желательно, но не необходимо также знакомство с некоторыми основными понятиями и результатами из курсов

- уравнений в частных производных (III-IV модули, 3 год бакалавриата);
- функционального анализа (3 год бакалавриата);
- групп и алгебр Ли (III-IV модули, 3 год бакалавриата).

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- дифференцирования и интегрирования функций одной и нескольких переменных
- решение дифференциальных уравнений стандартных типов
- варьирование функционалов, применение преобразования Фурье, вычисление интегралов с помощью вычетов
- владение основными операциями 3-мерного векторного анализа: ротор, дивергенция, градиент
- владение основными понятиями лагранжевой механики (нерелятивистской)

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- Курсы квантовой механики (основания и дополнительные главы)
- Статистическая физика.
- Дополнительные главы математической физики (1 и 2 курс магистратуры);
- Спецкурс по теории представлений алгебры Вирасоро и конформной теории поля.



## 5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1	Основные понятия лагранжевой механики. Принцип наименьшего действия, уравнения Эйлера-Лагранжа. Законы сохранения, первая теорема Нётер		3	3		10
2	Принцип относительности Эйнштейна. Преобразования Лоренца Интервал. Группы и алгебры Лоренца и Пуанкаре. Свободная релятивистская частица.		3	3		12
3	Гамильтонов подход в классической механике. Преобразование Лежандра, фазовое пространство, уравнения Гамильтона. Скобки Пуассона, гамильтоновы векторные поля, симплектические 2-формы.		3	3		12
4	Канонические преобразования и уравнения Гамильтона-Якоби. Теорема Лиувилля. Метод разделения переменных.		3	3		12
5	Представление Лакса и интегрируемость по Лиувиллю. Переменные угол-действие.		2	2		6
6	Принцип наименьшего действия и 1-я теорема Нетер для классических полевых моделей. Скалярное вещественное поле, волновое уравнение и уравнение Клейна-Гордона. Сохраняющиеся токи и заряды. Тензор энергии-импульса.		3	3		10
7	Заряженная релятивистская частица во внешнем электромагнитном поле. 4-вектор потенциала и тензор напряженности электромагнитного поля		2	2		8
8	Электромагнитные волны. Уравнения Максвелла. Калибровочная инвариантность. Плоские волны. Уравнение непрерывности и закон сохранения электрического заряда.		3	3		12
9	Функции Грина волнового уравнения. Потенциалы Лиенара-Вихерта.		3	3		10
10	Закон сохранения энергии в электродинамике. Вектор Пойнтинга. Тензор энергии-импульса электромагнитного поля.		2	2		8
11	Поле электрического диполя		2	2		6
12	Скалярная электродинамика. Спонтанное нарушение симметрии. Механизм Хиггса.		3	3		10
	Итого:	180	32	32		116



## 6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	1 год				Параметры **
		1	2	3	4	
Текущий (неделя)	Контрольная работа	8	8			Письменное задание, выдаваемое студентам на дом. Срок сдачи задания – от 7 до 14 дней (в зависимости от его объема). Срок проверки заданий – в течение недели со дня сдачи.
Промежуточный	Зачет	V				Письменная работа + беседа с преподавателем (всего 1,5-2 часа)
Итоговый	Экзамен		V			Письменная работа + беседа с преподавателем (всего 2-3 часа)

2 контрольные работы

### 6.1 Критерии оценки знаний, навыков

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

Основная форма текущего контроля – решение задач из домашних заданий (5-7 задач по каждой теме). Задачи подбираются так, чтобы их решение потребовало от студента свободного владения основными понятиями и умения пользоваться техническими (вычислительными) приемами, которые изучаются в соответствующем разделе курса. Часть задач повышенной сложности носят исследовательский характер и предполагают самостоятельное изучение студентами материала, не излагавшегося на лекциях. Обсуждение подходов к решению этих задач происходит на семинарах и во время консультаций. Решение некоторых (но не обязательно всех) задач повышенной сложности является необходимым условием получения отличной оценки за домашнее задание (8-10 баллов).

Экзамен (зачет) включает в себя письменную подготовку, состоящую из одной-двух распространенных задач, решение которых требует от студента владения как понятийным, так и техническим аппаратом по изучавшимся в течение модуля темам, а также из одного теоретического вопроса. На письменную подготовку отводится 1 час во время зачета и 1,5 часа во время экзамена. Затем студент в очной беседе с преподавателем излагает результаты своей письменной работы и, при необходимости, отвечает на 1-2 дополнительных вопроса. Время, отводимое на беседу: ½ - 1 час во время зачета, и ½ - 1½ часа во время экзамена.

### 6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

Промежуточная оценка за первый модуль  $O_{\text{промежуточная 1}}$  и накопленная оценка за 2 модуль  $O_{\text{накопленная 2}}$  рассчитываются аналогично:

$$O_{\text{промежуточная 1}} (O_{\text{накопленная 2}}) = 0.5 \cdot O_{\text{текущий}} + 0.5 \cdot O_{\text{сам. работа}},$$

где  $O_{\text{текущий}}$  и  $O_{\text{сам. работа}}$  --- оценки текущего контроля и самостоятельной работы студентов в соответствующих модулях.

Здесь оценка текущего контроля  $O_{\text{текущий}}$  рассчитывается как взвешенная сумма трех форм текущего контроля, предусмотренных в РУП



$$O_{\text{текущий}} = 0.3 * O_{\text{д/з}} + 0.2 * O_{\text{к/р}} + 0.5 * O_{\text{кол/зачет}}$$

Оценки за домашнее задание  $O_{\text{д/з}}$ , контрольную работу  $O_{\text{к/р}}$ , и коллоквиум/зачет  $O_{\text{кол/зачет}}$  выставляются по 10-балльной шкале. Способ округления накопленной оценки текущего контроля: в пользу студента.

Студент, получивший низкие оценки текущего контроля, имеет возможность их однократной передачи.

Самостоятельная работа студентов, а именно: изучение по поручению преподавателя дополнительных материалов, подготовка на их основе сообщений и выступление с ними на семинарах, а также разбор у доски задач повышенной сложности на семинарских занятиях --- оценивается по 10-балльной шкале оценкой  $O_{\text{сам. работа}}$ . Оценки за самостоятельную работу студента преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Накопленная оценка -  $O_{\text{сам. работа}}$  окончательно определяется перед промежуточным (итоговым) контролем.

Накопленная итоговая оценка за весь период изучения дисциплины определяется как среднее арифметическое оценок за 1 и 2 модули:

$$O_{\text{накопленная итоговая}} = 0.5 * (O_{\text{промежут 1}} + O_{\text{накопленная 2}})$$

Результирующая итоговая оценка за дисциплину учитывает также оценку за экзамен  $O_{\text{итог. контроль}}$ , выставляемую по 10-балльной шкале, и определяется по формуле

$$O_{\text{результирующая итог}} = 0,4 * O_{\text{накопленная итоговая}} + 0,6 * O_{\text{итог. контроль}}$$

Способ округления накопленной и результирующей итоговых оценок: в пользу студента.

На экзамене(зачете) студент может получить дополнительный вопрос (дополнительную задачу), ответ на который оценивается в 1 балл.

Оценка за итоговый контроль - **блокирующая**, при неудовлетворительной итоговой оценке она равна результирующей.

В диплом ставится результирующая итоговая оценка по учебной дисциплине.

## 7 Содержание дисциплины

### 7.1 Раздел 1. Основные понятия лагранжевой механики

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Сила, работа силы, кинетическая и потенциальная энергии, лагранжиан.	1	1	3	[1,3]
Принцип наименьшего действия. Уравнения Эйлера-Лагранжа.	1	1	3	[1,3]
Первая теорема Нётер. Вывод законов сохранения импульса, момента импульса и энергии	1	1	4	[9]



## **7.2 Раздел 2. Принцип относительности Эйнштейна.**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Преобразования Лоренца. Релятивистский закон сложения скоростей.	1	1	4	[2,4]
4-векторы. Интервал. Группы и алгебры Лоренца и Пуанкаре. Параметризация лоренцева буста быстрой.	1	1	4	[2,10]
Собственное время. Парадокс близнецов. Свободная релятивистская частица. 4-векторы скорости и импульса.	1	1	4	[2]

## **7.3 Раздел 3. Гамильтонов подход в классической механике.**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Преобразование Лежандра. Фазовое пространство. Уравнения Гамильтона и их эквивалентность уравнениям Эйлера-Лагранжа. Канонические скобки Пуассона.	1	1	4	[1,3]
Определяющие свойства скобок Пуассона. Теорема Пуассона об интегралах движения. Скобки Пуассона для компонент полного момента импульса и полного импульса замкнутой механической системы.	1	1	4	[1,3]
Алгебра Ли гамильтоновых векторных полей. Симплектические листы. Теорема Дарбу. Связь невырожденной скобки Пуассона с симплектической 2-формой.	1	1	4	[11]

## **7.4 Раздел 4. Канонические преобразования и уравнения Гамильтона-Якоби**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Канонические преобразования и их производящие функции.	1	1	4	[1]





Теорема Лиувилля о сохранении объема области фазового пространства при каноническом преобразовании.	1	1	4	[1,3]
Действие как функция начальных и конечных координат траектории движения системы. Уравнение Гамильтона-Якоби. Построение траекторий движения системы по общему интегралу уравнения Гамильтона-Якоби.	1	1	4	[1,3]

### **7.5 Раздел 5. Представление Лакса и интегрируемость по Лиувиллю**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Динамика в представлении Лакса. Интегралы движения. Представление Лакса для одномерной частицы в потенциальном поле.	1	1	3	[7]
Интегрируемость по Лиувиллю. Каноническое преобразование к переменным угол-действие.	1	1	3	[7]

### **7.6 Раздел 6. Принцип наименьшего действия и 1-я теорема Нетер для классических полевых моделей**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Система грузиков одинаковой массы на пружинках и ее непрерывный предел. Волновое уравнение в одном пространственном измерении и его общее решение.	1	1	3	[2]
Скалярное вещественное поле в четырехмерном пространстве Минковского: лагранжева плотность, уравнение движения и его общее решение.	1	1	3	[2,12]
Сохраняющиеся токи и заряды. Тензор энергии-импульса и сохраняющийся “электрический” ток в модели комплексного скалярного поля.	1	1	4	[2,12]



### **7.7 Раздел 7. Частица во внешнем электромагнитном поле**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Действие для заряженной релятивистской частицы во внешнем электромагнитном поле. 4-вектор потенциала и тензор напряженности электромагнитного поля, выражения для 3-векторов напряженности электрического и магнитного полей.	1	1	4	[2]
Уравнения движения частицы, Кулоновская сила и сила Лоренца. Движение частицы в постоянных и однородных электрическом и магнитном полях.	1	1	4	[2]

### **7.8 Раздел 8. Электромагнитные волны. Уравнения Максвелла.**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Лоренцевы инварианты для электромагнитного поля. Действие свободного электромагнитного поля, уравнения движения в 4-векторной и 3-векторной формулировках (первая и вторая пары уравнений Максвелла).	1	1	4	[2]
Калибровочная инвариантность. Кулоновская и лоренцева калибровки. Плоские волны.	1	1	4	[2]
Уравнения движения Максвелла в присутствии зарядов и токов. 4-вектор плотности тока и закон сохранения электрического заряда. Интегральная форма уравнений Максвелла, теорема Гаусса и закон электромагнитной индукции Фарадея.	1	1	4	[2]

### **7.9 Раздел 9. Функции Грина волнового уравнения. Потенциалы Лиенара-Вихерта**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
-----------------	--------	----------	------------------------	------------



Запаздывающая функция Грина волнового уравнения. Запаздывающие потенциалы.	1.5	1.5	5	[2,5]
Потенциалы Лиенара-Вихерта. Вывод явных формул для напряженностей электрического и магнитного полей, создаваемых заданным движением точечного заряда: кулоновская и излучательная компоненты.	1.5	1.5	5	[2,5]

### **7.10 Раздел 10. Закон сохранения энергии в электродинамике.**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Вывод плотности энергии и плотности потока энергии электромагнитного поля методом Пойнтинга (через рассмотрение потерь кинетической энергии заряда). Вектор Пойнтинга.	1	1	4	[2,6]
Вывод тензора энергии-импульса поля с помощью первой теоремы Нетер. Свойства его симметрии и интерпретация компонент.	1	1	4	[2]

### **7.11 Раздел 11. Поле электрического диполя.**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Дипольный момент системы зарядов. Электростатическое поле диполя.	1	1	3	[2]
Электрическое дипольное излучение, угловое и частотное распределение его интенсивности.	1	1	3	[2]

### **7.12 Раздел 12. Скалярная электродинамика. Спонтанное нарушение симметрии. Механизм Хиггса.**

Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Литература
Взаимодействующие скалярные поля, решение в виде кинка. Спонтанное нарушение симметрии.	1.5	1.5	5	[8,12]
Скалярная электродинамика. Механизм Хиггса.	1.5	1.5	5	[8,12]



## 8 Образовательные технологии

На лекции обсуждаются ключевые понятия и технические выкладки разбираемой темы, даются необходимые определения, разбираются поучительные примеры. Студентам на дом даются задачи для самостоятельного разбора, содержащие как упражнения для усвоения пройденного материала, так и нестандартные задачи, позволяющие проверить уровень общего понимания предмета и требующие изучения дополнительного материала. Некоторые задачи предваряют (продолжают) тематику лекций. Студент сдает задачи в виде письменных домашних работ.

## 9 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

### 9.1 Тематика заданий текущего контроля

Примерные список задач домашнего задания по темам “Гамильтонов формализм в классической механике”, “Скобки Пуассона”.

1. Пусть  $\vec{r}$  и  $\vec{p}$  — радиус-вектор и импульс материальной точки, декартовы координаты которых удовлетворяют каноническим Пуассоновым соотношениям

$$\{r_i, r_j\} = \{p_i, p_j\} = 0, \quad \{r_i, p_j\} = \delta_{ij}.$$

Рассмотрим вектор момента импульса точки  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{p}$  и векторную функцию на фазовом пространстве вида

$$\vec{f} = \vec{r} \phi_1 + \vec{p} \phi_2 + \vec{M} \phi_3,$$

где  $\phi_a$ ,  $a = 1, 2, 3$  — произвольные скалярные функции. Найдите значение скобки Пуассона

$$\{\vec{a} \cdot \vec{M}, \vec{b} \cdot \vec{f}\},$$

где  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  — произвольные постоянные векторы.

2. Гамильтониан намагниченного шара в однородном магнитном поле  $\vec{H}$  имеет вид

$$H = \frac{\vec{M} \cdot \vec{M}}{2I} - \gamma \vec{M} \cdot \vec{H},$$

где  $\vec{M}$  — вектор момента импульса шара, а константа взаимодействия  $\gamma$  носит название гиромангнитного отношения. Выведите уравнения движения для компонент момента импульса и найдите их явное решение для случая  $\vec{H} = (0, 0, H_0)$ .

3. Материальная точка массы  $m$  движется в центрально-симметричном потенциале

$$U(\vec{r}) = -\frac{\alpha}{r}, \quad r = |\vec{r}|.$$

- а) Докажите, что вектор

$$\vec{K} = \frac{1}{m}(\vec{p} \times \vec{M}) - \frac{\alpha \vec{r}}{r},$$

называемый вектором Рунге-Ленца, является интегралом движения. Здесь  $\vec{M}$  и  $\vec{p}$  есть, соответственно, вектор момента импульса и импульс материальной точки.

- б)\* Вычислите скобки Пуассона  $\{K_i, K_j\}$  и  $\{K_i, M_j\}$ .



4. Материальная точка массы  $m$  движется вдоль прямой (одномерное движение) под действием потенциала

$$U(x) = -\frac{\alpha}{\operatorname{ch}^2(x)},$$

где  $\alpha > 0$  — параметр взаимодействия,  $x$  — координата на прямой. В начальный момент материальная точка находится в начале координат  $x = 0$  и имеет полную энергию  $E$ . Определите характер движения точки (финитное или инфинитное), найдите закон движения и период движения (для финитного случая) для трех случаев:  $E < 0$ ,  $E = 0$  и  $E > 0$ .

5. Рассмотрим пуассонову структуру на вещественных функциях  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ , заданную формулой

$$\{x_i, x_j\} = \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{ijk} x_k, \quad (*)$$

где  $\{x_i\}_{i \in 1,2,3}$  — координаты в  $\mathbb{R}^3$ , а  $\varepsilon_{ijk}$  — полностью антисимметрический тензор третьего ранга. Симплектическими листами данной пуассоновой структуры являются концентрические сферы в пространстве  $\mathbb{R}^3$ .

- Найдите невырожденную скобку Пуассона, порождаемую ограничением скобки (\*) на сферу радиуса  $r$ . Определите соответствующую симплектическую 2-форму.
- Рассмотрим стереографическую проекцию сферы из северного полюса на плоскость, касающуюся сферы в южном полюсе:

$$(\theta, \phi) \in S^2 \mapsto (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \quad e^{i\phi} \operatorname{ctg}(\theta/2) \mapsto x + iy.$$

Найдите симплектическую структуру на касательной плоскости, в которую переходит симплектическая структура на сфере, найденная в предыдущем пункте. Определите соответствующие скобки Пуассона.

- Найдите уравнения движения на плоскости с пуассоновой структурой, найденной в предыдущем пункте, которые отвечают гамильтониану

$$H = \frac{x^2 + y^2}{2}.$$

## 9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Примерный перечень задач по теме “Электродинамика” к экзамену

- Точечный электрический заряд  $q$  движется относительно лабораторной системы отсчета прямолинейно с постоянной скоростью  $v$ . Пользуясь преобразованием Лоренца из сопутствующей заряду системы отсчета в лабораторную, получите выражения для векторов напряженностей электрического и магнитного полей, создаваемых зарядом в лабораторной системе отсчета.



2. В трехмерном пространстве Минковского с метрическим тензором  $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1)$  задано действие для вещественного векторного поля  $A_\mu(x)$ , взаимодействующего с комплексным скалярным полем  $\phi$

$$S[A] = \int_{M_3} d^3x \left[ \varepsilon^{\mu\nu\lambda} A_\mu \partial_\nu A_\lambda + \overline{\nabla^\mu \phi} \nabla_\mu \phi \right], \quad \nabla_\mu = \partial_\mu - iqA_\mu,$$

где  $\varepsilon^{\mu\nu\lambda}$  — полностью антисимметричный тензор третьего ранга, нормированный условием  $\varepsilon^{012} = 1$ .

- Инвариантно ли действие относительно калибровочных преобразований полей?
- Напишите уравнения движения полей  $\phi$  и  $A_\mu$ .
- Найдите тензор энергии-импульса этой системы.

3. В пространстве Минковского  $M_3$  найдите запаздывающую функцию Грина для уравнения движения свободного безмассового скалярного поля:

$$\square G(x) = \delta^{(3)}(x), \quad G(x) \equiv 0 \quad \text{при} \quad x^0 < 0.$$

Здесь  $\square = \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu$ , а  $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1)$  — метрический тензор в пространстве  $M_3$ .

4. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля в присутствии токов имеют вид:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} j^\nu, \quad \partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0.$$

Какой смысл имел бы 4-вектор  $\tilde{j}^\mu$ , если бы уравнение для дуального тензора имело аналогичный вид:

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} \tilde{j}^\nu ?$$

5. Точечный заряд  $-q$  движется по окружности радиуса  $R$  вокруг закрепленного точечного заряда  $q > 0$ . Период обращения равен  $T$ . Определите среднюю за период обращения интегральную мощность дипольного излучения этой системы (то есть, суммарную мощность дипольного излучения по всем направлениям).

6. Докажите, что у замкнутой системы материальных точек, у которых отношения их зарядов к массам совпадают, отсутствует электрическое дипольное излучение.

Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену по теме “Электродинамика”

- Система грузиков одинаковой массы на пружинках и ее непрерывный предел. Волновое уравнение в одном пространственном измерении и его общее решение. Скалярное вещественное поле в четырехмерном пространстве Минковского: лагранжева плотность, уравнение движения. Общее решение уравнения движения массивного свободного скалярного вещественного поля.
- Принцип наименьшего действия в полевых моделях, уравнения Эйлера-Лагранжа для полей. Поведение скалярного и векторного полей при преобразованиях из группы Пуанкаре (трансляции и преобразования Лоренца). Алгебра Ли группы Лоренца, генераторы бустов и пространственных поворотов.



3. Симметрии полевых моделей. Формулировка первой теоремы Нетер, сохраняющиеся токи и заряды. Тензоры энергии-импульса и момента импульса для комплексного скалярного поля. Сохраняющийся ток в модели комплексного скалярного поля, отвечающий симметрии относительно сдвигов фазы комплексного поля.
4. Релятивистская частица во внешнем электромагнитном поле. 4-вектор потенциала электромагнитного поля и выражения для 3-векторов напряженности электрического и магнитного полей. Уравнения движения частицы, Кулоновская сила и сила Лоренца. Движение частицы в постоянных и однородных электрическом и магнитном полях.
5. Свободное электромагнитное поле: 4-вектор потенциала и тензор напряженности электромагнитного поля. Инварианты поля. Действие для свободного электромагнитного поля, уравнения движения в 4-векторной и 3-векторной формулировках (первая и вторая пары уравнений Максвелла). Калибровочная инвариантность. Кулоновская и лоренцева калибровки. Плоские волны.
6. Уравнения движения электромагнитного поля в присутствии зарядов и токов. 4-вектор плотности тока и закон сохранения электрического заряда. Интегральная форма уравнений Максвелла, теорема Гаусса и закон электромагнитной индукции Фарадея.
7. Запаздывающая функция Грина волнового уравнения (подробный вывод), запаздывающие потенциалы. Потенциалы Лиенара-Вихерта, создаваемые движением точечного заряда.
8. Вывод явных формул для напряженностей электрического и магнитного полей, создаваемых заданным движением точечного заряда: кулоновская и излучательная компоненты.
9. Закон сохранения энергии в электродинамике. Вывод плотности энергии и плотности потока энергии электромагнитного поля методом Пойнтинга (через рассмотрение потерь кинетической энергии заряда). Вектор Пойнтинга. Вывод тензора энергии-импульса поля с помощью первой теоремы Нетер. Свойства его симметрии и интерпретация компонент.
10. Дипольный момент системы зарядов. Электростатическое поле диполя. Электрическое дипольное излучение, угловое и частотное распределение его интенсивности.

## 10 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 10.1 Базовый учебник

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Курс теоретической физики, т.1, Механика. М., Наука, 1988.
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Курс теоретической физики, т.2, Теория поля. М., Наука, 1988..

### 10.2 Основная литература

3. В.И. Арнольд, Математические методы классической механики, — 3-е изд. — М., Наука, 1989.
4. В.А. Брумберг, Релятивистская небесная механика. М., Наука, 1972.
5. Дж. Джексон, Классическая электродинамика, М. Мир, 1965.
6. Боум Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс, Электродинамика, Фейнмановские лекции по физике, т. 6.
7. O. Babelon, D. Bernard, M. Talon, Introduction to Classical Integrable Systems. Cambridge University Press, 2003.
8. Л. Райдер, Квантовая теория поля, изд. 'Платон', 1998.зин Ф.А., Шубин М.А. Уравнение Шредингера. М.: Изд. МГУ, 1983.



### 10.3 Дополнительная литература

9. В.В. Добронравов, Основы аналитической механики. М., Высшая школа, 1976.
10. Ч. Мизнер, К. Торн, Дж. Уилер, Гравитация. том 1. М., Мир, 1977.
11. А.В. Борисов, И.С. Мамаев, Пуассоновы структуры и алгебры Ли в гамильтоновой механике. Издательский дом ``Удмуртский Университет'', 1999.
12. А. Маршаков, Математические методы естествознания, курс лекций для магистрантов факультета математики ВШЭ, 2011 год, сайт факультета, [http://math.hse.ru/courses\\\_math/mag1-11-me](http://math.hse.ru/courses\_math/mag1-11-me)

### 10.4 Справочники, словари, энциклопедии

При освоении курса могут быть полезны материалы по темам, размещенные в онлайн энциклопедиях  
<http://www.wikipedia.org>,  
<http://www.scholarpedia.org>

### 10.5 Программные средства

Специальные программные средства не предусмотрены.

### 10.6 Дистанционная поддержка дисциплины

Специальные дистанционные ресурсы не предусмотрены. Однако должна быть обеспечена возможность дистанционных консультаций по электронной почте и-или через skype.

## 11 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения семинаров не используется специальное оборудование, кроме, возможно, компьютерного проектора и системы видеозаписи учебных занятий.